ASTRONOMI OPERA OMNIA JOANNIS KEPLERI

HARMONIA MUNDI.

JOANNIS KEPLERI

ASTRONOMI

OPERA OMNIA.

VOLUMEN QUINTUM.

JOANNIS KEPLERI

ASTRONOMI

OPERA OMNIA

EDIDIT

D^r. CH. FRISCH.

VOLUMEM V.

FRANCOFURTI A. M. ET ERLANGAE.
HEYDER & ZIMMER.
MDCCCLXIV.

OPERUM KEPLERI

QUAE HOC VOLUMEN CONTINET DISPOSITIO.

CONSPECTUS EPISTOLARUM KEPLERI

QUAE INSUNT VOLUMINI V.

PROOEMIUM.

Kepleri libri typis expressi, cum maxima ex parte pertineant ad astronomiam, tamen ad unum omnes argumento sunt, quanto studio versaverit classicos, quos vocant, scriptores et quanta fuerit ejus philosophiae scientia. Plena sunt omnia sententiis Graecorum Romanorumque scriptorum et poetarum, veterum mathematicorum et astronomorum philosophorumque, ad rem suam probandam citatis. Ex omnibus ejus operibus elucet studium, recentioris aetatis rationem disciplinamque ad ea, quae veteres perspexerant, referendi alteramque aetatem altera illustrandi et stabiliendi. Gravissima enim Aristotelis opera, qua scripta sunt lingua, lectitaverat ejusque interpretes priores et posteriores subtili judicio examinaverat; Platonis vero ingenio erat innutritus, et quae de Pythagora ejusque schola illi aetati tradita erant, quae ab aequalibus de schola ista scripta erant, in ea cognoscenda quidquid reliquum erat temporis astronomiae dati impendebat. Sententias vero Pythagoraeorum de motu corporum coelestium ab Aristotele et Archimede proditas insigni cura prosequebatur, Pythagoricamque ab Aristotele minus dilucide traditam rerum universitatis rationem illustrare et emendare studebat notitiamque, auctore Copernico ab Archimede desumtam, qua Terram circa Solem moveri Aristarchus docuisse crederetur, ad stabiliendam Copernicanam rerum universitatis rationem, quippe quae cum aliis causis, tum vetustate maxime probaretur, revocaverat. Mirum autem in modum motus erat Kepleri animus mathematica, a Pythagoraeis adjuncta philosophicis commentationibus, quaestionibus eorum de numeris et de ea, quae inter hos et coelestium corporum motus intercederet, ratione, de tributa Pythagoraeis arte, sonos harmonicos ad numeros referendi, de illorum geometria et in ea de regularibus maxime corporibus, quibus Pythagoraei symbolorum amantissimi plurimum tribuerunt.

Itaque Keplerus, jam dum in seminario theologico Tubingensi philosophiae et astronomiae operam dat, erectus cogitatione, coelestium motuum leges ad communem normam mathematicam referendi, rem a Pythagoraeis tentatam et ipse aggressus est. Quamquam dissertatio „de Luna" anno 1593 a Keplero conscripta, cujus nonnunquam mentio fit (cfr. Vol. I. p. 14. II. p. 497), formam magis et superficiem Lunae spectasse et quaedam de Lunae incolis lusisse videtur, mentione tamen Pythagorae injecta adolescentis animum Samii magni philosophia jam tum motum esse apparet. Brevi post quam praeceptoris

munus in gymnasio Graetiano adiit Keplerus (1594), antea universam veterum philosophiam haud certo consilio complexus, studia sua ad certum finem direxit. Regularia Pythagorae corpora alia, quam ab hoc factum erat, ratione cum planetarum motibus conjungere studebat, Pythagoraeorum symbolos retinens eorumque mysticos numeros haud ita parvi pendens. „Ad numerorum mensuram, inquit, conditus est mundus, ergo ad quantitatum mensuram; in linea vero nullus est numerus nec in superficie, sed infinitas — igitur in corporibus. Nec vero superant numerum 6 ista corpora, ad mundi constructionem pertinentia, scilicet globus sive potius sphaericum concavum, et 5 rectilinea. Sphaericum ultimo coelo debetur, nam duplex est mundus, mobilis et quiescens, ille ad imaginem Dei, quatenus creat, hic ad imaginem essentiae Divinae in se consideratae. Curvum Deo, rectum creaturae comparatur. In globo est trinitas: sphaericum, centrum, capacitas; sic in mundo quieto fixae, Sol, aethra intermedia. Mundus mobilis ex rectilineis censendus; illorum sunt quinque et si illa pro terminis habenda sunt, non poterunt plures res distinguere, quam sex: sex igitur mobilia Solem circumambeuntia.“ Hanc sententiam quomodo Keplerus explicaverit, quomodo quinque regularia corpora in planetas tum cognitos diviserit, retractare alienum esse ab hoc loco videtur. Videre licet de his primarium Kepleri opus, Prodromum, primo volumine hujus editionis; nobis satis visum intendisse, quomodo Keplerus notiones inter philosophica studia Tubingae de Pythagoricis mysteriis conceptas in usum suum contulerit, ut statim astronomorum omniumque hominum literis eruditorum animos in se converteret. Proxime autem hoc libello factum est, ut astronomorum illo tempore celeberrimo, Tychoni Brahe, innotesceret, qui eum brevi post, ut juvenis ingenio in suam rem abuteretur, Pragam arcessivit. Et primum quidem Tycho collegae juveni mandavit, ut ipsum libello conscribendo contra Raimarum Ursum defenderet. Ursus enim cum alia Tychoni crimini dederat, tum rerum universitatis rationem, Tychoni probatam, non esse novam, sed Graecis veteribus deberi auctoribus, asseruerat. Idemque Ursus nova quaedam de astronomicis hypothesibus professus erat, quas dicit „fictitias suppositiones minimeque veras seu substantiales“, cujusmodi hypotheses „concentricas“ Eudoxi et „excentricas“ Pythagoraeorum auctore Aristotele nominaverat, suaeque de hypothesibus sententiae astronomicarum hypothesium historiam, vera falsis, certa fabulosis nullo judicio commiscens, annexuerat. Contra illam hypothesium definitionem, contra historiam ita corruptam jam Keplerus prodit libello adversus Ursum conscripto, quod ut faceret, studia novissimo tempore intermissa recipere coactus erat (cfr. I. 249 ss.). Quae dum repetit, propius rursus ad eum accedunt Pythagorica symbola, numeri, figurae et harmoniae arctiusque se conjungunt cum iis, quae de nexu, numero, magnitudine, distantia et motu planetarum mente conceperat et quae quidem mente concepta prius jam pronunciaturus fuerat conscribendis pluribus libellis, quos literis ad Herwartum datis enumerat (cfr. I. 62).

Tychone mortuo (1601) astronomus Caesarianus creatus, cum Tychonis opera relicta cernere et edere jussus esset, Pragae degens impeditus est, quo minus propositum, quod diximus, perficeret. At dum res a proposito alienas, Rudolphi Imperatoris et aulicorum amore et superstitione obtrusas, agit, dum majore in dies astrologi nomine inclarescens de sideribus nataliciis et genituris in consilium vocatur et rerum inopia consulentibus respondere cogitur, fieri non potuit, quin illi his rebus occupato notio, quam de proportionibus harmonicis cum coelestium corporum motu conjungendis conceperat, propius

accederet. Ad hoc plurimum id valebat, quod obtrusa astrologicarum rerum studia cum sana mente reconciliare sive astrologiam ita defendere studebat, ut, quae astronomus et philosophus ipse sibi objurgaret, quodammodo dilueret. Hoc illum egisse ex libello de Fundamentis Astrologiae (I. 417 ss.), ex Calendariis (I. 392 ss. 453 ss.), ex scriptis adversus Röslinum (I. 503) et Feselium (I. 549) et ex libro de Stella Nova (II. 575), vario modo elucet. Nec minus ex multis privatis literis, maxime illis ad pastorem Davidem Fabricium, qui somnia astrologica pressis manibus tenebat, datis cognoscas Kepleri studium, quae ineptissima somniabant astrologi refellendi, cognoscas varia tentamina, eas astrologiae partes, quas astrologus Caesarianus non poterat non tenere, ex sana mente interpretandi et in rationem et disciplinam quandam referendi.

Pro fundamento illius disciplinae Keplero haec statui posse videbantur. Quemadmodum homo cultus et incultus harmonicis sonis laete movetur, quemadmodum oculos suavius tangunt formae numeris suis perfectae, quam minus perfectae, sic hominis suspicientis animum sidera, si situm habent inter se ex geometricis legibus ordinatum, majore vi feriunt, quam si situs ille non sit. Natura rerum creatrix multifariam ad id niti videtur, ut formas geometricis legibus, quales humanae menti ab initio insitae sunt, aequales procreet; crystalla, nix, flores, numerus et ordo foliorum fructuumque forma, apum cellae et multa alia vim istam genetricem ostendunt. Ille rerum ordo, harmonia illa vi inexplicabili aures feriens, documento est, mundo inesse vim geometricis legibus actam, quae animantia et inanima moveat, etiamsi ne animantia quidem eam sentire videantur. Illam vim arcanam Keplerus cum hominis animo comparat nomenque illi addit aequum „animae mundi“. Haec mundi anima iisdem, quibus hominis animus, legibus regitur. Qui ut sonis harmonicis et harmonico siderum situ, quomodo id fiat nescius, movetur, ita his etiam mundi anima agitur et non modo, quas diximus, formas regulares procreat, sed etiam ad vim in corpus suum, Terram, exserendam aeque agitur, atque illud fit in animo hominis. Inde tempestatis mutationes, meteora et alia, inde etiam vis aspectuum in animum hominis his praevalentibus nati.

Illas sententias Keplerus explicat in libellis, quos supra diximus, et jam in primo intendit librum ampliorem posthac edendum, Harmoniam.

Primum jam Keplerus id egit, ut explicaret, cur aspectus ab astrologis antiquitus traditi ita valerent, ut in praemissis ipse statuerat, et inquireret, num etiam alii, quam qui adhuc erant traditi, planetarum inter se situs eandem vim haberent. Quae quaestiones eum ad divisionem circuli, ad figuras regulares et corpora, ad sonos harmonicos reduxerunt. Ad id veteres recolere coepit, cum mathematicos Euclidem, Proclum, Apollonium, Archimedem, tum Ptolomaei maxime Harmoniam, Platonis Timaeum, Aristotelem aliosque. Sed plurimum temporis astronomicis studiis insumens, intermitti illa nonnunquam necesse fuit, quamquam non prorsus omisit. In omnibus quidem ejus libris, et in iis, quos supra diximus, et in Optica, in libro de Martis motibus conscripto, in Ephemeridibus aliisque, in literarum commercio insunt, quae testentur ejus studium, propositum finem assequendi, quae eadem demonstrent, quomodo, quae viderit, cum suis sententiis astronomicis conciliare et „leges“ suas astronomicas adjunctis harmoniae legibus vi et auctoritate quadam sancta augere et ornare velit. Jam anno 1605. Keplerus Anglo Haydono scribit: „Deus me ex astronomia expediat, ut ad curam operis mei de Harmonia Mundi convertar“, et addit, animo se statuisse, hoc opus Jacobo Angliae Regi dedicare. Hac epistola aliisque affert quaedam de argumento hujus operis,

cui plurimum ex omnibus libris suis tribuit et, si astronomiae historiam spectaveris, ea de causa plurimum tribuendum est, quod legem, quae inter distantiam planetarum a Sole eorumque motum circa Solem intercedat, refert. Aliquot annis ante (1601) scribit Keplerus: „in Harmonicis meis demonstrabo, quanto intervallo vetus musica nostram sequatur“; anno 1600: „meam de harmonia mundi dissertationem jam pridem ad umbilicum perduxissem, nisi Tychonis astronomia ita totum me possedisset, ut paene insaniverim, quamvis mecum deliberem, quid jam porro hac in re sit faciendum“.

Ad cogitationem, de hac materia librum conscribendi, Keplerum dudum erectum fuisse certamque formae imaginem animo initio concepisse, e modo praemissis apparet. De planetarum cursu inquirenti illa cogitatio semper obversatur et tentaminibus, notionem in Prodromo nunciatam cum iis, quae illis disquisitionibus eruerit, conjungendi, manifestatur. Quae quaestiones adjuvantibus Tychonicis observationibus clariore in dies luce illustrantur, quod plurimis exemplis demonstrant Pulcoviensia manuscripta eorumque eae maxime partes, quibus singulorum planetarum cursus computantur. Kepleri autem dicta, quae modo retulimus, non ita intelligenda esse, quasi strictiore sensu conceperit operis sui argumentum, quam posthac conceptum est, inde elucet, quod sub idem tempus argumentum idem, quod jam praesto est, enunciat. Herwartus de Hohenburg jam anno 1600. Keplero Ptolemaei Harmoniam miserat; qua cognita Keplerus mirum esse ait, qui sit inter suas et Ptolemaei notiones consensus, cum sua dispositio, quae priusquam hunc legerit facta sit, cum dispositione hujus congruat. Editio autem ei transmissa erat illa, quam Antonius Gogavia vertendam curaverat; quae quum ei minus accurate versa et mulcata videretur, editionem Graecam, ut certum faceret judicium, anxie quaerens Herwartum adiit, qui anno 1607 transmisso libro cum certiorem fecit, sibi in animo esse, opus vertendum et edendum curare et Keplerum de re illa consuluit. Keplerus autem ita judicavit, ut Herwartus totam rem Keplero committeret ex suo arbitrio conficiendam. Quae autem uterque inter se egerit, epistolae docent infra expressae; quo quidem factum est, ut Keplerus opus ipse verteret adjecta interpretatione libri III. cap. 3 ss., quam ut appendicem operi suo adjungere statuit. Hoc consilium dum opus imprimitur secutus (cfr. introductionem libri V.), postquam ad finem pervenit variis causis impeditus quo minus exequeretur, ita mutavit, ut summam rerum paucis colligeret. Opus translatum ex manuscriptis Pulcoviensibus typis exprimendum curavimus et, quod Keplerus ab initio intenderat, Harmoniae annexuimus.

Opus ipsum principiis, priusquam Ptolemaei librum accepisset, positis, numeris suis absolutum est dimensis planetarum cursibus annis 1615 et 1616. Dimensiones cursuum autem (Vol. XIII. Mss. Pulcov.) ita inscribuntur, ut dubia relinquantur de examine accuratiore proportionis orbium, et de Saturno haec allata habemus: „Deest adhuc examen accuratius proportionis orbium et pars tabularum inde dependens, sc. distantiarum Saturni et Solis. Pragae exhibita Regis Matthiae consiliariis. Lincii accesserunt ista: revisio eccentricitatis seu ejus de novo investigatio, ut etiam proportionis orbium et pars distantiarum tabulae.“ Iisdem fere verbis inscribitur calculus motuum Jovis, exceptis extremis lineis his: „Jam Lincii 1616 accesserunt examen proportionis orbium et eccentricitatis absolutum parsque distantiarum.“ Contra in calculo motuum Veneris: „rudimenta multiplicia; tabulae desunt nec confici possunt, nisi demonstrationibus expeditis.“ In Mercurio denique: „rudimenta omnivaria. Mercurius raro nec expedite cernitur, itaque demonstrationes hae

tarde procedunt et difficillimo conatu. Etsi hic etiam tabularum rudimenta, quasi jam perfectis demonstrationibus, si forte per tabulas, quantumvis falsas, juvari possit demonstrationis methodus. Haec Pragae exhibita Imperatoris Matthiae consiliariis. Accesserunt autem Lincii anno 1615 restitutio motuum absoluta, tabularum pars potissima."

His ita inscriptis et examinatis computationibus videre licet, Keplerum illo tempore omnibus planetis ellipticos orbes tribuisse, quamquam ad illos accuratius definiendos et in unum conjungendos ignorabat adhuc, quae intercederet ratio inter notos cursus et distantiam a Sole. Haec erat una de causis, cur in Rudolphinis tabulis conficiendis diutius moraretur, et detecta lege de distantiarum et motuum periodicorum proportione, qua Keplerus inchoatae disciplinae suae fastigium imposuit, denuo incitatus est, ut redintegrato studio conficiendas istas tabulas susciperet.

Ptolemaei Harmoniae versio absoluta est mense Februario 1618, postquam Keplerus paulo ante (Oct. 1617) in Würtembergiam profectus Vincentii Galilaei de re musica opus legerat (cfr. Vol. II. p. 401). In cognoscendo Ptolemaeo operam consumens, ad priora studia revocatus Harmoniae suae ultimam limam admovit, et computans aliquot locos dubios libri V. praeter exspectationem ad detegendam rem illam memoratu dignissimam delatus est. Keplerus in tertio libri quinti capite refert, ante diem VIII. Idus Martias primum rem subiisse ipsius animum, sed propter errorem in computando admissum ut falsam ab ipso esse rejectam. Sed ab illo inde tempore non amplius omissam rem ad finem perduxit Idibus Majis. Coepta est Harmonia typis exprimi ante diem VI. Cal. Junias 1618, finita a. d. XI. Cal. Mart. 1619. Liber I. et II. post tres ultimos expressi in opere ab auctore edito peculiarem habent seriem pagellarum et peculares pagellarum singularium notas. Quomodo opus ortum sit, epistolae quae sequuntur pluribus enarrant.

Keplerus opus suum dedicavit Jacobo I. Anglorum regi, quem Keplerus ejusmodi commentationibus delectari sciret (cfr. I. 370). Manuscripta Pulcoviensia dedicationis hujus formam referunt ab impressa discrepantem (quae discrepant, nota 1. comparavimus). Eadem de causa, qua impulsus Keplerus regi illi Harmoniam dedicavit, eidem librum de Stella Nova transmiserat et literis adjectis, quas Vol II. p. 606 exprimendas curavimus, pariter ac in dedicatione quibus causis motus id faceret pronunciaverat.

Figurae ad Harmoniam additae a Guilielmo Schickardo, tum diacono Nurtingensi, delineatae sunt, aliae ligno inscriptae, aliae aeri incisae. (Vide infra.)

Bibliopola Keplero centum exemplaria operis commisit pro mercede, illa aetate non usitata, ea conditione, ne dono darentur cuiquam, sed fixo pretio binorum florenorum cum dimidio venderentur.

Archetypum parvo folio impressum 332 paginas complectitur cum pagella titulum et dedicationem referente. In titulo etiam secunda editio Prodromi refertur („accessit nunc propter cognationem materiae ejusdem liber ante 23 annos editus Tubingae, cui titulus: Prodromus etc."). Titulus autem secundae editionis „Prodromi" refert annum 1621, aeque ac dedicatio (cfr. I. 95 et 105), ut titulus Harmoniae duplex impressus esse videatur, quod confirmatur inspecto, dum haec scribimus, alio exemplari Harmoniae, in quo verba, quae modo citavimus, omissa sunt. Nonne alia insuper inscriptione ornata pars exemplarium Harmoniae prodierit quaeratur, propterea quod multis Kepleri epistolarum locis sermo fit de „admonitione ad bibliopolas exteros", qua admonitione

cavere voluit, ne liber suus apud Italos propter Copernicanas sententias in eo relatas legi vetaretur. Typis expressam hanc „admonitionem" non deprehendimus; contra in manuscriptis Viennensibus exemplar a Keplero scriptum, quod jam subjecimus.

Admonitio ad bibliopolas exteros, praesertim Italos de Opere Harmonico.

Scripsi haec homo Germanus, more et libertate Germanica; quae quo major est, hoc plus fidei conciliat ingenuitati philosophantium. Christianus tamen sum, Ecclesiae filius, et doctrinam Catholicam, quantum ejus ad hanc usque meam aetatem capere potui, non voluntate tantum amplector, sed et judicio comprobo; quod non uno loco hujus operis demonstravi. Cetera igitur securos vos reddunt possuntque ferre aut certe non reformidant censuras vestris provinciis usitatas; in uno Terrae motu circa Solem annuo difficultas oritur, eo quod importunitate quorundam, dogmata astronomica loco non suo nec qua par erat methodo proponentium, effectum est, ut lectio Copernici, quae ab annis paulo minus octoginta (ex quo Paulo III. Summo Pontifici opus dedicatum) liberrima fuit, suspensa porro sit, donec opus emendetur: quod ego seniculus jam Copernici discipulus, ut quem jam a 26 annis sequor, nuper admodum ab idoneis rescivi. Quanquam non desunt viri ex clarissimis ordinibus, politicis et ecclesiasticis, qui astronomos bene sperare jubeant, eo quod nec perlatam hanc censuram, nec libertati disputandi de rebus mere naturalibus illustrandique Dei opera oppositam pro repagulo dictitent. Enimvero seu jacta sit alea, seu in periculum res adducta, culpam ego meam ingenue fateor, qui cunctatione nimia meorum operum philosophiam defensione sua destitutam praeveniri sum passus. Nam profecto, si quid ego video, hoc judicabunt, lecto hoc opere Harmonico, Italicorum et philosophorum doctissimus et theologorum religiosissimus quisque: tantam esse majestatem, tantam sublimitatem hujus operum divinorum dispositionis harmonicae, ut Copernicus ante promulgationem hujus operis sufficienter audiri nequaquam potuerit. Petit itaque philosophia, petit Copernicus beneficium restitutionis in integrum a principe, salvo honore judicum, eosdem enim illos, novum judicium judicaturos, nova sua documenta, quae ad hanc usque diem procuratorum suorum negligentia ignoraverat ipse, ventilaturos et patietur et ultro implorat. Vos vero bibliopolae recte quidem et ordine facietis, si exemplaria reverentia judicii non vulgo venum exponatis: at illud interim scitote, datos vos esse philosophiae, datos bonis auctoribus veluti tabelliones, mittendis ad judices defensionibus: itaque vendetis exemplaria nonnisi theologis summis, nonnisi philosophorum clarissimis, mathematicorum exercitatissimis, methaphysicorum profundissimis, ad quos mihi Copernici procuratori alia via non patet aditus; his quidem, ut dispiciant, sintne ista merum humani luxuriantis ingenii commentum, an potius, ex ipsa natura deprompta esse, rebus evidentissimis comprobari possit, illis vero ut deliberent, num immensa haec operum divinorum gloria in vulgus spargenda, an potius contrahenda et fama ejus censuris opprimenda sit; utrisque denique in hunc finem, ut quia Copernicum emendandum hi illis aut tradiderunt jam aut tradent adhuc, videant igitur utrique, an astronomia Copernici, delineata in meis Commentariis de motibus Stellae Martis, exculta vero in Epitomes Astronomiae parte altera, quae nunc sub proelo est, an etiam haec motuum coelestium politia harmonica, exemto motu Telluris et

substituto Solis, salva omnino esse possit, et utra hypothesium Copernici an Brahei, quas in ipso frontispicio libri quinti alternative praescriptas et propositas vides (nam antiquas Ptolemaicas falsas esse certum est) porro sequenda sit. Quicquid omnibus quantum res postulat expensis statuetur, id ecclesiae Romanae fideles mathematici ratum procul dubio et sanctum habebunt. —

Jam ut operis hujus argumentum proponamus, liber I. et II. Elementa Euclidis pluribus explicat, et **primus** quidem **liber X.** et XII. librum Euclidis, secundus librum XIII. Euclidis. De vi et sensu libri X. Keplerus in praefatione verba facit, reprehendens maxime Ramum et Snellium, quod nonnisi quid geometria ad res agendas valeat, spectent, cui quidem liber X. minus aptus sit, manifestam, qua liber ille ad universam disciplinam valeat, vim negligentes. Keplerus orsus ab definitionibus regularium formarum pergit ad vim et naturam geometricarum propositionum earumque demonstrationes. Interpretatur, quid sibi velint voces: *scire, scibile, propria et impropria demonstratio;* vocem *scire* habere diversos gradus, quos circuli exemplis illustrat (gradus ejus, quod vocat Keplerus *scire*, nunc nomine veniunt rationalium et irrationalium). Nos auctore Klügelio (Lexicon Math. Vol. II.) Euclidica nomina referimus, quibus multis Kepleri vocibus (lib. I., 15–25) clarior lux affunditur.

Sint a, b, c rectae lineae, quarum rationes rationales sunt, m, n, p rationales numeri, $\sqrt[4]{m}$, $\sqrt[4]{n}$ radices irrationales: dicitur $\sqrt{ab}\cdot\sqrt[4]{mn}$ μεση linea (Eucl. X. 22); $ab\sqrt{m}$: rectangulum μεσον; $a\sqrt{m}+b\sqrt{n}$: binomium; $ma^2+2ab\sqrt{mn}+nb^2$: quadratum binomii; $a\sqrt[4]{m}+b\sqrt[4]{\frac{1}{m}}$: prima bimedialis; $(ma^2+b^2)\sqrt{\frac{1}{m}}+2ab$: quadratum primae bimedialis; $a\sqrt[4]{m}+b\sqrt[4]{\frac{n^2}{m}}$: secunda bimedialis; ejus quadratum: $(ma^2+nb^2)\sqrt{\frac{1}{m}}+2ab\sqrt{n}$; $\sqrt{(a^2+ac\sqrt{n})}+\sqrt{(a^2-ac\sqrt{n})}$: major irrationalis (μειζον); $\sqrt{(a^2\sqrt{m}+ac\sqrt{n})}+\sqrt{(a^2\sqrt{m}-ac\sqrt{n})}$, assumto $nc^2=ma^2-b^2$, ita ut sit quadratum compositae $=2a^2m+2ab$: linea irrationalis potens rationale et mediale; $\sqrt{(a^2\sqrt{m}+ac\sqrt{n})}+\sqrt{(a^2\sqrt{m}-ac\sqrt{n})}$, assumto $nc^2=ma^2-pb^2$, ut sit quadratum compositae $2a^2\sqrt{m}+2ab\sqrt{p}$, dicitur potens duo medialia (Eucl. X. 35); $a\sqrt{m}-b\sqrt{n}$ dicitur apotome. Binomiorum sex enumerat Euclides: 1) $a+\sqrt{b}$, si $\sqrt{(a^2-b)}:a=m:n$ (m et n numeros signantes rationales); 2) $a+\sqrt{b}$, si $\sqrt{(b-a^2)}:\sqrt{b}=m:n$; 3) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$, si $\sqrt{(a-b)}:\sqrt{a}=m:n$; 4) $a+\sqrt{b}$, si ut $\sqrt{(a^2-b)}:a$, sic se habent duo irrationalia; 5) $a+\sqrt{b}$, si ut $\sqrt{(b-a^2)}:\sqrt{b}$, sic se habent duo irrationalia; 6) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$, si $\sqrt{(a-b)}:\sqrt{a}$ ratio est irrationalis. Similiter sex distinguit Euclides apotomas: 1) si $b-\sqrt{c}=a$ et $\sqrt{(b^2-c)}:b=m:n$; 2) si $\sqrt{c}-b=a$ et $\sqrt{(c-b^2)}:\sqrt{c}=m:n$; 3) si $\sqrt{b}-\sqrt{c}=a$ et $\sqrt{(b-c)}:\sqrt{b}=m:n$; 4) si $b-\sqrt{c}=a$ et si ratio $\sqrt{(b^2-c)}:b$ irrationalis; 5) si $\sqrt{c}-b=a$ et si ratio $\sqrt{(c-b^2)}:\sqrt{c}$ irrationalis; 6) si $\sqrt{b}-\sqrt{c}=a$ et si ratio $\sqrt{(b-c)}:\sqrt{b}$ irrationalis est.

Haec interpretatus Keplerus pergit ad sectiones rectarum linearum, quae prius dixerat ad has referens, deinde ad regulares figuras earumque rationes ad circulos circumscriptos, regulares etiam „stellas" judicans, quae prolongatis regularis polygoni lateribus aut ductis diagonalibus inscriptae figurae oriuntur. Finit disquisitionem Keplerus demonstrans, praeter notas circuli divisiones in 3, 4, 5 partes aequales eorumque dupla etc. non alias fieri posse divisiones ex legibus geometriae, et figuras illas, quae possint fieri per geometriam,

earumque latera inter se componit ex vi, quam habeant ut rationales et irrationales quantitates, comparatae cum radio circumscripti circuli.

Liber secundus orditur a definitionibus **congruentiae**. Voce hac aliter utitur quam alias uti illa solent mathematici. Congruentes ei sunt figurae, si cum angulis suis spatium puncto circumjectum aut in planitie aut in spatio explent. Exemplis ejusmodi perfectae aut imperfectae congruentiae utitur multis figuris, quas aut ut corpora aut eorum lineamenta (retes) foliis propriis depictas addit. Nos eum auctorem secuti has formas lapidi imprimendas curavimus et annotamus, figuras in lateribus 5 regularium corporum Pythagoricos symbolos referre, quemadmodum hoc a Keplero thesi 25. explicatum est. De thesi 27. Keplerus ad inquirendas semiregulares formas progressus tredecim corpora Achimedica explicat. Quaestionibus hoc libro factis eo deducitur, ut dicat, congruas esse figuras duodecim, sc. figuras comprehensas lateribus 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 et 20 („figurae radicales seu primae"), quibus accedant 4 stellae: pentagonica, octogonica, decagonica et dodecagonica („figurae auctae").

Liber tertius refert factas de musica et sonis harmonicis quaestiones. In praefatione deprehendimus varia de veterum musica prodita et Pythagoricam maxime tetractyn examinatam. Keplerus profitetur, sibi neque Pythagorica neque meliori Ptolemaei harmonia, cum utraque disciplina auditus justo minorem rationem habuisset, esse satisfactum. Quam ob causam se ex viginti annis id egisse, ut ea musicae fundamenta poneret, quae non solum numeris abstractis niterentur, sed in aliis quoque rationibus et quantitatibus locum haberent et auditui satisfacerent. Haec fundamenta in geometria posita esse ratus, primarium statuit propositum, diametrum circuli et latera figurarum „radicalium terminare partem circuli consonantem cum toto circulo" pariterque chordis ad eandem rationem divisis reddi sonos harmonicos. De his divisionibus harmonicis tum pluribus agitur et hae sunt: 1) bisectio, 2) sectio in ratione 1 ad 2, 3) in ratione 1 ad 3, 4) 1 ad 4, 5) 1 ad 5, 6) 2 ad 3, et 7) sectio in ratione 5 ad 3. Plures quam septem istas chordarum divisiones non esse in harmonia. Has vero divisiones, Keplerus refert, a se primum auditu indice inventas, et fundamenta earum multo labore ex geometria eruta esse, sententiamque suam in Prodromo (I. 139) enunciatam refellit.

Jam de continuis proportionibus harmonicis agens reprehendit vagam significationem ($a - b : b - c = a : c$), nec nisi eos, ait, numeros habere inter se proportionem harmonicam, in quibus medius cum exteris ambobus et differentiae membrorum inter se rationes forment, quae inter septem divisiones, quae dictae sunt, occurrant aut comprehendi iis possint. Vere continuam e. c. intercedere proportionem inter numeros 20, 15, 12; esse enim $20 - 15 : 15 - 12 = 20 : 12 = 5 : 3$ et $20 : 15 = 4 : 3$ et $15 : 12 = 5 : 4$; numeros contra 35, 20, 14 non referre proportionem harmonicam, quamvis $35 - 20 : 20 - 14 = 35 : 14 = 5 : 2$ respondeat regulae, contra $35 : 20 = 7 : 4$ et $20 : 14 = 10 : 7$ non consonent.

Quarto capite libri tertii Keplerus pergit ad discrimen inter acutum et grave, altum et profundum, inter intervalla concinna et consona in musica et haec numeris per tabellas comparat, ad quae annotandum est, hoc loco et insequentibus voces *duplum, dimidium, subtractio, additio* in proportionibus signare quadrare, radicem quadratam extrahere, dividere, multiplicare. — In hoc capite explicatas etiam videmus voces: *tonus, tonus major, perfectus, minor, semitonium, diesis, comma.*

Significationes consonorum intervallorum, capite quinto propositae, sunt illae apud veteres Graecos usitatae. Discrimen inter cantum durum et mollem (cap. VI.) Keplerus ex circuli divisionibus repetit, quo facto pergit ad explicandam octavam in genere duri et mollis cantus (cap. VII.). Capite VIII. longitudines chordarum ad eliciendos singulos sonos describuntur et capitibus IX. — XI. de significationibus singularum notarum et digrammatum variorum sonorum agitur. Imperfectae consonantiae nominantur (cap. XII.) *adulterinae.* Capite XIII. interpretatur Keplerus, quid sit concinnus et humanarum aurium judicio aptus cantus, cui ex adverso opponit cantum Turcarum et Hungrorum, *brutorum potius animantium voces inauditas, quam humanorum naturam imitatorum.* Cantum, qui vere sit cantus, debere ordiri a certo sono et per intervalla concinna ad sonos consonos perduci. Quae sit ratio inter sceletum et corpus, eandem esse debere sonorum consonorum et inter se et cum basi octavae ad ipsam melodiam seu cantum. Diversa sonorum genera capitibus XIV. et XV. examinantur, vis „commatis" et diversa, qua animus afficiatur, ratio, denique cantus figuralis illustratur. Hunc esse novum et nomen habere, quod primi auctores diagrammata non ita simplicia fecerint, ut sint in chorali cantu, sed variis usi sint figuris et coloribus et punctis. Regulas artis compositoriae artificibus ipsis Keplerus relinquit comprobandas; sufficere sibi, inquit, praemissa cum ad naturam cantus illustrandam, tum maxime ad speculationes libri V. sequentis. Astronomum enim se de figuris regularibus disputare non tam geometrice quam astronomice et metaphysice, et sic etiam de cantus rationibus se scribere non tam musice, quam geometrice, physice, denique ut prius, astronomice et metaphysice; quia sicut corporibus quinque regularibus ex geometria, sic etiam proportionibus totoque apparatu harmonico ex musica opus habeat ad explicandas causas proportionis orbium coelestium. Artem compositoriam qui discere velit, eum adire debere opera Artusii (musici Bononiensis, qui anno 1586. opus de hac arte Venetiis edidit) vel Sethi Calvisii (cfr. I. p. 384) vel Vincentii Galilaei.

Finem tertii libri faciunt additamenta ad cap. III. *de tribus medietatibus digressio politica*, sub initium cap. III. a nobis signata. Haec additamenta pro interpretatione operis Jo. Bodini „De republica libri sex" (1596) habenda sunt et a Keplero annexa, *ut taedium morosarum demonstrationum mathematicarum interpositione popularis jucundae materiae leniret.* Primum notiones de proportionibus arithmeticis et geometricis a Bodino falso definitae emendantur, deinde ad morum disciplinam et politicam Bodino auctore transferuntur, denique Bodini sententiae cum suis de coelestium motuum conjunctione cum terrestribus comparantur.

Quartus Harmoniae liber agit maxime de aspectibus earumque vi ad naturam terrestrem. Sed ut transitus fiat a prioribus ad hanc harmoniae partem, Keplerus praemittit varias de harmoniis disquisitiones, quae ordine referendae nobis sunt. Primum (cap. I.) natura harmonicarum proportionum, tam sensibilium quam intellectualium illustratur. Ad *esse* harmoniarum sensibilium concurrunt quatuor ista: 1) duae res sensiles, 2) anima comparans, 3) receptio introrsum, 4) idonea proportio. In inquirendis quatuor his conditionibus recurritur ad musicos sonos eaeque his illustrantur; simul alia afferuntur et „receptio" maxime ut vis duplex, partim agendo partim patiendo conspicua, variique gradus passionum aquae exemplo illustrantur: patitur aqua, dum egelida existens ignibus admotis tepescit, patitur humor humectando arida, patitur aqua in gustatu, cum a lingua contingitur, cum emisso

vapore ferit nares odoratuque percipitur, cum strepitus ejus auditur, cum videtur. Hae species sensibiles a sensibus recipiuntur introrsum per vim repraesentativam seu phantasticam, cognoscuntur per sensum communem, denique per supremam animae facultatem inter se comparantur, quod itidem est *pati*. His ad harmonias translatis concluditur, esse eas res ab ipsis quodammodo rebus abstractas, quatenus species rerum per sensus ingressae adque tribunal animae perductae fiant termini proportionis harmonicae sensilis. Sunt vero eaedem, inquit, concretae, et quia hae species rerum sensilium sunt qualitatis sensilis (in sono, lumine etc.) et quia tum demum in animo clarescunt, quum res ipsae exstant et manent. Discrimen inter has harmonias et veras „archetypicas" in eo est, quod in his termini sunt ex mathematicis generibus, circulo et arcu, certo modo formatis, illis contra hoc singulari subjecto non opus est, sed nonnisi re aliqua sensili. Ad hoc autem in illis requiritur res agens, scilicet mens, subjecta dijudicans. Itaque circulus ejusque arcus, regulari divisione facti, sunt subjectum harmoniae inquirendae; has quantitates mente aut extrinsecus receptas aut ab initio in ea et cum ea creatas esse necesse est et ita quidem, ut circulus ejusque arcus extrinsecus in mentem possint esse illati, sed ratio inter circulum ejusque arcus harmonica a primo initio menti sit insita, nec imago sit veri sui paradigmatis, sed ipsum veluti paradigma. His dictis Keplerus examinat veterum philosophorum de harmonia sententias, citato maxime Procli loco (Comment. in lib. I. Elem. Eucl.) de essentia rerum mathematicarum, „quia non tantum genuinos harmonicarum terminos, circulos et arcus a figuris rescissos, in anima inque mente statuit essentialiter, sed etiam quia sibi similia proferenti demit invidiam rejecti hinc inde Aristotelis".

Hae rationes harmonicae ab altiore animae vi, quae eadem in artibus et literis valet, dijudicantur; cognoscuntur autem in exteris rebus inferiore animi vi, non modo homini, sed etiam pecudum generi, aeque ac „mundi animae" indita, sive instinctu. Hic instinctus is est, qui discernit sonos harmonicos et harmonicorum siderum radiorum vim sentit. Ut plantis notio numeri ab initio inest (numerus foliorum in floribus, numerus granorum in pomis), ita animantibus et homini insita est circuli notio; „animae, etiam inferiores, compositae et conformatae sunt ad circulum, velut ad normam legemque, cumque ipso circulo ejusque demonstrabilitate ideam etiam rationum harmonicarum, quae inde dependent, induerunt". Recipiuntur hae rationes animo in rebus sensilibus per sensus, in rebus insensilibus alia animi facultate, „facultate animae vitali", quae cap. VII. pluribus illustratur. Praemissam autem interpretationem Keplerus ipse dicit „obscuram, quodammodo materialem et sub nube quasi ignorantiae". Facultates illae animi inferiores non sciunt, se percipere, ut cum videntes aliquid non tamen animadvertimus, nos id videre. Ut amor puellae existit in animo juvenis, nescientis qua de causa et quid in amata diligat, quum physiognomon in amantibus morum, oris, habitus similitudines, quae nescientibus amorem incendunt, noverit, ita in illis facultatibus „est sensus proportionum sine sensu". (Cap. II.)

Ita postquam est disquisitum, cui insint harmoniae tanquam agenti, formanti seu opifici, Keplerus cap. III. pergit ad subjectum, in quod agatur harmoniis. Haec autem subjecta sunt: anima, quae descripta est a Deo in has proportiones harmonicas, planetae, quibus regularis inest motus et quorum numerus certis ex harmonia desumtis legibus definitus est, denique animae, creaturis mundanis praefectae. Inquirit Keplerus, num harmoniae insint in numero,

motibus, intervallis, in situ sub zodiaco planetarum, in cantu, in tactus mensura? Generaliter apparere has harmonias praesertim in motu. „Si res aliqua genuinum debet esse subjectum proportionis harmonicae, oportet et quantitatem (longitudinem) in illa re inesse, quam longitudinem motu quodam percurrant terminique fiant partium longitudinis, inter quas sit proportio. Atque id fit ex parte in configurationibus. Harmoniae quidem in angulis, quos metitur zodiacus, considerantur sine motu, anguli tamen ipsi alii ex aliis corporum radiantium motu per zodiacum constituuntur. Non corpora, sed motus corporum causa longitudinis et brevitatis (non temporalis, sed corporeae) inter se comparantur, quemadmodum se res habet cum sonis; nam sonus est species emissa e corpore, et ut quantum illud, et ut figuratum quadamtenus, et ut in motu constitutum est. Et haec causa est, cur natura hominis sonorum potissimum proportionibus harmonicis sit dedita".

Caput IV. Discrimina autem, quae intercedunt inter harmonias, hoc quarto libro et illas tertio libro cognitas, haec sunt: in libro tertio harmoniae e circulo in rectas lineas transeunt, in quarto in circulo solo restant. In tertio libro termini seu subjectum harmoniarum erant soni, acumine et gravitate differentes, in quarto libro harmonicae rationes sitae sunt in angulis, quos lucentes radii e duobus planetis emissi formant in Terra, vel in arcu, quem duo planetae in zodiaco terminare videntur. Inest haec harmonia zodiaci partibus non propter se ipsas, sed propterea quod illae mensurant angulos radiorum in Terra concurrentium, vel potius *icon exactus zodiaci coelestis in anima sublunari hoc mensurandi officium subit.* Hic *icon*, haec notio ab initio animo insita, naturae suae instinctu angulos comparat cum quatuor rectis, et consona illorum discernens a dissonis, naturam harmoniarum in se recipit. Haec harmoniarum in se recipiendarum et formandarum facultas non modo in animo hominis nescientis est, sed etiam in corpore Terrae, cui ob id ipsum anima quaedam tribuitur, quae sensus suos in aquas et aërem emittit. Deinde harmoniae libro III. et IV. spectatae ita differunt, quod in illis non traducendo per media, sed per saltus quasi ab alio sono consono ad alium consonum acutiorem aut graviorem, neglectis mediis est transitus, in his media omnia percurruntur, donec novae fiunt configurationes harmonicae, ita ut non uno momento, sed minutissimis temporis intervallis efficiantur. Hanc ob rem non per momenta vim exserunt, sed dum oriuntur, et simulac ortae sunt, vim exserere desinunt; quamvis quae sequuntur actionem diutius maneant. Deinde sunt harmoniae libri IV. mixtae incongruis, quas natura sublunaris negligit, dum auditus non valde delectatur harmonia binarum vocum, si quinque aliae dissonantes obstrepant. Harmoniae in vocibus arbitrio constituuntur consilioque canentis; in angulis vero, quos planetae conficiunt a Terra adspecti, harmoniae efficiuntur nullo naturae sublunaris consilio, sed mera necessitate geometrica motuum.

Capite V. et VI. configurationes „efficaces" numerantur. Conditio autem efficacitatis est arcus circuli zodiaci, quem rescindit latus figurae seu stellae congruae et scibilis, quam ob causam cognatio radiationum cum circulo ejusque arcubus et cum figuris regularibus major est, quam erat consonantiarum, et plus potest ad configurationum efficacitatem *congruentia* figurarum, quam *scibilitas.* Aspectus secundum efficacitatem ordinati hi sunt: 1) Conjunctio et oppositio, 2) quadratus aspectus (90°), 3) trigonus (120°), sextilis (60°), semisextilis (30°), 4) quintilis (72°), biquintilis (144°), quincunx (150°), 5) decilis (36°), tridecilis (108°), octilis (45°), trioctilis (135°). Nro. 1.

dicit Keplerus primum et fortissimum gradum, nro. 2. secundum gradum etc., nro. 5. ultimum et imbecillimum gradum. Causae diversae efficacitatis hujus sunt in natura figurarum, quibus hi aspectus nituntur, in libro I. enarrata.

Caput VII. De natura sublunari facultatibusque animae inferioribus. Ut posuerit *naturam sublunarem, quae praesit elementis,* motus est Keplerus sola et unica tempestatum observatione aspectuumque contemplatione, quibus illae cientur: constantissimam experientiam testari, statum aëris commoveri, si essent aspectus. His innixus Keplerus eo, quem initio praefationis diximus, modo animam suam sublunarem constituit atque ita pergit: Specierum mathematicarum illa, quae circulus dicitur, inest huic animae sicut humanae, non tantum ut idea rerum externarum, sed etiam ut forma quaedam ipsius animae, et ut promtuarium unicum omnis scientiae geometricae et arithmeticae. Facultas vitalis in homine non tantum harmonias radiis lucidis involutas secum habet, sed etiam harmonias, sonorum speciebus incrustatas. Sonos haec facultas auribus haurit, radios siderum sibi imaginatur et agnoscit sine discursu. Hinc anima humana hoc habet, ut sub tempus aspectuum praecipuos capiat impetus ad negotia, quae sub manibus habet, peragenda, et maxima necessitudo intercedit harmoniis radiosis cum ortu primo hominis et formatione hujus vitalis facultatis, quare animi qualitates cum planetarum qualitatibus consentiunt quam plurimum. Ut hoc demonstret, se ipsum Keplerus exemplum proponit, et hinc abit in mysteria astrologica, sibi partim certa partim dubia, et his finem facit: „hoc disputavi hactenus hoc consilio, ut haec ex mea professione exque intimo hujus operis harmonici penu depromta, necdum tacta philosophis Graecis et recentioribus, supplementi loco adjicerem, ut studiosi metaphysicae nostra haec veluti experimenta cum illorum ratiocinationibus conferant, quo haec metaphysicae pars illustrior et locupletior omnibusque numeris absolutior constitui possit".

Liber quintus agit de harmonia motuum coelestium et ex antecedentibus causas regularium motuum corporum coelestium, cursuum formae, excentricitatis eorum periodicorumque cursuum repetere studet. Primo et secundo capite Keplerus, quae in prioribus libris de regularibus corporibus et conjunctis rationibus harmonicis dicta erant, repetit. Capite tertio dicit, quamvis re vera Copernicana mundi ratio sola insequentibus commentationibus pro fundamento subjici debeat, „at quia res apud vulgus studiosorum etiamnum nova est et dogma auditu plerisque absurdissimum, Terram inter sidera ferri circa Solem immobilem, sciant igitur, qui hujus sententiae insolentia offenduntur, speculationes has harmonicas etiam in hypothesibus Braheanis locum habere, propterea quod auctor ille cetera omnia, quae dispositionem corporum et contemperationem motuum attinent, cum Copernico habet communia, solum Terrae motum annuum transfert in Solem, qui medium orbium planetariorum obtinet". Regularia corpora eodem modo, quo in Prodromo, planetarum cursibus tanquam cavis globis inscribuntur eorumque ex numero conjicitur numerus planetarum; contra sententia rejicitur illic pronunciata, proportiones ipsissimas intervallorum a Sole ex solis figuris regularibus desumtas esse. Deinde leges recensentur, a Keplero motibus planetarum in prioribus libris, maxime in libro de motibus Martis statutae: 1) „morae in partibus aequalibus eccentrici observant proportionem suorum intervallorum a Sole; 2) diurni veri arcus eccentricae orbitae unius habent inter se proportionem eversam proportionis intervallorum duorum a Sole; 3) orbita planetae est elliptica, et Sol, fons motus, est in altero focorum hujus ellipsis; 4) planeta, absoluto totius cir-

cuitus quadrante a suo aphelio, praecise mediocre habet intervallum a Sole inter maximum in aphelio et minimum in perihelio; 5) diurnus medius motus in eccentrico idem est et verus ejus eccentrici arcus diurnus illis momentis, quibus planeta est in fine quadrantis eccentrici, ab aphelio computati; 6) duo arcus eccentrici diurni, aequaliter vere distantes, alter ab aphelio, alter a perihelio, juncti aequant diurnos medios motus; 7) eadem est proportio unius diurni medii ad junctos medios omnes inter se aequales, quot sunt in toto circuitu, quae est medii diurni ad junctos veros omnes arcus eccentricos totidem numero, sed inter se inaequales; 8) proportio apparentium ex Sole arcuum diurnorum unius eccentrici satis praecise dupla eversa est proportionis suorum intervallorum a Sole (si eccentrici arcus non magni sunt, eccentricitas non valde magna)". His fundamentis accedit nuper inventum: 9) „proportio, quae est inter binorum planetarum tempora periodica, est praecise sesquialtera proportionis mediarum distantiarum, id est orbium ipsorum".

His legibus superstruuntur hae regulae: 1) multiplicandus cujusque planetae arcus verus diurnus in sui orbis semidiametrum, hinc prodibunt numeri idonei ad exquirendum, num itinera faciant proportiones harmonicas. 2) Investigatio heliocentrici motus per verum motum et distantiam a Sole. 3) Investigatio distantiarum a Sole per heliocentricos quotidianos motus. Sumto medio proportionali inter motum aphelium vel perihelium et suum medium, fit ut hoc medium proportionale ad semidiametrum orbis, sic medius motus ad distantiam quaesitam. 4) Medius motus planetae est tanto minor geometrico medio inter motus extremos, quanto medium geometricum minus est quam medium inter utrumque. 5) Quemadmodum proportio mediorum motuum in binis planetis est sesquialtera eversa proportionis orbium, sic proportio duorum apparentium convergentium extremorum motuum semper deficit a sesquialtera proportione intervallorum, illis extremis motibus respondentium.

Capite quarto primum demonstratur, inter periodicos cursus singulorum planetarum non esse harmonicas rationes, nec magis inter corpora planetarum ipsorum, quae Keplerus periodicis motibus proportionalia ponit. Sed cum cursuum tempora inaequalibus motibus, modo tardis, modo mediis, modo celeribus existant, et hi proportionales sint arcubus quotidianorum motuum, cum vero hi ad distantias dirigantur, hae inquirendae sunt, earumque praesertim maximae et minimae distantiae. Hoc pari modo fit quo in Prodromo (I. 180), quamquam numeri, multorum annorum studiis eruti, ab illis discrepant. Quibus inquisitis ostenditur, harmonicam quidem rationem inveniri non posse inter maximam et minimam distantiam unius ejusdemque planetae, sed comparatis diversorum planetarum distantiis talem rationem intendi videri. Ratio enim aphelii Saturni ad Jovis perihelium fere aequalis est rationi 2 : 1 (octavae); Saturni perihelium ad Jovis aphelium = 5 : 3 (medium inter sextam majorem et minorem); Jovis aphelium ad Martis perihelium = 4 : 1 (duplex octava); Jovis perihelium ad Martis aphelium = 3 : 1 etc. „Etsi non plane quadrant hae rationes cum numeris, fuit tamen hic successus invitamentum ad progrediendum ulterius". Cum harmoniae affinitate propius accedant ad motus quam ad rectas lineas, quales distantiae putandae sunt, cum distantiae illae non ex orbitis sed ex motibus aestimentur, extremorum motuum comparatio repetenda erat; at ne in hac quidem cernebatur harmonia. Keplerus igitur, cum nos in rebus terrestribus harmoniarum aut auditu aut visu conscios fieri, deinde in coelestibus motibus deesse sonum cognovisset, eo deductus est, ut sibi persuaderet, sensum visus inesse quasi etiam mundi corporibus eoque

sensu etiam harmonicas planetarum positiones percipi; hunc „sensum, non ratiocinativum nec astronomicum nec instinguibilem“ positum esse in principe mundi loco, in Sole, unde prospiciat, quem arcum sub uno communi circulo, ex Sole descripto, qualis est ecliptica, singuli planetae quotidie describant. Hac de causa jam heliocentrici planetarum motus proferuntur. In his apparentes diurni motus singulorum planetarum, in apheliis et periheliis locis comparati, plenas ostendunt harmonias, musicae consonantiis congruas. Quae jam singulae inquiruntur et cap. V. et VI. comparantur cum musica chorali veterum; deinde cap. VII. primum harmoniae omnium planetarum sono duro et molli, deinde harmoniae omnium, excepta Venere, postremo harmoniae Saturni, Jovis, Martis et Mercurii itidem sono duro et molli comparantur. Qua ratione Keplerus numeros ad has comparationes applicaverit, uno exemplo apparebit: in tabella quae inscribitur, harmoniae planetarum generis duri, diurnum apparentem Terrae in aphelio desumsit e tabella cap. IV. 57′ 3″, eumque ponens pro fundamento scalae musicae g^{IV}, prodit g^{III} divisis 57′ 3″ per 2, G dividendo per 32, g^{VI} multiplicando 4 in 57′ 3″; c^{V} multiplicando $^5/_3$ in 57′ 3″, c^{VI} duplicando c^{V} et c^{VII} iterata duplicatione. Deinde, cum sit $g : h = 1 : {}^5/_4$, erit h^{IV} (tonus inferior tono g^{IV}) $= 57' 3'' . {}^5/_8 = 35' 39''$ (39, 375″) indeque $h^{I} = \frac{35' 39''}{16} = 2' 14''$ et $h^{VII} = 35' 39'' . 8 = 285' 12''$.

Ex his comparationibus concluditur: „nihil aliud sunt motus coelorum, quam perennis quidam concentus (rationalis, non vocalis), per dissonantes tensiones tendens in certas et praescriptas clausulas singulas sex terminorum, veluti vocum, iisque notis immensitatem temporis insigniens et distinguens.

Capite octavo explicatur, quibus planetis sonus gravissimus, acutissimus etc. sit tribuendus; et cap. IX., cui titulus inscriptus est: ortus eccentricitatum in planetis singulis ex procuratione harmoniarum inter eorum motus, primum ostenditur, quae harmonicae rationes inter binos planetas intercedant (inter Jovem et Saturnum: $^1/_2$ et $^1/_3$, inter Venerem et Mercurium $^1/_4$, inter Jovem et Martem $^1/_8$ et $^5/_{24}$, inter Martem et Terram $^2/_3$ et $^5/_{12}$, inter Terram et Venerem $^5/_8$, inter Venerem et Mercurium $^3/_5$ et $^5/_{12}$), planetas duo, qui mutent genus harmoniae, facere debere vel diesin vel semitonium vel comma etc. Deinde Keplerus ad corpora regularia reversus, postquam quomodo planetarum orbibus sint inscribenda docuit, ad proprium hujus capitis argumentum, excentricitates planetarum transit. Ad hoc ex antecedentibus numeros, qui sint duorum singulorum planetarum celeritatis maximae et minimae numeri proportionales, desumit. Quorum cum contraria distantiis a Sole quadrata sit ratio, quadratorum loco habentur eorumque radices maximae minimaeque distantiae rationem reddunt. Cujus arithmeticum medium est medius orbitae radius, unde facile colligitur excentricitas, quae postremo ad radium 100000 reducitur. Ex iisdem motibus extremis in dimensione omnibus communi inquiruntur motus medii eorumque ratio, unde deprehenditur ratio mediarum distantiarum, quae cum regularium corporum dimensionibus comparantur, sed non magis quam in Prodromo optatum finem tangunt.

Caput X. „Ex iis quae dicta sunt, absolutissima est inter extremos planetarum motus harmonice, non quoad veras celeritates per auram aetheream, sed quoad angulos, quos formant termini diurnorum arcuum de orbitis planetarum, connexi cum centro Solis. Anguli isti praesupponere videntur actionem aliquam similem visus nostri“. Jam quaeritur, qualis sit in Sole visus, qui oculi sint aut quis instinctus alius, percipiendi hos angulos etiam sine oculis aestimandique harmonias motuum? Dubium non esse quin Sol sit illud

mundi corpus, cui reliqua vinculis, quae solvi nequeant, annexa sint et ad quod motus suos dirigant; harmonias et lucem Solem fastigium omnium rerum terrestrium demonstrare, quam ob rem prope a vero abesse videri, qui dicant: ut a Sole lux, calor, omnis vita et motus ordiatur, ita in eodem per actionem quasi spiritualem summam colligi harmoniam ibique esse sedem et originem omnis naturae. Hac cogitatione Keplerus ad Pythagoraeos revocatus postremo inquirit, quam vim habeat sententia eorum ab Aristotele tradita, in centro mundi esse ignem. —

De argumento partis appendicis supra diximus, nos versionem Harmoniae Ptolemaei, a Keplero non additam, in fine operis esse adjecturos. Alia appendicis parte Roberti de Fluctibus opiniones refutantur, de quibus haec habemus, quae dicamus. Rob. de Fluctibus (Fludd) arte medica apud Londinenses conspicuus (nat a. 1574. mort. 1637), chemicis quaestionibus operatus ad cognoscendos etiam veteres cabalistas Arabicos Rabbinorumque libros de rebus ejusmodi conscriptos delatus erat. Mysticis vocibus mysticaque rei agendae ratione vehementer delectatus et pellectus ordini fratrum Roseae crucis, illa aetate florenti, se adjunxit et in gratiam illius ordinis multum operae posuit in libris conscribendis, quorum memoratu dignissimus est: *Utriusque Cosmi, majoris scilicet et minoris, metaphysica, physica et technica historia,* annis 1617. 1618. et 1619. Oppenheimii, 1621. Francofurti 4 voluminibus typis expressa, ad quem accedit opus Francofurti 1626. expressum *Philosophia sacra et vere Christiana, seu Meteorologia cosmica.* Quae in appendice Harmoniae Keplerus Roberto illi objecerat, his motus hic causam suam defendit. In prospectu argumenti quarti voluminis (*Tomi secundi tractatus secundus, de praeternaturali mundi historia*) legimus: »Sectio prima, in portiones tres divisa, cui in fine appendix quaedam analytica, comparationi in cauda Harmoniae Mundi J. Kepleri, sub titulo appendicis, inter eandem illam suam et meam Harmoniam mundanam factae, ipsissimis veritatis argumentis respondens, inseritur.« Haec appendix non inest in editione, quae nobis praesto est, sed quae respondentur Kepleri „Apologiae", quam paulo infra dicemus. Separato autem libello illa edita sunt hoc inscripto titulo: *Veritatis proscenium, in quo aulaeum erroris tragicum dimovetur, siparium ignorantiae scenicum complicatur, ipsaque veritas a suo ministro in publicum producitur, seu demonstratio quaedam analytica, in qua cuilibet comparationis particulae in appendice quadam a J. Kepplero nuper in fine Harmoniae suae Mundanae edita, factae inter Harmoniam suam Mundanam et illam R. Fludd ipsissimis veritatis argumentis respondetur. Authore Roberto Fludd, alias de Fluctibus. Francof.* 1621. Qualis inscriptio, tale est libelli argumentum: inter multa verba, partim mystico apparatu circumfusa, nil fere memoratu dignum occurrit. Objurgationes Kepleri in 26 partes divisas verbotenus describit. Excusat »si quid forte sit peccatum, opus (primum volumen microcosmi) quippe magna festinatione conscriptum, quod non sit vel methodo tam exactum vel a vitiis ita purgatum, uti istius Keppleri tanto temporis lapsu iterum iterumque revisum, tanta cimentatione et fermentatione examinatum et sublimatum«. Pergens respondere Fluddius Keplerum reprehendit, quod justo minorem rationem habeat practicae musicae partis et arcani musicae momenti, rebus ex omni tempore traditis probati et cogniti (laudat Davidis lyram, Mercurii tibiam, Medeae physicam herbarum symphoniam). Sed hujusmodi, inquit, musicae species non datur astronomis vulgaribus intelligere, unde non est mirum, si ipsis desit hujusmodi cantilenas formales componendi facultas, quippe qui solis opinionibus propriis innitentes omnia credunt, quae sibi videntur et non sunt, at quae sunt et non videntur, ea tanquam impossibilia repudiant, derident et pro nihilo habent«. Aegerrime fert, quod

Keplerus ipsum (Fluddium) obscuris rerum aenigmatibus delectari dicat, qui res ipsas obscuritate involutas in lucem intellectus proferre studeat, contra quae Fluddius literas a Germanis et Gallis missas, quibus studia sua laudentur, profert. Mathematicorum, pergit, vulgarium est, circa umbras quantitativas versari, chymici et Hermetici veram corporum naturalium medullam amplectuntur, unde transit ad laudationem chemiae, cui fundamenta naturae sint patefacta. Crocitent et blaterent vulgares mathematici de profunda sua naturae cognitione, per effectum tamen homines sunt cognoscendi; chymicorum est, occulta manifestare naturamque corporibus opacis submersam extrahere lumenque abditam e tenebrarum carcere liberare.

Aegrius etiam fert Fluddius Kepleri crimen, quod ea, quae a veteribus desumserit, confusa et incorrecta usurpet, quum Keplerus naturali ordine se procedere dicat. Pro meris ventis, inquit Fluddius, ventoque ab invidia canina orto haec ejus dicta accipimus. Me condemnat, sed rationem veritatis in lege sua ignorat; se laudat, et vice versa alicujus laudis testimonium non invenio. Proportiones meas musicas verbis confusis depravare videtur et tamen nemo mortalium justitia ductus ullam proportionum in templo meo expressarum culpam invenire potest. Quare haec sunt verba inania vocesque absurdae. Nec quidem verus is musicus esse potest, qui tanto antipathiae vitio laborat. Ut Keplerum refellat, Fluddius Harmoniam suam cum Kepleri Harmonia comparat, id maxime crimini Keplero vertens, quod Copernici sententiam sit amplexus et hunc finem facit dicendi: ex quibus sapienti videre licet, quam longe absint hae inventiones authoris a veris philosophiae fundamentis, quae ipse tantó conamine ordineque tam exacto naturae sequi se pollicetur. Atque ita videmus, minimum inter nos esse consensum, quippe quod ipse veris philosophorum principiis abutitur et in sensum alienum ea vertit, ego me quam exactissime ad philosophorum dicta et sacrarum literarum testimonia adstringo.

Plura de hac responsione Fluddii quibusque armis adversus Keplerum usus sit, afferre supersedemus, eo magis quod Keplerus ipse in „Apologia“ sua multa ab illo ipso dicta retractat. Hanc Apologiam Keplerus Frankofurti 1622, pari qua Harmoniam forma, imprimendam curavit, in eaque Fluddii objurgationes Harmoniae suae factas ex ordine examinat. (In literis ad Berneggerum datis [21. Aug. 1621] haec illi nunciat Keplerus: Tampachius recudit Mysterium cum notis meis. Respondi D. de Fluctibus ineptissimo libro; poenitet operae, sed promisi Tampachio; nescio an hoc responsum sit proditurum jam). Nos Apologiam hanc adjunximus Harmoniae Ptolomaei a Keplero versae, neque aliud de illa quid dicamus habemus, nisi titulos a Keplero singulis partibus inscriptos: „ad analysin I, ad analysin II. etc. desumtos esse titulis a Fluddio suis 26 particulis inscriptis, ad quos accedit apud Fluddium numerus 27, inscriptus: „examen, numeri 27 seu ternarii cubi locum explens“, in qua particula suam Harmoniam cum Kepleri comparat.

Kepleri Apologiam brevi post secutum est responsum Fluddii, quod supra paucis memoravimus. In fine vol. IV., quod illic nominavimus, fol. 287—331. continuis pagellis, sed novo titulo hoc responsum legeris. Inscriptum est: Monochordium mundi symphoniacum seu replicatio Roberti Flud, alias de Fluctibus, armigeri et in medicina doctoris Oxoniensis ad Apologiam viri clarissimi et in mathesi peritissimi J. Kepleri, adversus demonstrationem suam analyticam nuperrime editam, in qua Robertus validioribus Joannis objectionibus, Harmoniae suae legi repugnantibus, comiter respondere aggreditur. Francof. 1623. Ex hoc responso elucet, Keplerum Apologiam suam ad Fluddium, privatis literis additis, sub finem anni 1621 misisse (finem facit his verbis: Vale. Cal. Aug. 1621.), anni igitur numerum 1622, huic Apologiae inscriptum, esse praesumtum, siquidem in responso Fluddii, qui typis id expressit, non peccaverit

hic dictis appositis: „Vale. Die 9. Dec. 1621“, nisi assumere velis, Keplerum libellum, antequam ad finem proeli pervenisset, Fluddio transmisisse.

De hoc Fluddii libello pauca habemus quae dicamus. Priores repetit objurgationes magna ex parte, nihil novi, quod memoratu dignum sit, afferens. Oratione utitur, si totum spectaveris, modestiore, quamquam elucet nonnunquam animus Anglici theosophi a Keplero vulneratus. Quantopere Keplerus de mathematica et astronomia meruerit, magis quam antea agnoscens, suis de mundo mysticis opinionibus plus quam Kepleri operibus tribuit. Cum nonnulla ex hoc responso adnotationibus ad Kepleri Apologiam suo loco adjecerimus, pauca, quae in fine leguntur, afferre lubet.

Keplerus dixerat in numero 26: mihi mysteria tua perplexa sunt culpa tua tuorumque, quos laudas, roseae crucis fratrum, qui fugiunt ad salices et se cupiunt antea videri. Ad haec Fluddius: Fratres roseae Cr. majores profecto sunt, quam quibus malevolorum opprobria nocere possint. O quam corpore robustus esset Joannes, quam spiritu potens et fortis, qui fratres hos, philosophia et theosophia eminentissimos, solo suo nutu cogeret, ut in hominum frequentiam prodirent. Imo vero nec tibi nec mihi obedientes neminique nisi soli Deo subjecti in publicum prodire et mundo se revelare suo tempore procul dubio non desistent, dum interea tam Joannes quam Robertus suis contenti maneant conceptionibus et contra homines, ipsis ut mihi videtur millies doctiores, probra et convicia sine causa et ratione inferre desistant, ne haec linguae suae intemperantia iis tandem aliquando damnum afferat. Deinde pergit: ista apologiae Joannis pars jurgiis plena est et non magni cum ceteris nonnullis momenti materia, quare eam brevitatis causa omittendam censeo. Tunc, provocatis qui legerint inter se et Keplerum arbitris, quaerit, nonne ipse philosophi nomine digniorem quam Keplerus in hac causa se praestiterit, et finem facit his dictis: tametsi vir clarissime, ut ad justam ego variis hujus Apologiae tuae locis indignationem arrectus mihi non mediocriter succenserem, imo vero pro modo vehementiae et fervoris tui saevirem, aptissima se praebuerit occasio: en tamen et ecce, quemadmodum magico susurramine amnes agiles reverti, ventos unanimes exspirare atque fulguris violentiam inhibere dicuntur, sic etiam me, moderamine et patientia meliori imbutum atque bilosum in meo meditullio elementum, utcunque in se mobile et rapidum, aequanimitatis tuae atque amicitiae oblatae spiritu propitiatum, mite atque fixum satis hucusque te invenisse spero, quo tibi comiter mundique literatis me tuam in mathesi gloriam aut ebuccinatam in philosophia, qualisqualis est, virtutem aemulatione aut invidia minime unquam persecutum, sed quod meum est potius, Atlanticis quasi humeris sustentare in praecedentibus aggressum indicarem . . .

Sis igitur, vir ornatissime, in studiis tuis mathematicis felix atque faustus, precor, a Roberti philosophia abstineas suadeo etc.

Huic consilio obsecutus Keplerus Fluddii libello non respondit, satius ducens, astronomicis studiis porro sese dedere, quam cum theosopho, suis opinionibus insipienter inhaerente, litigare. Ceterum monemus, addidisse nos in annotationibus quasdam Fluddii responsiones ad Kepleri Apologiam et ut facilius comprehendat lector ea, quae Keplerus contra Fluddium scripsit, numeris continuis (I—XXVI.) signasse in Kepleri „Appendice“, quae Fluddius in „Discursu“ suo iisdem numeris signavit, inscripta „Analysis“ I. II. etc.

Jam postquam, quae Keplerus libris insequentibus suppeditat, eorum imaginem exprimere tentavimus, reliquum est, ut referamus, quae Kepleri epistolae ad familiares datae memorant de studiis, quibus Harmoniam suam praeparavit. »Primordia hujus disputationis subtilis et abstrusae« exhibuimus Vol. I. p. 197 ss. in literis Kepleri ad Maestlinum anno 1599. datis, deinde ibidem p. 203 et 369 ss. proposuimus literas Kepleri ad Principem Anhaltinum, Anglum Haydonum et Joachimum Tanckium, sic vol. II. p. 590 ss. ad Bresggerum, in quibus aliquot annis post (1605, 1607, 1608) de studiis suis refert ad Harmoniam pertinentibus. Eodem tempore, quo illa de Harmonia ad Maestlinum scripsit, similia **Herwarto** nunciavit, qui ad literas Kepleri (deperditas) haec respondit: S. Vir clarissime. Simul atque ex itinere domum redeo et literas tuas 6. Aug. datas reperio, breviter respondeo:

Tycho Brahe perlustrat castra imperatoris in Bohemia, quaerens locum commodum, ubi sedem figat et observationibus coelestibus vacet, salario 3000 fl. annuorum (si modo vera est fama) ab imperatore in servitium receptus. Talem ego tibi conditionem optarem, et quis novit, quid sit in fatis? Quae de Harmonia mundi, seu concentu 7 planetarum, qui ex distantiis eorum colligitur vel coarguitur, scripsisti, ea omnia libentissime legi. Tametsi enim tota haec speculatio in duobus mihi deficere videatur, inprimis quidem in eo, quod numeri non exacte colliment, deinde quod haec a priori e suspicione potius arripiantur, quam demonstrentur vel etiam demonstrari possint. Attamen, uti verum fatear, animus praesagire videtur, sub tam mirabili et concinna congruentia aliquid veritatis latere. Quae vero subjungis de septem λογοις musicalibus, optarem sane tale quippiam vel geometrice demonstrari, vel saltem sensu et auribus, ut scribis, praecise animadverti posse. Dubium apud me est, septem omnino nec plures nec pauciores esse λογους musicales, quod tu demonstrare niteris. Si enim recenses octavam, h. e. duplam, cur non et quadruplam? Cur non unisonum? etc. Tota haec res mihi videtur plane lubrica et incerta, atque haec in eum finem scribere volui, anne forte certius quippiam a te accipere possim. Verissimum enim id est, quod ostendis, nonnullos consonantiarum numeros cum angulorum numeris figurarum in circulo pulcherrime congruere.

Nec dubito, ex speciali et praecipua quadam ratione id evenisse, ut inter tot fixas nonnisi septem errantes reperiantur. Tametsi vero nondum adhuc ullum firmum fundamentum viderim, ex quo vis illa et effectus, qui aspectibus stellarum tribui solet, comprobari possit; uti quoque tota astrologia ex meris opinionibus et suspicionibus mihi quidem dependere videtur. Interea tamen miror, nondum quenquam unquam uspiam locorum vel gentium exstitisse, qui haec duo, quae vel praecipua inter res coelestes esse opinor, satis discusserit vel plenius posteritati tradiderit. Quorum primum est, quanam de causa Deus O. M. in firmamento tot, tantas, tales et taliter inter se distantes stellas fixas creare voluerit? Alterum est, cur nonnisi septem et nec pauciores errantes stellas crearit, easque tantas, quantae sunt, et tales talibusque cursibus utentes?

Dices forte, haec sciri non posse, nedum demonstrari, et facile concessero, nec sciri quidem haec exacte posse; attamen forte probabiliter coargui poterit cum ob id ipsum haec sensibus humanis exposita esse videantur, ut homines et forte praesertim Christiani exinde praecipuum aliquid coarguant, quod vel in honorem Dei vel salutem animarum vel bonum publicum redundet. Sed haec scribo, ne nihil scribam. Mitto epistolas Tychonicas astronomicas, quas velim remitti.

Ratione anomaliae eclipticae hujus aetatis cogitavi, anne suppositione unici motus Terrae tres apparentiae salvari possent, videlicet decrementum eccentricitatis Solaris, anomalia eclipsium hujus seculi et augmentum elevationis poli? (Explicat sententiam suam schemate, in quo Lunae et Solis orbes iidem sunt ad duo diversa Terrae loca; Terram assumit a tempore Ptolemaei ad suam aetatem loco motam, Lunae vero et Solis orbes immutatos mansisse).

Sed haec, addit, raptim, nec etiam relecta. Vale optime.

Datae Monachii 29. Aug. 1599.

Tui studiosissimus

Jo. Georg Herwart
ab Hohenburg.

Keplerus respondit initium dicendi sumens a Tychone, quem in Bohemiam venisse Herwartus nunciaverat (cfr. vol. I. p. 71). Deinde pergit:

Ad rem. Demonstras, numerum proportionum tibi curae esse. Abiisset nuncius proxime vel unica die serius, demonstrationem habuisses. Nunc me laboris, quem legendo cepisti, poenitet frustra.

Ingrediamur autem rem philosophice. Proclus super Eucl. I. pulcherrimam sententiam ponit, puto ex Platonis philosophia, *τα μαθηματικα ἀπογενναν*

μετ' ἀλλήλων ἐξαρκουσι τους μεσους διακοσμους των ὀντων και την ἐν αὐτοις ποικιλιαν. Nam etsi non crescit ex quinquangulo flos, ut ex radice, tamen concurrit id ad causam formalem, quam spectavit creator. Itaque tantum abest, ut *ἀφιλοσοφον* sit hoc dictum (quod quidem Aristoteles nititur probare), ut potius ex hoc ipso perfectissimi reddamur philosophi, quod videmus mathematica inesse in rebus, nec tamen in eas venire via naturali. Ex hoc enim colligimus, causam esse principem *ἀρχιτεκτονικην* et intelligentem, quae connectat figuras ordinatas etc.

Jam in geometria saepe cogitavi duas partes facere, ut in prima considerentur quantitates, ut sunt in quarta specie qualitatis, in secunda, ut sunt in relatione. Primae partis titulus esset de figuris, secundae de rationibus. Id consilium video et I. C. Scaligero probari. Haec ideo dico, quia manifesta est differentia inter figuras ipsas earumque speciem et pulchritudinem, et inter collationes figurarum, quod est accidens.

Haec *ἀναλογον* habent ad ipsam rerum naturam. Etenim figurae sunt quasi substantiae, *λογοι, σχεσεις* mutuae figurarum, sunt quasi motus. Quemadmodum itaque in intellectu prius est figura, quam earum collatio causa mensurandi, ita in rebus prius est substantia, quam qualitas.

Et quemadmodum *λογοι* sunt relationes, ita motus relatio est consistens inter agens et patiens, ut illud inter exsuperans et exsuperatum. Rursum, quemadmodum in intellectu manifestum discrimen est inter figuras planas et solidas, cum solida finita planas certas ex infinito numero sustentent: ita in rebus aliud est substantia aliud ejus qualitas.

His fundamentis positis concludo, quemadmodum figurae solidae faciunt ad substantias materiales exornandas, ita figurae planae ad qualitates faciunt. Collatio vero figurarum, sc. ratio, *λογος*, ad motus facit ordinandos. In mundo itaque coeli sunt exstructi ex figuris solidis tanquam substantia. Qualitates coloresque planetarum sunt deducendi ex figuris planis: cujus speculationis jam aliqua sunt penes me vestigia, sed nihil adhuc certi. Denique motus coelorum (et omnium rerum adeoque et fixarum) sunt ex collatione quantitatum, sc. ex proportionibus.

At unde sunt capiendae proportiones, ex figuris solidis an planis? Ex planis utique. Nam supra dixi, plana esse *ἀναλογον* qualitatibus, solida substantiis. At motus non ex substantiis proxime, sed ex qualitatibus existit. Itaque demonstratio *λογων κοσμοποιητικων* omnino petenda est ex figuris planis. Nam illud per se intelligi volo, in arithmetica nihil nos proficere, quod ad rem sit, cum aptitudo numerorum omnis ex figuris pendeat sitque arithmetica nihil aliud (causa genuini et proprii subjecti), quam pars geometriae *ῥητη*. Jam *λογοι* infiniti sunt, ut numerorum, ut figurarum regularium. Nam inter quoslibet duos numeros inter se primos est *λογος* alius. Cum autem pulchritudo fluat ex aequalitate et mundum Deus creaverit optimum et pulcherrimum, aequalitatem in omnibus rebus quaesivit. Aequalitas autem in paucis consistit, inaequalitas infinita est. Itaque etiam in motibus *λογοι* pauci erunt, non tam ipso creandi opere, quam interna eorum demonstratione. Habeamus itaque *λογων* delectum. Is non aliter institui potest, quam si adeamus ipsa plana, quae gignunt *λογους*. Planorum regularium delectus hic est, quod quaedam geometrica sunt, quaedam ageometrica. Illorum latera demonstrari possunt (h. e. comparari ad diametrum), horum minime, ut septanguli, undecanguli, tredecanguli). Quae demonstrari possunt, haec sunt: 3, 4, 5, 6, 8, 10-angula per se; tunc 12, ex comparatione 3 et 4 anguli in

eundem circulum; sic 15 ex 3 et 5, 20 ex 4 et 5, 24 ex 3 et 8, 30 ex 5 et 6, 40 ex 5 et 8, 60 ex 5 et 12, 90 ex 6 et 15, 120 ex 8 et 15. Denique in infinitum demonstrari possunt omnia regularia, quae habent duplam denominationem ad priora, quomodo etiam octangulum demonstratur ex quadrangulo, itaque etiam 16, 32 etc. -angulum. Jamque rursum possunt comparari haec dupla cum iis, quibuscum primi sunt, ut 15 cum 16, hinc enim demonstratur 240-angulum.

Haec igitur generalissima est ἐκλογὴ τῶν δεικτῶν, adhuc existens infinita; estque demonstratio tanto imperfectior, quanto longius ab unitate receditur. Itaque alia fiat ἐκλογὴ earum, quae per se demonstrantur, non ad comparationem duarum simplicium. Retinebimusque 3, 4, 5, 6, 8, 10 et omnes earum duplas in infinitum. Rursum alia fiat ἐκλογὴ earum, quae non tantum non indigent duarum aliarum figurarum comparatione ad sui demonstrationem, sed ne una quidem. Hic primum ad finitatem pervenitur, sed restant valde paucae. Nam cadunt omnes duplae unâ cum octangulo, quod modo duplarum demonstratur. Quinquangulum vero et decangulum adhuc manent, quia decangulum etsi non quadratura demonstratur, at demonstratur sectione proportionali. Nam si semidiameter secetur proportionaliter, pars major est latus decanguli. Ac etsi quinquangulum praesupponit decangulum, facit id tamen longo alio modo, quam in modo rejectis, et demonstratio est perfectior. Nam geometra, dicens latus quinquanguli posse latus sexanguli et latus decanguli, loquitur sic per accidens. Non considerantur enim hae duae lineae, quatenus constituunt figuras sexangulum et decangulum. Rectissime sic diceremus: latus quinquanguli potest semidiametrum et ejus proportionaliter sectae partem majorem. Rursum ex his perfectiores, quarum latera sunt λογικά, h. e. δυνάμει ῥητά, manentque 3, 4, 6. Nam decangulum et omnia rejecta latera cum subtendentibus angulorum sunt ἄλογα, cum eorum quadrata non sint ῥητά. Latus tamen quinquanguli cum subtendente angulum fit quodammodo δυνάμει ῥητὸν et sic λογικὸν, at non seorsim. Nam si eorum quadrata jungantur, fiunt ad quadratum diametri ut 5 ad 4.

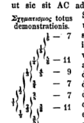
Denique ex λογικαῖς perfectiores sunt ῥηταὶ actu estque unum sexangulum. Nam triangulum, quadrangulum non sunt ῥητά actu. Diameter vero ipsa sibi aequalis est, perinde et ῥητὴ et λογικὴ et ἀποδεικτικὴ etc., utpote per identitatem est sensilis sine demonstratione.

Habemus omnes ἐκλογὰς planorum regularium, quae omnia etiam de subtendentibus angulis sunt intelligenda. Nam in triangulo latus ipsum subtendit angulum, in quadrangulo diameter, in quinquangulo latus stellae quinquangularis, in sexangulo latus trigoni, in octangulo latus quadrati, in decangulo latus stellae decangularis: quae recipiunt easdem demonstrationes cum lateribus. Nam subtendens $^3/_{10}$ aequat longitudine semidiametrum ejusque partem majorem proportionaliter sectae: sic igitur minore parte proportionali aequat suum latus, sicut stella quinquangularis majore parte proportionali aequat suum latus; de ceteris per se patet.

Jam et hoc probabile est, quemadmodum 5 corpora non dant ipsa formam coelis, sed ex magnitudine orbis inscripti ad circumscriptum orta est coelorum quantitas: sic ne plana quidem ipsa per se considerata largiri motibus quaesitos λόγους, sed comparati ad circulum, sicut solida ad sphaericum, ut hoc sit λόγος, si pars aliqua circuli per latus resecta ad circulum totum comparetur. Hoc si faciamus in figuris et subtensis modo inventis, post rejectam infinitatem, talia fient nomina proportionum: $^1/_1$ (in circulo enim non diviso

punctum est loco lineae, et quamvis omnis relatio consistat inter duo, circulus vero non divisus sit unum aliquid, tamen divina quaedam relatio statui potest ejusdem ad se ipsum, unde fluit omnis relatio). 1/2 1/2, 1/3 2/3, 1/4 3/4, 1/5 4/5, 2/5 3/5, 1/6 5/6, 1/10 9/10, 3/10 7/10. Et si addas octangulum, accedent 1/8 7/8, 3/8 5/8. Porro nondum sufficit ad *κοσμοποιητικους λογους*, venire eos ex figuris demonstrabilibus, si eae cum circulo comparentur, sed neccesse est etiam, ut sint quodammodo ad similitudinem 5 corporum solidi, aut sicut illic tres ad minimum plani constituunt solidum, sic tres hic quoque *λογοι* demonstrabiles per unam divisionem circuli constituantur. Ut in circulo, cui quinquangulum est inscriptum, si is per subtensam angulo dividatur, cadet in partes 2, 3. Hic fiunt *ὁροι* tres 2, 3, 5. Quare sunt et *λογοι* tres 2 ad 3, 2 ad 5, 3 ad 5. Hi *λογοι* tres si sint *γεωμετρικοι ἀποδεικτικοι*, tunc ex omnibus tribus constituitur *λογος* solidus. Sin autem non aeque in aliqua figura non esset demonstrabilis habitudo mutua partium 2 et 3, tunc *λογος* esset *ἀναρμοστος* et dissolutus, non solidus. Ut in 3/10 7/10 totus circulus 10 per subtensam angulo decanguli in 3 et 7 dividitur. Hic quia subtensa demonstrabilis est, ideo et *λογος* simplex 3 ad 10 est inter electos. At quia 3 ad 7 non est *λογος* demonstrabilis in alia aliqua figura (septangulum enim est *ἀγεωμετρητον*), ideo alter *λογος* hic est inter rejectos, adeoque et 7/10 inter rejectos, et totus in suis tribus terminis 3/10 7/10 est *ἀναρμοστος* et dissolutus. Hoc modo instituta divisio circuli fit quodammodo similis divinae illi sectioni lineae secundum extremam et mediam rationem, ut cum tota AC sic secatur in B, ut sic sit AC ad AB partem, ut est AB pars ad BC minorem partem.

Σχηματισμος totus demonstrationis.



Simile quid, inquam, hic est, quia circulus jubetur sic dividi, ut qualis est *λογος* inter totum et partem majorem (demonstrabilis nempe), talis (itidem demonstrabilis, non idem) sit inter partem majorem et minorem. Ex hac optima ratione vide, qualis *λογων* solidorum existat propagatio ex *λογῳ* aequalitatis. Nam quia circulus 1 ad 1 ad se ipsum comparatur demonstrabiliter vel *γεωμετρικως* (nam principium est omnis demonstrationis sumendum, non demonstrandum), ideo etiam duae circuli medietates similiter ad se invicem comparantur, quae quia diametro subtenduntur, quae sibi ipsi aequalis est et sic linea *γεωμετρικη*, ideo possunt hae partes 1, 1 etiam ad totum comparari. Et quia in hoc *λογῳ* 1 pars ad 2 totum comparatur, poterit igitur et pars circuli 1 ad partem 2 comparari, ut idem sit *λογος* circulusque habeat partes 3. Cumque duae tertiae circuli subtendantur latere trianguli demonstrabili, poterit igitur et pars 2 cum toto 3 comparari. Si 2 pars ad 3 totum, quare etiam si circulus habeat partes 5, poterit idem *λογος* esse inter 2 partem minorem et 3 majorem. Cumque duae quintae circuli subtendantur linea *γεωμετρικη* demonstrabili, erit itaque et hic bonus *λογος*, si 2 pars minor ad 5 totum comparetur. Cur ergo in 2/5 subsistitur? Primum quia 2 pars ad 5 totum esset quidem eadem ratio 2 partis ad 5 partem, et tunc totus circulus haberet partes 7. Verum quia subtendens 2/7 non est demonstrabilis, ideo jam non potest comparari 2 pars aut 5 pars ad 7 totum. Itaque 2/7 5/7 *λογος* est *ἀναρμοστος*. Sic fiunt 1/6, 5/6, 4/5, 3/4, 2/5, 3/8, 5/8 *λογοι* steriles, quia non gignunt nisi *ἀναρμοστους* 1/7 6/7, 3/7 4/7, 5/11 6/11, 4/9 5/9, 2/7 5/7, 3/11 8/11, 5/13 8/13. Haec igitur illa est causa, cur non plures octo *λογοις* sint in musica aut in ulla ratione motuum perfecte concordantium. Sed tentemus et brevem definitionem; *λογοι στερεοι εἰσιν οἱ*

τοις ἀμφοτεροις ὁροις τῃ τε τουτων διαφορᾳ ἡ ὁλοτητα κυκλον, ἡ ἀποδεικτικον τινα διαιρεσιν εἰς ἰσα σημαινοντες. Oportet autem *ὁρους* in primis inter se numeris consistere.

Jam adeamus musicam et vide mihi rem mirabilem, geometria dignam: quod in geometria est demonstrare, id est in vocibus (in motu scilicet) consonare; sane quia demonstrare est aequare, mensura reperta, aequa autem *ἁρμοττει* invicem. Et singuli quidem *λογοι* mirabile fere quid habent. *Λογος* aequalitatis in geometria petitur, non demonstratur. In musica quoque non plus petiero, quam ut auris discentis dijudicet consonantiam vocum et unisonum, cetera aurem ego docebo. At non sic veteres. Plura enim ab auribus petiere, atque utinam ea recte. *Λογος* $^1/_2$ est quodammodo identicus, duae partes circuli aequantur, consistit in numeris integris. Et *δια πασων* quoque est vox identica quodammodo, quod probe inculcat Aristoteles. Et in musica quoque ad octavam omnes consonantiae collineant, minusque varietatis est in hac quam in ceteris. Primam etiam veteres considerarunt, primam invenerunt cum sua dimensione. Est vero et $^1/_4$ in paribus et totis numeris, ideoque huic sunt duae octavae. Post est *λογος* $^1/_3$, hinc est octava cum quinta, iterum suavis, quia proportio est in integris numeris. Hujus duplus, $^1/_6$, est quinta supra duas octavas. Multum jucunditatis habet ditonus supra duas octavas, quia jam ejus proportio $^1/_5$ in integris quidem tenuis est, sed impari et quinario. Accedamus ad superparticulares. Nam ex *ἡμιολιῳ* $^2/_3$ est quinta sane quam jucunda, quia triangulum est perfecte demonstrabile. Ex *ἐπιτριτῳ* $^3/_4$ est quarta rursum perfecta, quia quadrangulum perfecte est demonstrabile, sed minus tamen jucunda, quia hic *λογος* est sterilis. Sequitur proportio sterilis sesquiquinta $^5/_6$, unde tertia mollis nomine et re suavis est et amabilis, et fracta et simplex, et prima aut minima consonantiarum, sicut et demonstratio sexanguli simplex perfectaque est, ipsumque latus *ῥητον* ad diametrum. Ultima superparticularium est sesquiquarta $^4/_5$, cujus demonstratio cum ex principio alio fluat quam ceterae sitque latus quinquanguli *ἀλογον*, rectissime tertiam d u r a m dixere, quia inde venit consonantia. Sequuntur postremo loco multiplices superparticulares et superpartientes quatuor. Nam $^2/_5$ facit ditonum supra octavam, quae minus et habet jucunditatis quam supra $^1/_5$, ditonus supra duas octavas. At $^3/_5$ superpartiens facit sextam duram, quia eadem est subtensae angulo demonstratio, quae lateris in quinquangulo. Omnium vilissimae sunt duae ultimae, nempe multiplex superbipartiens tertias $^3/_8$, quae quartam facit supra octavam, et supertripartiens quintas $^5/_8$, quae sextam mollem dat, sono pene evanescente. Propterea neglectae fere fuerunt a veteribus. Nam imperfecta est demonstratio subtensae tribus octavis circuli. Sed non tam ad simplices respiciendum est harmonias, quam ad triplicem trium in divisione terminorum concentum. Nam quarta cum octava quod suavitatis aliquid habet, id est propter cognationem cum quarta simplici, cujus $^3/_8$ dimidium est. At si consonent 3, 5, 8, absurda fit et vix tolerabilis consonantia, quia sequuntur invicem duae sextae. Et tamen est consonantia.

Hic respondebo ad tuas objectiones, jubes 1) ut ex sensu probem has, non plures consonantias, 2) ut dicam, cur omittam $^1/_8$ (tres octavas), $^1/_{16}$ (quatuor octavas) etc. 3) Cur jam non tantum 8, sed 14 ponam consonantias ut $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$, $^1/_6$, $^2/_5$, $^3/_8$.

Mirari possis, nam octo solas vel septem potius prius dixeram. Omnium eadem est responsio. Scio sensum plures facere octavas, plures concordantias inter duas solas chordas. Ego vero illas commendo praecipue, quae sunt

plenae (ut antea λογοι solidi) et triplices, cum una chorda sic dividitur, ut non tantum partes inter se, sed etiam cum tota consonent. Harum divisionum ajo non reperiri ab auribus plures 7. Nam sex illae additae sunt in geometria nihil aliud, quam pars minor totius. Propterea sic illos scribo $\frac{3 \cdot 5}{8}$, ut intelligat aliquis $^3/_8$, $^5/_8$. Quod autem inter chordas 1 et 16 nihilominus est consonantia, etsi $^1/_{16}$ non est inter meos λογους, id nihil me turbat.

Nam 1 et 16 consonat estque consonantia simplex, quemadmodum et 16-anguli latus est demonstrabile; demonstratio facit, ut consonet. Sed ego in musica quaero consonantias plenas ex λογοις solidis, non quaero quascunque. Hic vero λογος non est solidus, consonantia non plena. Nam etsi 1 cum 16 sonat 8 octavas, item 1 cum residuis 15 (quia 15-angulus demonstratur) sonat ditonum supra sex octavas, tamen in tertio deficit, quia 15 cum 16 non consonat. Causa, cur non sit solidus λογος, habetur ex superioribus. Si enim $^1/_{16}$ talis esset λογος, qui concurrere posset ad solidum λογον, oporteret et talem esse $^1/_{15}$, ex quo hic flueret. At $^1/_{15}$ demonstratur quidem, sed non est dissonus in solidum λογον. Fluit enim ex $^1/_{14}$, et hic ex $^1/_{13}$, penitus indemonstrabili. Sic series interrumpitur priusquam veniatur ad λογον aequalitatis. Omnes vero λογοι solidi resolvuntur retroeundo sine interruptione demonstrabilium in λογον aequalitatis. Propterea etiam natura vocibus humanis terminos constituit remotissimos, quintam supra octavas duas, intra quas voces motetae commodissime manere possunt: quia nempe ex hac solidorum λογων investigatione non oritur vox altior.

Pergamus ulterius. Ex constitutione 7 harmoniarum in una chorda earumque harmoniarum comparatione causa reddi potest intervallorum, quae natura docuit homines observare inter canendum, cum itur immediate a tono in tonum. Sunt autem eorum elementorum causa quantitatis quinque: tonus major, tonus minor, semitonium (quod in tono majore etiam apotome dicitur), lemma et diesis. Nam ex comparatione perfectorum concentuum oriuntur toni et semitonium, per quorum terminos in canendo immediate transcurritur ex imperfectorum comparatione, sicut elementa minora, diesis et λειμμα, per quorum terminos canendo immediate non curritur, ut non solemus a b per h ascendere. Ecce tabellam:

$\frac{24}{25}$	διεσις	
$\frac{15}{16}$	ἡμιτονιον	tonus minor $\frac{9}{10}$
		tonus major $\frac{8}{9}$
$\frac{15}{16}$	ἡμιτονιον	tonus minor $\frac{9}{10}$
$\frac{24}{25}$	διεσις	

Numeri sic intelligantur. Quando chorda ad chordam est ut 25 ad 24, tunc inter eas est διεσις in sono. Nam hae voces non chordarum nomina sunt, sed relationum inter chordarum sonos, quae intervalla dicuntur.

Natura tonum minorem divisit in semitonium et διεσιν; cum itaque tonus major multo magis indigeret semitoniis, ars naturam imitata, immo natura ipsa docuit etiam a tono majore justum semitonium ἀποτεμνειν, ut quod λειπεται majus sit diesi, minus semitonio. Est igitur ἀποτομη aequalis semitonio, λειμμα vero est $\frac{128}{135}$.

Ex hoc impleri possunt spatia omnia etiamnum vacua: possunt enumerari elementa harmoniarum. Nam tertia mollis constat tono majore et semitonio; tertia dura constat tono majore et minore, superat igitur mollem διεσει; quarta habet tonum majorem, minorem et semitonium; quinta habet duos majores, minorem et semitonium; sexta mollis duos majores, duo semitonia et minorem,

sexta dura duos majores, totidem minores et semitonium; octava tres majores, duos minores et duo semitonia, quae magis ita dicuntur quam sunt, non datur enim dimidia toni pars. Sunt autem quaedam falsae concordantiae, quae in formas cantionum, quas hodie tonos appellant, varietatem inferunt. Ut inter *d*, *f* et *a*, *c* minus est quam tertia mollis, sunt enim tonus minor et semitonium. Inter *f*, *a* plus est quam tertia dura, intersunt enim duo toni majores. Sic ab *A* in *e*, a *b* in *f* est minus quinta, sunt enim toni minores duo, major unus et semitonium. Et vicissim ab *e* in *a*, ab *f* in *b* est plus quam justa quarta, sunt enim 2 toni majores et semitonium. Differentiam antiqua voce *κομμα* dicere possum, estque id, quo tonus major superat minorem, aut *λειμμα διεσιν*. Quantitas illi $\frac{80}{81}$.

Voces antiquas adhibui negotio, ut puto, novo. Itaque ne fallaris, saepe aliud illis est *διεσις*, *κομμα*. Ego quantum adhuc possum prospicere, videor universam antiquitatem erroris arguere posse et causas etiam errorum ad oculum demonstrare. Solus quidem Cardanus definit quantitates $\frac{15}{16}$, $\frac{128}{135}$, sed omittit $\frac{24}{25}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{80}{81}$, nec sibi constat. Itaque nescio an vere Ptolemaeus, ut ille fert, auctor sit harum certissimarum dimensionum. Mihi ejus Musicon videre nondum contigit. Certissimum est, suavitatem veteris musicae ex aurium judicio pependisse, nam veterum speculationes falsae sunt ex magna parte, solum Ptolemaeum in dubio habeo. Ex hac vero mea ratione tendi omnes chordae possunt exactissime per *ἐφαρμοσιν* aurium ad unisonum.

Nam spatium super quo chorda directoria tenditur, dividatur in 2160, adscriptis numeris, et sonet tota *G*. Indicabo igitur, ubi numerorum supponendum sit hemisphaerium (Sattel) pro eliciendis sonis 12 chordarum usque ad octavam. Tabella sic est intelligenda: si *G* dividitur in 2160 aequalia, tunc harum particularum 1152 sonant *fϱ* (fis). At brevius: si *G* dividitur in 15, tunc 8 harum portionum sonant *fϱ*. Sic itaque omnes voces ad imam comparatae. Proximae vero sic sunt ad invicem: *g*, *fϱ* $\frac{15}{16}$, *fϱ*, *f* $\frac{128}{135}$, *f*, *e* $\frac{15}{16}$, *e*, *dϱ* $\frac{24}{25}$, *dϱ*, *d* $\frac{15}{16}$, *d*, *cϱ* $\frac{15}{16}$, *cϱ*, *c* $\frac{128}{135}$, *c*, *h* $\frac{15}{16}$, *h*, *b* $\frac{24}{25}$, *b*, *A* $\frac{15}{16}$, *A*, *gϱ* $\frac{15}{16}$, *gϱ*, *G* $\frac{128}{135}$.

			brevius	
2160	*G*			
2048	*gϱ* (gis)	128	de tota	135
1920	*A*	8	—	9
1800	*b*	5	—	6
1728	*h*	4	—	5
1620	*c*	3	—	4
1536	*cϱ* (cis)	32	—	45
1440	*d*	2	—	3
1350	*dϱ* (des)	5	—	8
1296	*e*	3	—	5
1215	*f*	9	—	16
1152	*fϱ* (fis)	8	—	15
1080	*g*	1	—	2

Vides, ex quibus fundamentis ad quam perfectionem demonstrationum veniatur. Jam vide et rationes veterum ex Platonis Timaeo, quem omnes imitati sunt, ut de solo Ptolemaeo mihi non constet.

Rerum principia, inquit Plato, tria sunt: 1) *Οὐσια*, composita ex *ἀμεριστου* et *μεριστης φυσεως*, 2) Idem, 3) Alterum. Cum ergo ternarius principia complectatur rerum, erit et fundamentum musices, et alias divinus est, cum in omnibus tria sint: principium, medium, finis. Jam res non sunt superficies aut lineae, sed corpora. Oportet ergo elementa ternarii corporari, sive solidari, h. e. cubice multiplicari ut

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{1} & \frac{2}{2} & \frac{3}{3} \\ \hline 1 & 4 & 9 \\ \frac{1}{1} & \frac{2}{8} & \frac{3}{27.} \end{array}$$

Hinc existit series numerorum 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27, quos inter omnes ordine logi perfecti sunt, congruenter rebus musicis, ut $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, sed $\frac{4}{8}$ est $\frac{1}{2}$, hinc $\frac{8}{9}$ et $\frac{9}{27}$ sive $\frac{1}{3}$, quibus intervalla musica haec competere sensus judicat: octava, quinta, quarta, iterum octava, tonus, quinta supra octavam. Ceterum cum duo *λογοι* integrorum numerorum intersint, sc. $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$, oportet eos impleri medietatibus. Debent autem duae medietates interponi, non una; ratio haec, quia in geometria solidorum alias quoque duae mediae proportionales statuendae sunt inter duas extremas, sicut in geometria

planorum inter duas extremas una saltem. Nam sic ajunt geometrae: Cum fuerint tres lineae in proportione, ut est prima ad tertiam, sic quadratum primae ad quadratum secundae. Contra: cum fuerint quatuor proportionales, ut est prima ad quartam, sic cubus primae ad cubum secundae. Interponantur igitur inter terminos 1 et 2, item inter terminos 1 et 3 binae medietates, sed numeris effabiles non proportionales. Una fiet arithmetica, dividens spatium inter 1, 2 in duo aequalia, altera geometrica, dividens spatium inter 1, 2 in duo similia terminis suis. Ut si $\frac{1}{2}$ vel $\frac{4}{8}$ sumantur in majoribus numeris $\frac{6}{12}$: inter 6 et 12 spatium est 6, dimidium ejus 3 addatur ad 6 vel dematur a 12, fiet 9 medietas arithmetica. Idem spatium 6 ita dividatur, ut sic habeat minor pars ad 6 terminum minorem, ut major habet ad 12 terminum majorem; ergo in 4 et 2. Nam 4 est in 12 ter, et 2 est in 6 ter et ut 6 ad 12, sic 2 ad 4. Adde 2 ad sex, vel deme 4 a 12, utrinque prodibit 8: medietas geometrica. Sic inter 9 et 27 cadunt 13½ et 18, hac serie: 9, 13½, 18, 27, vel 18, 27, 36, 54, ubi $\frac{18}{27}$ et $\frac{36}{54}$ vel $\frac{2}{3}$ est quinta et $\frac{27}{36}$ vel $\frac{3}{4}$ quarta. Sic igitur sunt in ordine numeri 6, 8, 9, 12. $\frac{6}{8}$ vel $\frac{3}{4}$ est quarta, ut et $\frac{9}{12}$, sed $\frac{6}{9}$ et $\frac{8}{12}$ vel $\frac{2}{3}$ est quinta. At $\frac{8}{9}$ est tonus. Hucusque nihil errarunt in numeris, de demonstrationis vi non disputo.

Jam cum duae medietates in dupla proportione secum invicem constituerent $\frac{8}{9}$ essetque inter illarum harmonias tonus, quod aures judicabant, putarunt, omnes tonos esse aequales et harmonias ceteras imperfectas componi ex his tonis. Defuit ipsis hoc, quod ex suis principiis non potuerunt similiter investigare quatuor reliquas harmonias imperfectas, cumque non putarent, consulendam esse super his geometriam, ignorarunt itaque quantitates intervallorum in harmoniis ceteris, ideoque voluerunt illas ex tonis perfectis ejusque partibus componere. Atque hoc est, quod musicam fecerunt subalternam arithmeticae, non geometriae. Sic igitur cum construerent ex *G* in *A* et hinc in *h* duos tonos majores $\frac{8}{9}$ (minorem enim $\frac{9}{10}$ nescierunt), restabat ipsis ad *c* intervallum *h*, *c* minus adhuc, quam est *b*, *h*, scilicet *λειμμα* $\frac{243}{256}$, quod ipsi dixerunt semitonium. At cum insuavis sit transitus immediatus per *b*, *h* et abhorreat a natura, multo igitur insuavior fuit transitus per ipsorum *h*, *c*. Et omnino mihi persuadeo, genus chromaticum totum pependisse ab hac exilitate falso dicti semitonii. Cum enim ex *c* in *h* et *A* talis fere fuerit eorum descensus, qualis esset penes nos ex *h* per *b* in *gϱ* (absurdus nempe, quia nimis praeruptus, ubi intervalla parva et magna sine mediocri cohaerent), ideo ut mederentur his incommodis, omnes claves impleverunt diesibus, adeo ut avium potius quam hominum cantus imitati sint. Hinc etiam est, ut puto, quod genus diatonicum rusticitatis accusarunt et insuavius putarunt. Etenim si chordas secundum suas speculationes et non ad judicium aurium examinarunt, fieri non potest, quin transcursus per tonos aequales tres ordine ab *f* in *g*, *a*, *h*, absurdus et insuavis sit. At harmonicum genus ex omnibus probarunt, qualiter hodie buccinatores canunt, equites ad iter vocantes: nempe harmoniae perfectae ipsis erant cognitae. Quae cum ita sint, vehementer miror Ursum (et antea quoque mirabar, quam haec scirem), qui veterum musicam putat longe nobiliorem fuisse nostra. Credo gratiam habuisse suam vocis humanae unius accommodationem ad lyram, quae hodie voluptatis causa passim revocatur: sed unius simplicis vocis modulationem suaviorem esse quatuor vocibus in varietate identitatem tuentibus, nunquam credidero. At nuspiam legimus, cecinisse illos diversis vocibus in unum. Imo aperte testatur Aristoteles,

nihil hujus in usu fuisse praeterquam octavam, ut cum pueri et viri eandem melodiam canunt, illi acuta hi gravi voce.

Dum haec scribo, incidit mihi ἀκέφαλον τι ἀκροαμα, reprehensos esse Pythagoraeos a nescio quo, quod neglecto aurium judicio solis numeris indulserint. An id forte Ptolemaeus dicit? An est hoc judicium practici alicujus ex antiquitate musici, quaerentis de falsis ipsorum speculationibus? Certe idem ego sentio. Hactenus quidem instar torrentis omnia omnibus miscui, cum omnia simul occurrerent. Dabis hanc inelegantiam atque inde manantem obscuritatem genio meo et properationi. Epistolas enim transcribere ideo mihi difficile est, quia id hucusque imperare mihi non potui. Ita vero quilibet vivere optat, uti assuefactus est.

Jam principali negotio expedito breviter ad aliquot epistolae tuae capita respondeo. Harmonico planetarum motui objicis discrepantiam numerorum a Copernicanis. Causam eam jam pridem egi capitibus aliquot libelli mei (Prodromi), puto 18, 19, ad quae brevitatis causa provoco. Jam et auctoritate me defendam. Etenim cum ii numeri, qui sunt in libello meo cap. 20, 21 ex motibus extructi, longius adhuc recederent a Copernico, noluerunt tamen artifices theorema meum rejicere, sperantes, fore ut concilietur. Jam cum habeam numeros multo propiores, multo etiam majorem spem concipio de concordia cum astronomicis observationibus sancienda.

Deinde suspectum habes quidquid a priori ex suspicione potius accipitur, quam demonstratur. Primum opinor, supra propositionibus aliquot si non adamantinam, at tamen certo proponi demonstrationem, quae cum careat adversario argumento, per se stat. Deinde non omnis suspicio falsa est. Nam homo est imago conditoris fierique potest, ut in quibusdam rebus ad ornatum mundi facientibus homini idem videatur, quod Deo. Nam mundus participat quantitate, et mens hominis (res supramundana in mundo) nihil rectius intelligit, quam ipsas quantitates, quibus percipiendis factus videri potest. Sed et hic mihi suppetit auctoritatem ex Timaeo, ubi aestimatur, motus coelorum certis λογοις administrari.

Logos musicales septem sensu deprendi jam probavi, sive potius monui; et si addas verborum geometricam dilucidationem, probavi rationibus certissimis. Hic quoque provoco ad caput 10. libelli mei. In margine videris sentire, educere me septem harmonias ex septem intervallis unius δια πασων, unde illa octava dicitur, ut, *G, A, b, c, d, e, f, g*; minime; sed intervalla educo ex harmoniis idque naturaliter. Et sunt quaedam intervalla, non plura septem, si quis ab ima ad summam incedat canendo per omnia media: sed propter variationem cantus duri et mollis intervalla fiunt duodecim, termini tredecim, totidem quot in clavichordio claves nigrae et albae, sed per quos non omnes una vice iri canendo potest ex ordine. Sed utut habeat, nihil inde sane sequitur nec necesse est.

Quaeris, si recenseam octavam, cur non et quadruplam? Omnino et quadriplam adhibeo propter ejus sociam sesquitertiam, ut supra dixi. Sic et triplam admisi semper, propter sociam sesquialteram $\frac{3}{2}$, quae duae sociae semper junctim constituunt tres ὁρους λογου solidi, tres harmonias harmoniae plenae. At octuplam et sedecuplam ideo non admitto, quia non habent socias infra octavam, ut in harmonia plena. Unisonum vero admitto: sed interdum non recenseo, quia mihi de demonstrandis sermo est. Hic vero aequalitatis logos non demonstratur, sed sumitur et sensui patet. Cur autem in δια πασων desinat numerus harmoniarum, causa haec est, quia desumuntur ex sectione

chordae unius. Cum itaque sectio illa est in altero extremo A, C (hoc est, cum fides integra est), tunc est ejusdem ad se ipsum logos aequalitatis, referens unisonum. At cum est sectio in B medietate, portiones fiunt aequales. Ab hoc puncto B in utram velis partem sectio ambulet, semper altera portio minor erit medietate, altera major. Sic itaque semper ex tribus in plena simplicibus harmoniis una est infra octavam, una extra et supra.

Quod Philo et Ptolemaeus quartam dicunt promam, Boethius minimam, id vel ideo fit, quia de perfectis loquuntur, vel quia errarunt in adstructione tonorum. Verum enim est, duos magnos tonos $\frac{8}{9}$ non facere tertiam, sed plus. Sed video, tibi Ptolemaeae musices esse copiam. Quodsi liber non est magnus et onerosus nuncio, eum videre cupio.

Aurium judicium duplex est, generale de qualibuscunque harmoniis et speciale cum voluptate de suavibus harmoniis. At plus distat ἁρμονια imperfecta et insuavis ab ἀναρμοστῳ concinnatione vocum, quam ἁρμονια imperfecta a perfecta et suavi. Voces enim non coeuntes laedunt aures. Et memineris, me loqui non de practicis harmoniis (quae varie disputantur) sed de theoreticis. Porro sextas nil dulcius sonare quam septimam, id contra sensum et demonstrationem est, ut si dicas, inter aegrum et mortuum nihil interesse.

Aspectuum efficaciae fidem prima conciliat experientia, quae adeo clara est, ut eam non possit negare, nisi qui αὐτοπτης non fuit. Sed distinguo inter agere, fortiter agere et aliter agere. In qualitate actionis magna varietas est, pro habitudine subjecti, in quantitate et veritate magna certitudo. Quaeso, fortuitumne est, quod Aprili toto insolita fuit siccitas, Sol rubeus, calor occulta pollentior virtute omnia corrumpente, quam externa specie? Nonne quadratura fuit Saturni et Jovis diuturna? Et quid est, quod circa festum Jacobi tota fere Styria dysenteriam sensit creberrimam? Quia nempe materiae jam dispositae supervenerunt, primo quintilis Saturni et Jovis, inde triangulus Saturni et Martis. Cum autem aspectus sit schesis, schesis vero relatio et relationum fundamentum quantitatum excessus, jure igitur etiam in aspectibus id natura habebit pro eximio, quod in λογοις geometricis.

Hactenus pugnandum mihi fuit, jam erunt etiam ejicienda, quae affers, auxilia. Jam tibi λογοι geometrici fecerunt opinionem de occulta praestantia septenarii suspicarisque de eodem planetarum numero. Ego vero ex mystica numerorum nihil probare volo, nec puto posse. Ex geometricarum rerum aptitudine de corporibus disputo. Et si quaeris numerum planetarum, quare hic sit, non alius, eum ego videor in libello meo perfectissime demonstrasse, ut nemo ambigat, qui non ambigit Solem stare, Terram moveri. De fixis vero aliud dicere non possum, quam dixeram cap. 3. libelli mei. Forsan enim tanta nobis adhuc copia superest Archimedeorum et secundariorum corporum, ut numeri rationem inire inde possint, si prius numeratae actu fuerint. At quamdiu το ὁτι latet, το διοτι ridicule quaerimus.

Quae, malum, sors adversa premit, ut promtitudine tua in juvandis meis studiis uti nequeam. Scribis, te mittere exemplar Tychonis Epistolarum. At loco libri reserato tegumento accipio Clavii Theodosium et triangula, Cragii Lacedaemonem, mores gentium Damasceni et Heraclidem Ponticum; diu deliberavi, an statim remitterem, videbaris hoc libello sinuum, tangentium, secantium incommode carere. At contra, cur frustra paterer oneratum esse tabellarium, quin potius evolverem librum non antea visum? Occasiones remittendi crebrae. Itaque vicit sententia, ut retinerem librum interea, dum redit nuncius. Id si molestum tibi est, ignosce ignaro.

In fine literarum ponis ἐπιχείρημα, tres parietes una fidelia dealbandi. Laudabilis et philosophicus plane conatus ex paucis principiis multa probandi Platonique maxime probatus. Sed deficit is in tertio. Verum quidem est, apogaeitatem et anomaliam illam Lunae ab eodem pendere principio: sed elevatio poli non huc quadrat. Ibi enim non disputatur, quam prope Terra accedat ad septentrionem (ut tu vis perpendi, in ♋ quanto sit propior polo quam in ♎), sed quantum inclinetur medius Terrae circulus ad zodiacum. Summa: quaestio est geographica, non astronomica, quantum hactenus astronomia quaestionum est amplexa. Nullum enim infert apparentiis ipsis in coelo varietatem mutatio coeli, sed Terrae potius secundum diversas partes, quae nomen habent historicum, ut Asia, Graecia, Rhodus. Alias utcunque mutetur polus, semper eadem numero manent climata, quamvis non per easdem urbes transeuntia. Vale vir Magnifice et doctissime, et hoc quidquid est, boni consule. 14. Sept. anno 99. Magn. Tuae deditissimus

M. J. Kepler,
Styriae Ordinum Mathematicus.

Epistolae Herwarti datae 17. Sept. et 14. Dec. 1599 (comp. II. 815) praemissam Kepleri epistolam silentio transeunt, pauca referentes de Tychonis Lunae theoria („ich verhoff in kurzem derowegen einen gedruckten Tractat zu bekommen, so ich dem Herrn alsdann auch communiciren will“) et de Tychonis mora in Bohemia („A D. Tychone Brahe nihil amplius literarum accepi, ratio est, quia ob incalescentem pestem discedendum ei fuit a Venetiis [Benatica] illis Bohemicis, ita enim vocatur locus, quem Imperator ei pro residentia deputaverat). Keplerus vero redit ad „Harmoniam“ suam in literis d. d. 14. Dec. 1599 Gratii, praemissis paucis de libris ab Herwarto ipsi loco Tychonis epistolarum transmissis (cfr. II. 815):

Ego etsi hoc periculosissimo statu valde perturbor, adornavi tamen jam methodum et prima lineamenta libelli, cui titulum faciam „de Harmonice mundi“ dissertatio cosmographica. Libelli, seu capita erunt quinque: 1) de figuris demonstrabilibus, geometricus. 2) De rationibus solidis — arithmeticus. 3) De causis harmoniarum — musicus. 4) De causis aspectuum — astrologicus. 5) De causis motuum periodicorum — astronomicus. Itaque etiamnum moneo de Ptolemaei Musicis, an iis juvari possim.

Mitto hic et Prognosticum, cujus praefationem leges et censebis.

Vale Vir Magnifice meque tibi commendatum habe. Magn. et Nobilitatis tuae deditissimus *M. Joann. Keplerus.*

Ad Ptolemaei „musicam“, e qua plurimum auxilii petendum sibi esse exspectabat ad perficiendam suam ipsius Harmoniam, redit Keplerus in literis ad Herwartum datis Graetii d. 12. Julii 1600, quas exhibuimus vol. III. p. 23 ss., ubi itidem refert quaedam de harmoniis suis, quas tum temporis magis animo versabat quam theoriam Martis. Librum diu frustra quaesitum mutuum accepit, e bibliotheca Monachiensi desumtum ab Herwarto (cfr. III. 28). Hinc per aliquot annos occupatus studiis mere astronomicis omisit Keplerus harmoniam, ad quam anno demum 1607 rediit, motus his Herwarti verbis: „die Harmonica Ptolemaei, so lateinisch ausgangen seyn sollen, hab ich nit bekommen können. Wolt sie gern sehen, sowie auch Commentarium Porphyrii. Am liebsten aber het ich gern Wissenschaft von einem authore, der es familiariter et methodice atque perspicue tractiret, da anderst dergleichen aussgangen.“ Keplerus ad marginem hujus epistolae (d. 16. Jan. 1607) haec adscripsit: Tu ipse mihi latina Ptolemaei Harmonica ex bibliotheca Bavarica transmisisti. Multus est in distinctione generum chromatici, diatonici, enharmonii inque differentiis tonorum, ut puto 19. Scripserunt de Harmoniis Jac. Faber Stapulensis et Jornandus et Boëthus aliqua. Nostra aetate S. Calvisius, cantor Lipsiensis, Italus aliquis in dialogis.

In responsione Kepleri, cujus partem proposuimus vol. III. p. 454, haec leguntur:

De Harmonicis valde miror literas Magn. Tuae et nescio quid mihi videatur conjiciendum, quod ais, Cl. Ptolemaei Harmonica nunquam te nancisci

potuisse, ut nec Porphyrii. Ecce Tu ipse mihi librum ante multos annos transmisisti, sunt autem Aristoxenis Harmonicorum elementorum libri tres, Ptolemaei Harmonicorum libri 3, Aristotelis de audibilibus et Porphyrii de decem Praedicamentis, Antonio Gogavino Graviensi interprete. De Porphyrio non memini Harmonicum quid exstare. Sunt et Euclidis et Ptolemaei Harmonica manuscripta Graece in bibliotheca Conradi Dasypodii, ante tres annos mortui, feruntur que venales iisse illius libri in forum scrutarium. Dedi negotium amicis Argentinam profectis, ut de iis me certiorem reddant, verum responsi nihil accipio. Equidem sine Graeco exemplari despero Aristoxenis et Ptolemaei mentem ex Gogavini interpretamento percipere undiquaque. Si M. T. mihi prospexerit de Graecis trium dictorum auctorum exemplaribus, praesertim Ptolemaei, qui editus esse perhibetur in Italia, puto Urbini aut Vincentiae aut Florentiae, et cujus Gogavinus aliquot exemplaria habuit ex bibliotheca Vaticana: polliceor, Deo permittente, commentaria in eum perspicua.

Scripserunt de Harmonicis Boethius et Jornandus exque iis Jacobus Faber Stapulensis, quem habeo. Vidi et musicam, ut puto, Sethi Calvisii cantoris Lipsiensis, qui veterum rationem tangit. Habeo et Artusii Itali discursus Italicos de imperfectione hodiernae musicae: sed nihil dum legi. Harmonica mea quo loco sint, scripsi ante aliquot annos. Cuperem, si Deo visum fuerit, prius absolvere astronomica. Mirabile, disposui ipsos, priusquam vidi Ptolemaeum, fere ad eundem modum, quo Ptolemaeus sua. Feci libros quinque, primum de figuris geometricis, unde harmonicae rationes oriuntur, secundum de rationibus seu numeris harmonicis, tertium de harmonia in vocibus, quartum de harmonia in aspectibus, quintum de harmonia in motibus coelestibus. Ecce nunc Ptolemaeum. Primum is constituit concordantias, deinde genera (res hodie pene ignota, et ni fallor naturae non consona, ut tria sint genera: diatonicum, chromaticum et enharmonium), tertio tonos. Inde comparat harmonica cum coelestibus, ordinem vocum cum motu stellarum in longum, genera cum motu earum eccentrico in altum et profundum, tonos cum motu earum in latum, tetrachorda cum aspectibus ad Solem: ut ego concordantias cum aspectibus planetarum mutuis.

Accipe hic compendium harmonicorum meorum, quatenus harmonia consideratur in vocibus. Quatuor sunt partes. Prima ostendit originem, causas, quantitatem et numerum harmoniarum. Secunda originem, causas, quantitatem et numerum intervallorum omnium, etiam non harmonicorum in cantu naturali, ut toni, semitonii etc. Tertia habet definitionem cantus naturalis ejusque varios modos seu differentias, quos hodie 8 tonos dicimus. Quarta ostendit causas legum in compositione συμφωνιων seu contrapunctorum. Haec pars jam incipit esse practica, itaque a me perfecte tradi non potest.

Pars prima. Cum sonus sit a motu, motus vero sint per lineam, duorum ergo sonorum ἁρμοττοντων seu congruentium, seu consonantium, seu concordantium, lineas a nobis considerari oportet, ut causas harmoniae intermediae inter binos sonos inveniamus. Linea autem aut circularis est aut recta. Recta partes habet infinitas, quarum aptitudo ad se mutuo intelligi nequit, nisi plana et cubos ad eas adsciscamus, quae sunt a motu alienae quantitates. Circularis est una habetque partes a partibus plurimum differentes. Nihil autem interest inter longitudinem circularem et rectam, quod tinnitum seu sonum attinet, dummodo aequales sint et utrinque tensae aequaliter.

Tendit autem circulum durities materiae, rectam vero chordam, etiamsi non ita dura sit, sed flexibilis quaquaversum, tendit capitum violenta diductio in plagas oppositas. Sit ergo circulus aliquis aequabilissimus ex solido metallo, tinniens, qui non tantum in uno signo firmatus tinniat, sed etiam si duobus signis figatur, divisus in portiones duas, tinniat pulsus ab utraque parte.

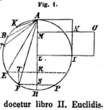
Axiomata. I. Pars circuli brevior celerius movetur a pulsa, quia tensio majorem habet proportionem ad partem breviorem, quam ad longiorem. Celerior autem motus sonum habet acutiorem. Brevis itaque pars acutum, longa gravem dat sonum, et partes aequales aequalem dant sonum.

II. Pars circuli aliquota, quae a dato circuli puncto incepta geometrice inveniri, demonstrari et constitui potest, consonat cum toto. Et partes vel chordae, quae sunt ad invicem ut totus circulus et ejus aliquota pars, sic geometrice demonstrabilis, similiter inter se consonant.

III. Vicissim pars circuli aliquota, quae sit ἀγεωμετρητος, demonstratione carens suapte natura, dissonat a toto circulo. Et sic etiam quaecunque longitudines sonorae in tali proportione ad se mutuo constitutae.

Haec duo axiomata insinuant nobis admirabilem causam harmoniarum: ut quicquid in geometria congruit abstracte, congruat etiam in concreto, si materietur. Ita fiet, ut geometria sit archetypus mundi, quod etiam per figuras solidas, quinque corpora dictas, in conformatione proportionis coelorum demonstratum est a me in meo Prodromo seu Mysterio Cosmographico. Et cum geometrica entia in mente subsistant, sunt igitur duo coaeterna. Archetypus igitur mundi aeternus et quae alia mirabilia, partim et paradoxa, inde exstrui possunt. Cumque infinitae sint partes circuli demonstrabiles, tribus ordinibus surgentes: bisectione, trisectione, quinisectione, singulis per continuam bisectionem in infinitum abeuntibus, infinitae etiam fient concordantiae per octavas seu διαπασων propagatae; ut ratio haec sit certissima. Una sola instantia affertur per quindecangulum seu partem circuli decimam quintam, quae licet geometrice constituatur, non consonat tamen cum circulo. Ad solvendam igitur hanc objectionem consideretur modus demonstrationis et quindecanguli et ceterorum omnium. Apparebit quinisectionis, trisectionis, bisectionis leges esse proprias, cujuslibet in suo ordine in infinitum, sic ut praeter bisectionem, omnibus tribus ordinibus communem, nihil extraneum ingrediatur. Nam circulus in duo secatur ducta diametro AH per centrum.

Fig. 1.



Et exinde omnis arcus in duo secatur, ducta ex centro recta in subtensam perpendiculari. In sex vero secatur circulus applicata semidiametro AL ad circumferentiam in A et B. Unde et pars tertia et duodecima et 24ª etc. propagatur. Sic circulus in 10 secatur sic: quadretur semidiameter AL, ut ejus quadratum sit AI, quod secetur parallela MN sic, ut planum AN fiat aequale quadrato majoris partis ML vel NI, quod sit IO. Id autem geometrice fieri potest, ut docetur libro II. Euclidis. Tunc est AL tota ad LM majus segmentum, ut LM ad MA residuum. Igitur LM applicata ad circumferentiam rescindit partem decimam AK. Et hac demonstratione quinta pars, ut et vicesima et ceterae omnes communicant. Habentque inde partium seu arcuum horum subtensae suas ad diametrum aequationes.

Quindecanguli vero demonstratio longe est alia. Nam haec non per se illi obvenit, sed quasi per accidens. Scribitur enim latus trianguli AE partium 120, et subtensa duabus quintis AF, partium 144, ab eodem principio A. Differentia EF est partium 24, quae est quindecima pars circuli. Vides misceri trisectionem et quinisectionem. Itaque latus quindecanguli habet aequationem cum diametro longissime petitam. Oportet enim trianguli aequilateri sumere perpendicularem AR, sic trianguli quinquangularis AFP perpendicularem AS, eorumque differentiam RS vel TF; rursum semilatus trianguli ER et semilatus quinquanguli FS eorumque differentiam ET. Ex potentia igitur ET et TF componitur potentia EF.

(In marg.) Cum ceterae partes a primum dato puncto A inepte describi possint, quindecanguli latus vel arcus minime potest. Scripto enim triangulo et quinquangulo, arcus quindecanguli per accidens ultro resultat et in partes circuli longe alias evadit. Item ceterarum partium rectae prius habentur quam arcus. Arcus enim ex recta. At quindecanguli recta subtensa habetur ex arcu et post eum. In summa: arcus 15 fit 3 . 5. Itaque quindecangulum non est sui ipsius, sed partim trianguli, partim quinquanguli. Scitur, non quatenus ipsum est aliqua figura, sed quatenus est differentia duarum figurarum.

Ex hac unica objectione ejusque solutione patet, duo superiora axiomata paulo limitatius informanda, adjecta particula p r o p r i e, quae inter initia confusionem erat paritura, itaque omittere illam volui, praesertim cum unica haec sit objectio. In ceteris omnibus valent oppositae voces geometricum et *ἀγεωμετρητον*. Notandum vero est, geometricum esse hic non tantum *το ῥητον μηκει* vel *δυναμει*, sed etiam *το ἀλογον* ejusque infinitas species ex libro X. Euclidis propagandas. Contra, etsi quae sunt *ἀγεωμετρητα*, ea sunt etiam *ἀλογα*, tamen *ἀλογα* nisi in lato significatu dici non debuerunt. Nam plane nulla est *των ἀγεωμετρητων* (ut lateris septanguli, nonanguli, undecanguli, tredecanguli) scientia, non tantum defectu nostrae notitiae, sed etiam defectu ipsius naturae rerum geometricarum.

Et notandum, quod haec *ἀγεωμετρητα* in solidum respuantur ab auribus, quindecima vero pars circuli non in solidum, quia neque *ἀγεωμετρητος* est, sed geometricam (licet impropriam et longissime petitam) descriptionem habet. Hoc autem probabo ex anticipato. Infra enim ostendetur, partem sedecimam cum toto constituere quatuor octavas, sive *τετρακις δια πασων*. Sed $\frac{15}{16}$ probabitur esse semitonium legitimum, et $\frac{1}{16}$ sunt quatuor octavae. Ergo subtractione (divisione) facta, $\frac{1}{15}$ est intervallum *τετρακις δια πασων* minus uno semitonio. Porro tantum abest, ut discordantiam unius semitonii fugiant componistae, ut potius, si hanc ipsis discordantiam eripias, omnem cantus gratiam, praesertim pathetici, erepturus sis.

Ecce quam accurate depicta sit haec res in quindecanguli demonstratione accidentaria atque extraordinaria. Et haec ad explicationem II. et III. axiomatis.

IV. A x i o m a videtur a communi notitia accersendum. Nondum enim videre potui, qui demonstrari possit: si totus circulus in duo abeat segmenta invicem concordantia, quorum unum concordat cum toto, reliquum etiam cum toto consonabit: et si ergo totius segmenta cum toto singula concordant, ipsa inter se concordent.

Parce loquor, ut appareat: non dico, quaecunque duo cum tertio concordant, inter se concordant: sed addo cautionem, ut ex tribus duo aequent tertium, nec tantum aequent, sed ut tertium ipsum constet ex duobus. Nam aeque in aliis scientiis valet, ut in jure: Henricus frater meus est, Sebaldus

meus frater est, ergo Henricus et Sebaldus inter se sunt fratres. Pater enim Henrici Ernestus ex uxore Waltruda genuit Henricum, quo mortuo uxor Waltruda meo patri Friederico nupsit meque peperit. Qua mortua pater meus Kunigundam duxit, exque ea Sebaldum suscepit. Henricus igitur mihi frater est, sed uterinus, Sebaldus frater, sed alia mater. Et sic Henricus et Sebaldus inter se fratres non sunt. At si uterque germanus mihi frater sit, ex utroque parente, erunt et ipsi inter se fratres. Sic in musica *G* cum *d* consonat per quintam, et *a* cum *d* consonat per quintam, et tamen *G* ab *a* dissonat. Addita vero determinatione, ut longitudo chordae *d* et chordae *a* compositae aequent chordam *G*, tunc necesse esset, et *G* cum *a* concordare.

V. Ex hoc axiomate demonstratur et hoc alterum: si totus circulus in duo abeat segmenta, et ex tribus his duo discordent inter se, alterutrum etiam a tertio discordare. Patet: Nam sit totum 8, partes 7 et 1, discordet 1 a 7. Si ergo utrumque, et 1 et 7 concordaret cum 8, tunc per IV. praemissam ipsa etiam 1 et 7 inter se concordarent: quod est contrarium supposito. Ergo quemadmodum axiomate IV. duae consonantiae praesupponunt tertiam, sic hoc axiomate quinto una dissonantia praesupponit et alteram: ut una sola dissonantia stare non possit.

Ex his quinque axiomatibus propagantur propositiones de quibuscunque partibus circuli in infinitum, si placeret. Quarum hic exhibeo tabellam.

Portioni Breviori	Portioni Longiori	
Partes		
1.	1.	consonabunt
1.	2.	"
1.	3.	"
2.	2.	est ut 1 ad 1
1.	4.	consonabunt
2.	3.	"
1.	5.	"
2.	4.	est ut 1 ad 2
3.	3.	" " 1 ad 1
1.	6.	consonabunt
2.	5.	"
3.	4.	"
1.	7.	dissonabunt
2.	6.	est ut 1 ad 3
3.	5.	consonabunt
4.	4.	est ut 1 ad 1
1.	8.	consonabunt
2.	7.	dissonabunt
3.	6.	est ut 1 ad 2
4.	5.	consonabunt
1.	9.	dissonabunt
2.	8.	est ut 1 ad 4
3.	7.	dissonabunt
4.	6.	est ut 2 ad 3
5.	5.	" " 1 ad 1
1.	10.	consonabunt
2.	9.	dissonabunt
3.	8.	consonabunt
4.	7.	dissonabunt
5.	6.	consonabunt
1.	11.	dissonabunt
2.	10.	est ut 1 ad 5
3.	9.	" " 1 ad 3
4.	8.	" " 1 ad 2
5.	7.	dissonabunt
6.	6.	est ut 1 ad 1
1.	12.	consonabunt
2.	11.	dissonabunt
3.	10.	consonabunt
4.	9.	dissonabunt
5.	8.	consonabunt
6.	7.	dissonabunt
1.	13.	"
2.	12.	est ut 1 ad 6
3.	11.	dissonabunt
4.	10.	est ut 2 ad 5
5.	9.	dissonabunt
6.	8.	est ut 3 ad 4
7.	7.	" " 1 ad 1
1.	14.	dissonabunt
2.	13.	"
3.	12.	est ut 1 ad 4
4.	11.	dissonabunt
5.	10.	est ut 1 ad 2
6.	9.	" " 2 ad 3
7.	8.	dissonabunt

Portioni			Portioni		
Breviori	Longiori		Breviori	Longiori	
Partes			Partes		
1.	15.	dissonabunt	5.	11.	dissonabunt
2.	14.	est ut 1 ad 7	6.	10.	est ut 3 ad 5
3.	13.	dissonabunt	7.	9.	dissonabunt
4.	12.	est ut 1 ad 3	8.	8.	est ut 1 ad 1

Quae hactenus sunt dicta, ea praesens tabella compendio proponit. Unius enim ad unum proportio est harmonica. (Eandem hic Keplerus exhibet numerorum combinationem, quam supra p. 23.) Compositi termini 1 et 1 efficiunt 2, qui terminus in secundo complexu bis ponitur et jam iis comparatur, a quibus componitur, sc. cum 1 et 1. Sic termini secundi complexus 1 et 2 compositi in tertio complexu dant 3, bis positum, ut cum eo et 1 et 2 (partes componentes) comparentur. Sic ex 2 et 3 inferius fit 5, cum quo 2 et 3 comparantur in quarto complexu. Ex 3 et 5 fit 8, quocum 3 et 5 comparantur in quinto complexu. Atque hic quiescitur. Nam 5 et 8 dant 13, sic 3 et 8 dant 11. Sic 2 et 5 dant 7, et 3 cum 4 dant etiam 7, sic 4 cum 5 dant 9, et 5 cum 6 faciunt 11, et 1 cum 6 faciunt 7. Omnes vero hi numeri 7, 9, 11, 13 designant partes circuli non demonstrabiles et plane ἀγεωμετρήτους.

Hinc definitio pressior harmoniarum talis: tot sunt species concordantiarum intra octavam, quot sunt rationes harmonicae solidae. Est autem ratio harmonica triplex seu solida inter 2 numeros figurarum regularium in circulo demonstrabilium, quarum et differentia differentiarumque differentiae usque in unitatem sunt numeri consimiles. Ut ratio est harmonica solida inter 8 et 5. Nam 8 est numerus octogoni et latus octogonicum est demonstrabile, sic etiam 5 et differentia 3 et differentia inter 3 et 5, sc. 2, et differentia inter 2 et 3, sc. 1. At inter 1 et 16 non est ratio harmonica solida. Etsi 1 notat ipsum circulum et 16 sedecangulum demonstrabile est, etsi etiam differentia 15 concedatur esse figurae demonstrabilis; nam $15 - 1 = 14$, indemonstrabile. Itaque haec figura quindecangulum refertur inter 5 fatuas virgines. Venit enim sero, postquam jam januae omnes per numeros 5, 7, 9, 11, 13 occlusae sunt. Deest nimirum illi proportioni $\frac{15}{16}$ continuatio cum proportione aequalitatis. Est quidem inter 1 et 16 ratio harmonica, sed simplex, quae nullam ideo novam speciem harmoniae constituit, sed resolvitur in antepositas. Cum ergo summa rationum harmonicarum solidarum septenario concludatur, nec possit ultra extendi, obstantibus ageometricis numeris: igitur non plures quam 4 sunt concordantiarum species intra diapason.

Hactenus de harmoniis, quae oriuntur ante intervalla minora. At veteres ex tonis et semitoniis harmonias nisi sunt comparare, ut geometrae ex triangulis figuras reliquas: perperam.

Pars secunda. De intervallis per quae canimus. Ex intervallis concordantiarum nascuntur intervalla, per quae canimus, toni et semitonia dicta. Posito enim uno sono maximo, comparentur ad eum voces seu termini in rationibus harmonicis jam inventis. Hi termini ad se mutuo comparati constituent intervalla usitata, per quae naturaliter imus, redimus canendo. Nec enim, infinita licet esse possint, infinita ideo in usu sunt, aut ab auribus probantur aut observantur. Igitur si compares $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$, differentia est $\frac{8}{9}$ non harmonica, sed tamen gradus vocis usitatus, tonus major dictus; sic $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{5}$, differentia $\frac{9}{10}$, tonus minor dictus; sic $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{8}$, differentia $\frac{15}{16}$, semitonium vulgo dictum. Sic de ceteris. Sin autem $\frac{4}{5}$, tertiam duram, et $\frac{5}{6}$, tertiam mollem, comparaveris, differentia erit $\frac{24}{25}$, quod ego diesin appello, item si $\frac{3}{5}$ et $\frac{5}{8}$

comparaveris: sextam duram et sextam mollem. Conjuncta diesis et semitonium, $\frac{24}{25}$ et $\frac{15}{16}$, efficient $\frac{9}{10}$, tonum minorem. Sed inter tonum minorem et majorem, $\frac{9}{10}$ et $\frac{8}{9}$, interest $\frac{80}{81}$, quod comma appello. Ablatum semitonium $\frac{15}{16}$ a tono majore $\frac{8}{9}$ relinquit diesin et comma, quae juncta sunt lemma seu major diesis. Constituuntur igitur intervalla haec praeterharmonica: tonus major, minor, semitonium, lemma, diesis, comma. Ex his natura repudiat ultima duo inter canendum, sic ut non erremus per haec intervalla ex una voce in aliam immediate. Sunt enim differentiae non harmoniarum, sed imperfectorum intervallorum minorum. Ita fit, ut prius constitutae harmoniae subdividantur in haec jam constituta intervalla. Nam tertia mollis ($\frac{5}{6}$) componitur ex tono majore ($\frac{8}{9}$) et semitonio ($\frac{15}{16}$); tertia dura ($\frac{4}{5}$) ex minore ($\frac{9}{10}$) et majore ($\frac{8}{9}$). Hinc illis nomen *δια τριων*, latine: tertia; duo enim intervalla tres requirunt terminos. Sic quarta vel *δια τεσσαρων* componitur ex tono majore, minore et semitonio; multiplica enim $\frac{9}{10}$, $\frac{8}{9}$ et $\frac{15}{16}$ in se mutuo, prodit $\frac{3}{4}$; atque ab his 3 intervallis haec concordantia dicitur *δια τεσσαρων*, quatuor enim sonis ordine tria intervalla constituuntur. Sic *δια πεντε* constat 2 tonis majoribus; uno minori et semitonio, quae sunt 4 intervalla, 5 voces. Sic *δι᾽ ἑξ* vel sexta, 5 intervallis, 6 vocibus, et denique *δια πασων* vel octava, 7 intervallis, 8 vocibus constat.

Notandum autem, a sexta in octavam superesse tertiam; et quia reliqua intervalla per comparationem harmoniarum subdividuntur, ad eorum igitur similitudinem et hoc intervallum naturaliter subdividitur. Quo facto necesse est, duos tonos majores immediate se mutuo consequi, ab ***F*** in *g* et a *g* in ***a***. Itaque concordantiae a singulis ordine vocibus inceptae non manent penitus aequales, sed differunt uno commate. Atque haec imperfectio postmodum dat occasionem differentiae tonorum, quorum alii laeti, alii queruli.

Pars tertia. **De discrimine tonorum.** Tres sunt causae discriminantes tonos. Prima, cum octava constet ex quinta et quarta, in alio tono quinta est inferiore loco, alio quarta. Quod sic intelligendum: cantus per intervalla aemulatur concordantias. Nam una vox non potest causari concordantiam, oportet duas concurrere. Quod igitur unus homo eodem momento non potest, temporis tractu studet exprimere, saltando ab una voce per consueta intervalla ad vocem concordantem, inque ea oberrat notabiliter saepiusque ab ea ceu scopo tacto redit in priora. Alius igitur tonus est cum ad quartam, alius cum ad quintam collimatur: *Victimae paschali laudes immolent Christiani, agnus redemit oves.* Hic quinta vel, quod idem, duae tertiae sunt inferiore loco, quod notatur syllabis: *vict.*, *laud.*, *imm.*, *lent*, *an*, *i*, *agn.*, *red.*, *em.*

Altera causa est, cum durus cantus pro molli sumitur. Tertia, cum parva intervalla sunt inferiori vel superiori loco. Quarta accedere potest: cum ad concordantias perfectas vel imperfectas collimatur canendo. Quidquid autem hodie ex natura depromi potest ad explicationem generum diatonici, enarmonii, chromatici, in qua materia veteres multi sunt: id puto ex causa secunda (de cantu duro et molli) etiamque quarta petendum.

De quarta parte, ut jam praemissum est, parum dicere possum; ideo in praesens nihil dicam. Epistola enim sat prolixa est. D. 2. Jan. 1607. Vale Nob. et Mag. Vir, meque porro quoque commendatum habe.

His addit Keplerus sequentia, nescimus utrum sint postscripta ad praemissam epistolam, an in suum usum conscripta.

Haec tunc respondi, haec interea inciderunt.

1) Ponatur, omnem partem circuli aliquotam, geometrice resectam a suscepto initio, consonare cum toto. Aures judicant.

2) Et omnem partem circuli aliquotam, geometrice non resectam, non consonare cum toto. Aures judicant.

3) Aequalium chordarum ejusdem tensionis, sonos aequales. (Nro. 3—5 infra appellat: »communes notitias.)

4) Aequalium sonorum ad eundem idem intervallum. (In marg. annot. K. nullius momenti.

5) Chordarum ejusdem proportionis soni eadem specie intervalla musica complectuntur.

6) Quod toti consonat, duplae et dimidiae consonat in continua dupla ratione: nititur fundamento 4 et 5. Hinc demonstrabimus et lemmatum circuli concordantias vel dissonantias.

Propositiones.

I. Dimidium toti consonat (1.). II. Dimidii reliquum dimidio consonat (2.). III Dimidii reliquum et toti consonat (4.). IV. Tertia pars toti consonat (1.). V. Tertia pars lemmati consonat (4. et I.). VI. Hoc lemma (2.) toti (3.) consonat (6. et IV. V.). VII. Quarta toti consonat (4. vel 3.). VIII. Quarta lemmati consonat (5. et IV.). IX. Hoc lemma 3. toti 4. consonat (6. et VII VIII.). X Quinta 1. toti 5. consonat (1.). XI Quinta 1. lemmati 4. consonat (5. et VIII.). XII. Hoc lemma 4. toti 5. consonat (6. et X. XI.). XIII. Quinta 2. lemmati 3. consonat (5. et VI.). XIV. Duae quintae toti 5. consonant (6. et I. XII.). XV. Hoc lemma 3. toti 5. consonat, apposito Nro. 6. Nam 3. et 6. consonant (5. et I.), sed 5 cum 6. consonat ex prop. sequente. Ergo 5. cum 3. consonat. XVI. Sexta 1. toti 6. consonat (3. vel IV. et 6.). XVII. Sexta 1. lemmati 5. consonat (5. et IX.). XVIII. Hoc lemma 5. toti 6. consonat. Deficit ratio dupli in demonstrando $\frac{5}{8}$, nisi per $\frac{3}{4}$ et $\frac{3}{5}$ per $\frac{5}{8}$. Ergo non universaliter colligitur hoc. Nam $\frac{3}{8}$ per se, $\frac{5}{8}$ per $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, per illud prius.

Corollarium. Cum totum in 2 partes secatur consonantque 2 et 2, omnia tria consonant. — Demonstratio hujus per impossibile tentetur: non potest. Ergo sic ex 1 postulato obtinentur haec:

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{8},\ \frac{3}{8},\ \frac{1}{10},\ \frac{3}{10},\ \frac{1}{12},\ \frac{5}{12}$$

$$\text{Jam } \frac{3}{5} \text{ ex } \frac{3}{10} = \frac{1}{2},\ \frac{5}{6} \text{ ex } \frac{3}{3} = \frac{1}{2},\ \frac{3}{8} \text{ ex } \frac{1}{5} = \frac{1}{4}$$

Ita nisi $\frac{3}{10}$ fuisset $\frac{5}{8}$, demonstrari ex his manifestis principiis non potuisset.

Communes notitiae. Aequalium chordarum tensione, longitudine et crassitudine: soni aequales. 2) Aequalium sonorum ad eundem idem intervallum. 3) Chordarum ejusdem proportionis soni eadem specie intervalla musica complectuntur.

Axiomata musica. 1) Omnis apotome circuli aliquota, geometrice resecta a suscepto initio, consonat cum toto; intelligitur autem minor semicirculo, nam major est lemma. 2) Omnis apotome circuli non aliquota aut non geometrice resecta a suscepto initio, non consonat cum toto.

Axioma geometricum. Apotomae circuli geometrice resectae a suscepto initio sunt hae:

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{10},\ \frac{1}{12},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{8},\ \frac{3}{10},\ \frac{5}{12}.$$

Denique omnes harum dimidiae in infinitum, ut $\frac{1}{20}$. $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{5}{24}$, et dimidiarum multiplices, quae non superant semicirculum, ut $\frac{7}{20}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{7}{24}$. $\frac{11}{24}$.

Prop. I. Consonans alicui chordae consonat et ejus dimidiae et duplae in continua dupla sectione et progressione. Et dissonans ab aliqua, dissonabit et ab ejus dimidia et dupla. Nam geometrica est apotome non tantum ipsa, sed etiam ejus dimidia in continua bisectione (ax. geom.). Ergo, si qua apotome toti consonat, ejus etiam dimidia eidem toti consonat (ax. 1. music.). Et quia dimidiae ad totam eadem est proportio, quae totius ad duplam (comm. not.), si ergo qua consonat alicui, consonat igitur et ejus duplae.

Prop. II. Dimidia apotome consonat toti et lemmati, et lemma toti. Nam dimidia est geometrica (ax. geom.), ergo consonat toti (ax. 1. mus.). Est autem aequalis lemmati (def. comm.), consonat igitur (def.). Sed et lemma toti (I.).

Prop. III. Tertia (1) cum lemmate suo (2) consonat et utraque cum tota (3). Nam tertiae 1 lemma est 2, ergo consonum per priorem. Et tertia est geometrica, ergo consona toti. Quare et lemma, ejus duplum, est toti consonum.

Prop. IV. Quarta cum lemmate consonat et utraque cum tota. Quarta enim 1 habet lemma 3, cum eo igitur consonat (III.) et geometrica est, ergo cum tota consonat. Quum ergo 3 cum 1 consonat, etiam cum ejus quadruplo consonabit.

Prop. V. Quinta cum lemmate consonat et utraque cum tota. Quinta enim 1 habet lemma 4, cum eo igitur consonat (4) et geometrica est, ergo cum tota 5 consonat. Quia ergo 5 consonat cum 1, consonabit etiam cum ejus quadruplo 4.

Prop. VI. Sexta cum lemmate consonat et utraque cum tota. Sexta 1 habet lemma 5, cum eo igitur consonat (IV.) et geometrica est, ergo cum tota 6 consonat. Vel interponatur 3 inter 1 et 6 et probetur hoc per I., III. Denique $\frac{3}{10}$ sunt geometricae, consonat igitur 3 cum 10, quare et 6 cum 10 (I.), quare et 6 cum 5.

Prop. VII. Duae quintae consonant cum lemmate et cum tota. Nam duae quintae 2 habent lemma 3, ergo consonant (III.); et geometricae sunt, ergo ipsae 2 cum tota 5 consonant. Denique 5 cum 6 consonat (VI.), quare et 5 cum 4 (I.).

Prop. VIII. Tres octavae consonant cum lemmate et cum tota. Nam tres octavae 3 lemma habent 5, ergo consonant (VII.); et sunt geometricae, ergo ipsae 3 cum tota 8 consonant. Denique 5 cum 1 (V.), ergo et cum ejus octuplo 8 (I.).

His igitur 8 propositionibus per partes demonstratur hoc **corollarium**: cum tota in 2 partes secta 3 fuerint constituti termini interque illos 2 fuerint consona intervalla, tertium etiam erit consonum.

Ex hoc universaliter accepto demonstratur hoc alterum: cum tota in duas partes secta 3 fuerint constituti termini interque illos unum fuerit intervallum dissonum, et alterum dissonum erit.

Consequens est prioris. Nam si unum solum dissonum, duo essent consona. Si duo consona, tria igitur, per praecedens corollarium. At hoc contra suppositum. Ponebamus enim unum dissonum initio.

Prop. IX. Septima una vel 2 vel 3 cum lemmatibus consonant, utraque a tota dissonat. Nam una septima 1 habet lemma 6, consonant igitur (VI.), et $\frac{2}{7}$ habent lemma $\frac{5}{7}$, consonant igitur (V.), et $\frac{3}{7}$ habent lemma $\frac{4}{7}$, consonant igitur (IV.). Sed ageometreta sunt (ax. 2 geom.), dissonant igitur (ax. 2 mus.) a toto 7. Et quia 3 dissonat a toto 7, ergo et 6 dissonat a toto 7 (I.). Sic quia 2 dissonat a toto 7, etiam 4 dissonat a toto 7.

Prop. X. Octava cum tota consonat, lemma ab utraque dissonat. Nam octava 1 geometrica est, consonat igitur cum 8. Vel per I. est continua dupla: continue igitur consona.

Nota. Falsum est $\frac{7}{20}$, $\frac{9}{20}$ esse harmonicum, etsi sit demonstrabile. Sic etiam $\frac{7}{24}$, $\frac{11}{24}$. Ecce: $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{10}$ rejectum, ergo et $\frac{7}{20}$, $\frac{9}{20}$. Quod autem dissonat a voce, dissonat etiam a voce octava. Sic etiam $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{12}$ dissonant, ergo et $\frac{7}{24}$, $\frac{11}{24}$. Igitur cautio. Omne circuli segmentum quotum, geometrice resectum, consonat toti, quod non est cum dissonante in proportione continua dupla. Nam $\frac{7}{10}$ dissonat, id est $\frac{14}{20}$ et $\frac{7}{20}$ est dimidium. Sic $\frac{9}{10}$ vel $\frac{18}{20}$ ergo $\frac{9}{20}$. Sic $\frac{14}{24}$, $\frac{22}{24}$ ergo $\frac{7}{24}$, $\frac{11}{24}$. Hic igitur desinit aequatio subtensae cum diametro afficere aures. En huc etiam quadrat quindecangulum. Nam $\frac{1}{15}$ est geometricum, sed quia $\frac{1}{16}$ geometricum et $\frac{15}{16}$ anarmoston, ergo et $\frac{1}{15}$ anarmoston.

Herwartus respondit: Ehrenvester etc. Thue mich der Communication dessen, so der Herr de harmonicis discurirt, bedancken und bitt, Er wolle unico verbo andeuten, was für einen authorem einer anfänglich lesen möchte, wann ein harmoniarum ignarus, geometriae saltem aliqualiter gnarus, prima principia recht und leichtlich begreifen wollte.

Kann wol seyn, dass ich dem Herrn die Harmonica Ptolemaei vor diesem zugeschickt, sed aliunde mutuatus. Weil ich aber verstehe, dass sie übel vertiert, beger ich deren auch

nit, malo Graecum autorem graece, quam perperam in latinum sermonem conversum latine legere.

Hiemit überschicke ich die Harmoniam Ptolemaei graece und die Harmoniam Porphyrii graece et latine, cum tertiis Harmonicis anonymi. Will gern des Herrn Judicium darüber vernehmen, vielleicht hab ich es selbst vertiert oder vertieren lassen. Ich bin stimulirt worden, dieses zusammen drucken zu lassen, darüber ich sein Gutachten anhören wollte. Die Harmonia Porphyrii seye sonst nie zu Truck kommen. (Ex epistola d. d. 6. Mart. 1607.).

E Kepleri responsione (d. mense Apr. 1607. cfr. III. p 456) haec huc referenda sunt:

S. P. D.

Literas tuas, Magnifice et Nobilissime Vir, cum librorum fasciculo his diebus magna laetitia accepi. Igitur statim ad respondendum conversus, quod magnitudine officiorum non possum, promtitudine et obsequio testari volui meam gratitudinem.

Exordiar a meo discursu harmonico, quaestione usus ambigua, quibus ex auctoribus elementa hujus doctrinae hauriri possint. Dubitabam, meam istam innueres, an illam veterum. Si veterum: edidit Dasypodius Euclidis Elem. Harm. Graeca citra demonstrationes. Inde definitiones terminorum peti possunt. Ad demonstrationum intellectum requiritur cognitio proportionum, quam Boethius, Jornandus, Jac. Faber in suis Arithmeticis, alius ex alio mutuati, tradidere; Glareanum diu est ex quo non vidi, hunc crebro allegat Arthusius Italus, de quo nuper, puto hunc epitomatorem hujus doctrinae haberi posse. Vidi aliqua et in Cyclopaedia Jo. Thomae Freigii. Sin de meo discursu quaeris: puto me in literis omnia tetigisse, quae praeter lib. X. Elementorum Euclidis sunt necessaria. Omnium vero optimum puto magistrum experientiam, si super cavitate aliqua, quae facit resonantiam, extendatur chorda aenea, et supposito magadio, seu, ut appellamus, ephippio mobili (sufficit stylus vel ligneus, ad chordam applicatus levissime, sic ut mucrone subjectum planum attingere possit ad faciendum signum in eo loco, ubi cum ephippio consistimus) oberremus ad dextras et sinistras chordae partes, subinde utramque partem chordae, ab ephippio quasi divisae, pulsantes, eaque missa libera, totam quoque pulsu tentantes. Reliqua permittuntur aurium judicio. Nam si judicaverint aures, consonare partem utramque cum tota, fiat signum in loco divisionis super plano, et mensuretur utraque longitudo extensae desuper partis chordae: tunc apparebit, quales constituantur proportiones. Interdum partes inter se consonabunt et neutra cum tota; interdum pars una consonabit cum tota, reliqua et ab hac et a tota dissonante. Fiat deinde ex chordae longitudine circulus, coeuntibus capitibus extensionis chordae in unum, et manentibus signis divisionum, et judicetur, an verum dixerim, omnes hujusmodi partes circuli esse demonstrabiles: quae vero non concordaverant, indemonstrabiles.

Cum nuper scripsissem, carebam adhuc supellectili libraria. Itaque de Ptolemaei Harmonicis latinis, quae olim ad me in Styriam misisti, ex bibl. Bavarica desumta, expressius scribere non potui. Salva sunt et, si uti iis voluerit M. Tua, postliminio revertentur. Sin autem aliquid a me in libris mss. praestari cupis, ad quod libris latinis impressis mihi opus fuerit, de eo me proximis literis edocebis. Gogavinum ineptae versionis non arguo, at latinum textum obscuritatis in materia minus trita. En tibi exemplum: sic vertit Gogavinus inscriptionem capitis ultimi: „ut errantium stellarum familiaritates comparentur in quas habent soni.“ Quis haec intelligit, etsi verbum verbo

redditum, ut etiam Graecismus manserit? Inscriptio ex libro tuo sic: *Πως ἀν αἱ των πλατωμενων οἰκειωσεις παραβαλλοιντο ταις των φθογγων.* Nihil manifestius in nativa lingua. Nam *το παραβαλλεσθαι* et *οἰκειωσεις* nullo latino vocabulo sat evidenter exprimi possunt, et ubivis vocabuli *ἀν* in latino circumlocutione opus est. Forte in hunc modum Germanice: Wie mann etwa die etc. den etc. vergleichen möchte. Quod ut latine efferatur, non est in promtu.

Ut de latina Porphyrii versione judicium feram, spatium peto. Ptolemaei Graeca sunt integra, siquidem apud Gogavinum integra. Porphyrii Graeca sunt Commentaria in Ptolemaica, sed non progrediuntur ultra lib. II. cap. 7, pars totius libri minor dimidia. Aristotelis de Audibilibus, quae Gogavinus adjunxit Ptolemaeo in latinum conversa, inveniuntur Graece in hoc ipso Porphyrii Commentario: id quidem professus est Gogavinus. Tertius Graecus codex est Barlaami, sunt autem Logistices libri 6, quarum propositiones nudae editae a Dasypodio inter sphaericae doctrinae scriptores Graecos. Sequuntur folia 17, in quibus confutatio 3 ultimorum capitum in Ptolemaei Harmonicis, ubi negat, esse Ptolemaei textum; inscriptionibus vero pollicetur genuinos textus ad Ptolemaei mentem subjungere, sed in ipso principio orationis desinit verbis hisce: *λεγομεν τοινυν.* Denique ejusdem demonstratio numeralis libr. II. Elementorum finem habet codicis.

Vides ergo, necessario conjungendos hos 3 auctores, ut Ptolemaeus commentatores habeat Porphyrium et Barlaamum. Equidem opto et in meam *βιβλιοθηκισκην* inferre tale exemplar saltem Graecum. Nam quid de Latinae versionis utilitate dicam, vix habeo. Plus absterret lectorem difficultas materiae, quam sermonis ignorantia. Et cum hodie ex Augustana bibliotheca prodeant etiam dialectici scriptores, de quibus dubites, an operae pretium fiat: omnino mereri puto et dignitatem harmonices et antiquitatem moris, quem servat haec veterum musica, ut prodeat, et si minus lectorem exhilarare potest, saltem bibliothecas ornet.

Existimas praestare, ut peritus aliquis summariam rei comprehensionem paucis paginis edat. Mihi diversum videtur. Nam quae potest esse brevior opera in materia hodie pene incognita? Tum, quae utilitas? Alius hodie mos est nostrae musices. At multo malim, ut quispiam adjungeret etiam Euclidis Graeca, et si quid utile dixit Glareanus aut alius quispiam. Denique omnibus in certum ordinem dispositis, Latina commentatio perpetua difficiliores locos adjuvaret. Ita neque versio Latina oneri erit iis in locis, quae vel non possunt intelligi nisi Graece, vel cum taedio leguntur Latine: neque deerit locus in Commentario, difficiliora loca Graeca Latine reddendi.

Ad haec respondit Herwartus demum d. 10. Oct. 1607. morbo excusans diu dilatam responsionem (cfr. III. p. 457), deinde pergit: darauf ich dann etliche Reisen verrichten müssen, darunter auch nach Augsburg und dasselbst veranlasst, dass die Harmonia Graece et Latine gedruckt werde. Bitte demnach mir sie zu überschicken und den ordinem anzudeuten, wie sie am räthlichsten gedruckt werden möchte.

Die Bücher so der Herr verlangt, sind nicht zu finden. Wenn Er Sphaeram R. Abraham Hispani, filii Chaja, von Oswald Schreckenfuchs vertiert, auch von Seb. Münster (aber nit von Schoner) will, so überschick ich Ime sollichs.

Bitt insbesondere um Antwort auf den nodum, qui jam a multis annis me iniquis modis torsit, warum Eratosthenes ejusque sequaces uni gradui coelesti in maxima peripheria Terrae stadia 700, dagegen Marinus Tyrius und Claudius Ptolemaeus nur 500 attribuiren und was Es damit ratione quantitatis stadii für eine Meinung und Gelegenheit habe.

Der Comet wird dem Herrn viel zu thun geben, sed omnes majori desiderio novam Martis theoriam a te exspectamus eamque optamus votis X, XX, XXX.

Daneben was Ime lieb und angenehm etc.

Quaestionem de Eratosthenis dimensione Terrae Herwartus jam prioribus epistolis moverat, nec non quaedam de magnete. Ad quae cum Keplerus in sequenti epistola eademque, quae harmonica attinent, responderit, illa, quae Herwartus scripsit, Kepleri literis praemittimus. Datae sunt Herwarti epistolae Monachii d. 18. et 26 Apr. Prior haec habet: Ehrenvester etc. Ich wurde berichtet, als ob in Behaim die Magnetstein wol zu bekommen seyn sollen. Wolt gern einen grossen und wo möglich einen runden, daran die Experientiae Gilberti probiert und gesehen werden möchten, ums Gelt bekommen.

Ferner kommt mir ratione magnetis in re nautica fremd für, dass man glaubt, diese Kunst sey erst vor wenig 100 Jahren erfunden worden, da doch Pachymerius, der nach Conrad Gesner temporibus Athanasii scripsit, meldet, dass der Magnet inclinationem seu sympathiam ad Ursum minorem habe. Man möchte sprechen, dass diese affection bekannt gewest, aber nichtmahlen ad rem nauticam appliciert worden; quod certe videtur refugium nostrum, cum et Homeri aetate tempore nubilo illa quaerimonia viguerit, nesciri cardines mundi. Wollte gern fundamentalem resolutionem hujus dubii von dem Herrn vernemmen.

In dem Theveto Cosmographo Gallo hab ich gelesen, dass er annimmt, das Erdreich protrahiere sich versus septentrionem in die Länge, sey also nit gar rund, sondern in forma cylindrica quodammodo versus boream oblonga. Wann ich nun gedenk, dass ein stylus oblongus chalibaeus, quocunque loco et modo magneti adhibeatur, dannoch in extremitatibus boream et austrum zeigt, dunkt mich, dass durch dieses experimentum dieses assertum Theveti glaublich und physice consectarium werde. Nun kommt mir noch folgendes, das mich oft plagte, zu Gemüth. Ex Eratosthene colligitur, unum gradum coelestem requirere in peripheria maxima Terrae 700 stadia. Atqui Marinus Tyrius et eum secutus Cl. Ptolemaeus nonnisi 500 stadia tribuit. Quaeritur ratio differentiae exacta. Ego in hac re mihi nunquam satisfacere potui, nec video hanc difficultatem ab aliis tactam. Bitte demnach, der Herr wolle dieser Differenz nachdenken. Die Ursache, dass mir dieses zu Gemüth kommt ist die, dass Eratosthenis commensuratio a borea ad austrum gehet, die Phoenices ut plurimum ab oriente versus occidentem geschifft haben: ob vielleicht daher erfolgt wäre, dass man ad complendum gradum coelestem ein mehreres spatium ab austro versus boream, als ab oriente in occasum haben müsste? Will des Herrn resolutionem hierüber mit Verlangen erwarten.

Damit was Ime won mir jeder Zeit lieb und angenemb. Datum etc.

P. S. Dessen Antwort hab ich gleich jezt empfangen, kann aber sobald, sonderlich wegen fürfallenden negotien darauf nit antworten.

Posteriores literae Herwarti priores his corrigunt: Wegen dessen, so ich Ime des Pachymerii halber geschrieben, find ich auf besseres Nachsuchen, dass C. Gesner sich geirret, da er Athanasii Patriarchae gedenket; das würde sich aber, teste Onufrio, auf einen Mönch beziehen, der anno 1290 creatus Patriarcha Constantinopolitanus vocatus; sintemal Pachymerius, ut constat ex historiae excerptis, quae Wolfius Nicephorae Gregorae subjecit, usque ad a. Ch. 1305 geschrieben, also dass die antiquitas pyxidis nauticae aus Ihm nit zu beweisen und ich demnach seinethalben nit mehr anstehe.

Damit etc.

Keplerus, prius ad literas d. 10. Oct. respondens, haec dat (d. 24. Nov. 1607) Herwarto:

S. P. D.

Nobilis et Magnifice vir, fautor colende. Literas M. Tuae scriptas 10. Oct. ante compluscalos dies accepi eo ipso tempore, quo migrandae fuerant aedes et commigrandum ad invitum et repugnantem hospitem, tot machinis occultis et apertis munitum, tanto favore eorum, qui aulicorum patroni potius esse debebant, ut ne nunc quidem confectum sit negotium. Libri enim locum nondum suum invenerunt aque iis absum. Itaque quod tarde respondeo, ignosces.

Harmonica igitur quod attinet, significas, in promtu esse typographum, itaque ea postulas remitti. Addis tamen, secundum mea monita procuratum typi negotium; praeterea consilium exquiris meum de ordine. Quae duo extrema effecerunt, ut postulato tuo non censuerim hac vice parendum in transmittendis libris. Nam etsi otio non abundo, nec temere mihi laborem sumo, neque fortasse tibi desunt, quorum opera meo loco utaris, video tamen, jam

te hoc agere, ut editionis seu bene adornatae laudem seu male culpam ex parte in me recipiam. Quo supposito, jam illud quoque sequitur, si maxime librorum sarcinam misero, me fortasse brevi illam recepturum. Petieras literis prioribus meum de versione judicium. Hujus postulati M. Tuam ex parte compotem facere visum est duabus primis paginis transmissis, in quibus Porphyrii sensus videtur meis emendationibus bene et clare expressus; antiquam vero versionem, quam transmiseras, facile ex literis agnosces. Judicabis igitur, num existimes, necessarias fore hujusmodi emendationes per totum opus. Graecas paginas mihi quodammodo religio fuit excerpere, quae pertinerent ad collationem versionum. Addidi notas unam atque alteram, ex quibus hoc Te volo colligere, illas initium quoddam esse commentatiuncularum ad commentaria Porphyrii aeque atque Ptolemaei, quarum scopum hunc esse par est, ut post mutatam musices faciem intelligi a nostris hominibus possint, quae a veteribus, nondum nata moderna musica, hic scripta sunt.

Qua in re egregiam operam praestari posse puto a Setho Calvisio, cantore Lipsiensi, qui, ex quo penultimas Tuas accepi, scripsit ad me ultro, secutus occasionem in libello meo de Stella praebitam, ubi harmonica obiter trado. Edidit ille commentatiunculas aliquot perbellas ad hanc rem spectantes, etsi fatetur in literis, se veterum terminos non omnes intelligere. Tales tamen judico ejus libellos, ut mathematico, qui non sit ex professo musicus, vice scientiae musicalis hodiernae esse possint, quantum ea opus est ad explicandos et comparandos veterum de harmonia libros.

Quod ordinem attinet editionis, fere in sententia maneo, Ptolemaei Harmonica cum Porphyrii commentariis graeco-latine sic exprimenda, ut facies respondeant, appositis pauculis hujusmodi notis, ad comparationem pristinae et modernae musicae facientibus, ad marginem vel ad calcem, quousque Porphyrius commentatur, hac cautione, ut ubi Porphyrius abbreviat textum verbis καὶ τὰ ἑξῆς, ibi integer ponatur Ptolemaei textus, usque ad loci sequentis initium a Porphyrio factum. Comparari potest versio Gogavini cum scripto in Ptolemaei textu. Ubi desinit commentari Porphyrius (nisi forte alicubi totum Porphyrii commentum inveniatur), equidem expediret, notas latinas ad Ptolemaei textum esse copiosiores, et fortassis ei, qui Porphyrii commentaria continuata hactenus diligenter perpendit, non futurum est difficile dicere in sequentibus ea, quae sunt consentanea Porphyrianis praecedentibus. Absoluto toto Ptolemaeo, poterit subjungi commentum Barlaami monachi in tria ultima capita, cujus versionem totam hic transmitto. In Graeco folia sunt 17. Cetera, ut prioribus scripsi, quae codex ille habet, ad Harmonica non spectant. Et quia Barlaam ibi desinit, ubi maxime coeperat dicere: „videbo, si possim illum defectum supplere“: mirabili quippe fato, priusquam vidissem Ptolemaeum, uti scripsi ante multos annos, omnem propemodum Ptolemaei Harmonicorum summam complexus sum instituta scriptione de Harmonice mundi, divisa in libellos 5, quorum primo causae harmoniarum in geometria quaeruntur, secundo definitio traditur rationum harmonicarum, in abstracto, tertio ostenditur rationum harmonicarum effectus in vocibus, quae materia est lib. II. et I. Ptolemaei. Quarto libello ostenditur rationum harmonicarum effectus in operatione siderum, quae materia a Ptolemaeo traditur lib. III, 1—13. Quinto libello ostendo rationum harmonicarum applicationes ad motus siderum. Atque hanc materiam Ptolemaeus, interprete Barlaamo, tradere voluit cap. 14, 15, quia capitis 14. inscriptio promittit comparationem chordarum perfecti systematis stabilium cum sphaeris mundi, cap. 15. vero promittit comparatio-

nem motuum sphaerarum cum chordis seu sonis. Etsi igitur aliam ego viam sum ingressus in mea Harmonice mundi, quam Ptolemaeus in his capitibus videtur proposuisse (sphaeras enim utpote corpora non comparo sonis, qui sunt motus aliquis, sed illarum commensurationem corporalem ostendo desumtam esse ex quantitatum illo genere, quod itidem corpora solemus dicere, quia soliditatem quandam habent), tamen videor vel ob cognationem ipsam mearum cogitationum cum Ptolemaicis conjectura feliciori uti posse de iis, quae Ptolemaeus his tribus capitibus dixerit, quam si in eandem materiam nunquam incidissem mea sponte. Etenim inscriptio cap. 14. plane communis est Ptolemaicis et meis cogitationibus. Ipse motus siderum comparat motui chordarum certarum; ego investigo, quaenam intervalla harmonica communiter insint et vocibus in musica et motibus planetarum. Sed ne ulterius excurram, concludam hoc caput. Versionis Barlaami descriptum non habeo, et in his curis inanibus neglexi exemplar facere. Lacunae quaedam sunt in mea versione, alicubi et signa ad marginem. Illae indicant, textum illius loci plane non intellectum, haec vero dubitationem meam indicant circa versionem.

Percepto meo judicio et de versione latina et de ordine, quicquid volueris de libris fieri, de ista etiam versione prior facito, ut aut remittas hanc aut repetas illos denuo. Neque enim de tempore quicquid promittere possum, etsi mihi non desit egregia voluntas.

Vertor nunc ad sequentia Tuae epistolae capita. (De chronologia [comp. vol. IV. p. 476] et de „Lunaribus" [cfr. vol. III. p. 30.])

Ad literas 18. 26. Aprilis non respondi, quod altera alteram correxisse videbatur et quod mearum literarum redditio in conclusione significaretur. Obliviosus tamen quin sim diffiteri non possum, qui hoc ipso momento demum rem quasi plane novam ex illis literis repeto: petiisse te magnetem bonum. Puto, mihi nocuisse Martis Commentaria. Igitur inquiram apud Caesaris mechanicum. Nam qui vulgo per Bohemiam venduntur, nullius sunt pretii.

Magnetis inclinationem ad polum veteribus notam probas ex Pachimerio et Homero. De Pachimerio respondes alteris literis; ipse Homerus vero incognitam fuisse probat in re nautica, nec enim possunt esse ignoti cardines mundi coelo nubilo, ubi est usus magnetis. Itaque cedo mihi tua verba in meos usus, quippe refugium est miserorum, dicere notam fuisse, cum id nullo usu probetur.

Theveti Galli sententiam de ovi forma in corpore Telluris considera diligenter. Nam puto simile quippiam ex Hipparcho meo appariturum. Diversis enim methodis, altera ex initio et fine eclipsis totalis, altera ex eclipsium partialium magnitudine, diversae diametri umbrae prodibant. Hoc tamen par est diligentissime prius examinari negotium, ne ex errore monstrum aestimetur opinionis.

Si coelum emensus essem et tam firmo essem corpore, ut ad Terram mediandam animum traducere possem facile, hoc magistratus alicujus subsidio sperarem me deprehendere posse vel sine ope coeli, incipiens enim tempore aestivo, ab ultima NordWegia circumirem cum locorum peritis ultimi conspectus montana, semper ad illum transiens montem, quem ex priore conspexissem remotissimum: ita tribus fortassis aut quatuor stationibus emensis NordWegiam, totidem Daniam, quinque vel sex Saxoniam, tribus Bohemiam, unica fortasse sola Noricum Ripense, plurimis Rhaetiam alpestrem, cujus edita nequeunt adiri, paucioribus cisalpinam Galliam, inde Italiam et si commode a linea deflecti posset, etiam Apuliam et denique Siciliam metirer, non

tantum flectione mutua, sed illud pro distantiis, hoc pro inclinatione graduum. Idem facerem exorsus a Transsylvania per Ungariam, Alpes Styrias, Helvetiam, Petemondam, Gallias, Pyrenaeum usque Compostellam. In tanto igitur spatio facile pateret veritas. Vel irent duo simul, semper spatio 5, 6, 7 vel 10 milliarium distantes, qui noctibus per internuncios constitutos, e montium verticibus ignibus excitatis invicem, signa darent. Hoc ibi maxime, ubi montes, qui adiri possunt, horizontem non terminant. In hac societate duorum et hoc inesset commodi, quod in reditu omnia emendari possent et ambigua discuti. Splendide me fabulari putabis; at ego in Styria feci periculum: ascendi enim duos montes et utrumque ex altero libravi; inveni curvationem globi terreni 19 minutorum, intervallum aestimabatur 5 milliarium. Hoc vero non sum mensus instrumentis visoriis, ut potuissem, quod solum deest perfectioni exempli.

Probabilem existimas sententiam Theveti ex eo, quod magnes omni parte sui soleat imbuere ferrum. Atque hoc nihil indicat de figura seu magnetis seu Terrae, sed tantum de natura virtutis, quae polum petit; quod scilicet illa in rectam porrigatur quodque sit cum corpore magnetis divisibilis, sic ut in singulis ejus filamentis rectilineis insideat.

De stadiorum numero, quae uni gradui coelesti competunt, sane incertum puto. Nam non solum de stadii quantitate dissentiunt veteres, seu dissentire necesse est, cum pedis mensura non fuerit una, sed etiam lubrica res est, determinare unum gradum coeleste in Terra; semper enim de aliquot minutis dubitatur, quae negligi non deberent, denique si maxime sciantur duo loca Terrae, in quibus est differentia unius gradus praecise, in septentrionem tamen non facile metiri possumus illum Terrae tractum, semper enim obstant aut flumina, aut montes, silvae, paludes, agri culti etc. Refert Christmannus commentario super Alfraganum (nisi forte ipse Alfraganus, liber enim non est ad manus) Arabas quoque Baldachenses sub rege Maimone huic curae incubuisse, ut emendarent hunc stadiorum in uno gradu numerum.

Rogatus ipse ante biennium ab Electore Coloniensi, sic respondi, ut paulo prius; de Terra videlicet metienda sine intuitu coeli ex duorum locorum libratione mutna. Et subjecit ipse commoditates locorum, si bene memini, Monachium et Freisingum appellavit, quorum locorum ex altero in alterum pateat prospectus e fenestris palatiorum. Quodsi interjectum intervallum aptum est ad metiendum pede Romano antiquo, cujus mensura est latus cubi computatorum Romanorum et liquorem fontanum 96 librarum Rom. capientis: tunc ipse spondeo inclinationem mutuam perpendiculorum Monachiensis et Freisingensis exacte investigare. Hoc pacto et cosmographia fuerit adjuta et ratio mensurarum perpetuitati consecrata, siquidem literae fuerint perpetuae. (Comp. III, p. 458.)

Ac etsi mea nihil interest, quam in plagam vergat linea connectens duos locos: tamen si postea per hunc modum explorare vellemus rationem diversae curvitatis Telluris, idque intra unam regionem, oporteret sane duas esse operationes et linea semel in austrum semel in orientem deberet porrigi.

Sed desino, nunquam enim scripsi longiorem epistolam, quam cum initio Novembris essem exorsus, vix hodie, 24. Novembris finio. Nec quicquam praeterea effeci in studiis.

Ex aedibus olim Cramerianis e regione Jesuitarum ad pontem. Nob. Mag. T.

officiosissimus

J. Khepler, mathematicus.

Herwarti responsio haec est: Ehrenvester etc. Er hat recht gethan, dass Er die Harmonica bei sich behalten, wie Ich Ime denn auch seine versionem und was er mir geschickt, beyverwart zusende. Wenn ich noch andere versiones latinas davon erhalte, werde ich sie Im auch schicken. Wie aber die Sachen noch zu thun seyn möchte, damit es, was der Mühe werth, ans Tageslicht komme, wolle der Herr weiter nachdenken und mich berichten.

Den Glareanum de Musica hab ich noch nit bekommen können. Des Sethi commentationes musicales werden vielleicht a primis principiis nit anfangen und auch für sich selbsten nit genug seyn; ich hab sie gleichwoll nit gesehen.

Ex praxi testudinis scio, si tendatur chorda testudinis ab A ad B (et dimidiatur in C) et AC dividatur in 12 partes, sitque AB ad AC ut 2 ad 1, tunc AB sonus ad CB sonum dicetur octava, ita videlicet, ut sonus chordae CB minoris seu dimidiae ad sonum chordae AB majoris seu totius dicatur unisonum octavae. Ut

AB ad 3 B se habet ut 24 ad 21 vel 8 ad 7 et dicitur tertia minor,
" " 4 B " " " 24 " 20 " 6 " 5 " " " major,
" " 7 B " " " 24 " 17 " " " quinta.

Da wolt ich gern einen oder mehr authores haben oder doch wissen, die von dergleichen oder anderen so beschaffenen primis principiis anfahen.

.... Vom übrigen schreib ich mit nächstem und überschick Im auch wieder beiliegende schemata theoriae Martis. Dann weil kein explicatio dabei, kann ich sie auch nit assequieren.

Und thue was Ime von mir yeder Zeitt lieb und angenem ist. Datum München d. 12. Jan. 1608.

Responsionem Kepleri neque in manuscriptis Pulcoviensibus neque Monachiensibus deprehendimus. Supersunt quidem epistolae Herwarti d. 13. Sept., 5. Nov., 2. et 5. Dec. anni 1608, nec non eaedem Kepleri d. d. 18. Oct. et 22. Dec. 1608, quae respiciunt ad priores Kepleri eodem anno datas, neque vero referunt illae, quae supersunt, quidquam de Harmonicis, quare misso Herwarto ad alios transimus, cum quibus Keplerus de Harmonia sua per literas egit.
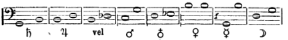
Superest fragmentum epistolae Kepleri ad Jo. Matth. Wackerium (consiliarium Caesaris), in qua refert studia sua et vitam per annum 1617. Vol. II. 401. ea ex his literis praemisimus, quae ad verba obscuriora textus (p. 109) percipienda necessaria visa sunt. Jam eam, quae superest, partem, Harmoniam spectantem addimus. Reversum se esse Lincium, illic narrat, „Natalibus inchoantibus“, respexisse ad Tabulas et Astronomiae Copernicanae partem alteram.' Deinde pergit:

Sed cum puellam filiam, quae Augusto mense nata erat (paulo priusquam aliam trimulam amitterem), domum reversus invenirem catarrhis periclitantem isque morbus tandem in luctum exiret: dimissis ego Tabulis, quae quietem requirunt, animum ad Harmonica excolenda appuli, verso in Latinum sermonem libro III. Harmonicorum Ptolemaei scriptisque in eum notis, quibus meas inventiones harmoniarum coelestium comparo cum auctoris eadem de re opinionibus. Summam igitur hujus doctrinae partis Tibi ἁρμονικωτατῳ aequum est ut exscribam, ut, qua re nihil me magis in vita delectavit, ejus copiam Tibi in hac aetate ne invideam. (Cfr. Literas Kepleri ad Remum datas infra sequentes.)

Quemadmodum natura sublunaris, hoc est anima Telluris animaeque superficiem incolentium, occulto instinctu percipiunt diliguntque configurationes harmonicas radiorum ex binis planetis descendentium, quae configurationes necessitate motuum certis temporibus eveniunt, sic cum in Sole multo sit pulchrior et instructior apparatus et congruentia motuum ex Sole (non vero ex ullo alio corpore) apparentium, et congruentia quidem non necessitate eveniens, sed architectonice ordinata ab initio, mundanis scilicet motibus in illam studio contemperatis: credibile est, in Sole naturas animales esse multo nobiliores, quae iis delectentur et moveantur naturaliter, et naturas quidem Diis dominis similes. Nam nos quidem terricolas sola Luna circumit, nobis scilicet famulata: ceteris planetis nos fruimur, ut commoda vicinia, radiorum ex iis ad nos delapsorum configurationibus, quas ipsi nobis non procurant, ex-

quisitis. At Solem et nos et omnis planetarum chorus circumimus, ei veluti famulantes, ejus propria familia et peculium. Quodsi gentilis essem et si nihil plane ex instructione Christiana hausissem, dicerem, in hunc globum totius mundi praestantissimum patere nobis Wackheriique similibus animabus recessum.

Sed manum de tabula. Nam toni coelestes sunt exprimendi schematibus usitatis:



Ima nota est motus aphelius, summa perihelius; nam dum duo durant, intermedii ceteri mutantur. Venus non tantam habet varietatem motuum, ut vel diesin faciant, quantum est inter *dis* et *e*: ergo per unisonum sunt exprimendi ejus motus. Quantulam autem illa varietatem facit, tantulum et ceteris accedit ad hic expressa intervalla vel decedit. Suntque re vera sic distincti singulorum toni, diversis sc. altitudine clavibus in scala musica. Et sic per motus aphelios et perihelios signatae sunt claves *G, h, c, d, e, fis, g,* licet in diversa altitudine certa vis; at vero non est signata. Praeterea propter angustias Veneriorum et Terreorum est hic etiam mutatio cantus mollis in cantum durum, quia aphelii ♁ et ♀ faciunt inter se comparati octavam duram, perihelii mollem: quo posito veluti sceleto utriusque planetae, ut plurimum apheliis et periheliis motibus utcunque bis et sic in universum quater ad communem ex omnibus planetis harmoniam contemperari possunt. Sed systema occupat fere 8 diapason; itaque sceleta omnium 4 formarum exhibebo in una sola octava. Sed ad omnes universales harmonias concurrunt planetae non apheliis et periheliis motibus omnes, sed quidam intermediis tantum: omnes tamen ad illarum unam solam altero ex extremis. Sunt autem extremi motus ipsis studio accommodati, intermedii, sine studio ordinantis architecti, eveniunt necessitate motuum: datis enim extremis, necesse est et medios concedi. De particularibus binorum vel trinorum harmoniis, uno ex sex discordante, nihil dico; sunt enim novae et eveniunt pleraeque necessitate motuum. . . . .

Huc usque fragmentum literarum, quae circa finem anni 1617 scriptae sunt.

In praefatione diximus, Schickardum schemata quaedam ad Harmoniam pertinentia aeri insculpsisse. Keplerum multa cum de hoc opere tum de aliis studiis astronomicis per literas cum Schickardo egisse, testatur epistolarum fasciculus, qui inest Mss. Pulkoviensibus quemque Hanschius in collectione sua exhibet a fol. 668 in fol. 687. Praeter unam vero omnes sunt responsa Schickardi ad epistolas Kepleri, quae illa excepta omnes temporum injuria perierunt. Scriptae sunt Schickardi epistolae ab anno 1618 (Cal. Jan. v. st.) in annum 1625 (7. Sept.). Ea quae superest Kepleri epistola data est d. 11. Mart. 1618, quae quamvis pauca habeat de Harmonia, tamen integra infra sequetur. Complures Kepleri epistolas ad Schickardum (cujus jam responsa desiderantur) deprehendimus in bibliotheca Stuttgartiensi, quas, cum maxima ex parte typum Tabularum Rudolphinarum attineant (scriptae sunt Ulmae annis 1626—1628), hic illas non inserendas censuimus.

Guilielmus Schickard (Schickart) natus est Herrenbergae, oppido Württembergensi, d. 22. Apr. 1592, Tubingae ab a. 1610—1613 theologiae operam dabat, praecipuum vero studium linguae hebraicae impendebat. Anno 1614 diaconus Nürtingam missus, anno 1618. Tubingam rediit, linguam hebraicam professurus. Hoc munere perfunctus est magna quidem cum laude, sed exiguo salario adjutus, quod anno demum 1628 liberalius suppeditatum est, quo senatui Tubingensi commendatus a consiliariis ducis Württembergici et Philippo Hassiae Comite, in collegium philosophicum professor ordinarius creatus est. Per paucos vero annos

meliori hac fortuna fruebatur, cum anno 1634. proelio ad Noerdlingam facto (26. Aug.) tota Württembergia unaque Tubinga in potestatem catholicorum veniret.

Calamitates, quibus tum afflicta est Württembergia et ejus incolae, ex iis apparent, quae Schickardus de fato suo fratri Lucae refert, qui tum in Anglia versabatur, paedagogi munere functus apud filios Ducis Württembergiae.

Die 10. Dec. 1634 scribit Schickardus: Ex tua 8. Aug. exarata epistola intelligo, tibi nondum constare de multiplici miseria nostra. Significo igitur, matrem nostram, in dira irruptione Herrenbergensi a militibus immisericorditer tractatam, duodecimo post die animam Deo reddidisse, vivere etiamnum sororem, sed, ut facile conjicis, parum laetam. Me quod attinet, non habui per omnem vitam calamitosiora tempora, quam haec ipsa; adeo me undique premit fatum. Mense post matrem (Oct.) obiit filia mea natu major, altero deinceps mense uxor et duae ancillae, tertio denique (Dec.) secuta est altera filiola. Omnes aut novo morbi genere aut pestis tamen specie intra triduum vel sextiduum sublatae. Quid de me superstitibusve duobus liberis minimis futurum sit, Deus novit . . . . Is nunc est in hoc oppido status, ut nemini, ne uni quidem, fortunas meas credere ausim. Premimur, exsugimur, tantum non exossamur, ac silere tamen oportet, imo laeta fronte probare, quasi bene gestum. Hesterna vespera vidimus amplissimum incendium, ajunt esse Uraci; si verum est, totum conflagrarit oportet. Etiam Schorndorfa tota fere est exusta, puto solum templum cum arce superesse. Quos ferus Mars in hoc ducatu non abstulit, ii nunc pestilenti lue concidunt catervatim quotidie. Malum est longe supra, quam satis describi possit. . . . . Nosti aedes alioquin haud amplas esse, quas hac aestate emi, est tamen ea solitudo et familiae paucitas, ut in insulam deportatus esse mihi videar. Cum de hostis adventu primus rumor increbuisset, opinabar, emisse domum omnino intempestive: nunc ubi pestis me priori domo conductitia exegit, intelligo demum, quam paterne meae valetudini providerit clementissimus Deus, qui hanc aedem dedit. Includor nunc illi velut carceri, quod contagionis metu conspectum meum non ferunt academici, praesertim ille, qui symboli loco scribere solitus erat: „mortem non timet“ etc., affinis noster. Etiam Lansius reformidat novum vicinum atque docta persuasione aliorsum fugere jussit . . . Studiosum quendam conduxi, qui continue mecum habitat, si quid secius accideret, alioquin ancilla quaedam senex culinam administrat mihi . . . Nudius tertius vaccam invito mihi milites mactarunt . . . .

Haec repetit Schickardus in literis d. 6. Mart. 1635 ad fratrem datis, „quia mearum (minimum quinquies ad te perscriptarum) nullas hactenus tibi visas lectasve refers“, aliaque addit: Soror sauciata graviter convaluit, quamvis 18 ictus experta. Addideram quoque, quam immisericorditer avunculum nostrum Gmelinum tractarint, fune post equos traxerint per invia, tandem lytro 300 imperialium extorto vix dimiserint. Patruum Henricum, sero demum et quando nil hostile amplius metuebatur, confoderunt etiam.

Postquam bellicus furor aliquantum desaeviit, ut a tot terroribus respirare debuissem, ex improviso aliud mali genus domum meam afflixit, priori aeque saevum, quia brevi tempore uxorem et filias omnes, ancillas quoque duas una cum inquilino studioso sustulit, adeoque me solum cum unico filiolo Theophilo reliquit . . . . Accessit novissimum et multo mihi intolerabilius, quod in aedes damnatus eram auctoritate Senatus, sc. ne quae contagio ex meis serperet ad alios, quasi non hoc oppido toto passim ea lues fuerit grassata. Voluerunt omnino extrudere Tubinga specie melioris aurae captandae; at sic mea supellex certissima fuisset praeda militum praesidiariorum, quod exemplo aliorum absentium didici . . . Academia jacet neglecta, salaria diu retro nulla vel accepimus vel sperare possumus porro, ac erogare tamen cogimur ad sudorem et sanguinem usque. Nemo professorum immunis est, ne theologis quidem parcitur, quo minus insolentissimos alant, aut qui mensae suae non adhibent, solvunt tamen hebdomatim 6—10 aut plures thaleros, praeter ordinariam immensamque contributionem ex bonis. Cancellarium in ipsa cathedra sacra quidam temerarius, dum ad ecclesiam concionaretur, sica est adortus, non tamen praevaluit, angustia loci innocentem defendente. Particulares caedes, quas longum foret enumerare, incendia quoque tot oppidorum, ex publica fama procul dubio tibi notorum, omitto.

Ultimae, quas dedit Schickardus fratri, jam Parisiis commoranti, datae sunt „Duslingae, pago praefecturae Duslingensis in meo Pathmo d. 29. Sept. 1635“, quo eodem die scripsit de statu suo calamitoso ad amicum Berneggerum Argentoratum. Novas, inquit, calamitates tibi narro, easque praecedentibus haud leviores: priorem de natalis oppidi nostri Herrenbergae funesta deflagratione, quae contigit d. 9. Julii, alteram de sororis nostrae Annae nuperrima morte. Etiamsi ergo domum redeas, nihil tamen de patrio lare superstes videbis, nisi forte disjectos aliquos lapides cineribus permistos atque titionibus atros; non te reducem salutabit, quod laeta facere tantopere desideravit, charissima soror. Cum ea incendio diro expelleretur, ad me migravit una cum tribus liberis. Excepi fraterne videbamurque nobis jam ab illo casu nonnihil respirasse, quando saeva et inopinata pestis hoc

solatium nostrum prorsus exstinxit. Praeterita enim die Mathaei primum filiola ejus Margaretha obiit, non ultra biduum aegrota, mox post triduum ipsa mater secuta est ac postridie humata in majori fossa cum pluribus ejusdem diei, inter quos Frischii ambo filii; nec enim patitur multitudo morientium, ut cuilibet loculus paretur seorsim, sed neque conductus et reliqua solennia tolerantur a novis dominis. Ego cum puero meo aedibus meis emigrare sum coactus et secessimus huc Dusslingam, pagum toto ducatu solum fere hactenus conservatum . . . . Academia dissipata est nec supersunt ex omni numero studiosorum nisi 20 c. stipendiarii. Pastores ultra 200 mortui sunt, nec suppetunt idonei homines, qui in eorum loca sufficiantur. Ex professoribus obierunt tantum tres, Magirus, Colbius et Unfrid, ceteri diversos ad pagos discesserunt. Ego in montanis Albae oberro cum puero meo, deinde huc revertor etc.

Brevi post Schickardus rediit Tubingam, die 18. Oct. interfuit concilio Senatus academici, die 24. Oct. mortuus est, eumque post paucos dies secutus filiolus.

Mortuum Schickardum prosecutus est maximis laudibus oratione publica in aula academica Zach. Schaefferus, Orat. et Hist. Prof. Tubingae, quam adjunctis carminibus (H. Grotii, Gassendi, Lansii, M. Hortensii aliorumque) publici juris fecit a. 1636. inscriptam: W. Schickardi, linguarum orient. et matheseos in academia Tubingensi professoris celeberrimi, superiori mense Novembri denati Memoria et Eulogium.

Keplerus convenit Schickhardum Nurtingae, dum ob matris causam forensem in Würtembergiam profectus anno 1617 Tubingae apud Maestlinum versabatur („inveni etiam, scribit Wackhero, nobilissimum ingenium in oppido Nürtingen, matheseos amantissimum juvenem W. Schickardum, mechanicum perindustrium juxtaque orientalium linguarum cultorem"). Tum inter Schickardum et Keplerum ita convenit, ut ille schemata ad Harmoniam sculpenda promiserit. Keplerus domum reversus per literas monet Schickardum promissorum, quibus respondit ille hunc in modum: Felicem novum annum et promtissima mea officia. Clarissime et Praestantissime Vir, Domine fautor plurimum colende. Binas jam post Praestantiae Tuae discessum literas easque diversis locis et contrario sensu scriptas praepostere accepi. Unas Augusta huc transmissas, alteras Tubinga; illae posterius et remotiori loco exaratae, prius redditae sunt, hae contra nescio quibus moris ultra mensem in tam vicina urbe detentae, medio Decembri demum mihi visae sunt. Illae delineatas figuras ad Krügerum mittere jubebant, ut ibi exsculpantur, hae vero mihi ipsi hanc operam injungebant. Quorsum ex hoc bivio eundum esset, ambigebam quidem ab initio nonnihil, sed tamen postea re melius deliberata arbitrabar, posteriora praejudicare prioribus et δευτέρας φροντίδας, ut ajunt, fuisse σοφωτέρας, adeoque bono quodam fato illas hasce praevenisse augurabar. Quamquam igitur in Tui, tam celebris et de universa mathesi praeclarissime meriti, gratiam hunc caelandi, utcunque alias molestum, imprimis mihi caecutienti inimicum laborem lubentissime ipse suscepissem: quia tamen ad operis editionem maturandam aliter vobis Augustae congregatis visum fuisse intellexi, non invitus et ipse consilium mutavi et quam citissime licuit schemata omnia pyro inscripsi Krügeroque per aurigam (lapidum molarium nostratium vectorem) illuc transmisi. Quam vero bene omnia, praesertim 13 Archimedea assecutus fuerim, equidem ignoro; ipse judicabis, cum inspiciendi dabitur copia. Spero tamen, non longe manus a scopo aberrasse. Quae de quinque corporibus circulo inscriptis (Lib. II prop. 25.) in Tubingensibus literis monuit Praestantia Tua, illa mutare in summa aurigae festinatione mihi non fuit integrum. Vix enim sat temporis relinquebatur compingendis et linteo insuendis illis truncis ligneis, nedum nova schemata delineandi, quae „secessum pingentis et otia requirunt", ut illud Ovidianum hic mihi usurpem. Satis tamen ad mentem auctoris depicta esse puto.

His addit Schickardus gratias maximas pro libris ipsi dono datis a Keplero (Stereometria, Ephemeridibus et Calendario) et sic pergit: Memini, Tuam Praestantiam mihi in restitutione globorum aliquid molienti adjutrices aut potius directrices manus promisisse et catalogum reliquarum fixarum, quae in Tychonis Progymnasmatibus non exstant, spopondisse. Quodsi itaque hisce promissis stares etc., esset gratissimum. — Tandem et hoc P. Tua sciat, me occasione nostrae conversationis de novo ad mathesin animum applicasse et isthaec studia, per quadriennium fere prorsus intermissa, resumsisse atque hactenus trigonometria praecipue occupatum fuisse. In quibus aenigmatibus utinam te conjectorem, quovis Oedipo expeditiorem, interdum compellare possem! Sed nimis longe invicem absumus. Interim hoc unum quaero: annon etiam absque sinuum canone triangula solvi possint? Videtur enim misera ars esse, quae hisce tabulis semper indiget, atque infelix computator, qui non ubique ad manus habere potest illum canonem. Taceo, quod admodum servile sit Canone uti, cujus errata (si quae forsan habeat) deprehendere nequeam, nedum corrigere, interim tamen securissime ipsi fidere. Si plana triangula solvi possent, etiam sphaerica nihilo difficilius computari posse confido, cum ad illa reducerentur. Sed planorum latera

sciri posse etiam sine canone sinuum, notius est, quam ut ego sus id te Minervam modo doceam. Superest igitur, ut angulos expiscemur et ut inveniatur proportio ad se invicem duorum acutorum angulorum in rectangulo (nam obliquangula nihil moror, siquidem in duo rectangula facile dispescuntur), proportionem, inquam, illorum tantum desidero: exinde enim etiam quantitas singulorum per regulam De Tri facile sciretur, quoniam ambo simul sumti aequantur uni recto. Illam frustra diu quaesivi; capillis primo huc trahebam penultimam primi Euclidis, ratus duorum, quae rectum angulum includunt, quadratorum ad se invicem habitudinem hoc quaesitum mihi notificaturam. Sed spe mea longe me falsum esse crastinus dies docebat, cum ad calculí Lydium quasi lapidem haecce phantasmata examinarem. Nihilominus tamen aliquid proportionis subesse adhuc non despero. Quodsi vana et impossibilis est haec mea praesumtio, et forsan merae irrationales quantitates: fac ut sciam, ne frustra hunc Aethiopem lavare pergam. Sin vero conatum non prorsus irritum judicas, aut ipse viam nosti, qua vel ad ipsissimam veritatem vel quam proxime ad ipsam et simul compendiose eatur, quaeso ne me celes. Discere namque a P. Tua paratus sum nec vulgari mihi honori ducerem, tuus discipulus audire.

Sed abrumpo epistolam, vereor enim, ne prolixitate mea Tuam Praestantiam gravioribus occupatam statim prima vice sic offendam, ut posthac minus propitiam fore sentiam. Condonet hoc affectui meo et quam felicissime valeat, cum omnibus domesticis a Mea quoque peramanter et officiose salutata.

Dabam Nirtingae proprid. Cal. Jan. st. v. 1618.

Praestantiae Tuae observantissimus
Wilhelm Schickard.

Keplerus respondit:

Venerabilis et doctissime Vir. Literas III. Cal. Jan. ad me scriptas accepi a Krugero ipso Id. Mart. st. n., quo eodem tempore et tibi meas redditum iri sperabam. Video, me bono genio in te incidisse, qui non, ut ego soleo, in negotiis susceptis ut mus in pice adhaerescas. Bene etiam factum, quod a manu tua ingeniosa delineationes sunt, sculptura ab alio banauso, ne Caesar ad equi Pontificis curam descendat. Crede mihi, me non sine dolore abs te petere potuisse sculpturam, cum adhuc de voluntate Crugeri mihi non constaret egoque Tubingensia prela aut Lincensia quidem, sed cum renunciatione Crugeri, exspectarem. Nunc, quando mordicus ille tenet jus suum in curando opere, provideat etiam de operis.

Sarcinam ad Te delatam Tubinga gaudeo. Existimabam inter cetera fuisse et exemplar Epitomes Astronomicae, nam invenio in adversariis meis adscriptum. Quodsi non ipse mecum Nirtingam attuli, copiam tibi facio a Crugero petendi (scripsisse te gratias pro accepto libro, significat Crugerus). Literis quidem tuis gratissimis hoc unum deest, quod non significas de Commentariis Martis, quae per eundem aurigam a Crugero petere proque iis trunculos ligneos permutare debuisti; sic enim convenerat inter nos Augustae.

De emendatione globi memoriam revocans magna me voluptate perfudisti. Utinam tibi tantum sit otii, ut hic operas tuas meis conjungas, id equidem futurum existimo cum utilitate publica. Primum te velim recordari, quod tibi dixi, me fidem haeredibus Braheanis obstrinxisse de non vulgandis observationibus neque tabulis (quarum pars magna sunt catalogus fixarum) excudendis, ipsis non consultis. (Cfr. I. 370.) Oporteret igitur et te mihi esse obligatum ad eadem, sic tamen, ut nomen tuum in hac operis parte apponatur. Deinde velim te hoc scire, non esse omnino tutum fidere catalogo fixarum Tychonico, quia loca fixarum ex observationibus computata sunt per studiosos varios inveniunturque passim errorculi. Esset igitur tota pragmatia repetenda a fundamentis per doctrinam triangulorum. Et mille quidem fixarum senis millibus multiplicationum et divisionum computandarum labor non adeo est immanis; utereris enim typis operationum abbreviatarum, quos ingessi in Epitomen Astronomicam: at observationes exscribendi, conferendi,

seligendi, defectus observationum arguendi, sicubi occurrunt, occasiones omnes circumspiciendi, an Luna claritatem fecerit, aër purus fuerit, stella clara sit, humilis an alta fuerit; quod instrumentum, qua fide fuerit, distantia sit aequatoria an in circulo magno per stellas: haec omnia tempus longius, collata consilia, laborem ingentem requirerent, ut omnino praestet, acquiescere Tychonicis computationibus, quam oscitanter ista aggredi. Nos vero locorum intervalla dividunt, mihi tomos observationum itineris periculis exponere non est integrum; ut exscribam, vetor obligatione mea, nisi certissimus sim de restitutione exempli non alias describendi. Et ut hic sim securissimus, quis quaeso alius necessaria excerpet (nam cui bono descriptiones integrae?), imo quis fideliter tantum et scienter describet, nisi tui similis? Utinam aut tibi Lincii aut mihi Nirtingae liceret aliquamdiu conversari. Sed fingamus ipsi nobis somnia: erunt comitia forsitan aliqua Ratisbonae, cum tu in comitatu Wirtembergici, ego in comitatu Caesaris convenire poterimus. Nam Austriacam functionem ecclesiasticam non te patietur suscipere uxor, non eruditio tua: jam enim locus tibi in academia patria, scio, deputatus est.

Scripsi tibi et vota promtitudinemque meam et impedimenta. Nunc alii consilio secundum locum do. Nam si mavis proprio nomine solus edere globum: age, exstat catalogus mille fixarum Tychonis Brahe cum imaginum diarthrosi editus Romae (II. 784), quem conferre poteris cum Bajeri Augustani Uranographia, atque ego tibi fideliter indicabo, sicubi ille a meo manuscripto differat. Ita non opus erit, ut ad me provocans invidiam mihi crees apud Braheanos. Consilia mea de διαρθρώσει jam satis perspexisti ex typo aeneo libri de Stella nova (II. 666), et conferam illa tecum porro quoque. Existimo tamen sufficere tibi, admonitum esse: cetera te abs te ipso posse petere exque diligenti intuitu constellationum in ipso coelo.

O miseram uxorem tuam, o exsecrabilem illi adventum meum, qui maritum ipsi suum eripuit inque matheseos deserta et invia loca abduxit, ubi ille trigonometriae vepretis adhaerescit. Sed serio, tui certe me miseret, qui tempus a Calendis Januarii hucusque procul dubio perdidisti. Invenio et inter mea epicheremata tuis conatibus similia, frustranea et inconsiderata omnia. Nam si certum est, ut est certissimum, sic esse inter se latera triangulorum, sicut sunt inter se s i n u s angulorum oppositorum, frustra igitur proportionem a n g u l o r u m ipsorum quaerimus, quae omnino differt a sinuum proportione, recti enim et curvi (sinus laterisque, et arcus angulique) nulla est proportio effabilis, nulla ineffabilis ex libro decimo Euclidis, sed infinita datur appropinquatio sinuum erga suos arcus proportionis, a proportione maxima sinus recti ad quadrantem, ad minimam, id est aequalitatis, proportionem sinus minimi, hoc est puncti ad arcum minimum, itidem punctum. Quodsi nos non pudet mensae Pythagoricae, neque canonis sinuum pudeat; angustiae potius nos pudeat memoriae nostrae, qui infinitatem illam proportionum circuli non capimus. Contenti simus, dari lineas cuicunque arcui proximas magis magisque in infinitum usque, si quis vellet laborem sumere totiesque actum agere. Nam arcuum ipsorum, qui numeris exprimuntur, lineae pleraeque, ne fallaris, non tantum ineffabiles, sed plane inscibiles sunt. Ultima et minima subtensarum, circulo varie secto, in aequalia tamen, est subtensa tribus gradibus. Unius gradus subtensam necesse est ignorari. Datur quidem subtensa 1° 30′ et 0° 45′ et 0° 22′ 30″ et 0° 11′ 15″ et sic in infinitum, sed bisectionis aequabilis uniformis, at trisectio scientifica infinita non datur, nec quinisectio. Cossicae quidem trisectiones, quinisectiones etc.

scientificae non sunt, petunt enim principium. Itaque cum tam multi sint arcus, quorum lineae sciri non possunt, hoc est definiri exacte, nisi tantum per proximas scibiles, fieri aliter non potest, quin canone sinuum utamur, etiamque ad scibiles indagandas, cum sint longissimae indaginis, non expedit aliter fieri. Exstitit Scotus Baro, cujus nomen mihi excidit (Neperus edidit „Canonem Mirificum" anno 1614, sine demonstrationibus, anno 1620 filius Neperi Robertus „Mirifici Canonis Constructionem" ex patris manuscriptis. Tunc demum Keplerus propius ad rem accessit), qui praeclari quid praestitit, necessitate omni multiplicationum et divisionum in meras additiones et subtractiones commutata, nec sinibus utitur: at tamen opus est ipsi tangentium canone; et varietas, crebritas difficultasque additionum subtractionumque alicubi laborem multiplicandi et dividendi superat. Breviter: scibilia finita sunt, inscibilia infinita et inordinata, in quibus scientiam frustra quaeras: quae inter est sectio sphaerici fortuita circulorumque in eo. Imitemur igitur DEUM, qui cum et infinitatem in immensa illa fixarum sphaera vellet expressam, finitionem vero in angustissima regione mobilium, illa sine cura, sine ordine reliquit, ista proportionibus harmonicis instruxit sapientissime. Et nos igitur doctrinam triangulorum, qua opus habemus ad infinitatem numeri et dispositionis fixarum separationisque omnimodae planetarum a stellis per motum (qui ut informis aliqua quantitas infinitatis est particeps), tractemus per canonem sinuum, qui infinitatem quantitativam repraesentat. At figuras demonstrabiles indeque dependentem doctrinam harmonicam et similia definita et certa revocemus ad regulas memoriae mandabiles, cuique suum tribuentes. Ita fiet, ut et ad laborem doctrinae triangulorum, quantum necesse est, sufficiamus, et voluptate divinissima ex contemplatione formarum et archetyporum non defraudemur. Vale. Datum 11. Martii 1618.

V. D. T. Amicus
J. Kepler.

Ad haec Schickardus: Plurimam salutem et promtissima mea officiola.

Praestantiae Tuae literas, celeberrime Vir, Domine Fautor plurimum colende, 11. Martii Lincii exaratas, sub hesternam vesperam inter plurimas ecclesiasticas occupationes accepi, visas avidissime sed raptim percurri, et hodie post finitas tot conciones diligentius relegi, ad quas nunc breviter respondeo. Mallem quidem prolixius, sed nec tempus suppetit, nec scio, utrum tabellarius Argentina reversus Heumadam rursus transierit sicque scribendi occasio jam elapsa sit nec ne? Respondi quidem dudum fusius et literas una cum delineatis 37 truncis ligneis Augustam ad Crugerum misi. Sed quia nondum tibi visas esse non sine admiratione cognovi, scias denuo, me ex praescripto tuo omnes figuras quam potuerim accuratissime ligno inscripsisse et inscriptas probeque compactas de communi vestra voluntate Augustam ad praefatum Crugerum sat cito misisse, nempe superiori Decembri mense ante natalitias ferias. Doluit quidem, fateor, illud nonnihil, quod sculpendi labor a me, cui omnium primo concreditus erat, in alium, nescio quem, translatus fuit: suspicabar, te forsan de operarum mearum fide et industria subdubitare coepisse, sive quod prototypi deformitate interea fueris offensus, seu quod a Crugero aliter persuasus sis, qui ex illo rudi specimine me nondum penitius cognitum praepropere aestimarit et de me, in monasticis cellulis non sculptorum officinis educato, minus bene ominatus fuerit. Sed rem rectius perpendenti et literas vestras altius repetenti demum occurrit verior propositi vestri et mutati consilii causa, scilicet operis maturatio, quam unice, et quidem merito, affectabas: propterea lubens statione mea cessi. Sed jam longiores moras nectit Crugerus, quam ego traxissem, vel, ut sum ipse operis morarum impatientissimus, trahere ausus fuissem. Nimirum cochleae tardigradae diffisus, rem cancro commisisti, qui non tantum aeque tarde progrediatur, sed, quod metuis, etiam prorsus retrocedat. Doleo hac in parte vicem non tantum tuam, qui mechanicis artificibus idoneis, quibus vel maxime indigeres, destitueris, sed etiam totius matheseos et tot nobilissimarum divini ingenii tui inventionum sortem miseror, quae hisce cunctatorum procrastinationibus in editionis cursu retardantur. Modo non committes, ut prorsus intereant, quod Urania, aut magis Christiane loquendo οὐρανῶν conditor universi sapientissimus avertat. Ceterum quod in summa contemplationum tuarum voluptate

illud aegre fers, quod paucos admodum lectores fore animus praesagit: heu quam vereor et ipse, ne vere divines! Non equidem ignoro, quam pauci sint, quos coelestis haec cura tangat: inter mille, quos familiariter novi, vix totidem, quot ostia Rheni. Quae raritas et me, quippe theologiae sacrisque linguis mancipatum et usus necessitate magis deditum aliquamdiu, fateor, a mathesi abstraxit et adhuc abalienaret, nisi tuis monitis velut calcaribus additis novum impetum sumsissem et subinde aliquid temporis, reliquo studio subtractum, huic impenderem. Sed utut exigui numero sint, tune propterea reliquos, quorum etiam nonnulli sunt, hoc bono defraudabis? Erras, si te uni aetati et huic soli seculo scribere credis. Posteritatis rationem habe, inter quam post fata demum merita laude celebraberis. Taceo, quod celebreris etiam nunc vivus adhuc a gratis tuis discipulis, quorum in numero me profiteor, qui absens de absente hoc passim jure meritoque facio: quia praesens praesenti majora officia exhibere non queo, uti sane deberem. Debeo, inquam, jure gratitudinis, pro tot tuis libris, quibus me jam donasti, puta Martis Commentariis, utraque Stereometria, Ephemeride, Calendario et novissime etiam Astronomiae Copernicanae priori parte, cujus posteriorem non sine summo desiderio exspecto, ut de motu Terrae penitius etiam e theoricae doctrina confirmer. Eja age, rumpe moras, nec diutius eludi patere nos hiantes corvos. Reliqua ingenii tui monumenta, ut Dissertationem cum Nuncio sidereo, libellum de Nive sexangula, Commentarium de Stella Nova, et si qui forte plures sunt alii, titulotenus mihi nondum noti, etiam conquirere satago, adeo tui totius perlegendi amore flagro, postquam ex his, quae jam possideo, eruditionis tuae aliqualem praegustum hausi. Utinam inter curtam suppellectilem meam aliquod ἀντίδωρον invenirem, quo te remunerarer! Accipe hic grati animi, non dico expletionem, sed indicium saltem, par hocce globulorum concavorum, nuper a me exsculptorum, quod tibi censendum exhibeo, obsecrans te per omnes stellas et per honorem creatoris illarum, velis hac in parte juvare. Scis quod moliar majorem et accuratiorem globum. Recorderis etiam, quod, bona Tychonicorum haeredum pace, reliquarum trecentarum fixarum loca mecum communicare pollicitus fueris. Ergo sta promissis. Quodsi etiam exterarum austrinarum nobis inconspicuarum situs et imagines per te habere possem, adderem et illas, ut opus prodiret absolutius. Specimen hoc saltem est, ut vides, vastioris globi, quem omnino huic prodromo comitem subjungere cogito, imo debeo ex Illustrissimi mei Principis mandato, qui me, cum ei forte huc transeunti aeneam tabellam humillime offerrem, ad promissi majoris editionem clementer adhortatus est, quam sine tuis auspiciis praestare nequeo. Rursus quaeso te, noli me deserere. Scribe quid desideres in unoquoque asterismo, quae tollenda, quae addenda, quae mutanda judices, ut omni veteri Ptolemaicae descriptioni, quoad ejus fieri potest, optime congruant. Ego solus huic labori non sufficio. Quicquid hujus est, id totum Tychonicae descriptioni acceptum fero, ex qua omnia transsumsi et sic effingere studui, ut membrorum denominationes, ab ipso usurpatae, quantum quidem possibile esset manerent, imagines vero nihilominus, prout in cavo globo decet, ad nos converterentur: quod utrum per omnia assecutus fuerim necne, tute optimus judicabis. Hoc scio, dextri et sinistri appellationes recte retinui, at antici et postici non similiter. Semper igitur pro dorso ventrem, pro scapulis pectus etc. intelligere oportebit, veteres descriptiones cum hac nova delineatione mea conferre volentem. Interea dum castigationes tuas exspectem, meditor aliquid aliud, pictam scilicet ephemerim, ut ita appellem. Quod tu recentissimo et correctissimo Rudolphino calculo primus nuper accurate praestitisti, id ego ex Copernicaeis hypothesibus, circino et regula, mechanice, proinde crassiori Minerva imitari anhelo. Equidem longitudinis motus satis, puto, ad mentem praedicti auctoris expressi, in latitudinibus duorum inferiorum ♀, ☿ adhuc haereo, confusus tot reflexionum, obliquationum etc. intricato negotio; a quibus tamen nos liberasti, acutissime reformator astronomiae, in Martis Commentariis, ubi inter cetera eccentricorum plana facis ἀταλαντα. Scribi non potest, quantum exsultarim, hoc tuo invento primum lecto, quod tanta cruce cerebrum meum liberaris; nondum tamen inde didici, quantam praecise statuas reliquorum quatuor fixam illam inclinationem. Exspecto igitur theoricae partis editionem et vix tantisper exspectare possum. Coram haec omnia ex te melius discere licuisset, si tunc hujus aliquamdiu intermissi studii cura severiori tactus fuissem. Nihil fere tunc occurrebat, quod ex te sciscitarer, cum praesens oretenus respondere et ulterius instanti satisfacere potuisses; nunc cum vix semel atque iterum toto anno per literas tecum agere datur, quotidie tot incidunt aenigmata, quae tu mathematica Sphynx solus optime solveres. Sed vides papyrum plura non capere. Vale igitur decus astronomiae pulcherrimum et me commendatum habere perge. Nirtingae die Passionis Dominicae 1618.

Uxor mea, nunc puerpera, 3. Mart. st. v. filiam enixa, officiose te salutat.

Sequentes Schickardi literae literarum Kepleri mentionem faciunt, in quibus figurae ad Harmoniam necessariae Schickardi solertiae et arti commendatae sunt. Haec enim respondit Schickardus: Plurimam Salutem et prompta officiola. Multas hactenus literas a

Praestantia tua, Clarissime Vir, ad me perscriptas successive accepi, ad quas tamen penuria tabellariorum nunquam rescribere licuit. Nunc cum rescribendi occasio se offert, tempus non satis prolixum suppetit singula prosequendi. Quod autem caput est rei, mitto vel tandem figuras duorum priorum librorum Harmonices, non sculptas, sed delineatas saltem. Ideo non sculptas, quia res est plenissima taedii et prodiga temporis, tot scrobulos in ligno effodiendi. Adde quod debilior visus meus, quotidie plus hebescens, non patitur talia diu tentare. Vicissim magis mihi arrident aeneae tabellae, illis exerceor, paradoxum dictu: minori labore majus quid in cupro praestatur. Quodsi ergo volueris, in aes incidam has figuras et quidem libentissime, sic enim laboris fiet compendium et omnia elegantius prodibunt. Possent omnia in paucissimas 3 vel 4 tabellas redigi et numeris distingui certisque locis inseri et lector illuc remitti. Sed exspecto responsum.

Proportionem orbium ex 5 corporibus regularibus inscriptis derivatam alia methodo exprimere sategi, more anatomicis usitato feci figuras apertiles, ut introspici possit. Quodsi placet iste modus, fac ut sciam, elegantius illum cupro insculpam. Aculeata duo corpora feci gemina pro diverso aspectu: eligatur commodius schema. Tredecim Archimedea jam ante quidem pyrinis truncis inscripseram, sed quia sex posteriora te accepisse negas, nunc rursus adumbravi. Mitto etiam exsculptum truncum, nugis meis opticis destinatum; sed quia tibi forsan usui esse poterit, lubens illo careo. Ceteros 112 trunculos, Tubingae tibi visos, etiam dudum tibi consecravi et dono dedi, modo tam crasse factos ne asperneris. Sed adhuc Tubingae haerent et exspectant, donec D. Praeceptor Maestlinus tirocinia mea optica, ante triennium ad censendum ipsi oblata et hactenus nescio quibus moris domi suae detenta, ad editionem vel tandem promoveat: tunc illos certo tibi tradam.

Jam intermixtis quibusdam de globo ab ipso confecto, de effigie Besoldi itidem a Schickardo exsculpta, deque incendio, quo d. 19. Oct. Vaihingae 25 aedes et templum consumta sint, per haec finem facit Schickardus: nihil habeo, quod referam, nisi me ipsum; quem si aliquid esse putaveris, totum tibi sumas. Jube, impera quid vis, quid potero (tantum non excisiones ligneorum typorum), at sculpturas aenearum tabellarum etc., habebis me promtissimum. . . . Vale Vir Celeberrime, Decus Mathematum, et me commendatum habere perge. Salve etiam conjugis meae nomine. Raptim Nirtingae $^{15}/_{25}$. Oct. 1618. Excell. Vestrae officiosissimus Wilhelmus Schickhardt (non Philippus, ut inscriptiones tuarum ad me perscriptarum habebant).

Quibus respondit Keplerus d. 6. Dec. probans ea, quae Schickardus de figuris aeri insculpendis proposuerat, quod ex his Schickardi verbis in epistola d. 27. Dec. v. st. 1618 apparet: Literas Tuas etc. VI. Dec. datas heri demum 26. Dec. (5. Jan.) accepi. Quibus avide perlectis voluntatem tuam de sculpendis in aere figuris satis intellexi; nempe sic placet. Hoc majori alacritate, feliciori successu et minori temporis dispendio expedire potero. Correctiones quod attinet, non equidem satis accurate illas legi, differo in otiosius tempus. Post ferias unice in tuis exsculpendis desudabo et, quod multis nominibus debeo quodque toties promisi, diligentiam nempe, nisi me planissime spes fallat, tibi comprobabo. Cetera omnia satis assequi spero. Illud solum de orbium proportione aliter depingenda nondum plane teneo; alio tempore altius meditabor, forsan scivero. Interim tamen si vacabit et occasio feret, prolixius de hoc tuam mentem ad me perscribere poteris. — De cupro ne sis sollicitus; parvi constat, libram nostratem 6 fere baciis emere soleo, sed rudem adhuc, decedit nonnihil de pondere, dum exacte levigetur; pretium politionis etiam mediocre est. Sed de hisce D. D. Besoldum audiam et ipso conscio et teste omnia agam. Quam celeriter possim, etiam quaeris; respondere possim illud vulgatum: sat cito, sat bene; sed serio sic habe: non ero in mora, si mensis unus non sufficit, sesquimensem adhibebo. Quis excusurus sit, nondum scio, alloquar Geislerum bibliopegam Tubingensem, qui haec tractare solet. Fortassis si resciverit, ultro inhiabit huic praedae, est enim satis sordidus. Consultius esset, ut atramentum et papyrus scorsim emta ipsi traderentur et deinde pro numero exemplarium cum ipso tractaretur. Quodsi undique destitueremur, ego ipse hic Nirtingae ad paucos dies mercenarios aliquos conducerem, qui meo prelo tabellas excuderent; propriae enim manus meae vix sufficiunt huic labori ad unum diem nedum plures continuando, et semper malui integram tabellam exsculpere, quam unicam centuriam excudere.

Haec sequuntur observationes cometae anni 1618, per quas finem facit Schickardus epistolae. Hinc ad annum 1620 nulla superest epistola Schickardi et in epistolis sequentium annorum Harmoniae non fit mentio, nisi quod anno 1620 ($^{11}/_{21}$. Jul.) Schickardus Tubinga scribit: e postremis tuis intelligo, deesse tibi quasdam Harmonices Mundanae chartas. Illarum quotquot ego unquam frustulatim accepi (dicit sine dubio Kepleri delineationes figurarum), omnes tu nunc recipis. Utinam sic hiatum illum explere possis! —

Sicut epistolae Kepleri ad Schickardum, ita illae ad Besoldum datae, una excepta, (cfr. vol. I. p. 188. II. p. 35) perierunt et servatae tantum responsiones Besoldi, datae ab

anno 1605 in annum 1626. Illa quae superest Kepleri epistola, d. d. 18. Jun. 1607, legitur vol. II. p. 788. Besoldi epistolae paucis Harmoniam attingunt et ex parte illas Schickardi supplent. Anno 1618 (d. $^{10}/_{20}$. Sept.) haec dat Besoldus Keplero: Undecunque Cl. Vir, adfinis honorande, celer tabellarii abitus impedit, quo minus a Schickardo nostro Harmonica tua avocare queam; puto tamen, eum jam graviter opus urgere. Quodsi jusseris, interpellabo eum.

Dedicationem ad Angliae Regem suadeo omnino; argumentum sumerem ego ex eo, quod is praecipuus inter Magnates, praecipuus inter literas et unicus seculi nostri, qui felicissime literas omnigenas et peritiam imperandi conjunxerit et concordarit, cui itaque novum hoc Harmonicorum opus debeatur. Quodque ex longinquis oris ipsi hoc mittatur opus, non esse quod admiretur; indicari eo, mundum concordem esse et conspirare in eo, quod ei offerendum sit hoc opus singulare, mirabilem mundi et omnium rerum aperiens in discordia etiam harmoniam. Sed quid ego noctuas mitto Athenas, et forsan, hac in re judicium meum expetens, illusisti ruditati meae. — Principi nostro num Calendarium sit inscribendum, ambigo; ajunt, non adeo grata talia munera esse. Sed ego nullibi magis peregrinus sum, quam in nostra aula, itaque suadeo, ut D. Lansii consilium sequaris. — Maestlinum alloquendi crebra propter mea negotia non suppeditabat facultas, sed literas ei misi, qui, ut spero, respondebit ad quaesita. — Anno 1619 (d. $^{10}/_{20}$. Junii) scribit Besoldus: Harmonica tua D. Schickardo ipse tradam, nam est ille jam designatus Hebraicae linguae professor et ejus adventum in dies exspecto; simulque curabo, ut formae cupreae emantur, quod jam facerem, si spissitudinis aliarumque dimensionum mihi ratio constaret. Sed praesens ipse expediet omnia facillime eique sumtus lubenter suppeditabo. — Deinde d. 25. Jul. st. v.: Adhuc Schickardum exspecto, qui ultra spem et promissum adventum suum, suspendit; qui si se sistet, curabo quae mihi injunxisti. Non autem is erit Maestlini collega, qui parem ferre non potest, sed Beringeri, lecto perpetim adfixi, successor et contubernii rector. Exemplar Harmonicarum apud me depositum, maculis aliquot conspicuis conspersum et in extremitatibus contritum, a morum illo magistro Polheimiorum accepi; vereor ut id bibliothecae inferri queat. Aliud ergo mitte et hoc ego vendam vel cui mandaveris tradam. Maestlino tua petita aperui, qui eo nomine tibi ipse scribet. — Denique anno 1626 ($^{1}/_{11}$. Mart.) haec Besoldus Keplero dedit: Exemplar Harmonicorum, academiae nostrae destinatum, Rectori et Senatui pro more exhibui munusque solennibus ornavi verbis. Sed honorarium obtinui spe praeconcepta minus (4 nempe, qui hic sunt, thaleros imperiales); non quidem mea culpa nec quod de benevolentia nostratium non amplissima quaeque tibi debeas polliceri, sed quia aerarii nostri ea inopia est, ut sumtibus undiquaque parcere cogamur. Pro exemplari, quo me bibliopola Tampachius donavit, cum et tuo intuitu factum sit, gratias promeritas ago. Tertium, quod Bidembachio (consiliario Württembergico) destinaras, jam diu est, quod Maestlino (et quidem ex tuo jussu) eoque fine dedi, ut operi praeficeret commendatitiam praefationem. Sed multis monitionibus id impetrare nequivi, sane, ut tibi quid sentiam in aurem dicam, aut invidia et aemulatione laborat, aut non placet ipsi audax tuus, sed ingenuus omnique laude dignus hic conatus. Exemplar repetere incivile, nisi tuo praescitu, judicavi.

Harmoniam suam Keplerum etiam senatui Ulmensi obtulisse ex Hebenstreitii (Rectoris scholae Ulmensis) literis apparet, qui his respondit ad Kepleri literas (deperditas): Nobilis, Clarissime Vir, Domine et fautor plurimum observande. Accepi post priores illas tuas etiam alteras recentiores. Harmonica tantum non exosculatus adoravi. Quamquam enim *φιλον* illud ingenii mei agnoscam, quamque infeliciter in mathesi nihil agam deplorem, *ὁδηγῳ* nimirum indigus dextro comique, spero tamen futurum, ut divinae illae *μελεται* tuae *και θεωριαι* rubiginem mei intellectus in dies magis magisque extergant. Age, disce quid fecerim: exemplar curavi elegantius compingi, extrema foliorum inaurari, inseri etiam lemniscos sericos candido nigroque tinctu, quibus coloribus Ulmanorum clypei deformantur, obtuli mox cum literis tuis Consuli, qui ad clavum, D. Joh. Craftio, commendavi (heu! rem ignotam insubidus orator!). Recepit benigne, obtulit postero die frequenti Senatui. Is decernit, meae censurae atque item conrectoris (heu iterum atque iterum! itane princeps mathematicorum stet arbitris lixis et calonibus?) volumen esse committendum judiciumque de eo nostrum scripto exponendum; tum futurum, ut et de digna *ἀντιδοσει* curam ipse suscipiat. Quid putas autem hic nos facturos? Coelum sane in praesidium ipsum vocabimus et praeter *τα συστατικα* nihil conabimur. Die Lunae autem, *ἀν θεος ἐπιτρεπῃ*, te tuamque dignitatem miselli nos *λεξει* nostra depictam magistratui repraesentabimus, sperantes, tibi non grave futurum, si, cum magnus sis, minutuli te pisces in vasto matheseos oceano ambulantem adnatantes nos suspiciamus. Utinam autem deinde Harmonicis tuis pulcherrimis pulchre quoque *συναρμοζοιεν* nostrorum studia et liberalitas! Quicquid id fuerit, nostris partibus tua

absentis praesentis causa haud sumus defuturi atque adeo te pro eo ac par est rogo, ut quid quantumve tibi nostri largiti fuerint, me clam ne habeas.

Haec, ex literis d. d. 7. Maii 1620. desumta, die 13. ejusdem haec subsecuta sunt: Nob. et Magn. Vir, Domine et amice plurimum observande. En tibi magistratus nostri literas, mediocri, quod spero, ἀντιδόσεως apparatu instructas. Quicquid id fuerit, agnosces tamen nostrorum erga vere literatos humanitatem. Meae partes hic exiguae fuerunt. Confido autem futurum, ut merita tuae dignitatis et doctrinae commendatione affectus in te meus tibi ἡμέρᾳ και ἡμέρᾳ probetur. Puto autem consultum, ubi paucis recepisse te testatus fueris, confecto epistolio ad D. J. Craftium, hujus temporis Consulem, quem rogabis, ut de tua gratitudine necessariam apud senatum det recordationem. Haec tu ipse melius, me tacente, sed abundans cautela nihil nocet, et scis, amiculos impendio de se sollicitos mutuo. Vale etc.

Joannes Remus Quietanus multum cum Keplero conversatus est per literas eumque in praemissis voluminibus saepius loquentem exhibuimus. Cum in sequentibus propius adeat Remus Kepleri studia, visum est ea, quae de vita Remi nobis innotuerunt, praemittere. Anno 1607. prodiit libellus de cometa hujus anni, auctore „Joanne Rudravio Herdensi Hassotyrigeta". Locus, ubi typis exscriptus est libellus, non additus est, in fine dedicationis scribit auctor „Datum Herda den 28. Oct. 1607," allocutus Joannem Ernestum Saxoniae ducem, Landgravium Thuringiae, Marchionem Misniae „meinen gnedigsten Fürsten und Herrn" et „meinem gnedigen lieben Landesvater." In eadem dedicatione dicit se Rudravium „einen jungen Studiosus." Alibi invenimus, natum esse Remum Salzungae, oppido Thuringiae, et mutasse nomen suum gentilitium Ruderauf in Remum, quare conjectura non erit rejicienda, auctorem libelli, quem supra diximus, illum fuisse, de quo nunc agimus. Hinc inde usque ad annum 1611 nomen Remi nullibi occurrit, hoc vero anno scribit Roma ad Keplerum „facie illi ignotus" et refert, se per Italiam, Siciliam et Maltam peregrinatum esse, cum Galilaeo convenisse et studiis se dedidisse astronomicis. Hoc tempore Romae „in inquisitione" fide mutata catholicam amplexus est fidem. Anno 1618 medicus erat archiducis Maximiliani, quem mortuum esse his nunciat Keplero: Serenissimus noster ad superos concessit 2. Oct. Vocandus eram a Rege, sed praeventus a Caesareis pro medico et mathematico Caesareo acceptus sum stipendio 600 florenorum (Subscribit has literas: „Giovanno Remo, Quietano".) Mortuo Matthia transiit in Palatinatum ad Rhenum ibique vixit adhuc anno 1632, tabulas astronomicas et alia astronomica editurus, neque vero illa absolvens.

Quae Keplerus cum Remo de Harmonia sua egit, haec sunt. Dum opus typis excudebatur, misit Keplerus Remo „titulos libri V." inspiciendos. Remus respondit: Titulos operis tui plane divini accepi et unum dedi Serenissimo nostro (Austriae Archiduci Leopoldo), qui multum gavisus fuit et diligenter omnia perlegit et admiratus est. Mittam Romam Cardinali S. Susannae titulos, qui etiam valde delectatur mathematicis et olim fuit meus discipulus et jam est S. R. Ecclesiae bibliothecarius. Alterum bibliopolae ad manus mittam: tu mihi scribe pretium. Scribam etiam mathematico Scoto in Hispaniam. (Ex epistola d. „Insprughi" 13. Mart. 1619.)

His **Keplerus** respondit:

Harmonica paginas 83 habebunt, typographus Francofurtensis, qui sumtus mihi refundit, aestimat exemplar $2^1/_2$ florenis Francofurti. Desunt mihi adhuc pauculi typi aenei inserendi. Si tamen jubes, mittam exemplar; inprimis rogo, me officii admoneas circa Serenissimum, cui titulum placuisse scripsisti. Nam quia Copernici sententia defenditur alternative juxta Tychonicam, et quia superior Austria rea agitur, in cujus servitio perduro necessario, quia nemo quicquam praeterea solvit unde vivam: his de causis dubito, num offeram exemplar; quodsi omnino offerendum, quaero, utrum cum dedicatione, quae mihi demum est exspectanda Francofurto cum ipsis typis aeneis, quam audisti ex voto fieri Regi Angliae, an potius mittam sine ea, quia singuli libri singulos habent titulos, adeo ut I, II, III. possint etiam in Italia vendi, forte et IV. si maxime V. prohibeatur. (Ex literis d. Lincii d. 4. Aug. 1619.)

Literae **Remi**, quibus ad praemissa respondit, datae sunt Viennae d. 13. Aug. 1619, earumque pars, quae haec attinet, haec habet: Quod dedicationem attinet suadeo et hortor, prout etiam D. Tengnagel, ut Regi Angliae librum inscribas; nam non solum Rex, verum et filius maximopere delectatur in Uranicis, uti vidi ex libro Neperi logarithmico, quem Basileae nuper inveni et avidissime perlegi. Noster Serenissimus jam inter arma et labores ac

expeditiones tot negotiorum provinciarum vix respirare potest, imo nec Galilaei vel Guiduccii librum percurrere potuit; differemus ea in commodius tempus et in alia materia. Imo ipse Tengnagel commendatitias tibi obtulit ad Regem Angliae, ut qui diu ibi haesit et humaniter tractatus fuit.

Brevi post (31. Aug.) Keplerus longiori epistola respondit, quae maxima ex parte editionem Ephemeridum et observationes eclipsium refert.

Denique scito, scribit Keplerus, non mea impietate, sed conditione negotiorum librariorum innixam esse indemnitatem meam in opere Harmonicorum. Tu si multos operis lectores excitaveris, multa mihi exemplaria distraxeris (nam 100 mihi Typographus pro labore reliquit cum conditione, non donandi nec vilius vendendi, quam ipse vendit) pro praesenti pecunia, res meas domesticas sublevabis meque in dote filiae corroganda adjuvabis, quae dudum occultis annorum currentium machinationibus hymenaeum invito etiam ex parte citat arcessitque, nisi me fallit suspicio. — Valde sum recreatus ex eo, quod tibi cum D. Tengnaglio familiaritas. Qui dum commendatitias pollicetur, video quid factu opus fuisset, saltem quid me dignum, ut praefigerentur illae libro, ut Commentariis Martis (cfr. III. p. 145). At elapsa est occasio, jam Francofurti puto excusam dedicationem cum titulo generali. Si tamen non dedignatur privatim scribere, nec ego curam transmittendi dedignabor, sed gratus accipiam reddamque. . . . . Accipe tres reliquas paginas Ephemeridis et vale. Si quid librorum petis, solve ei, qui has tradet, Lindelauff mercatori; per eum enim poteris habere quam primum. Exemplar Harmonicorum, etsi nondum est completum, mitto tamen, ut interim legas, tradendum denique Leopoldo Archiduci. . . .

Ex Remi responso haec ad Harmoniam pertinent: D. Tengnagel tibi ipse scribet multa et varia. Iterum est in itinere, rediit nuper ex Ungaria, iturus in Poloniam, infelici sane successu. Accepi Harmonica et libenter tradidissem ea Serenissimo, nisi tot negotiorum multitudo plane alia suaderet ad legendum tempora; vix enim respirare potest optimus Princeps et tamen alacriter omnia sustinet. Causam, quod retardaverim responsionem ad tuas (data est epistola Viennae 4. Oct. 1619) accipe: D. Wackherius imprimis fuit una, qui tandem letargo obiit post longa nostra consilia; altera Serenissimi nostri indispositio, ex qua post triduum convaluit et jam optime habet.

Mirabilia nuper inveni de proportionibus et magnitudinibus corporum coelestium eorundemque distantiis, quae omnia ab invicem pendent, simul etiam Luna non exclusa, quae tamen, antequam perfecte corporum coelestium diametros per tubum dimensus fuerim et comprobaverim, publici juris facere non possum. Transibat eodem die mihi ☿, geniturae dominus, per △ horoscopi exacte.

Mirum est, quantum recreatus fuerim ex tuis literis, quas plus quam vicies legi. Venio ad epistolam ipsam et quidem brevissimam, per labores continuos omnia percurrere non licet; ex Alsatia tamen, Deo dante, melius et largius respondebo, nam tunc ero intra meos parietes.

Transmitto Hungaricum ducatum pro opere tuo, quasi meum esset Harmonicum, reliquum a Serenissimo tibi compensabitur, sed cum otio et occasione sive temporis commoditate, jam enim re vera non licet.

In literis d. 14. Oct. redit Remus ad proportionem illam orbium, dicens: mihi distantia Solis a Terra 6543 semid. Terrae; hinc maxima parallaxis Martis parum ultra 1', Veneris 2' in perigaeo. Epicycli Lunae est $\frac{1}{157}$ pars orbis sui, sic dimetiens orbitae Lunae in eadem proportione cum circulo annuo; mira proportio; mediocris distantia 61 semid. In physicis elongationibus tecum consentio, sed diametros Lunae paulo minuendas esse autumo; ergo Sol paulo altior evadet. Sed jam accurata lima non opus est: Sol evadit 30000 vicibus major Terra, hinc satis aptus ad commovenda reliqua planetarum corpora.

In literis denique Remi, d. Viennae d. 26. Oct. haec ad Harmoniam pertinent: Libenter Cardinali S. Susannae, bibliothecario Vaticani, tua Harmonica mitterem, sed per literas non licet, das opus ist zu gross; puto autem, ipsum illud habiturum a bibliopola Jo. Andrea Romano; ipse illud vendet $2^1/_2$ coronat., hoc est 5 flor.

Ad haec Keplerus:

S. P. D. Nobilis, Excellentissime Domine Doctor. Quas ad me 4. et 11. Oct. dedisti literas, 15. ejusdem accepi. Triste principium de excessu D. Wackerii, quo mei amantiorem non habuit aula. Periisse cum ipso puto ipsam Mnemosynen, nam lectissimam cum possideret bibliothecam in philosophica et literaria materia, omnes ad unguem materias in memoria tenuit. Periit et Harmoniae meae lector unus, musicae vocalis et studiosissimus et intelligentissimus. . .

Miror, quod ais, nuper te invenisse proportionem corporum coelestium ad distantias, cum abhinc anno et amplius, Lincium transiens, mihi de hac inventione dixeris juberesque quaerere: nam inventurum me pulchram proportionem Lunae et Terrae eorumque orbium et periodorum; cum ostenderis quantitates diametrorum Jovis, Veneris, Martis, telescopio probatas, cum meas ex libro IV. Epitomes produxissem schedas, ex quibus easdem promsi proxime, praesertim si, quod suspicari me in iis perscripseram, Solem a Terra 3000 Terrae semidiametris removerem. Sed nimirum secunda tua epistola nodum mihi solvit: correxisti tuas inventiones, nam duplum ejus, quod ego dico quodque te tunc probare memini, nunc profers, scilicet pro 3000 plane 6543. Miror qui fiat, quod tot sint in hoc numero unitates, quot mihi in eccentricitate Lunae maxima, si semidiameter capiat 100000.

. . . . Ducatum ad te jussi redire, sed adhaesit cerae; itaque ubi exemplar complevero tuque in Alsatia id praesentaveris Serenissimo atque ipsius Serenitas aliquod munus decreverit, de illo tibi et hunc ducatum et alios duos, quos sponsae tuae a me offeras, munus nuptiale, jam nunc proprios do, dico, sancio.

Causa, quae Keplerum movit, ut opus suum Anglorum regi inscriberet, magna ex parte in turbis fuisse videtur, quae tum agitabant imperium Germanicum, ex parte in tenuitate aerarii Caesaris. Homines fidei catholicae addicti in Germania et Italia dubii erant, num ipsis liceret librum, qui Copernici sententiam defendendam sibi proposuerat, nomine suo inscripto commendare; qui Lutheri fidem amplectebantur, majoribus tum temporis obruti curis, parum sane otii et minus pecuniae habebant, quam ut immiscerent se disceptationibus astronomicis, quas typis exprimendas multi adjuvare nollent. Medicus Imperatoris Thomas Mingonius in epistolis suis ad Keplerum datis saepius talia monet: „in Italia sunt quidam limites philosophis conclusi, extra quos catholicus non potest jure exspatiari"; „centum florenos post multos ambitus, preces et supplicationes, a camera aulica ad Austriacam projectus, tandem a ministris in magnae amicitiae et gratiae signum recepi heri. Uberiorem certe fructum procurassem, sed in nostra aula Dea illa Nummonia satis angustas habet manus et voraces, ita ut aliquando ante receptionem evanescat vel absumatur beneficium". Haec ex epistolis anno 1617 datis desumta, anno 1618 alia sequebantur, quae propius Harmoniam respiciunt: Pecunias, scribit Mingonius, quas Dominatio Vestra Clarissima recepit, scripserunt isti domini quaestores pro salario aulico, cujus solutio apud istos camerae ministros habetur pro maxima gratia. Eo devenimus, ut promeritam mercedem et emendicatam adscribamus beneficio, atque ita non requiritur alia forma schedae, quam communis acceptarum pecuniarum. Conscribat itaque Dom. Vestra aliam, similem ei, quam mihi transmisit, addendo tantum numero, nempe florenos 100, ut solutori et Salium praefecto tradere possim, a quo etiam statim recuperabo priorem; nam meo chirographo debui obsignare et me obligare, ut statim D. Vestrae remittam. Dolui ex corde, quod eo angustiarum fuerit redacta, ut ad regem Angliae et exteros statuerit opus imprimendum, et compatior quam maxime conditioni et infortunio nostri temporis, si D. V. Clarissima non aucupatur ex patrono, cui dedicat, auctoritatem operi vel majorem remunerationem et regiam, quae plerumque, nisi intimum regi et quidem gratum promotorem habeat, nostras spes fallit. Fortasse aliquis erit hic in aula, et non infimae sortis, qui expensas, nisi magnae sint, libenter faciet. D. V. significet mihi suam voluntatem et numerum expensarum, ut possim eum, quem potero, in hac re lapidem movere. Plerumque enim plus a privato homine, grato quidem, recipimus, quam a magnis dominis, quoniam et acceptae bonae voluntatis argumento obligantur semper et saepius omnium officiorum genere grati respondent obligationi; magni vero domini, si dant, semel tantum praestant beneficium, quod plerumque tantum auctoritate sui nominis solvunt putantque illius splendore satis superque fecisse.

Interim iterum D. V. gratias refero pro exemplari Epitomes in Copernicam Sphaeram mihi transmisso, quod cuidam amico Patavium jam misi; quaeso aliud mihi remittat, ut Romano amico, qui quam maxime desiderat, possim communicare per postam.

Valeat ad multos annos incolumis D. V. Cl., mea opera quandocunque et ubicumque libuerit utatur, semper enim paratissimum me reperiet. Dabam Viennae d. 15. Jun. 1618.

Multa Keplerus egit cum Vincentio Blancho per literas ab anno 1615 in annum 1620; vol. III. p. 519 ex Kepleri epistola partem excerpsimus, qua refert Vincentio, quibus causis impeditus stare non potuerit promissis (eadem fere sunt, quae Mingonius supra queritur), scilicet edendis Ephemeridibus et Tabulis Rudolphinis, et qualia sint studia, quibus delectetur. Magna pars epistolarum a Keplero et Blancho datarum pertinet ad Ephemerides, alia plane rejicienda est, cum, praecipue epistolae Blanchi, mere astrologica somnia referat. Ceterum pars harum epistolarum, tempore, quo typis excudebatur Harmonia et quo Keplerus circumspiciebat emtores libri, scriptarum, propius argumentum Harmoniae attinet, quare hic inserenda est. His pauca praemittenda sunt de Blancho ejusque vita et studiis. Ipse Keplero narrat: „Nos quotidie gratias Deo O. M. agimus, quod ex antiqua et equestri familia orti simus, quae ex privilegiis tum Imperatorum, tum summorum Pontificum coronam super gentilitia sua arma gestat, ob dominatum diu a majoribus nostris habitum quorundam locorum et terrarum Italiae et extra Italiam. Comites quoque Palatini orti sumus“ (alio loco scribit: haec — nativitatem suam — qui implorat, Comes est Alerani, qui olim Lutetiae primus fuit theologiae professor Regis Henrici IV. quique multa pro republica gessit), „cum Sigismundus Imperator totius nostrae familiae legitimos descendentes in perpetuum hujusmodi titulo decoraverit. Sed et Comes Alerani ego idem sum ex investitura Caroli IV. Perrexi in Galliam et anno 21 aetatis meae“ (natum se refert 14. Martio 1583 Venetiis) „theologiam Parisiis publice professus sum: non quaestu, non largitionibus, non spe alicujus rei, sed sola adolescentiae atque adeo nominis gloria. Mox a Rege Henrico IV. unicus suus supremusque professor declaratus et eques ordinis S. Michaëlis creatus sum. Alias principum aulas invisi celebrioraque Europae gymnasia adivi. Nunc in patria resideo ab omni publica cura et ab omni rerum humanarum ambitione alienus, intentus solum in meis studiis, pro quibus cetera semper aspernatus sum. Existimo, quae hucusque dixi, hactenus fore pro tua de me notitia; nam si longius procederem, modestiae fines fortassis excederem. Scies ergo in posterum, cum quo tu rem geres; neque enim is est homo obscurus et gregarius, sed nobili genere natus et duarum Italiae praecipuarum civitatum patricius“. Iisdem appellationibus se effert Blanchus in inscriptionibus libellorum quorundam, quos edidit, in quorum aliquo originem se trahere gloriatur a stirpe Comneniorum. Cicogna (delle inscrizioni Venetiane) affirmat, testimonia, quae Blanchus attulerit, ad confirmandam generis sui dignitatem, falsa esse eumque designat hominem vanum et vaniloquum. Argumenta, inquit, Venetiis exstare firmissima, ortum suum trahere e familia Veneta plebeja, et patre usum esse scriba, nomine Alvise.

Keplerus literis, datis Lincii Cal. Dec. 1618, Blancho typis Harmoniam excusam nunciat: In Astrologia non agnosco genuinas boni et mali differentias; sufficit aspectus sic distinguere, ut alius alio superetur in efficacia, ab illo scilicet, qui plures habet praerogativas in demonstrabilitate et congruentia figurae suae; de quibus rebus ago libro IV. Harmonicorum, qui nunc excusus est; in libro V. tarde progrediuntur operae. Accipe hic primum ejus folium idque cum bibliopolis ad publice ostendendum communica, meumque hoc operum Dei praeconium adjuva, ut exemplaria quam primum communicentur cum pluribus dignis. Tradetur totum opus bibliopolae Francofordiensi distrahiturque inter bibliopolas, qui postea pretia in immensum intendunt; ita fit ut minus frequens sit ejus lectio, quippe latentibus in tabernis exemplaribus spe lucri; neque ego connivere possum, ut recudantur in Italia, non ditatis iis, quae exstant in Germania, nisi me ipsum impensis, quas magnas sustineo, privare velim. Praestaret, jam statim per mercatores in aula Caesarea Italicos aliquem numerum in Italiam transportari, intercedente praesente pecunia aut sponsione idonea.

Videbis illo libro IV. fundamentum directionum naturale ex mea sententia, ex quo nascitur modus dirigendi mixtus ex omnibus hactenus usitatis. Et quia in hanc mentionem incidi, lubet periculum facere promtitudinis tuae,

quam luculentis verbis in omnibus epistolis mihi declaras. Scire enim velim, an liber in Italia possit esse venalis, qui non profitetur licentiam superiorum, cum profiteatur privilegium Caesaris. Habet tamen sententiam Copernici; si iis ei intenditur propter Copernici hypotheses, qui Terram facit mobilem, posset occupare advocatus aliquis libri, illam non poni nisi alternative, scilicet juxta Tychonis Brahe hypotheses, qui Terram facit stare, Solem moveri. Mihi quidem indultu privilegii lex est fixa: „ne quid contra Catholicam“. Verum rogati super hoc consiliarii aulici Caesarei catholici negarunt, videri contra Catholicam, quod naturalibus rationibus, salvis superioribus et supernaturalibus, disputatur de motu Terrae, licet haec sententia nuper notata fuerit aliqua censura, sed quae sit adhuc privata. Ego vero in libro illo meo ne quidem defendo motum Terrae, sed id feci alias in Commentario Martis, in Optica, in libro de Stella Nova, in Epitome Astronomiae Copernicanae etc. Est aliud quippiam in libro IV., quod possit alicui scrupulum movere, quod hoc defendo: aut casus fortuitos non significari ab astris, aut, si ab iis significentur, oportere, ut angeli custodes a genesibus clientum suorum impediantur; movetur dubitatio, nihil asseritur; decisio ad theologos rejicitur. Exspecto igitur super hoc capite responsum et sententiam tuam genuinam, sine blandimentis.

His respondit Blanchus (in iisdem literis, quibus vitam suam describit): Prooemium tuum ad librum V. Harmonices Mundi ostendi non modo bibliopolis, verum literatissimis quoque doctissimisque viris, qui omnes mox in incredibilem totius operis curiositatem proruêre. H. Cardanus conquerebatur, se nunquam potuisse videre libros Harmonicorum Ptolemaei, Latine tamen, ut audio, non multos annos ante ipsius aetatem fuerunt Venetiis excusi; nunc ne vestigium quidem ullum est reliquum nobis horum librorum. In sola publica bibliotheca, quae prius fuerat Bessarionis Cardinalis, Graecum quoddam exemplar vetustissimum servatur. Volo tibi renunciare, quae coram multis praestantissimis viris generosus quidam et mathematicus insignis dixit de te, postquam ea, quae mihi liberaliter misisti, perlegit: „Ego, inquit, J. Keplerum ipsi Tychoni Brahe atque adeo Ptolemaeo antepono. Suos enim libros omnes acriter contemplatus sum, comparatisque cum veterum monumentis nihil in illis invenio, quod inter omnium mathematicorum inventa longe non emineat; summa: singulari pollet sapientia. Sed protractae quotidie magis dilationis suae edendi, quae pollicitus est quaeque majoris essent suae gloriae et publici commodi, me multosque maxime taedet, neque opinor, me tamdiu vivere, quod istius auctoris Tabulas Rudolphi aliaque id genus exoptata ego videam.“ Haec de te nobilissimus et eruditissimus vir. Ergo non est verendum, quaecunque typis mandaveris, grata omnibus et acceptissima ne sint. Incumbe, ut quemadmodum ceterae nationes libris perfruuntur tuis, sic Italia quoque ex tuis fructibus voluptatem et utilitatem capiat. Mirum dictu, nec Venetiis nec Romae nec florentibus aliis in urbibus Italiae opera tua, nisi maximo labore vel casu reperiri. Mihi, tuas si ego volui Ephemerides, fuit necesse, scribere Francofordiam. Huc si tui (non est ὑπερβολή) mille transmitterentur libri, magno omnes venderentur pretio, quia jam unus, mihi crede, et unicus tanquam Phoenix mathematicus haberis. — De motu Terrae nihil amplius aut paucissima repeterem; quoniam recens est in Copernicum animadversio, fervescente adhuc censura; ne libri mutilarentur Romae, praetermitterem hanc quaestionem. Illustrium tamen auctorum Germanorum libri, etsi quandoque vetantur, clam nihilominus venduntur et attentius leguntur. Verum disputarem, an casus fortuiti significentur ab astris et si significentur asserere, angelos custodes a genesibus suorum clientum impediri, negotium omnino arduum et operosum est, quod tamen arbitror, cum tu praeclara eruditione atque doctrina sis ornatus, sapientissime singularissimeque extricavisse. . . . Menandrianis et Origenianis nihil hac quaestione esset invisius. Sin autem Dionysius Areopagita aut Bonaventura aut Albertus magnus aut S. Thomas opinioni faveret tuae, nihil tibi de scrupulosis hominibus in tam profunda ac recondita speculatione metuendum esset. Tractarem tamen ego seorsim in aliquo dialogo hanc rem, non inter multiplices magni voluminis propositiones, ne per difficili unius controversiae articulo totum opus a censoribus argueretur. Neque est dubium, quin pulcherrima haec tua sit comtemplatio, qua profecto docti viri omnes admodum delectabuntur. At cum vacua praestantibus viris exhaustaque sit nostra aetas, doleo vehementer, paucos fore, qui quod disserueris intelligent. . . . . . Tu si mihi faveres imper-

tiendi aliquid novi impressorum tuorum operum, praesertim libros primos Harmonicorum, haberes discipulum, qui tuis monumentis maxime vacaret horumque plurimis desiderium accenderet; et cuicunque mandaveris persolvendum esse, quod debuero, omnes sumtus continuo reddentur. Sed mihi videor nimis prolixus fuisse et fortasse nimis appetens. Parce, obsecro, amanti. Ardor enim mei erga Te animi ulterius me rapuit, quam cum scribere coepi opinabar. Si vis scire quinam ego sim, jube me aliquid magni tua causa obire: mox ab effectibus conditionem agnosces qualitatesque meas. Venetiis XIII. Cal. Febr 1619.

His literis supervenerunt aliae Blanchi literae (d. Cal. Febr.), in quibus petit, ut libri Kepleri sibi mittantur per mercatorem Andr. Super.

Kepleri responsio magna ex parte astrologica, delicias Blanchi, tractat et ad Harmoniam suam his transit: Ptolemaei Harmonica cum Aristoxenis habeo, impressa Venetiis apud Vincentium Valgrisium a. 1562, interprete Ant. Gogavino. Interpretationem ex manuscripto Graeco novam ipse addo, minus forte Latinam, sed magis, ut spero, conspicuam; intellige hoc de parte libri III., quam operi meo subjungo. Quodsi quae indicavi loca operis censuram non metuere debent, jam abs te judicata ratio est, qua cum hoc opus, tum Ephemeridas Venetias, quanto censes numero, mittam. Nam illius mercatoris Super (Schoper Germanice), cujus in posterioribus meministi, patronus seu principalis Johannes Sec habitat Welsae oppido nobis vicino; quem Schoperum si jubeas scribere patrono suo, ut is mihi spondeat pro pretio librorum, ei ego libros tradam, quos mittet Venetias, linteorum voluminibus, quibuscum negotiatur, in easdem sarcinas compactos. Video vos exprobrare mihi promissa saepe diu irrita: itaque exemplum mitto eorum, quae hucusque in Harmonicis a libro III. sunt excusa. Nam cum ad Rhenum excudere statuissem opus, dimiseram duos primos libros a me, qui jam, postquam institutum mutavi, ad me remissi sunt, initio jam facto a libro III. Quae igitur ex multiplici tua doctrina de quaestione illa mixta candide et more mihi usitato mecum communicasti, bonam mihi spem praebent: nec enim eousque sum provectus, sed irrito magis theologos quosdam in Germania (non sane praecipuos, sed plebejos plerumque), qui, nulla dignitatis officii habita ratione, prognostica scribunt et Calendaria ineptissima et geneses superstitiosas. Videbis et, si quod periculum et quid censores possint opponere, particularissime rescribas, vehementer oro. De motu Terrae major difficultas, cum videam, censuram editam et publicatam etiam a te ipso perhiberi, quem nihil horum latere potest. Atqui secus ego credideram, adhuc illam in deliberatione esse necdum Summi Pontificis auctoritate roboratam. Itaque suppeditavit haec meorum librorum per Italiam calamitas occasionem lusui ingenii: quid si advocatum agerem Copernici ad censores, advocatum etiam ejus discipulorum; non meum quidem aut Germanorum, qui Romanam ecclesiam non sequuntur, sed Italorum, qui alii Romanae subsunt; quid si exceptione utar non actione, non scilicet criminer injustam vel impertinentem censuram naturalium a theologis, nec dicam non satis ipsis esse cognitam causam, quasi sua negligentia (etsi mea Commentaria de Martis motibus legi prius potuissent et certe perpendi debuissent aut saltem eorum sententia de possibilitate vel impossibilitate exspectari, quibus negotium datum emendandi Copernicum eoque et illa mea Commentaria; excerebrandi scilicet ademto motu Terrae), sed hoc dicam: nondum liquere potuisse nobis ipsis, nunc demum nova inveniri, quae etiam sint consideranda? En lusum ipsum, si spem facis restitutionis, subjungam tale quid in calce libri, aut epistolam seorsim imprimam, sin inconsultum putas. Hactenus igitur lusum esto: exeat igitur dissimulata censura, velut ignaro ejus auctore. Jam autem facile tibi erit, audita unius bibliopolae sententia scribere, quot exemplaria Venetias mittenda sint. Verum oritur nova

quaestio. Epilogus capite X. videtur attentionem moturus; qualem in Terra ponam facultatem animalem, cui concreatus instinctus percipiendi aspectus sine discursu, id ex libro IV. patet. Jam harmonicae meae sunt inter motus planetarum, quatenus illi ex Sole apparent, sunt igitur solares, et harmonicae sine mente non sunt, saltem non sine instinctu, similis illi in Terrae animali facultate, qui anima mundi dici potest, de qua etiam in libro de Stella Nova. Aut Deus ibi ipse domicilium habet, aut mentes aliquae, quales sunt creaturae generis humani in Terris. Objectum enim Harmoniae non frustra factum est, sed ad movendam aliquam creaturam idoneam. Deo vero naturale veluti et ordinarium adscribere in Sole domicilium, contra fidem est, quia is ubique, in coelo vero toto generaliter per gloriam et majestatem. Relinquitur, ut aliquam rationalem in globo Solis creaturam incolam saltem conjecturaliter supponamus, quae tamen non sit eadem cum humana, sed magis intellectui simplici similis, quam rationi ratiocinanti, ut solet homo, quia homini motus Terrae annuus circa Solem pro medio est astronomiam discendi per discursum, quo medio solares carent, ob Solis quietem in centro. Angelos dicerem, sed illi non habent in mundo tale certum domicilium, quia sunt deputati ad ministerium. Est igitur naturae aliqua pars, alligata Soli, ut homines Terrae ratione corporum, quae si Solem desererent, harmoniis illis, ob quas talia introduco, non fruerentur. Nec sufficit dicere, harmonias illas esse propter Keplerum et qui post illum lecturi sunt hoc opus. Nam ne aspectus quidem in Terris siderum sunt propter solos astronomos, sed insinuant se generaliter omnibus, etiam rusticis, per occultum instinctum; haec enim est vis genesium. Interim diligenter caveo, me intelligentias Deos non introducere, nec theurgicas superstitiones stabilire, sed de his conjicere ut de parte naturae, denique tantum illud velle, nos nondum omnes naturae thesauros angustia cognitionis nostrae exhausisse, sed adhuc plura in mundo esse, quae nesciamus. Dico, non mirum, si quis ita somniet, nihil absolute statuo. Haec summa est, tu si statim rescripseris, poteris super hac re me tempore monere; vix enim ante 4 septimanas ad illum locum venient operae, aut potest etiam una pagina mutari. De Harmonicis hactenus; initium hoc feceram dicendi de cunctatione mea in operibus, quae sub manibus habeo. — Haec sequuntur excusationes cunctationis, quas supra diximus. Conclusio autem literarum haec est: Mitto, quem petis, librum de Stella Nova, invenies in eo vivis coloribus depictum M. Antonium de Dominis (I. 659), qui si, ut scribitur, occidit, annihilavit et conatus suos magnos et meum prognosticum.

Finio tandem rogoque Ill. Dign. Tuam, aequi bonique consulat rusticanos et literam et sensus moresque; plus equidem ei venerationis debeo, quam ulla calami verborumve elegantia praestare possum, eoque consilium a desperatione cepi omnemque ornatum omnesque verborum ceremonias seposui, ut animi sensa sine impedimento depromerem. Vale. Dabam Lincii 13. Cal. Martias 1619.

Blanchus respondit: De motu Terrae, postquam divini tui ingenii felicitate plura disseruisti, maneant omnia, neque ego in capite aut in calce operis aliam de me apud credulos et imperitos facerem excusationem. Dissimularem silentio, quae tanto Romae sunt acta rumore. Satis est superque, causam suam coactos sustinere. Sin disputandi contemplandique facultas ab hominibus tollitur, voluntas quoque et anima deleatur humana. Degebam Romae, cum monumenta Copernici omnia ejusque nomen parum abfuit ne abolerentur. Dixi, quae judicibus displicerent, adimi, quae ignorent, posse relinqui. Ergo non adeo rigidus fui, ut unquam Telluris motum affirmantibus sim obversatus. Vix possum contineri in exspectandis tuis Harmonicis, tanta ardeo cupiditate et studendi libro et ea excipiendi, quae de illo scrupulosi possent blaterare. Per petulantiam jam video quosdam fortiter motui

Terrae rursus obsistentes, sed per inscitiam complures opinionem de geniis profundissimam tuam evellere connitentes. Quomodocunque res sese habuerit, tu tibi nominis immortalitatem comparaveris et ego tuus opportune explorator ero, relator, protector, semper verus amicus et servus. Animalem facultatem in elementis ponere, praesertim in Terra, ut tu facis, scimus antiquos nonnullos contendisse philosophos. Sin vero nobis, quoniam Christiani sumus, haec et similia speculari interdicitur, possumus ab acuendo ingenio desistere et lumina mentis exstinguere, penetralia abhorrere naturae et virtutem veritatemque tanquam mortuam recondere. Igitur quid in hoc proposito exspectas, ut tibi ego respondeam? Quod cogitationes mirabiles non enarres tuas? Quod, quia documenta non facile capient tua rudes et indocti, tu propterea sapientes non magis edoceas? Aristoteles Physicorum libros non ad stolidum Graeciae vulgum, sed ad praecipuos Athenarum philosophos scripsit; sic tu non vulgaribus hominibus, quod jam video te ipsum annuisse in tua admonitione ad bibliopolas (v. s. p. 8 et 60). plena eloquentiae, plena gravitatis et religionis. Motus Terrae si parvo negotio aut ex siderum positu, aut ex maris fluxu, aut ex insitis causis, aut ex mathematicis rationibus conjicitur, facilioribus et amplioribus argumentis facultas animalis probatur in ipsa. Atqui etiam si Terra non moveretur, rationes non deficerènt pro animali sua facultate. Ex quibus aliorum nonnullae si rationibus tuis insererentur, radioli essent subobscuri cum clarissimis tuis luminibus permixti. „Cedamus Phoebo et moniti meliora sequamur". Mittam cras accersitum bibliopolam et illum conveniam de Ephemeridum aliorumque tuorum librorum numero. Inquiram quaecunque mandas et de omnibus te postea quam diligentissime faciam certiorem. Libri, quos ad me mittis, adhuc in itinere sunt; auro ornabo illos et illi animum inaurabunt meum . . . .

Marcus Antonius de Dominis vivit, et vivit, ut et suos conatus et tuum prognosticum impleat. Vox quoque hic erat, illum obiisse, sed ex ultimis literis oratoris nostri in Britannia nihil est. Prognosticum tuum de aliquo haeresiarcha jam vice oraculi pono, tametsi nondum legerim, nihil enim tu mihi videris sine fortiori aliqua ratione loqui. Quod si omnes ita facerent, non tot emanarent futilitates et fallaciae. — Vale Vir sapientissime et dies super dies Deus O. M. adjiciat. Venetiis prid. Id. Mart. 1619.

His Keplerus respondit paucis verbis postrid. Id. Aprilis 1619: Ill. Comes. Literas tuas accepi c. finem Martii, ineuntibus nundinis nostris, quae solent esse perquam tumultuosae. Quae igitur Ill. Dign. Tua petiit (calculum astrologicum ad genesin Blanchi pertinentem), statim ut potui effecta dedi, quae accipiet adjecta charta. Plura nunc in turbis nundinarum nequeo. Addo residuas paginas usque ad finem libri V., liber I. et II. propediem sub prelum mittetur. De appendice vero mihi renunciavit typographus. Itaque cogito illam mittere Francofurtum. Vale Decus Nobilitatis.

Illustr. D. T. officiosus
J. Keplerus.

Blanchus in literis d. 1. Jan. 1620 amice exprobrat Keplero silentium diuturnum, addens librum (Parere interno ulli caracteri che sono sopra manico del coltello de S. Pietro etc.) „quem nostra excudi desideravit respublica". Keplerus his culpam silentii diluit: Illustrissime Comes. Ab iis literis, quas prid. Id. Martii a. 1619 scripsisti, primas nunc accipio Cal. Jan. 1620 signatas. Cum enim mercator ille Venetus, Schoper dictus, ejusdem mercatoris Welsensis negotia Venetiis gerat, cujus negotia Lincii gerit Pergheimerus, plenus ego admirationis super tuo silentio quotidie fere accessi rogatum, num quid Venetiis acceperit literarum, jamque convenit inter nos, scriberemus ad Schoperum, rogantes de rebus Ill. Clar. Tuae, quonam essent illae loco. Nunc fasciculum istum non Pergheimerus, sed tabellarius Salisburgensis Welsium attulit deditque tabellario alii Lincium currenti et mercedem cursoribus publicis solvendam a me exegit. Nisi fallunt me istae circumstantiae, repudiat mercator Welsensis haec internuncia, forte quia per Schopperum ipsi negotium dedisti, numerandi pecunias pro libris; nam acceperis libros necne, adhucdum incertus sum, literaeque, quibus id procul dubio significasti, fraude talium πλεονεκτῶν interciderunt. Itaque ratus occasione utendum, eadem via e vestigio rescribere volui, ut scires, quid ageretur. Quodsi rescripseris, occasionem ostende, qua trans-

mittam libros I. et II. Harmonicorum cum figuris aeneis pauculis et titulo generali, et si vis, totum exemplar aliud melioris papyri, quod Nonis demum Januariis per supplementa Francofurtensia integratum mihi est. . . . . . Stupendae eruditionis tuae documentum luculentissimum, strenae loco transmissum, accipio grato animo inque thesauris habeo rei literariae, sed et idoneis in hac provincia patronis meis ostendam, si prius ipse perlegero. Etsi linguarum exoticarum peritus minime sum, veneror tamen omnia antiquitatis documenta inque eruendis iis interdum et ipse laboro. Vale Ill. Domine. Dabam Lincii 13. Jan. 1620.

Propius quam Blanchus accedit ad Harmoniam Kepleri Florianus Crusius, cujus epistolas ab anno 1616 in annum 1621 haud paucas exhibent Mss. Vienniensia. (Comp Hansch. p. 620 ss. et Vol. I. nostrae editionis p. 660.) Literae datae Rastenbergae (arce inter Zvetlam et Cremsium sita, apud Mich. Zellerum, Rudolphi Imperatoris quondam camerarium) de Harmonia Kepleri philosophice agunt, quasi sit metaphysicae compendium, hunc in modum: Diu est, scribit Crusius, Vir Excellentissime, fautorum charissime, quod nihil ad te scripsi: non quod tui memoriam deposuerim, quae aeternas in animo meo radices egit, sed quod aliis perturbatus negotiis, nihil quod ad te scriberem habebam et inanibus scriptitationibus gravissimas speculationes tuas turbare nolebam; sed jam tempus est, ut rupto silentio ceteris me paulisper negotiis subtraham et gratissimo tuo colloquio fruar. Amicus hic meus (quem tuae quoque humanitati commendo) Altorfium in munere ecclesiastico confirmandus tendit: si quid habes, quod illic vel Norimbergae aut Ambergae tua causa expeditum vis, huic mandare poteris et in reditu ejus, si quid habes, quod me scire aut mihi communicatum vis, eidem tradere poteris. Inprimis vero oro, ut per eum mihi ceteros Harmonicorum tuorum libros, praeter quartum, quos omnes integre jam excusos esse spero, mittas: de solutione pretii ne sis sollicitus quaeso, statim enim integrum tibi ducatum dabo, si comitatus non suffecerit. Ecquid astronomiae tuae pars secunda agit? Jamne tandem e typographorum vinculis liberata est? Quid causae est, quod tam diu detinetur? Tractatus tuus de Cometis quando prodibit? Si prodiit, fac quaeso, ut videam ipsum. Calendarii et Ephemeridum exemplar peto reserves pro me antequam distrahantur, et pro justo pretio si aliquot praeterea exemplaria Calendarii tui miseris, gratissimum facies multis, qui in his oris tuum acumen admirantur. Dominus Phandlerus Ephemerides tuas mihi reddidit, dicit esse sublimiores quam pro captu suo: videbo, ut alii cuidam docto pro justo pretio, cui gratissimum fuerit, vendam: sed tamen ipsum quoque Phandlerum, ubi secundam Astronomiae tuae partem nactus fuerit et si legerit eam videritque tum, Ephemerides tuas ex usu ipsi futuras fuisse, poenitebit, scio, quod eas non retinuerit. Utinam mihi tempus, commoditas et otium juxta negotia cetera, quibus quasi obrutus sum, suppeteret, e tuorum Harmonicorum quarto libro caput duntaxat 1. 2. 3. et ultimum examinandi: miras, scio, viderem speculationes; sed forsan alio id tempore, praesertim cum totum Harmonicorum tuorum opus habuero, fiet: jam velut in transcursu quaedam saltem innuere conabor. Omnium, quae in toto universo sunt, rerum omnis existendi modus est vel harmonia vel ἀναρμοστια. Omne quod in mundo est, vel est spiritus (seu ut tu loqueris, anima) vel materia. Loquor de substantiis, nihil de accidentibus, nam de his alia est speculatio. Spiritus movet, materia movetur. Spiritus agit, materia patitur; spiritus est causa operans, materia est instrumentum operis. Ex materia spirituum differentiae, vel ex operationibus, quae per materiam a spiritu fiunt, dignoscuntur tanquam a posteriori. Conjugium itaque inseparabile spiritus et materiae in hac universitatis materiata machina. Nam nec materia sine spiritu tanquam causa sustentante constaret, nec spiritus sine materia terminis certis hujus mundi cohiberetur. Diversi spiritus diversimode materiam movent et disponunt. Omnes spiritus omnem materiam ad harmoniam inter se dirigunt, secundum suam quisque harmoniae speciem et ideam a sapientissimi conditoris consilio ipsi impressam. Harmonia est plurium in materia quantitatum et qualitatum (latissime sumo vocem qualitatis) consensus et concordantia. Omnis consensus et concordantia ad unitatem tendit. Unitatem omnium rationum harmonicarum in materia consistere tanquam in archetypo, impossibile. Ergo in spiritu. Is spiritus omnium harmoniarum et ἀναρμοστων archetypum in se continebit, quae per totum universum in rebus omnibus, tanquam typi seu potius antitypi continentur. Item in spiritu quovis est archetypus (sed alio modo dictus), harmonia est in materia ejus typice et sensibiliter. Non datur naturalis spiritus in tota naturae universitate, qui archetypum omnium harmoniarum habeat totius universi. Sola anima hominis (non ipsius naturalis spiritus, qui communis est ei cum reliquis animalibus, sed anima, quae bruta praecellit) omnium totius universi harmoniarum archetypum habet. Unde omnes harmonias cognoscit, quia omnium

exemplar in se possidet. Hinc homo (et non, ut crassiores philosophi existimarunt, propter corporis sui materiam vel naturalis sui spiritus ideam) microcosmus dicitur principaliter, licet et propter materiam ac spiritum naturalem quodammodo idem dici posset, sed longe inferiori ratione. Anima omnes cognoscit et sentit harmonias, vel a spiritu, in materia harmoniam suam exhibente, admonita, vel (ut recte Proclus a te allegatus) secundum incomprehensam suam facultatem ex principiis anticipatis omnis generis harmoniarum rationes eruens. Ad harmoniam requiritur certa terminorum ἡρμοσμένων coordinatio. Termini vel sunt materiales vel spirituales seu ideales. Materiales a spiritualibus et secundum eorum ideas per spiritus archetypum materiae gerentes coordinantur. Absque hac coordinatione harmonica a spiritu ejus harmoniae scientia praedito profecta, nulla res materiata propterеaque nec immateriata consistere potest. At consistunt totius universi res omnes: ergo in harmonia et per harmoniam. Consistunt autem totius universi res extra animam hominis, ergo et harmoniae earum extra animam hominis consistunt. Cognoscuntur autem totius universi harmoniae ab anima hominis, non quia anima hominis in rebus sive terminis relationem seu harmoniam juxta archetypum suum comparando instituit et efficit (quod tu asserere videris, dum pugnas, ad essentiam harmoniae constituendam necessario requiri animam cognoscentem et percipientem harmoniam in rebus), sed quod harmoniam in rebus jam constitutam a proprio ideali cujusque rei et harmoniae fabricatore spiritu ac effectam invenit, cujus similem archetypum seu potius typum cum in se ipsa possideat, ab illa externa rerum extra eam positarum harmonia proprii archetypi admonita, agnoscit eam et intelligit: archetypus enim ejus ipsi congenitus et notissimus est per naturam. Hinc jam subverso hoc tuo fundamento sequitur: animam et spiritus quoslibet, qui archetypos harmoniarum in rebus aliis existentium habent (v. g. spiritus inferiorum rerum harmonias superiorum etiam continent in se, tanquam centro microcosmi proximi), non tantum quantitatum harmoniam, sed etiam qualitatum in suis antitypis persentiscere, intelligere iisdemque ad hoc vel illud agendum incitari: imo, nisi ad harmoniam quantitatum et qualitatum ad certam operationem requisita congruentia accedat, nulla sit in inferioribus antitypica et superioribus consentiens operatio; verbi gratia, oppositio, conjunctio, quadratum etc. planetae cum fixa qualibet nullam in Terris peculiarem mutationem operationum animae sive spiritus terreni adfert. At quae causa est, cur △ ♂ et ♃ Terram incommotam relinquit, solesque reduxit, △ autem ☿ cum ♃ imbres et pluvias copiosas commovit? Juxta tuam rationem nulla diversitas esse debebat effectus, cum utrobique eadem quantitativa fuerit harmonia, nec sufficit ad coecam et ignotam Terrae dispositionem (quanquam et haec saepe multum possit, sed non sine praecedente qualitativae superiorum harmoniae instigatione) semper recurrere; certum enim est, diversis planetis diversas convenire materiae qualitates, quas ex inferiorum observata correspondentia ad superiora colligere licet, ut tu quoque idem in Tertio Interveniente non obscure docuisti: quamquam illic praeter omnem rationem duas qualitates magnae certè efficaciae, siccitatem scilicet et frigiditatem, e qualitatum numero magno cum triumpho sed ante victoriam ejeceris. Cum ergo doceas, harmoniam extra animam subsistere non posse, utpote quae ad praedicamentum relationis pertineat, propterea quod sit harmonia omnis ordo quidam: relatio autem sine mente nihil est, praeterquam relata, quae ipsa quoque non sint relata sine mente, referente inter se terminos istos relationis: quaero ex te, quam hic mentem intelligas? an animam hominis, an animam sive spiritum Terrae ceterosque rerum sublunarium spiritus? Certe, ut ex toto hoc quarto libro colligo, intelligis per mentem haec, quae attuli, omnia. Existimas igitur, superiorem configurationem planetarum non esse harmoniam sine dictis mentibus, ergo non erunt in planetis spiritus archetypi, motum et configurationem istam tam efficacem et harmonicam dirigentes et ordinantes: ergo fortuito ita planetae movebuntur et hos ordines, quos observamus efficaces, efficient: ergo primum spiritus sublunares harmoniam superioris materiae coordinationi introducent, alias manebit ἀναρμοστος: ergo motus et coordinatio superiorum corporum carebit spiritu harmoniarum suarum scientia praedito, et sine spiritu moderante et sustentante materia se ipsam agitabit, quod tamen contra materiae est conditionem, et sublunaria tantum spiritum harmoniarum ideis et scientiis exornatum habebunt. Haec ex tua assertione sequuntur: quibus vero momentis rationum tu talia astructurus sis, videbo. Haec autem vera sunt, quod inferiores spiritus harmonias superiorum non perciperent, non sentirent, nisi archetypum vel potius typum harmoniarum superiorum omnium in se haberent, praesertim autem anima hominis, unde tamen nullo modo sequitur, superiora carere suis spiritibus propriarum harmoniarum, secundum quas materias suas spiritus isti disponunt et esse faciunt (nihil enim est sine tali coordinatione scientiosius, ut ita loquar, sive coordinatio ista sit harmonica proprie, sive ἀναρμοστος), spiritibus, inquam, carere, propriarum harmoniarum peritis: si ergo habent corpora superiora spiritus suos harmoniarum peritos, etiam ab istis secundum harmonias proprias disponentur et propterea

dispositio ista harmonica dici poterit, etiamsi nullus esset infra spiritus, qui harmoniarum istarum typum haberet et per consequens, qui istas superiores harmonias persentisceret; esset tamen nihilominus superior spiritus, qui dirigit, ordinat et scit harmoniam istam configurationis superiorum corporum. Vides ergo, quam a scopo aberres, dum dicis, configurationes superiores planetarum non esse harmonicas dicendas nec harmoniam in ipsis esse ullam sine anima contemplante et comparante et eo ipso quasi progignente harmoniam in superiorum terminorum configuratione. Imo contrarium verum est, nullam ab anima sublunari harmoniam cognosci, persentiri, intelligi posse, nisi deprehenderetur et esset in superiorum configuratione antitypica harmonia, typo isti harmoniae in anima sublunari correspondens. Necessaria ergo est ad essentiam harmoniae in materia anima sive spiritus, non cognoscens harmoniam in alio, sed harmoniam materiae introducens, materiam harmonice disponens et materiam harmonice dispositam servans et dirigens secundum omnes harmoniarum sibi implantatarum ideas: necesse item ad essentiam harmoniae a materia abstractae, sive, ut tu appellas, archetypicae, anima, non tantum cognoscens, sed possidens, non contemplans in alio, sed in se ipsa sciens et secundum eam materiam suam, tanquam secundum archetypum, disponens et ordinans: unde patet iterum, animam sublunarium ad *esse* harmoniarum in configuratione et coordinatione corporum superiorum non requiri. Alia vero est quaestio, cum agitur de vi et efficacia harmonicarum configurationum in corporibus superioribus, quomodo scilicet eae agant in inferiora et quid ad hanc operationem producendam requiratur. Hic concedo, non sufficere superiorum harmoniam, nisi accedat in sublunaribus superiori correspondens harmonia, quae *esse* abstractum habet in spiritu sublunari, ex qua et cujus vi percipit superioris configurationis rationem et ea ipsa ratione admonetur ejus operationis in materiam suam, quam istius harmoniae ratio requirit. Quantitativa enim harmonia rationem harmoniae qualitativae indicat.

Jam tempus est, de harmonia qualitativa paucis etiam agere, quam tu vel nullam concedis vel aliquam negligis. Non enim, ut tu existimare videris, anima sublunaris quantitativa tantum harmonia ad agendum exstimulatur; quid autem exstimulata agere debeat, ex fortuita materiae certo modo dispositae praesentia petit, sed simul qualitativas intelligit harmonias, quibus, quid in hac vel ista quantitatum dispositione agere debeat, admonetur; item intelligit ordinem spirituum superiorum, intelligit, quam qualitatum harmoniam hic vel iste spiritus in hoc vel isto superiorum corporum concinnet, intelligit differentias spirituum secundum rationes qualitativarum harmoniarum, unde novit, alias esse ideas qualitativarum harmoniarum in Jove, alias in Mercurio etc., hinc etiam scit, aliam operationis rationem esse in △ Martis cum Jove, aliam in △ Mercurii cum Jove, aliam in △ Martis et Veneris. Sic ordo et motus superiorum in operando regunt ordinem et motum operationis sublunarium et inferiorum operationibus praesunt, ipsi quoque in sua regione non frustra operantes et qualitatum efficaces harmonias possidentes, quemadmodum inferiores spiritus qualitatum harmonias ad suos et varios usus possident efficaces. Quaeres, quas ergo qualitatum rationes superiores spiritus possideant et in materiam suam introducant? Has ex inferioribus inferiorum spirituum operationibus disce, et ipse jam in Tertio Interveniente, quanquam mutilate, docuisti; quae enim te ratio coëgit tam firma et potens, ut siccitatem et frigiditatem, potentissimas qualitates, e qualitatum numero ejeceris? Experientia medica testatur, quid caliditas et frigiditas in concitandis et item medendis morbis pugna sua efficere queat; affunde aquam frigidam candenti lapidi et videbis, num siccitas et frigiditas tantum sint privationes. Habentne privationes hanc vim, ut positivas qualitates expellere queant, quod tamen facit frigiditas in naso, pedibus et genis, imo saepe toto corpore per alpes diu in nivibus ambulantium? Compone herbam summe calidam et siccam cum summe humida et frigida certa proportione, et impone ulceri, a causa biliosa profecto, et videbis quid effecturis sis. Cur ebullit bilis in corpore humano affusa repente frigida, in nimia aquae ingurgitatione aestuante corpore universo? Cur rumpuntur vitra ferventia affusa aqua frigida? Et quaenam reliqua esset contrarietas in rebus, si hae duae qualitates catholicae omnium antipathiarum et sympathiarum una cum reliquis duabus causae e natura rerum positiva tollerentur? Unde tuum medium et aequum prodiret, nisi esset harum quatuor qualitatum contemperatio? imo nullum in rerum natura daretur temperamentum. Vides, quod argumenta, quibus contra te pugno, saltem innuam: tu ulterius perpende et, si potes, everte ea. Ad finem propero, ubi unicum adhuc monuero. Nimium audacter tu geometricas rationes deificasti praeter et contra Dei verbum; ratio quidem curiosa ita tibi suasit: homo ad imaginem Dei et praecipue anima ejus condita est, et quemadmodum in anima hominis archetypi sunt harmoniarum omnium, sic et in Deo, quod autem in Deo est, est Deus ipse: ergo harmoniae et geometricae rationes Deo sunt coaeternae et Deus ipse. Plausibilis quidem ratio, qua et ego motus olim ejusdem eram sententiae et hanc insignem esse sapientiam credebam, qua omnia deificare poteram: in ipso enim, Deo scilicet (inquit Apo-

stolus), sumus et movemur et genus ipsius sumus. Ergo et Deus sumus, quid enim est in Deo, quod non sit Deus ipse? At cum has rationis tenebras Deus Spiritus sancti sui gratia in mente mea dispulisset, aliter tantis de rebus sentire didici. Deus enim ipse in verbo suo proportionem creaturae ad creatorem expressit et dixit, quod eadem sit, quae nihili ad aliquid. Qua igitur fronte eam deificabimus? aut quomodo rationi nostrae tantum fidemus, ut, quae ea nobis de Deo extra manifestum revelationis verbum suggerit, vera esse credamus? cum ea sit coram Deo tota cum tota hominis substantia et viribus damnationis et tenebrarum abysso immersa, et propterea Dei inimica, nihil, quae spiritus Dei sunt, intelligens. Creatura Dei sumus et genus, verum est, sed fuimus et imago Dei: jam, perdita Dei imagine, larva Satanae per naturam facti sumus, quos Deus immensa bonitatis suae misericordia tolerat et propagat ex semine perdito et mortuo perditos et mortuos, non Dei imagines, sed imagines Diaboli, coram justissimo et severissimo legis divinae examine penitus cum omni substantia et viribus damnatos: magnum enim est et ab omni captu rationis abstrusum peccati mysterium, magna lapsus primi poena, nec tam levis, ut multi doctorum nostrorum existimant: totus homo ex forma optima in pessimam transformatus, ex imagine Dei in larvam Satanae, hinc filius irae est per naturam. Nec solus homo ita perditus lapsu primorum parentum, sed et terra maledicta, imo tota creatura, pereunte domino suo, in cujus ministerium creata fuit, periit, teste Apostolo Rom. VIII.: tota, inquit, creatura vanitatis servitio et corruptionis malo, a qua antea libera fuit, subjecta est, sed tamen in spem etc. Hinc non est, ut in creatura, in homine, quaeramus Deos vel Deum, vel bonum divinum et verum: licet enim Deus omnia impleat, et omnipraesens sit, omnipraesentia tamen ista tam longe omnem captum nostrum excedit, ut ab ea nihil plane extra verbum revelatum inferre vere queamus. Imo ista harmoniarum Deificatio cognitionem Christi obscurat, mysterium meriti ejus evertit, mysterium regenerationis nostrae eludit et multa in vera theologia absurda parit: una enim absurda ratio in veritatis album recepta innumeras alias ad se trahit falsitates, quibus veritatem pro eo, quod in eam fovet, odio opprimere vel saltem obscurare nititur. Possem haec omnia pluribus et clarissime ex divinae veritatis fonte demonstrare, verum haec ὡς ἐν παρόδῳ dicta sufficiant: tu plura meditare.

Quae autem harmoniarum quantitatis est ratio in magnitudinibus, eadem in numero etiam, quod ad essentiam ejus attinet, ut ex iis, quae de harmonia supra attuli, colligere licet.

Sed omnia haec eo scripsi, ut te ad penitiorem rerum istarum indagationem excitarem: principia sunt, quae indagasti, et quidem maxima; majora tamen fient, si principiis non immoratus ad perfectionem scientiae de rebus tam abstrusis perrexeris et nobis harmoniarum rationes non tantum in quantitatibus, sed et in qualitatibus et quidem cum quantitatum rationibus congruentes demonstraveris: quo labore incrediliter rei medicae profueris.

Ajunt, hoc quoque tempore cometam, quidam vero duos videri; ego nullum observare potui, unde num vera sint, quae dicuntur et num a te quoque observati sint, nescio; tu si quid est veri in rumore hoc, me moneas oro.

Monstrum Herrnalsense ex sue prognatum facie humana, sed larvata cum cucullo monachi, proboscide elephanti, cauda pedibusque draconis, procul dubio jam vidisti. Certus etiam rumor Vienna ad nos attulit, milites, qui ante portam quandam urbis (nec enim ita accurate, ut de nomine portae inquirerem, inciderat) in excubiis erant, nocte quadam audivisse vocem clamantis, *hinweg von hinnen*, eamque cum existimassent esse eorum, qui intra urbem in eadem porta vigilabant, causam cur inde discederent ex ipsis quaesierunt, sed cum nihil responsi ad interrogatum accepissent, acquieverunt tum; sequenti nocte eandem vocem iterum audierunt et simul sonitum in aëre, tanquam magnae cujusdam avis circumvolitantis; eadem vox simili cum strepitu et proxima tertia nocte audita est ab iisdem. Quid ista portendant eventus probabit.

Vale et me de tuis laboribus, quibus jam vacas, certiorem facias. Saluta meo nomine conjugem tuam charissimam, filium et filiam tuam Susannam, si tecum est. Domino item Gringalleto nostro osculum pacis et pedum cum salute multa a me nunciato. Dabam Rastenbergae die 13. Octobris anno MDCXIX.

Philippus Müllerus (nat. Herzbergi a. 1585, professor mathematicae et medicinae in academia Lipsiensi, mort. 1659), quem attigimus vol. II. p. 481, Keplerum adiit epistola „bene longa", in qua Keplerum laudibus effert et quaestiones non paucas profert de libris a Keplero editis, praecipue de Epitome et libro de Stella Nova, nec non de Harmonia Kepleri. Müllerus in exordio literarum suarum judicium grato animo accipit, quod Keplerus de libello, quem Müllerus contra Nagelium conscripsit, „ad communem amicum, D. Seussium exaraverit". Agnosco, ait, solitam benevolentiam tuam, exosculor humanitatem, quae in te tanta est semper, ut ne quidem aspernetur adversarios suos, nedum dedignetur ignotos. Quam comiter, quam humaniter et urbane a te habitus est Robertus (Fluddius) in utroque appendice et apologia! At ferus ille improbissime refert et furenter, iracunde et

rusticatim tangit, postquam nescit placide et urbanatim. Proinde mirandum non est, si et temporis et laboris vel insumti hucusque aut etiam deinceps insumendi in hunc τεϱαλογον, πικροχολον ac cervicosum hominem poeniteat, qui nihil rectum putat et verum, nisi quod scit ipse, imo, ne mentiar, non scit.

Equidem ut his duobus molestiam tibi creem, non est verendum. Veritas mihi scopus est, omni delectatione potior, quantamcunque polliceatur tandem monstrosa novitas; imprimis totus alienus sum a contentionibus et obstinatione. Si monendus aliquis, moneo breviter et blande, remota acerbitate et contumelia verborum, quantum ejus perspicere queo. Sin non obedit, si repugnat et nugas agit, omitto in posterum penitus. Haec mens, hic animus mihi. — Jam se excusans, quod se immiscuerit litibus Nagelianis, pergit: Sic tecum sentio, quo apertius mendacium et stoliditas insignior, hoc magis inclarescere veritatem, et famam innocenter appetiti sibi ipsi praesidio fieri. Hinc neque ego de dignitate nostrarum artium multum in adversarium effundere volui. Est enim major, quam ut eam vel conviciando labefactare alter, aut ego defendendo amplificare queam. Ergo ut in his rebus satis sim dissimilis Roberti, Nagelii et sociennorum, tamen est aliud quoddam commune cum iisdem (fatebor enim et me totum aperiam tibi; vide ut sim candidus); eo ne offendaris et me segreges a te iterum etiam atque etiam metuo. Quid vero illud? Imperitia, puerilitas, inscitia in his rebus, quas profiteor et ignoro tamen; res ea non rara quidem et infrequens, insolens tamen, audax, mira. Constitutus sum professor matheseos aliena potius, quam mea voluntate, consumto jam aetatis flore acieque mentis fracta in longe diversis, ad quae aspirabam, et si fuisset absque fato perpetuae invaletudinis supervenientis, fortasse perventurus eram bono cum Deo. Accessi αὐτοδιδακτος και ὀψιμαθης, destitutus viva voce et manuductione idoneorum praeceptorum ceterisque adminiculis et mediis, quae ad excellentiam ferunt aliquam. Itaque observationes et inventiones a me nullas habeo petove: dux, aetas, ingenium, impensa deest, nitor aliena fide, oculis non meis cerno, interim hoc ipso opinione mea felix, si quae recte et viderunt et acute tradiderunt alii, ego non minus dextre, vestigiorum signa legens, assequar et discipulis proponam et saltem aliqua prosum in vita, si non datur ultra. Ac nisi me bono genio in tua potissimum incidisse fatear, ingratus sim, mendax et injurius utrique, siquidem ad rerum veritatem ἀκριβειαν et selectum adhibes verborum lumen, pondus et proprietatem, si quis post Copernicum alius. Nam Tychonis lingua mihi profecto nescio qua garrulitate et μακρολογιᾳ taediosa est, etsi res ipsae sint optimae. Unde si quid boni meis inest, quod sentio, quam sit tenue, quicquid est ejus tamen, tuum est, non meum, si non actu secundo (ut philosopher), at primo tamen, id quod vel ex nuperis pagellis agnoscere potes et ni fallor agnoscis. Videre gestio Cleopam tuum (Canones Pueriles. Cfr. vol. IV. p. 173. 483), non vidi tamen, alias symbolam rogassem.

Atque haec cum ita se habeant, doleo tamen, me non semper intelligendo tantum progredi in tuis, quantum debeo et cupio sane non tua culpa, qui (ut alicubi protestaris et ego asserenti credo tanquam bono viro) toto pectore aversaris illud το σκοτεινον Heracliti vellesque ut totus mundus caperet, sed mea potius ignoratione illorum, quae ad legenda tua afferri par erat; qualia sunt logarithmi Neperi, Archimedis et Apollonii quaedam, cossica et musica praecepta et imprimis liber X. Euclidis (nam cetera ejus auctoris, ut et trigonometriam calleo mediocriter, imo et doceo, si digni adsint auditores). In his et similibus quia tu hinc inde demonstrationum atque explicationum tuarum fundamenta et principia constituis, praesertim in Comment. Martis et Harmonicis, fit quominus transspiciam ego usque in intima penetralia Divae tuae, pernoscens illam intus et in cute adeoque non semel optarim, te stantem in hac cathedra meo loco mederi Mulleri tui caligini, coecitati et tenebris. Itaque me provocasti ad colloquium literarium hoc consilio, ut esset, quem doceres, quem fingendo recoqueres; en me tibi, nactus es materiam, qualem volebas. Sin minus hoc agis, ut ipse ex me audias aliquid tibi novum aut te dignum, quaere tibi alium, ego non sum domi, nec scio noctuas Athenas. Condescensionem tuam, ut vocas, non sane respuo, est enim finitima anthropopathiae theologorum, et habet scriptura exempla, a te ipso producta in egregio tuo libro de Stella Nova, qui mihi principium fuit, oculos aliquando plus aliis aperiendi in philosophia, etsi diu sim luctatus cum praeconceptis opinionibus, praesertim circa vim κριτικην sublunaris mundi. Interim tamen, quod vulgo dici solet, heroica facta non esse temere trahenda in consequentiam, id etiam hoc loco attendendum judico, ne forte condescensio illa seu potius indiscretus amor et stolida ac praepostera illius affectatio, uno nomine curiositas exeat ad tentandum Deum. Rex uterque Aegyptius et Chaldaeus illiusque officiarii Joseph et Daniel jactare poterant, Deum sibi condescendere ac esse visiones et somnia sua eorumque interpretationes θεοπεμπτα ideoque indulgere his et niti probabiliter, imo confidenter: erant enim conformia vocationi suae de his rebus, quae ad ipsorum curam pertinebant etc. Calendariographi antem an ad hoc idem aut vocati sint

aut vocentur, admodum dubito; ordinaria certe haec illorum vocatio non est, ut sit extraordinaria, longa probatione et fortibus argumentis indiget. Quid? si insuper curiositas et cursitatio haec illorum ducit adversus verbum scriptum, latenter an manifeste, nihil interest. Quid tunc dicendum? Nonne: ite, ite, latet anguis in herba? Rudolphus II. quid dicebat aut quomodo affectus erat erga Crucem, Columbas, Oleam, Arcam Nohae, coelo transscripta per Hispanos? Tum: rustici nonne habent in Pegaso et Delphino suam et majorem et minorem crucem? Non igitur mihi tam hoc tuum mirabile videtur, aut alienum et longe petitum, quam quod in physica tua coelesti protoplastas cum suis literis, sive ab inferis sive superis (jocari liceat) excitatos in scenam et pulverem geometricum producas, ut sint imagines tuarum primigenitarum et postgenitarum figurarum et ostendant earum differentias.

Jam Müllerus quaestiones affert de „Epitome Astr. Cop." (de proportionibus Kepler dubitat) deinde sic pergit: Antea me inexercitatum fatebar tibi in arte musica, praesertim vocali et terminis artis. Rogo ergo, numquid non tua physica coelestis etiam sine his terminis et praxi canendi intelligi queat aut saltem ex instrumento musico, quod ita dicitur κατ᾽ ἐξοχὴν, cujus pulsandi quodammodo sum gnarus? Quod si sic, aquulam asperseris. De apotome quoque, binomiis etc. optarem mihi clarum et succinctum tractatum, qui subtilitates illas demonstraret in rebus sensibilibus, a quibus plerumque ordiri soleo mearum contemplationum telam. Dibuadius, Clavius et ceteri commentatores non sapiunt.

Sed satis quaestionariae epistolae; credo te, Vir Excellentissime, jam poenitere provocationis et requirere insumtum in percurrendis nugis meis tempus. Cogitabis autem, volenti injuriam non fieri et hoc magis solitam tuam benignitatem in me usurpabis quoque et hucusque ignotum tibi virtutis et donorum tuorum divinitus concessorum admiratorem et praeconem, postquam propius innotuit, cupidius amplecteris, quod ut facias, etsi tua te humanitas rogari non exspectat, sat scio, rogo tamen, ut par est, et sic missis logis ulterioribus te valere jubeo ἐπι μακρον et superesse his ordini nostro iniquissimis temporibus. Bene vale et salve a cultore tui nominis, Müllero. Lipsiae d. 3. Aug. 1622.

Ad haec respondit Keplerus: S. P. D. Clarissime Vir! Jovi Phidio (si Christianos decet, jocando veteres imitari) bovem opinor debemus, qui pronubum conciliandis nostris amoribus nacti sumus sedulum, communem sc. amicum Seussium (cfr. II. p. 481), cujus opera per haec invia et desolata tuam tamen epistolam recepi 13. Septembris. Et quia te discipulum profiteris, incipiam a correctione. Dimidium epistolae tuae bene longae duabus lineis, utramque sc. paginam, deleo. Nondum me nosti, si hoc nondum capis, ad simulationem me dissimulationemque factum esse minime. Non dissimulo, me consecutum esse 20 annorum exercitatione continua, quod haud facile quisquam alius in hoc genere consequi possit; neque tamen te simulatis verbis idoneum pronunciavi, cujus conversatione in materiis confinibus inter mathematicen et metaphysicam, quibus impensius ego delector, quam ipsis abstractis mathematibus, adeoque et in re mea propria illic melius sentiendo, hic emendatius et clarius loquendo, plurimum proficere possim. Eas vero materias in literis ad Seussium, quas te legisse profiteris, ex parte expressi; praecipua est in libro de Stella Nova a p. 129 in 148 (vol. II. p. 705—718). Tunc sequitur liber IV. Harmonices et ultimae propositiones libri V. cum Epilogo. Nam quae de materia novi sideris et cometarum suis locis deque causis coelestium physicis libro IV. Epitomes disputavi, ea mihi jam nescio quo pacto pro adeo tritis habentur, ut contra principia disputantem minus forte moleste feram, quam contra ista. Et sunt illa pleraque materiae rationibus affinia, mihi vero animus totus in formis inque animis, in ipso Deo architecto operis, lubentiis omnibus annuentibus, exspatiari gestit. Hic ego plurimum laboro desiderio lectorum, qui, etsi mathematici non sint ex professo, vim tamen argumentorum, quae ex mathematibus texui, persentiscunt, et qui propositiones a me quidem accipiant mea fide, formam vero concludendi et secum pensitent et mecum disceptent. Coepisti tu quidem desiderio meo satisfacere in condescensione, quae ex hoc genere est, monesque salubriter, ne quid nimis! Valde velim, copiosior in ea fuisses.

Distinctas quaestiones facio: 1) Si sit aliqua persuasio universalis literatorum omnium aut plerorumque in magna gente, ut quod sub conjunctiones magnas nascantur viri insignissimi, praesertim si accedat loco aut tempori stella nova: an igitur Deus utatur hac hominum persuasione, ut iis potissimum temporibus, cum sunt conjuncti planetae, et stellas exhibeat et promissum Messiam miserit, ut hoc pacto Magorum, Persarum gentis animam ad cognitionem Messiae perduceret perque illos famam Messiae inter homines vulgaret? an potius dicamus, Deum ipsum esse, qui cum omnia ordine agat cumque mundum hunc mobilem, id est planetas interque eos Terram pulcherrimo ordine condiderit, qui, inquam, adhuc ejusdem operis sui effectus et ἀποτελεσματα dignetur accommodatione aliorum providentiae suae operum? Ecce enim Christum nasci voluit sub conjunctionem maximam, non ignarus utique temporum, nec negligens sui ordinis. Ut ita Deus non ideo tempus hoc observaverit, quia homines ad ea varia superstitione respiciunt, sed ideo hominum animos tales condiderit taliterque moveat, quia et ipse ad has temporum notas respicit. Alia ab hac et μερικῃ magis est quaestio: an, si quid Deus velit hominibus significare per certos homines, eorum tunc artibus vanisque observationibus ad monendos ipsos utatur? Sic Röslinus multa conjecit, quae probavit eventus, usus vanissimis Arabum regulis; Lichtenbergius vero plurima hujus generis habet, nisi fallor et in antiquis prophetis, in S. Brigitta, Joachimo etc. talia insunt. Daniel propheta fuit institutus in doctrina Chaldaeorum, cujus pars est de ingressibus annorum, de initiis regnorum, de quadrangulis, de Capricorno, Ariete. Et ecce anno primo Darii videt Arietem et Hircum pugnantem: quid si ex astronomia quis eruat thema coeleste in introitu anni, ubi superiorum unus in Capricorno, alter in Ariete? Sed st! st! ne quis superciliosorum nudam διασκεψιν in crimen manifestum trahat. Hic igitur soleo sane aliquid tribuere eventui praedictionum, ut in libro de Stella et contra Röslinum. At existimo, legitimum esse medium negando themati praeter ea, quae tu sapienter, si, qui scribit, mali moris homo sit, affectibus rapiatur, in rem suam agat, votorum suorum προξενητης sit. Nam quo plus hominis, hoc minus Dei est in homine. Praeterea et hoc mihi cavendum, ne, qui plurimum tribuo characterisationi mentis hnmanae a mente creatrice in naturalibus, idem ego suspectum faciam hoc negotium adjunctione illius condescensionis in rebus arbitrariis, quasi utrinque idem agam aeque vano conatu. Qua quidem mentione aufugit mihi animus ab hac condescensione et providentiae operibus ad illam characterisationem et naturam, ad quam confugium habet usitatum. Jocari te, ais, in mentione protoplastorum, tam hominum, quam figurarum; nescio an jocanti deceat admonitionem ingerere. Non equidem probandi, sed illustrandi animo comparavi ista; visa enim est miram exhibitura delectationem et omnino quasi invito aurem vellere ad cogitandum de occultioribus et reconditis sensibus, sed male; cum oderim omnes cabalistas, temperavi mihi hic quoque, ne sensum scripturae literalem in dubium vocarem, aut certi quid statuerem, quasi homines facti ad exemplum figurarum, praesertim cum Adam non fuerit διγαμος, ut iste cubus, nec insertus et intrusus sit in aliquam aliam Hevam, ut cubus in dodecaëdron, nisi forte in sepulchrum, cum quo suo indumento genuit vermes πολυποδας loco πολυεδρον. Ita quaedam, etiam concinnissima, sunt tamen fortuita; quae tamen fortuita non auderem dicere, ob congruentiam tam miram, nisi discrepantiae quoque in re ipsa occurrerent vestigia.

2) De proportionibus aequum postulas, ut tibi mathematicus ego exercitatior

terminos explicem. Tu vicissim, ubi eos mea opera didiceris, mecum in contemplationem incumbes metaphysicam, cui geometrica ista famulatur. Nodus solutus est Harmonices libro V. in marg. folii 218. (cap. IX. propr. 12). Nam inter quascunque duas quantitates est proportio, sive sensiles vel quasi, sive mentales; dico vel quasi, ut duas lineas, duas superficies, duo corpora, duos etiam numeros, quia in quantum ii comparantur invicem, unitates ponuntur habere inter se aequales, ut lineas. Hic igitur, cum dico proportionem duplam, triplam, sesquiplam, vox proportio habet sensum absolutum et fit jam etiam ipsa quantitas aliqua in infinitum dividua, sed haec quantitas est sola mente comprehensibilis, nunquam sensu, ne in materia quidem. Cum igitur etiam haec absoluta proportio sit aliqua quantitas, accipiens majus et minus: fit, ut etiam duae tales proportiones inter se possint comparari; hinc existit proportio proportionum et de hac loquor ego loco allegato. (Quae sequuntur referenda sunt ad Epitomen.)

3) Musica coelestis non ex praxi canendi agnosci debet, sed ex theoria, cui musici soni et distinctio generum cantus duri et mollis innituntur et sufficit monochordum sic divisum, ut libro III. dividitur semel in 2, secundo in 3, tertio in 4, quarto in 5, quinto in 6, id est pro omnibus 5 vicibus semel in 60: ut scilicet ex pulsatione totius et partium singularum harmonica contemperatio aurium judicio comprobari possit.

Apotomas et binomia, o bone, frustra in rebus sensilibus agnoscere laboras; hoc enim perinde est, ac si enumerare niteteris, quae sunt innumerabilia. Sane sentire εἶδος quantitatis, est ejus unitates quodammodo enumerare, aut non sentietur το εἶδος, sed solum materiale quantitatis. Apotomae et talia sunt ineffabilia, ἄλογα, muta eoque et insensilia solaque mente comprehensibilia et hoc nomine omnino λογικά, contra quam latus septanguli etc., quod non tantum non enunciari, sed ne mente quidem comprehendi potest, quam longum sit nexu aliquo ex diametro circuli pendens. Rectius dixisses, latus septanguli esse non tantum incommensurabile diametro, sed ei plane incommunicabile, neque effatu neque definitione mentali. Etsi propos. 45. primi Harmonices probavi, ne illam quidem communicationem, quae est linearum septangularum seorsim inter se, sufficere ad construendum septangulum extra circulum: ut sic nulla fiat injuria septangulo, si non tantum adimatur illi communicatio cum diametro, sed etiam omnis omnino λογική seu mentalis essentia, extra circulum considerata, ut ipsius *esse* qualecunque tantum sit *inesse*, idque materialiter tantum, non formaliter. Infinita est symbolisatio totius philosophiae in his mathematicis, quae tibi occurret magna copia, ubi primum aditum perruperis, ad capiendum lib. I. Harmonices. Quomodo vero notae nobis species planorum ordinatorum in circulo (quae sunt quaedam εἴδωλα mentis oculo sensilia) exhibeant varia exempla horum ineffabilium, eaque per ipsas causas geneseos suae, id puto sic esse explicatum lib. I. Harmonicorum, ut ex alio commentario conquiri nec debeant nec possint. Et quia hic limen focusque characterisationis mentis humanae totiusque naturae animae formarumque a mente divina: adhortor te, ut enitaris ad illa comprehendenda. Numerorum attactu vel parcissimo vel plane nullo est opus, praesertim illo, quo cossistae utuntur. Precor, Deus vota mea tantum secundet, ut quantum temporis in cossicis est perditum a plurimis, tantum in perceptionem mentalis illarum rerum essentiae impendatur. Sic enim philosophiae culturam publicam auctum iri sperarem accessione non contemnenda. —

In libris Kepleri manuscriptis, qui Pulkovae et Stuttgardiae conservantur, praeter ea, quae ex epistolis desumta praemisimus, nihil fere deprehendimus, quod ad Harmoniam et ad studia Kepleri, quae typum operis praecedebant, pertinent. Volumini XIX. Mss. Pulkov. fragmentum inest talium studiorum, aliquot annis ante editam Harmoniam a Keplero conscriptum, quo proponendo finem facimus nostrae praefationi.

24. Jan. 1614.

Brevis et dilucida explicatio fundamentorum harmonicorum.

Quaecunque duae chordae ex aequaliter intensis inter se habuerint rationem, quam circulus ad arcum *ῥητόν*, geometrica simplici delineatione resectum, illae inter se et altera cum alterius duplis et dimidiis in continua bisectione et duplicatione consonant, quaelibet certe aliquo consonantiae genere; quae vero inter se rationem habuerint eam, quam circulus ad arcum vel *ἄλογον* vel *ῥητόν* quidem, sed resectum via *ἀγεωμετρήτῳ*, vel geometrica quidem, sed non simplici et directa, illae a se invicem dissonant, earumque dupla et dimidia.

Arcus *ῥητοὶ* et geometrica simplici via resecti.

$\frac{1}{2}$ Diametro.	$\frac{1}{6}$ Semidiametro.	$\frac{1}{10}$ Semidiametri proportionaliter sectae parte majori.	$\frac{3}{10}$ Compositae ex semidiametro et parte majori.
Hinc duplae: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ etc.	$\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$ etc. $\frac{1}{3}$ et ejus duplae: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{8}{3}$ etc.	$\frac{2}{10}$ vel $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{10}$ vel $\frac{2}{5}$, $\frac{8}{10}$ vel $\frac{4}{5}$ etc.	$\frac{6}{10}$ vel $\frac{3}{5}$, $\frac{12}{10}$ vel $\frac{6}{5}$ etc.
$\frac{1}{2}$ non tantum pendet ab $\frac{1}{2}$ per bisectionem, sed etiam se ipsa resecatur per lineolam, cujus quadratum est dimidium quadrati diametri.	$\frac{1}{3}$ praeterquam quod pendet ab $\frac{1}{6}$, habet etiam subtensam, quae potest $\frac{3}{4}$ diametri.	$\frac{1}{5}$ non tantum pendet ab $\frac{1}{10}$, sed ipsa etiam habet subtensam, quae potest semidiametrum et ejus sectae partem majorem. $\frac{2}{5}$ vero subtensam habet compositam ex subtensa $\frac{1}{5}$ ejusque proportionaliter sectae parte majore.	Hujusmodi chordae omnes consonant. Arcus *ῥητός* est $\frac{1}{15}$ et resecatur via geometrica, sed non simplici. Nam resecatur primum $\frac{1}{3}$, tum $\frac{2}{5}$, ab eodem puncto incepti: tunc differentia utriusque est $\frac{1}{15}$. Dissonant ergo chordae, quae sunt ut 1 vel 2 vel 4 vel 8 vel 16 ad 15.

Arcus *ῥητός*, sed non geometrice resectus est $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{81}$ etc., dissonant igitur tales chordae earumque cognatae per duplicationem, ut $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}$ etc., sic $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{11}$ etc., imo per quamcunque multiplicationem, ut $\frac{3}{7}$, . . . $\frac{3}{11}$ . . . $\frac{3}{25}$ etc. Solum $\frac{3}{9}$ consonat, quia coincidit cum $\frac{1}{3}$; non habet igitur hoc a sectione novenaria.

Arcus *ἄλογος* est, qui non est ad circulum ut numerus ad numerum; talis resecatur a parte tertia diametri, aut a sectae semidiametri parte minori, aut a latere cubi in sphaera, aut a lineis plurimis irrationalibus vel rationalibus. Numerum enim oportet primum in arcu locum habere, inde etiam in subtensa vel ejus quadrato vel eam constituentium quadratis; nihil juvat numerus altrobique solum locum habens. Talem igitur geometriam natura in vocibus seu potius in facultate auditus, vocum aestimatrice, expressit.

Neque tamen existimandum est, tantum esse circuli respectum propter se ipsum. Non; sed quaerit natura proportiones numerales in chordis et earum subtensis propter aliud aliquid, quatenus nimirum arcuum aequalitas constituit figuras ordinatas planas. Neque etiam figuras planas per se singulas respicit natura, sed quatenus illae inter se coëunt ad corporis aut plani

structuram. Sic trigonus, tetragonus, pentagonus struunt quinque corpora regularia, sic trigonus, tetragonus, hexagonus continuant planitiem; sic stella pentagonica, cujus latus subtenditur duabus quintis circuli, struit stellam solidam dodecaëdricam, sic stellae octaëdrica et decaëdrica (latere subtendente illic tres octavas, hic tres decimas) construunt singulae stellam solidam.

Rursum quae sunt ejusdem inter se generis, varie coëunt ad planitiem struendam, quadrangulum, octangulum, stella octangularis hinc, inde pentagonus, stella pentagonica, decagonus, stella decagonica. Sic trigonus, hexagonus, dodecagonus, cujus etiam area, ut tetragoni, rationalis est ad quadratum diametri.

At heptagonus et similes nec ipse nec cum sui generis aliis nec cum prioribus quicquam vel planum vel solidum struit. Unde datur intelligi, facultatem auditus illa quaerere inter sonos, quae Deus invenit inter proportiones geometricas mundo exornando idonea: nam etiam orbes coelestes ad normam quinque corporum regularium factos, in Mysterio Cosmographico probavi.

Ergo chorda proposita, sectiones ejus harmonicae (sic ut segmentum vel pars minor sit consona toti et residuo vel majori) non dantur plures septem.

Tota	in	partes	2,	segmentum	partium	1,	residuum	partium	1
"	"	"	3,	"	"	1,	"	"	2
"	"	"	4,	"	"	1,	"	"	3
"	"	"	5,	"	"	1,	"	"	4
"	"	"	5,	"	"	2,	"	"	3
"	"	"	6,	"	"	1,	"	"	5
"	"	"	8,	"	"	3,	"	"	5

At si secetur tota in partes 8, segmentumque sit partis 1, residuum partium 7, aut tota in 10, segmentum 1, residuum 9, aut segmentum 3, residuum 7, sectio non est harmonica, quia $\frac{1}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{7}{10}$ supra reperies inter dissonas.

Igitur natura prior est harmonia, quam ejus nomen vel elementa vulgo celebrata, a quorum numero harmoniae denominantur. Divisio vero in intervalla minora accidit intervallis harmonicis posterius, nimirum ex comparatione harmoniarum inter se.

$\frac{1}{2}$	inter	et	$\frac{2}{3}$	est	$\frac{3}{4}$						
$\frac{2}{3}$	"	"	$\frac{3}{4}$	"	$\frac{8}{9}$						
$\frac{2}{3}$	"	"	$\frac{4}{5}$	"	$\frac{5}{6}$						
$\frac{4}{5}$	"	"	$\frac{5}{6}$	"	$\frac{24}{25}$,	sic	etiam	inter	$\frac{3}{5}$	et	$\frac{5}{8}$
$\frac{3}{4}$	"	"	$\frac{4}{5}$	"	$\frac{15}{16}$	"		"	$\frac{2}{3}$	"	$\frac{5}{8}$
$\frac{2}{3}$	"	"	$\frac{3}{5}$	"	$\frac{9}{10}$						

Viden', ut ex comparatione harmoniarum dentur haec intervalla: $\frac{8}{9}$ tonus major, $\frac{9}{10}$ tonus minor, $\frac{15}{16}$ semitonium, $\frac{24}{25}$ differentia inter $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, quae dicitur diesis.

Intervalla igitur, ex comparatione harmoniarum orta, sunt ipsa quidem dissona, sed tamen concinna, ἐμμελῆ. Quorum haec est differentia, quod $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{15}{16}$ canendo transeuntur natura duce, sed $\frac{24}{25}$ non transitur uno et eodem tractu cantus. Causa differentiae est ista: tria sunt figurarum genera, a tribus capitalibus figuris orta, a trigono, tetragono, pentagono, e quibus tetragonus proportionem gignit duplam continue, communem proportionibus duarum reliquarum, quibus se immiscet, continue bisecando aut duplicando utramque. Trigoni vero soboles harmonica minima est $\frac{3}{4}$, per $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{1}$, major $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$; pentagoni soboles $\frac{4}{5}$, per $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{5}$; sic $\frac{5}{6}$ per $\frac{5}{3}$, $\frac{10}{3}$; sic $\frac{3}{5}$ per $\frac{3}{10}$, sic $\frac{5}{8}$ per $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{1}$. Trigonica vero proportio pentagonicae non communicat, et neutra est continuabilis: non datur enim geometrica sectio arcus in tria aut in quinque, sicut

datur sectio cujusque arcus in duo. Si ergo compares proportiones minimas trigonicas inter se, sc. $\frac{3}{4}$ cum $\frac{2}{3}$, minimum intervallum existit $\frac{8}{9}$; sin autem pentagonicas cum trigonicis, ut si compares $\frac{3}{4}$ cum $\frac{4}{5}$, intervallum minimum erit $\frac{15}{16}$. Rursum comparata pentagonica $\frac{5}{6}$ cum trigonica $\frac{3}{4}$, aut pentagonica $\frac{3}{5}$ cum trigonica $\frac{2}{3}$, existit $\frac{9}{10}$ differentia. Jam vero intervallum $\frac{3}{4}$ utrobique adhibitum in haec minima intervalla tria dividuum est, quia $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{15}{16}$ faciunt $\frac{3}{4}$. Ita si $\frac{2}{3}$ dividas, primum ablato $\frac{8}{9}$, restabit $\frac{3}{4}$, dividuum ut prius in $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{15}{16}$. Ita si $\frac{4}{5}$ dividas, ablato $\frac{8}{9}$, manet $\frac{9}{10}$. Et $\frac{5}{6}$ constat ex $\frac{8}{9}$ et $\frac{15}{16}$. Omnes igitur harmoniae primigenitae dividuntur in haec elementa ex comparatione orta proportionis tetragonicae cum ceteris; nec existit praeter haec tria intervallum aliud hac quidem via.

Jam vero si comparamus $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{6}$, aut $\frac{3}{5}$ et $\frac{5}{8}$, oritur $\frac{24}{25}$. Est igitur hoc intervallum tantum soboles pentagonicae sectionis. Quae cum sit in gradu remotiori demonstrationis (latus enim decagoni est irrationabile), non igitur ordinarie $\frac{24}{25}$ pro concinno habetur, nec canitur continua ἀγωγῇ. Altera causa hujus rei, quod intervalla consona non dividuntur per $\frac{24}{25}$: nam si divideretur $\frac{2}{3}$, aut in mera $\frac{24}{25}$ divideretur, quod falsum, aut in haec et alia prius constituta. Auferatur $\frac{24}{25}$ a $\frac{2}{3}$, id est $\frac{72}{75}$ a $\frac{50}{75}$, restat $\frac{50}{72}$ vel $\frac{25}{36}$, quae sunt duo $\frac{5}{6}$. Sed quia $\frac{5}{6}$ est majus duplo ipsius $\frac{24}{25}$, auferatur igitur $\frac{24}{25}$ a $\frac{5}{6}$, id est $\frac{144}{150}$ a $\frac{125}{150}$, restat $\frac{125}{144}$, intervallum antea non constitutum ex comparatione harmoniarum. Contra vero $\frac{8}{9}$ et $\frac{9}{10}$ sunt proxime aequales, et $\frac{15}{16}$ major est dimidio ipsius $\frac{8}{9}$ et in haec tria intervalla dividuntur omnes harmoniae exacte. Tertia causa, quod viliores sunt harmoniae, quae gignunt $\frac{24}{25}$, quippe imperfectae dictae: cum ad genesin trium reliquarum concurrat vel utrinque vel altrobique perfecta. Quarta, quod . . . .

His interrumpit stilum Keplerus, et folio sequenti sic pergit:

Diameter et latera figurarum corporificarum rescindunt de circulo partes primo consonantes cum circulo toto. Figurae per se, diameter, quia ejus quadratum est regula ad construendas figuras, et metiendas tam areas quam potentias figurarum.

1) Diameter partem facit $^1/_2$. 2) Trigonus $^1/_3$. 3) Quadrangulum $^1/_4$. 4) Quinquangulum $^1/_5$. 5) Quae se habent ut talis pars ad totum, inter se consonant. 6) Cum ergo chorda dividitur in 2 partes: 1, 1, consonant inter se, quia sunt ut totus circulus ad totum. Quaelibet autem et cum tota (per Nro. 1 et 5). 7) Cum chorda dividitur in 3, ut sint partes 2, 1, tunc pars 1 cum tota 3 consonat (per 1 et 5). 8) Sed et pars 1 cum parte 2 (per 1 et 5). 9) Cum chorda dividitur in 4, ut sint partes 3, 1, tunc pars 1 cum tota 4 consonat (per 3 et 5). 10) Sed et pars 1 cum parte 3 consonat (per 2 et 5). 11) Cum chorda dividitur in 5, ut sint partes 4, 1, tunc pars 1 cum tota 5 consonat (per 4 et 5). 12) Sed et pars 1 cum parte 4 consonat (per 3 et 5). 13) Quae consonat cum aliqua duarum inter se duplarum, consonat et cum reliqua. Nam si totum est 4, tunc pars 2 cum tota 4 consonat (per 1). Et pars 1 cum parte 4 consonat (per 9). Sed pars 2, manente eodem toto, est dupla partis 1, et 1 cum 2 consonat (per 1), sic et 4 tota est dupla ad partem 2, ergo inter tres in continua proportione dupla continua est consonantia: et quae cum una duplarum inter se consonat, consonat et cum altera. 14) Ergo (per 7 et 13) cum tota 3 consonat pars 2, quia pars 1. 15) Sic (per 7, 14, 13) cum tota 4 consonat pars 3, quia et cum 2 et cum 1. 16) Sic (per 11 et 13) cum tota 5 consonat pars 2, quia pars 1. 17) Sic (per 11, 16, 13) cum tota 5 consonat pars 4, quia pars 2 et pars 1. 18) Sic (per 7, 13) cum tota 6 consonat pars 1, quia cum tota 3. 19) Sic (per 15, 13) cum tota 8 consonat pars 3, quia cum tota 4. 20) Sic (per 17, 13) cum tota 8 consonat pars 5, quia 5 tota cum parte 4. 21) Sic (per 14, 5) pars 2 cum parte 3 consonat. 22) Latera figurarum, quae planitiem struunt, vel sola vel cum aliis sui generis, etsi

non sint corporifica, tamen rescindunt partem consonantem cum toto circulo; ut triangulum, quadrangulum, sexangulum, vel sola vel inter se. Octangulum cum quadrangulo, auctum octangulum cum eodem, decangulum cum quinquangulo aucto et simplici, decangulum auctum cum quinquangulo. 23) Ceterae figurae ceteras partes, quae vel jam sunt demonstratae vel similem habent demonstrationem, consonantes faciunt cum toto circulo, ut sexangulum 1 cum tota 6, quinquangulum 1 cum tota 5, auctum quinquangulum 2 cum tota 5, quadrangulum 1 cum tota 4, triangulum 1 cum tota 3, octangulum 1 cum tota 8, auctum octangulum 3 cum tota 8, decangulum 1 cum tota 10, nominatim vero auctum decangulum consonare facit partem 3 cum tota 10. Est enim et latus ἄλογον quidem, sed ex proportione divina, compositum ex radio et ejus parte majore. Sicut decanguli latus est ipsa pars major. 23) Ergo (per 22 et 13) cum tota 5 consonat pars 3, quia cum tota 10. Nec minus cum parte 5 pars 2. 24) Et (per 23, 13) cum tota 6 consonat pars 5, quia tota 5 cum parte 3. 25) Latera figurarum indemonstrabilium rescindunt partes dissonantes. 26) Si duae se habent inter se ut pars dissonans ad totum circulum, et illa dissonabunt. 27) Quae dissonat ab una duplarum, dissonat et ab reliqua. 28) Ergo (per 25) a tota 7 pars 1 dissonat. 29) Sic a tota 9 pars 1. 30) Et a tota 11 pars 1. 31) Et a tota 13 pars 1. 32) Et (per 28, 26) a tota 7 pars 4 et 2 dissonant, quia 1. 33) Sic (per 32, 13) a tota 8 pars 7 dissonat. 34) Sic (per 25) a tota 7 pars 3 dissonat. 35) Sic (per 34 et 5) existente tota 10, pars 7 a parte 3 dissonat. 36) Et (per 39 et 5) existente tota 10, pars 9 a parte 1 dissonat. 37) Similiter demonstrari potest in infinitum, quotcunque porro partium sit tota chorda, aut partem a tota aut residuam a tota, aut partem a residua dissonare. 38) Demonstratur autem ex hac inductione, cum tota secatur in duas partes, ut sint tres chordae, si duae occurrant consonantiae, etiam tertiam occurrere. Demonstretur sic, si a tota auferatur pars corporissima aut planissima, aut propinquae demonstrationis, quae sit et residua talis pars, etiam residuam talem fore. 39) Sin vero unica occurrit dissonantia, etiam alteram esse necesse est. Si enim non: duae ergo erunt consonantiae; si duae, ergo per 38 et tres erunt, non igitur una dissonantia esset; at ponitur una esse dissonantia. Aliter 38: duabus inter se consonantibus, si circulus fiat ex utraque demonstrabilium portionum, consonabit partibus. Minor enim est segmentum primum compositi circuli, major fit reliquum. (Nil sequitur.)

JOANNIS KEPPLERI

HARMONICES MUNDI

LIBRI V.

QUORUM

Primus **Geometricus**, De figurarum regularium, quae proportiones harmonicas constituunt, ortu et demonstrationibus.

Secundus **Architectonicus**, seu ex Geometria Figurata, De figurarum regularium congruentia in plano vel solido.

Tertius proprie **Harmonicus**, De proportionum harmonicarum ortu ex figuris: deque natura et differentiis rerum ad cantum pertinentium, contra veteres.

Quartus **Metaphysicus**, **Psychologicus** et **Astrologicus**, De harmoniarum mentali essentia earumque generibus in mundo; praesertim de harmonia radiorum ex corporibus coelestibus in Terram descendentibus, ejusque effectu in natura seu anima sublunari et humana.

Quintus **Astronomicus** et **Metaphysicus**, De harmoniis absolutissimis motuum coelestium ortuque excentricitatum ex proportionibus harmonicis.

Appendix habet comparationem hujus operis cum Harmonices Cl. Ptolemaei libro III. cumque Roberti de Fluctibus, dicti Flud, Medici Oxoniensis speculationibus Harmonicis, operi de Macrocosmo et Microcosmo insertis.

Acessit nunc propter cognationem materiae ejusdem auctoris liber ante 23 annos editus Tubingae, cui titulus **Prodromus**, seu Mysterium Cosmographicum, de causis Coelorum numeri, proportionis motuumque periodicorum, ex quinque corporibus regularibus.

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AUSTRIAE,
Sumtibus Godofredi Tambachii Bibl. Francof. excudebat Joannes Plancus.
Anno MDCXIX.

AD

Serenissimum et Potentissimum Principem et Dominum

D. JACOBUM,

Magnae Britanniae, Franciae, Hiberniae Regem, Fidei Defensorem etc. Dominum meum Clementissimum.

Cur hos ego Harmonices libros inter homines vulgandos, ex Imperatoris Augustissimi, Domini mei, aula, ex ejus Regnis et Provinciis haereditariis Austriacis, ex ipsa denique Germania, trans mare ablegarem tuoque, Rex Inclyte, conspectui serenissimo sisterem: causas habui partim praesentes, partim antiquas.

Primum enim hoc non alienum a meo munere putavi, ut quia Caesaris in re mathematica stipendia mereo, demonstrarem igitur etiam exteris, quantam gereret providentiam Princeps Reip. Christianae divinissimorum studiorum: ut intelligeretur ex cursu non interturbato pacis ornamentorum per has provincias, famam intestini belli sinistram cum ipsa re procul dubio brevi exstinctum iri; dissonantiamque hanc paulo duriorem, ut in pathetica melodia, jam jamque in suavem clausulam desituram. Quem vero bonitatis Imperatoriae digniorem aestimatorem Rege magno, quem operis de coelorum harmonia, Pythagoram redolentis et Platonem, convenientiorem Patronum Rege illo legissem, qui Platonicae sapientiae studium domesticis monumentis, quae subditorum veneratione etiam publica habemus, est testatus? qui astronomiam Tychonis Brahei, cui opus hoc innititur, puer adhuc ornamentis ingenii sui dignam censuit? qui denique vir factus et regni gubernacula tractans, astrologicam vanitatem publica censura notavit? quae sane, libro hujus operis IV. detectis veris fundamentis effectuum sideralium, clarissime patescit: ut nulli dubium esse possit, quin totius hujus operis omniumque ejus partium sis futurus intelligentissimus.

Major vero mihi causa dedicationis ex antiquo est ista. Cum primum ante annos paulo minus viginti materiam operis animo concepissem titulumque nuncupassem, nondum cognitis planetarum motibus propriis, in quibus tamen inesse harmonias instinctus naturae dictabat: jam tunc ego patrocinium operis, si quando id succederet absolutumque esset, Majestati tuae destinavi; hocque

veluti votum meum legatis tuis ad aulam imperatoriam semel atque iterum testatum feci. Causas, de hoc Harmonicorum meorum patrocinio cogitandi, suppeditabat mihi dissonantia illa multiplex in rebus humanis, manifesta quidem, ut non possit non offendere; ex concinnis tamen et articulatis intervallis conflata, quorum haec est natura, ut auditum in media discordantia promissione successurae suavis concordiae demulceat ejusdemque exspectatione sustentet. Enimvero digna erat homine Christiano persuasio, Deum esse, qui omnem melodiam vitae humanae moderaretur, digna magnitudine Dei patientia, non offendi prolixitate dissonantiarum nec spes abjicere; reputantem, non Dei providentiam lente agere, sed nostrum singulorum aevi spatium velociter avolare. Docebar equidem sacris oraculis, omnia a Deo certis et salutaribus usibus esse destinata, etiam dissona ista, ad elucidandam et commendandam consonantiae suavitatem. Cur autem a tua potissimum Harpe Davidica, Rex Inclyte, principium aliquod exspectare consonantiae restaurandae desideria mea me juberent: etsi non est hujus loci fusius explicare, ne prudentum monita contemnere videar, hanc tamen toto dudum ab orbe confessam partem gloriae rerum abs Te gestarum attingere nemo prohibeat: quod Angliae regnum haereditate et consensu populi adeptus, brevi illi commune cum Regno Scotiae, Magnae Britanniae nomen dedisti, ex utraque provincia Regnum et Harmoniam unam (nam quid aliud est Regnum, quam Harmonia) contemperasti, discordiam haereditariam nationum infensissimarum felicissime sustulisti, memoriam crebrarum et cruentissimarum cladium, quibus ceu notis quibusdam series seculorum erat interstincta, penitus exstinxisti. Hoc domesticum tuum opus omen (inter cetera ponderosiora) non infidum mihi continere videbatur, fore ut etiam foris, Rex inter Reges, Fidei Defensor inter Christi fideles, majus aliquod et praestantius etiamque durabilius opus perficeres: quod quidem et votis meis tacitis et ominatione publica in libro de Stella Nova, quae veluti carbunculus arderet (notus Scotiae versiculus), sum prosecutus. Itaque velut jam confecto, quod optabam et augurabar, Harmostae tam laudabili, meas aliquando Mundanas Harmonias accinere tanto firmius mihi proponebam.

Vellem hic, dissonantiam publicam vocum trifariam obstrepentium paulo mihi mitiorem esse, ut audiri publice ex animi mei sententia possem: qua in re visus fuerit adspirare votis eventus? quae vulnera capitis, quibus harmoniis tentata, a quo medico? et ut etiam hunc ego in libro de stella Nova longe antea vivis coloribus depinxerim? At quodnam erit operae pretium, si harmoniam affectans privato strepitu nec vincam fremitus publicos imbecillitate laterum et molestias absurdi concentus in meis auribus insuper augeam? Fatendum equidem est, proh dolor, tumere adhuc vulnus decussatum, an malumus sacratiori feliciorique vocabulo, cruciforme, tumere, inquam, multiplici labro, et nullo illorum connivente, medicinam hactenus irritam omnibusque partibus irrisam, propterea quod medicus, ut aegro deliro pharmacum fallens ingerat, multa simulet, multa dicat, quae a sana ratione plurimum abire videntur. Recreor tamen hac ipsa cogitatione, quod supremus vulnerum nostrorum Curator artis suae certus sit nec quicquam frustra applicet. Ergo qui curam jam est aggressus, qui jam expedivit, jam mundo monstravit consolidantia ista, interim vero per calamitates publicas erodentibus utitur, quoad consumta carne putrida et fera, charitatis scilicet extinctae, sensus aliquis doloris ad vivae carnis profunditatem descenderit: idem procul dubio lenientibus etiam utetur prope diem ad deprimendos tumores, ut consolidantibus illis denique locus esse possit tandemque dissonantia haec diuturna (ut ad propositum

exemplum revertar) in meram et durabilem harmoniam terminetur. Qua in spe etiam contra spem confirmor non tantum successu mearum speculationum harmonicarum, ut cujus felicitas audaciam in quaerendo longissime superat: sed etiam hoc ipso, quod inter cetera, quae, ad operis perfectionem necessaria, per tot jam annos fuerunt loco pristino, Majestatem etiam Tuam Regiam, cui patrocinium operis, antequam inciperetur, destinaveram, hucusque incolumem et florentem vidi: nec desinam a Deo, Pacis et Concordiae auctore, contendere devotis precibus, uti tibi et vitam et Majestatem Regiam usque ad optatum illum eventum incolumem tueatur.

Interim Majest. Tuam Reverendissimam supplex rogo, ut et hoc opus Harmonices, Nomini suo dedicatum, sereno vultu adspiciat et hanc mei devotissimi affectus in Se significationem aequi bonique consulat, contemplatione vero Operum Dei Regium oblectet animum, quantum per necessarias Regni occupationes licebit: et exemplis Concordiae resplendescentis ex operibus Dei visibilibus studium in se concordiae et pacis ecclesiasticae et politicae confirmet excitetque: denique me meaque studia Regio suo patrocinio clementissimo dignetur. [1]) Dabam Lentiis Noricis ad Ripam Danubii, Ididus Februariis, anno aerae occidentis MDCXIX.

Sereniss. Majest. Tuam Regiam

Omni cum submissione venerans
Imp. Caes. Matthiae ejusque fidelium Ordinum Archiducatus
Austriae Supr-Anisanae Mathematicus
Johannes Kepplerus.

JO. KEPLERI

HARMONICES MUNDI LIBER I.

De Figurarum Regularium, quae proportiones harmonicas pariunt, ortu, classibus, ordine et differentiis, causa scientiae et demonstrationis.

Proclus Diadochus Libro I. Comment. in I. Euclidis.

Προς δε την φυσικην θεωριαν (ἡ μαθηματικη) τα μεγιστα συμβαλλεται, την τε των λογων εὐταξιαν ἀναφαινουσα, καθ᾽ ἡν δεδημιουργηται το παν . . . . και τα ἁπλα και πρωτουργα στοιχεια, και παντη τῃ συμμετριᾳ και τῃ ἰσοτητι συνεχομενα δειξασα, δι᾽ ὡν και ὁ πας οὐρανος ἐτελειωθη, σχηματα τα προςηκοντα κατα τας ἑαυτου μεριδας ὑποδεξαμενος.

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AUSTRIAE. Excudebat Johannes Plancus, anno MDCXIX.

PROOEMIUM.

Cum a divisionibus circuli in partes aliquotas aequales, quae fiunt geometrice et scientifice, hoc est a figuris planis regularibus demonstrabilibus sint nobis petendae causae proportionum harmonicarum: illud initio significandum duxi, differentias rerum geometricarum mentales, hodie, quantum apparet ex libris editis, in solidum ignorari. Adeoque ne ex veteribus quidem, qui has specificas rerum geometricarum differentias se exacte cognovisse significaverit, praeter Euclidem ejusque commentatorem Proclum, quisquam occurrit. Pappi quidem Alexandrini veterumque, quos ille sequitur, distributio problematum in plana, solida et linearia, satis est apposita ad habitus mentis, circa unamquamque subjecti geometrici partem orientes, explicandos: illa tamen et brevis est verbis et ad praxin applicata; de theoria nulla fit mentio: et vero nisi tota mente in theoria hujus rei occupemur, nunquam assequi poterimus rationes harmonicas. Proclus Diadochus libris quatuor in primum Euclidis editis philosophum theoreticum in mathematico subjecto ex professo egit: qui si commentaria sua in decimum etiam librum Euclidis nobis reliquisset, et nostros geometras inscitia liberasset non neglectus, et me labore hoc explicandi rerum geometricarum differentias in solidum sublevasset. Satis enim illi cognita fuisse discrimina ista entium mentalium, ex ipso exordio facile apparet, cum principia

totius essentiae mathematicae statuit eadem, quae etiam per omnia entia vadunt omniaque a se gignunt, finem sc. et infinitum, seu terminum et interminatum: terminum vel circumscriptionem pro forma, interminatum pro materia agnoscens rerum geometricarum.

Quantitatum n. propria sunt figuratio et proportio, figuratio singularum, proportio junctarum. Figuratio perficitur terminis, linea n. recta punctis, superficies plana lineis, corpus superficiebus terminatur, circumscribitur et figuratur. Quae igitur finita circumscripta et figurata sunt, illa etiam comprehendi mente possunt: infinita et indeterminata quatenus talia nullis scientiae, quae definitionibus comparatur, nullis demonstrationum repagulis coartari possunt. Prius autem figurae sunt in archetypo, quam in opere, prius in mente divina, quam in creaturis; diverso quidem subjecti modo, sed eadem tamen essentiae suae forma. Igitur quantitatibus figuratio mentalis quaedam essentia fit, seu intellectio, earum essentialis differentia. Id multo magis clarum est ex proportionibus. Cum n. figuratio pluribus terminis perficiatur, fit ut propter hanc pluralitatem figuratio proportionibus utatur. Proportio vero quid sit sine mentis actione, id vero intelligi nullatenus potest. Eoque etiam hoc nomine, qui quantitatibus terminos dat pro principio essentiali, is figuratas quantitates intellectualem essentiam habere ponit. Sed non est opus argumentatione, legatur totus liber Procli; satis apparebit, ipsi differentias intellectuales rerum geometricarum prope fuisse cognitas: etsi affirmatum hoc ille non ita seorsim solitarium in aperto et conspicuo ponit, ut etiam oscitantem ejus admoneat: fluit n. ejus oratio pleno velut alveo, copiosissimis undique strata sententiis abstrusioris philosophiae Platonicae, quas inter et hoc est libri hujus argumentum singulare.

Verum huic nostro seculo non vacavit hactenus, ad tam recondita penetrare: lectus est liber Procli Petro Ramo, sed quod ad nucleum attinet philosophiae, pariter cum decimo Euclidis contemtus et abjectus, quique commentarium in Euclidem scripserat, veluti si apologiam pro eo scripsisset, repudiatus et obmutescere jussus, irritata vero infensi censoris ira in Euclidem ut reum vertit, damnatus est atroci sententia Euclidis decimus, ut ne legeretur, qui lectus intellectusque philosophiae mysteria pandere poterat. Legite quaeso verba Rami, quibus ille nihil unquam indignius Ramo protulit, Scholarum Math. lib. 21: *Materies*, inquit, *decimo libro proposita eo modo est tradita, ut in humanis literis atque artibus similem obscuritatem nusquam deprehenderim, obscuritatem dico non ad intelligendum, quid praecipiat Euclides (id n. vel indoctis et illiteratis, id solum, quod adest quodque praesens est, intuentibus, possit esse perspicuum), sed ad perspiciendum penitus et explorandum, quis finis sit et usus operi propositus, quae genera, species, differentiae sint rerum subjectarum: nihil n. unquam tam confusum vel involutum legi vel audivi. Quin superstitio Pythagorica in hunc quasi specum inducta videatur etc.* At hercle, Rame, nisi nimium facilem ad intelligendum hunc librum credidisses, nunquam tantam obscuritatem fuisses calumniatus. Labore majore opus est, quiete opus est, sollicitudine opus est et attentione praecipua mentis, donec comprehendas intentum scriptoris: ubi eo fuerit enisa mens generosa, tum demum sese in lumine veri versari cernens, incredibili voluptate perfunditur exsultans et ab illa veluti specula totum mundum omnesque ejus partium differentias exactissime perspicit. At tibi, qui hoc loco patronum agis ignorantiae vulgique hominum, lucra captantium ex omni re divina, humana, vobis inquam sint ista „prodigiosa sophismata", vobis „otio fuerit Euclides intemperanter abusus", vobis „acumina ista locum in

geometria nullum habeant", vestrum esto, carpere quae non intelligitis: mihi, qui rerum causas indago, praeterquam in decimo Euclidis semitae ad illas nullae patuerunt.

Ramum secutus Lazarus Schonerus in Geometria sua fassus est, se quinque corporum regularium usum plane nullum in mundo videre potuisse, donec libellum meum, quem Mysterium Cosmographicum inscripsi, perlegerit: in quo planetarum numerum et intervalla probo ex corporibus quinque regularibus esse desumta. Ecce quid nocuerit Ramus magister Schonero discipulo. Primum Ramus Aristotele perlecto, qui refutaverat Pythagoricam philosophiam circa elementorum proprietates ex quinque corporibus deductas, statim animo concepit contemtum totius philosophiae Pythagoricae; deinde cum sciret, Proclum fuisse Pythagoricae sectae, non credidit ei affirmanti, quod erat verissimum, sc. Euclidei operis ultimum finem, ad quem referrentur omnes omnino propositiones omnium librorum (exceptis quae ad numerum perfectum ducunt) esse quinque corpora regularia. Hinc orta est apud Ramum confidentissima persuasio, quinque corpora esse removenda a fine librorum Elementariorum Euclidis.

Ademto fine operis, veluti forma aedificii sublata, relinquebatur informis strues propositionum in Euclide, in quam velut in larvam aliquam Ramus totis 28 libris Scholarum invehitur, magna dicendi acerbitate, magna temeritate, tanto viro indignissima. Hanc Rami persuasionem secutus Schonerus credidit ecce et ipse, corpora regularia nulli esse usui; nec hoc tantum, sed et Proclum neglexit aut contemsit, judicium Rami secutus, a quo Proclo discere poterat usum corporum quinque et in Elementis Euclidis et in mundi fabrica. Et quidem felicior erat discipulus magistro, quia usum corporum a me patefactum in fabrica mundi gratulabundus recepit, quem Ramus a Proclo inculcatum repudiaverat. Quid tum enim, si Pythagorei figuras has elementis, non vero ut ego, sphaeris mundi attribuerint? Annisus esset Ramus, ut errorem hunc ipsorum circa genuinum figurarum subjectum tolleret, ut ego feci, non totam hanc philosophiam uno verbo tyrannico sustulisset. Quid si Pythagorici hoc idem docuerunt, quod ego, sententiam involucris verborum texerunt? Nonne Copernicana mundi forma exstat in ipso Aristotele, perperam ab ipso refutata sub nominibus aliis: dum illi Solem Ignem, Lunam Antichthona appellarunt? Si namque dispositio orbium eadem fuit apud Pythagoreos, quae apud Copernicum, si nota corpora quinque eorumque numeri quinarii necessitas, si constanter omnes docuerunt, corpora quinque esse mundi partium archetypos, quantulum superest, ut credamus illorum sententiam, sub aenigmate ab Aristotele lectam, quasi sub vero vocabulorum sensu fuisse refutatam: dum Aristoteles legit Terram, cui cubum dabant, cum ipsi forte Saturnum intellexerint, cujus orbis interpositu cubi summotus est a Jove. Et Terrae quidem quietem vulgus adscribit, Saturnus vero motum tardissimum, quieti proximum, est sortitus, unde etiam apud Hebraeos a quiete nomen obtinuit. Sic aëri datum octaëdron legit Aristoteles, cum illi forte Mercurium intellexerint, cujus orbis octaëdro inclusus est; nec minus velox est Mercurius (quippe omnium velocissimus) quam mobilis aër habetur. Ignis vocabulo fortasse Mars fuit insinuatus, cui alias etiam ab igne nomen est Pyrois, atque illi tetraëdron datum, forte quia includitur ejus orbis hac figura. Et aquae sub involucro, cui icosaëdron attributum, Veneris stella (ut cujus curriculum icosaëdro continetur) latere potuit, quia Veneri humores subjecti ipsaque dicitur orta maris spuma, unde vox Ἀφροδίτη. Denique mundi vox

potuit significare Terram, et mundo dodecaëdron adscribi, quia Terrae curriculum hac figura continetur, duodecim longitudinis partibus distinctum, uti illa figura duodecim toto ambitu planis continetur. Quod igitur in mysteriis Pythagoreorum hoc pacto quinque figurae distributae fuerint non inter elementa, ut Aristoteles credidit, sed inter ipsos planetas, illud vel maxime confirmat, quod Proclus finem geometriae inter ceteros hunc tradit, quod doceat, quo modo figuras convenientes coelum certis sui partibus acceperit.

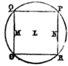
Necdum finis est damni, quod Ramus nobis dedit; ecce sollertissimum geometrarum hodiernorum Snellium, plane suffragantem Ramo, praefatione in Ludolphi a Coellen Problemata[2]): primum ait, *ad usum inutilem esse divisionem illam ineffabilium in tredecim species.* Concedo, si nullum ille usum agnoscat, nisi in vita communi et si nullus contemplationum physicarum sit usus ad vitam. At cur non Proclum sequitur, quem allegat, qui agnoscit aliquod majus geometriae bonum, quam sunt artes ad vitam necessariae? tunc equidem et decimi libri usus apparuisset in aestimandis figurarum speciebus. Allegat Snellius auctores geometras, qui non utantur libro decimo Euclidis. Sane omnes illi aut linearia tractant problemata aut solida, et de figuris vel quantitatibus talibus, quae non habent finem suum intra sese, sed manifeste tendunt ad usus alios nec sine iis exquirerentur. At figurae regulares propter se ipsas exquiruntur ut archetypi, suam in se ipsis habent perfectionem suntque inter subjecta planorum problematum, non obstante, quod planis hedris solidum etiam clauditur: similiter et decimi libri materia potissimum ad plana pertinet. Cur igitur allegarentur heterogenea? aut cur vilis aestimatur merx, quam non emit Codrus, ut ea ventrem pascat, emit vero Cleopatra, ut aures ornet? „Crux tantum defixa est ingeniis"? Equidem iis, qui numeris, hoc est effando vexant ineffabilia. At ego has species tracto non numeris, non per algebram, sed ratiocinatione mentis; sane quia iis mihi non est opus ad subducendas rationes mercatuum, sed ad explicandas rerum causas. Segreganda censet subtilia ista a στοιχειώσει inque bibliothecas abstrudenda. Omnino fidum Rami discipulum agit nec ineptam locat operam. Ramus aedificio Euclideo formam ademit, culmen proruit, quinque corpora; quibus ablatis compages omnis dissoluta fuit, stant muri fissi, fornices in ruinam minaces: Snellius igitur etiam caementum aufert, ut cujus nisi ad soliditatem domus sub quinque figuris coagmentatae nullus est usus. O felicem captum discipuli! quam ille dextre Euclidem intelligere didicit a Ramo! sc. ideo putant στοιχεῖα dicta, quod inveniatur in Euclide propositionum et problematum et theorematum omnifaria copia, ad omne genus quantitatum artiumque circa illas occupatarum: cum liber στοιχειώσις sit dictus a forma, quod semper sequens propositio innitatur praecedenti usque ad ultimam libri ultimi (partim et libri noni), quae nulla priorum carere potest. Ex architecto saltuarium faciunt aut materiarium, existimantes, Euclidem ideo librum suum scripsisse, ut omnibus aliis commodaret, solus ipse propriam domum nullam haberet. Sed plus satis hoc loco de hisce, revertendum est ad caput orationis.

Cum enim cernerem, veras et genuinas rerum geometricarum differentias, a quibus arcessendae mihi sunt causae harmonicarum proportionum, vulgo ignorari penitus, Euclidem, qui studio illas tradiderat, Rami cavillis oppressum explodi strepituque lascivientium obturbante a nemine exaudiri, aut surdis etiam narrare philosophiae mysteria, Proclum, qui mentem Euclidis aperire, abstrusa eruere, difficiliora captu facilia reddere potuisset, et derididiculo esse nec Commentaria sua usque ad librum decimum continuasse: vidi hoc omnino

mihi faciendum esse, ut initio ex libro decimo Euclidis exscriberem ea, quae ad praesens institutum meum praecipue facerent, seriem etiam rerum illius libri, certis quibusdam interjectis divisionibus, in lucem proferrem, causas indicarem, cur quaedam divisionum membra ab Euclide fuerint omissa: tunc demum de figuris ipsis agendum fuit. Ubi quae fuerunt ab Euclide demonstrata clarissime, in iis simplici propositionum allegatione contentus fui: multa, quae sunt ab Euclide demonstrata via alia, propter finem mihi propositum, scilicet propter comparationem figurarum scibilium et inscibilium, hic fuerunt repetenda, vel disjuncta conjungenda, vel ordo mutandus. Definitionum, propositionum, theorematum seriem continuo numero sum complexus, ut in Dioptricis feci, propter allegationum commoditatem; in ipsis etiam lemmatibus non accuratus fui nec nimium de vocabulis sollicitus, magis in res ipsas intentus, quippe qui non jam in philosophia geometram, sed in hac geometriae parte philosophum agam. Atque utinam de rebus geometricis adhuc popularius, dummodo et clarius et palpabilius disserere potuissem. Sed spero, lectores aequos in utraque re, et quod geometrica populariter trado, et quod materiae obscuritatem industria vincere non potui, meam operam boni consulturos. Quibus etiam hoc ad extremum do consilii, ut si mathematicarum rerum penitus imperiti fuerint, transmissis enarrationibus meis solas legant propositiones a XXX. usque ad finem, et fide propositionibus ipsis adhibita sine demonstratione, pergant ad libros ceteros, praesertim ad ultimum; ne difficultate geometricarum argumentationum absterriti fructu sese privent harmonicae contemplationis jucundissimo. Nunc ad rem accedamus cum Deo.

De Figurarum Regularium demonstrationibus.

Fig 2.



I. Definitio. Plana figura regularis illa dicitur, quae omnia latera et omnes angulos, extrorsum versos, aequales habet.

Ut hic QPRO: latera QP, PR, RO, OQ sunt aequalia et anguli QPR, PRO, ROQ, OQP aequales.

II. Definitio. Earum quaedam sunt primae et radicales, quae suos ipsae terminos non excedunt, quibus proprie convenit posita definitio: quaedam sunt auctae, quae sua veluti latera excedunt, continuatis alicujus radicalis lateribus non contiguis ad concursum: dicuntur stellae.

Fig. 3.

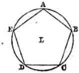


Fig. 4.



Ut hic ABCDE est perfectum quinquangulum estque figura prima, non desiderans aliam perfectam, ex qua continuatione laterum producatur.

At FGHIK est quinquangula et figura aucta, continuatis lateribus binis non contiguis, verbi causa AB et DC ad concursum I.

III. Definitio. Semiregulares sunt, quae angulos variantes, latera quatuor habent aequalia, ut rhombi NMPO, GEKD.

Fig. 5.

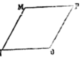
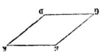


Fig 6.



IV. Propositio. Omnes figurae regulares angulis suis omnibus simul eidem circulo possunt insistere.

Nam per 21. tertii Euclidis omnes anguli aequales, eidem et sic etiam ejusdem circuli aequalibus segmentis inscribi possunt, sunt autem omnes anguli regularis figurae aequales, omnes igitur unius figurae anguli aequalibus unius circuli segmentis possunt inscribi. Sed et actu omnes inscribi necesse est, uno inscripto. Nam latera omnia sunt aequalia, quare etiam sunt aequalia segmenta circuli, quae a binis unius anguli lateribus abseсantur (Eucl. III. 24). Ergo tam angulus quam laterum fines simul in eundem circulum competunt. Fines vero laterum sunt et ipsi anguli. Secus esset si, quamvis aequalibus angulis, latera non essent aequalia: tunc enim dissolveretur necessitas inscriptionis omnium.

V. Definitio. Describere figuram est, proportionem linearum angulis subtensarum ad anguli crura geometrico actu determinare; ex determinatis triangula figurae elementaria construere, ex triangulis coassatis figuram ipsam perficere.

Data enim proportione DA ad AE, ED (fig. 3), fiunt triangula DAE, DAC, CAB: ex quibus constat figura.

VI. Definitio. Inscribere figuram circulo est, proportionem lateris figurae ad diametrum circuli, cui est inscribenda, geometrice determinare, qua constituta proportione, facile in circulo figura proposita delineatur.

Ut si detur LD semidiameter (fig. 3), vel ejus dupla, diameter, si sciamus, quid faciendo cum ea justam longitudinem lateri DE indulgeamus, facile postea repetitione ipsius DE per circumferentiam consummamus figuram.

VII. Definitio. Scire in geometricis est mensurare per notam mensuram; quae mensura nota in hoc negotio inscriptionis figurarum in circulum, est diameter circuli.

VIII. Definitio. Scibile dicitur, quod vel ipsum per se immediate est mensurabile per diametrum, si linea, vel per ejus quadratum, si superficies; vel quod formatur ad minimum ex talibus quantitatibus, certa et geometrica ratione, quae, quantumcunque longa serie, tandem tamen a diametro ejusve quadrato dependeant. Graece dicitur γνώριμον.

IX. Definitio. Demonstratio est quantitatis vel describendae vel sciendae ex diametro deductio per intermedia possibilia, Graece πορισμα.

Ita demonstratio communiter vel descriptionem parit vel scientiam. Et descriptio quidem quantitatem nudam, scientia vero insuper et qualitatem quantitatemve certam profitetur. Potest autem aliqua linea esse geometrice determinata, Graece ταχτη, quae tamen actu mentis, qualis sit, nondum sciatur. Potest vicissim alicujus vel aliquarum linearum qualitas aliqua sciri, quae tamen ipsas nondum determinet vel necessitet: si nimirum qualitas illa multis aliis rebus quantitate differentibus sit communis. Est etiam quarundam linearum descriptio facilis, scientia difficillima. Denique multa describi possunt actu geometrico qualicunque, sciri tamen non possunt natura sua: ut quidem scibile supra descripsimus.

X. Definitio. Propria demonstratio est, cum numerus angulorum figurae vel ipsius vel ei cognatae numero laterum duplo aut dimidio fit medius terminus ad determinandam proportionem lateris, quam id habet ad diametrum.

Omnis enim figura regularis est aut ipsa triangulum, aut resolvitur in triangula,

ductis diagonalibus. Cum autem omne tale triangulum habeat tres (angulos) duobus rectis aequales: in trigonici igitur angulo est pars tertia, in tetragonici elementaris angulo pars quarta, in pentagonici pars quinta, in heptagonici pars septima etc. duorum rectorum. Et ab hac quantitate anguli incipit demonstratio cujusque.

XI. Definitio. Impropria demonstratio est, cum proportio lateris ad diametrum ex ipso angulorum numero immediate adhibito nequit determinari geometrice, nisi adhibeatur latus figurae alterius, non duplo aut dimidio numero laterum.

XII. Definitio. Gradus scientiae diversi sunt, alii remoti, alii propinqui. Primus et proximus gradus, cum lineam aliquam scio et demonstrare possum esse diametro aequalem, aut planum, licet aliter formatum, quadrato diametri aequale.

Hic mensura nota perfecte, scilicet se ipsa et uno actu, mensurat noscibile.

XIII. Definitio. Secundus gradus, cum diametro in aliquot partes aequales certo numero divisa, vel ejus quadrato similiter, linea vel planum propositum aequatur tali parti vel partibus. Talis linea dicitur Graece ῥητη μηκει, effabilis longitudine. Planum vero tale simpliciter dicitur ῥητον, effabile. Numerus enim est geometrarum sermo.

Ad hunc scientiae gradum vel per descriptionem inscriptionemque pervenimus, vel aliter etiam per cognationem cum alia aliqua quantitate, ad quam per illa media perveniebatur. Eoque non determinat haec qualitas unam aliquam quantitatem; neque enim sufficit ad determinationem, ut sciam, aliquid causa commensurationis sic vel sic esse comparatum, oportet etiam hoc scire, quomodo, id est quo numero sit effabile.

XIV. Definitio. Tertius gradus est hic, cum linea longitudine est ineffabilis, at ejus quadratum effabile et pertinens ad secundum gradum. Dicitur ῥητη δυναμει, effabilis potentia.

XV. Definitio. Qui sequuntur gradus, omnes appellantur ἀλογοι, ineffabiles. Interpretes Latini verterunt irrationales, magno ambiguitatis et absurditatis periculo. Nos sepeliamus hunc vocis usum, quia multae sunt lineae, quae quamvis ineffabiles, optimis tamen continentur rationibus. Arithmetici consimili translatione appellant numeros surdos, id est qui non plus loquuntur, quam surdus audit: sed sub hoc nomine tam effabiles sola potentia, quam ineffabiles quantitates intelligunt. Est igitur quartus in ordine gradus, primus vero ineffabilium, quando nec linea nec ejus quadratum sunt effabilia, sed tamen quadratum in tale rectangulum transformari potest, cujus latera sint effabilia saltem potentia. Haec linea dicitur mese (μεση), quia est media proportionalis inter duas effabiles sola potentia commensurabiles: ut si una quidem sit effabilis longitudine, altera sola potentia, aut si utraque sola potentia effabilis, potentiae tamen inter se non sint ut quadratus numerus ad quadratum.[3]) Talis linea non scitur vel mensuratur longitudine certarum partium aequalium diametri, nec ejus quadratum quadrato diametri; sed nec lineae mensurantur a diametro ambae simul, inter quas mese est media proportionalis, sed illarum linearum quadrata, haec demum a quadrato diametri mensurantur. Quadratum meses et ipsum meson dicitur, sive sit formae quadratae seu in rectangulum transmutetur; estque hoc alterum plani genus, post effabile planum. Et hisce duobus planis, effabili et meso, sequentes species inter se distinguuntur.

XVI. Definitio. Ad lineas alias singulares transitus est nobis per copulationem linearum binarum, quae ipsae quoque novos gradus scientiae interponunt. Secetur n. vel diameter vel aliqua diametro commensurabilis saltem potentia et sic effabilis, aut etiam aliqua mese, secetur, inquam, in

partes duas inaequales, aut conferantur ex duarum talium sectionibus duae quaecunque partes, vel compositae ex partibus, vel compositas potentias diminutasve ex talibus habentes, duae inquam in genere inaequales: illae aut erunt longitudine commensurabiles inter se, aut incommensurabiles quidem longitudine, commensurabiles vero potentia. Hic quamvis a commensuratione plane recesserunt singulae, at junctae tamen nonnullae adhuc vel quadratis in unam summam collatis, vel rectangulo communiter formato, constituunt plana hactenus explicata, non minus quam idem faciunt et illae, quae sunt inter se commensurabiles. Ceterum cum multiplex sit talium duarum plane incommensurabilium copulatio, alia alia ignobilior: non poterimus omnes bigas in unum gradum referre.

XVII. Definitio. Sit ergo quintus scientiae gradus, cum duae nec effabiles ambae nec mesae ampliusque inter se plane incommensurabiles utrumque faciunt effabile, et summam quadratorum et commune rectangulum, non minus quam utrumque horum faciunt duae longitudine effabiles (Eucl. X, 20), vel etiam duae sola potentia effabiles, sed inter se tamen longitudine commensurabiles, per eandem. Ut latus de quadrato 2 et latus de quadrato 8 sunt inter se in proportione dupla, quia quadrata sunt inter se in proportione quadrupla. Sunt ergo longitudine quidem ineffabiles, at inter se commensurabiles. Earum quadrata 2 et 8 juncta faciunt 10, effabile planum, et ipsae in se multiplicatae (quod est rectangulum formare) faciunt rectangulum 4, etiam effabile.[4]) Hoc idem, inquam, faciunt etiam duae nec effabiles nec mesae ampliusque inter se plane incommensurabiles: eoque non, ut priores illae, in secundum vel tertium gradum scientiae sunt referendae, sed in quintum.

Nota igitur, quod in hoc gradu mensuremus non lineas ipsas nec singularum quadrata, sed mensuramus et commune ipsarum rectangulum et juncta utriusque quadrata in unam summam; ut quod uni quadrato deest quo minus sit effabile, id ab altero quadrato sociato exacte compensetur.

XVIII. Definitio. Sextus et ignobilior scientiae gradus est, cum binae junctae, quae nec effabiles nec mesae ambae simul etiamque inter se incommensurabiles, alterutrum saltem effabile faciunt, reliquum vero meson. Estque geminus: aut enim summa quadratorum effabilis, rectangulum meson, aut illa meson, hoc effabile est.

Illae effectu similes sunt duabus effabilibus, sola potentia commensurabilibus. Nam potentiae ambae, hoc est quadrata effabilia, faciunt etiam summam utriusque effabilem. Rectangulum vero est meson (Eucl. X. 22). Hoc vero effectu similes sunt duabus mesis, sola potentia commensurabilibus, quae sunt ad se mutuo ut duae effabiles, inter quas prima ex 2 mesis est proportionalis media (Eucl. X. 26, 28). Nam quia sunt potentia commensurabiles, additae igitur potentiae faciunt summam partibus commensurabilem. At partes sunt mesa, et quod meso est commensurabile, ipsum etiam est meson (Eucl. X. 24).

Hic rectangulum binarum metimur quidem plano quadrato diametri, at non etiam summam quadratorum: nam solum invenimus duas lineas, rectangulum ei aequale formantes, quarum quadrata metiamur quadrato diametri.

XIX. Definitio. Septimus adhuc ignobilior scientiae gradus est, cum duarum inter se incommensurabilium neuter effectus est effabilis, nec summa quadratorum, nec commune rectangulum: sed tamen adhuc utrumque meson.

Hisce sunt effectu similes duae mesae, potentia sola commensurabiles, quarum una sit ad alteram, ut una earum, quas inter mese vere est media proportionalis,

commensurabilum sc. sola potentia, ad tertiam aliquam, sola potentia commensurabilem (Eucl. X. 29).

Has tres bigas duplici genere planorum distinctas Euclides ob id potissimum docet invenire, quia faciunt ad compositionem et constitutionem specierum sequentium.

XX. **Definitio.** Ergo scientiae gradus octavus ex praemissis interpositis derivatur estque linearum iterum singularium, sed quae compositione duorum nominum, sc. duarum copulatarum ex praecedentibus copulis, vel abstractione unius, epharmozusae dictae, ab altera socia, constituuntur, novam speciem facientes. Ut sic in his sciamus seu mensuremus non integras lineas, non integrarum quadrata, non bina uniuscujusque nomina, sed eorum juncta quadrata et commune rectangulum, ut praecedentibus XVIII. XIX. Et quamvis totidem scientiae gradus numerare possemus, quot sunt futurae species, quarum semper prior est posteriore nobilior, quia tamen quaelibet compositio vel abstractio ad suum gradum respicit, nec ipso compositionis vel abstractionis opere constituitur ulla diversitas, sed omnes se habent ex aequo ad suas nominum seu elementorum bigas: ideo unum solum earum gradum facimus, sed species ejus sciamus nobilitate distinctas.

XXI. **Propositio.** Sciendum est autem, ex duabus inter se longitudine commensurabilibus nihil fieri, quod hic in censum venire debeat: sive effabiles illae fuerunt, sive mesae, sive ignobiliores.

Nam si commensurabiles longitudine, tota etiam ex iis composita erit partibus commensurabilis. Atqui quae effabili commensuratur, effabilis est, per definitiones ante X. 20. Eucl. Quae vero mesae commensurabilis, est mese per 24. ejusdem. Et quae cuique ex jam secuturis ineffabilibus post mesas commensurabilis, ejusdem cum illa speciei est, per 66—70, 103—107. Et sic est etiam cum aliis speciebus remotioribus, ab Euclide non commemoratis, quae gradus remotiores faciunt. Ac etsi cum iis non ita esset, id tamen ad nos nihil pertinet. Aut enim recidunt in unam specierum, quas jam constituemus ex incommensurabilibus, et sic non augent numerum, aut faciunt species ignobiliores vel sui vel alterius generis, et sic non sunt hujus loci, ubi gradus struimus praemissis proximos nobilitate.

XXII. **Definitio.** Transmissis igitur iis, quae sunt longitudine commensurabiles, accedamus ad eas, quae sola potentia sunt commensurabiles. Igitur si componantur tales duae effabiles, fit **binominis**: sin abstrahantur, ex relicto fit **apotome**: utriusque sex sunt species subordinatae (X. 84. 85.).

Sin autem tales duae mesae componantur, aut effabile formantes rectangulum aut meson: fiunt compositione **bimediales**, abstractione meses apotomae, illic priores, hic posteriores cognominatae.

Hic conjungere non licet effabilem cum mese: sunt enim tales duae simpliciter incommensurabiles, de quo genere jam in sequenti agendum est.

XXIII. **Propositio.** Restant igitur plane inter se incommensurabiles. Ex iis vero aliquae bigae requisitos effectus praestare non possunt, ut sunt binae mesae, item una mese cum una effabili.

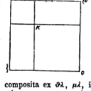
Illae quidem propter bigae ignobilitatem, istae vero propter suas discrepantes naturas. Vide X. 71. 108. 109. Eucl. Nulla igitur species compositionis hinc potest arcessi, restantque nobis ignobiliores, tantum, exclusis et effabilibus et mesis.

XXIV. **Propositio.** Ex biga vero prima talium plane incommensurabilium, sc. quae sunt in praemissa XVII. scibiles gradu quinto, componendo abstrahendove rursum nascitur effabilis; suntque necessario binominis et apotome, vide X. 112. 113. 114. Euclidis. Ut si et summa quadratorum binominis et apotomes, et commune rectangulum illis est effabile, oportet nomina singula unius nominibus singulis alterius esse commensurabilia, quod non fit in omnibus binominibus et apotomis.

Quod binae tales lineae, duos requisitos effectus praestantes, necessario fiant binominis et apotome, demonstratur ad eundem modum, ad quem X. 33. est demonstrata, tantum ut pro duabus ῥηταις δυναμει μονον adhibeantur ῥηται μηκει, et ubi vox μεσον occurrit, ῥητον ponatur: et ultimo comparetur definitio binominis et apotomes.

Quod autem ex compositione et abstractione binominis et apotomes, duos requisitos effectus praestantium, fiat rursum effabilis, sic patet: cum enim summa quadratorum sit effabilis, et rectangulum effabile, compositarum igitur in unum quadratum constabit ex utriusque quadrato et duobus rectangulis communibus, ex duabus sc. partibus effabilibus: quare et totum quadratum effabile erit, igitur et linea composita, potens illud quadratum. Sit binomen $\lambda\mu$, ejus quadratum $\varkappa o$, sit et apotome $\lambda\vartheta$, ejus quadrum $\vartheta\varkappa$, et sint $\vartheta\varkappa$, $\varkappa o$ juncta simul effabilia, sit et rectangulum ex $\vartheta\lambda$, $\lambda\mu$ effabile, talium autem duo $\varkappa\mu$, $\varkappa\xi$ complent quadratum totius $\vartheta\mu$ compositae, quod quadratum est ϑo.

Fig. 7.



De abstractione probatur in hunc modum. Si enim composita ex $\vartheta\lambda$, $\mu\lambda$, id est $\vartheta\mu$, est effabilis, erit et dimidia $\vartheta\pi$ effabilis, tanquam majus nomen et $\pi\lambda$ minus nomen, et altera dimidia $\pi\mu$; aufer ab ea $\mu\sigma$ aequalem ipsi $\vartheta\lambda$, erit et residua $\pi\sigma$ effabilis, et tota $\lambda\sigma$, sc. dupla ipsius $\pi\sigma$. At $\pi\sigma$ est residua post ablationem apotomes $\mu\sigma$ a binomine $\lambda\mu$, residuum ergo fit effabile.

XXV. Definitio. Igitur ex secunda biga sexti gradus num. XVIII. praemisso linearum inter se plane incommensurabilium, quibus summa quadratorum est effabilis, rectangulum meson, compositione nascitur mizon, seu major dicta; abstractione elasson seu minor. Ex tertia, ubi summa quadratorum est meson, rectangulum effabile, quae componendo nascitur, nomen habet potens effabile et meson, quae abstrahendo, faciens cum effabili meson totum. Denique ex quarta biga septimi gradus, num. XIX. praemissa, ubi uterque effectus fit meson, componendo fit potens bina media, abstrahendo faciens cum meso meson totum.

Et ecce originem duodecim specierum Euclidearum earumque numeri causas. Nam ad remotiores, quae vel summam quadratorum, vel rectangulum commune, vel utrumque proferunt ultra effabilia et mesa in ignobiliores species, non censuit Euclides sibi progrediendum esse.

XXVI. Definitio et Comparatio. Sufficere ista poterant etiam nobis ad constituendos gradus demonstrationum, quibus latera figurarum, nobis ad harmonica necessariarum, distinguuntur: nisi quibusdam ex recensitis accederent aliae insuper proprietates, imo nisi praevenirentur hactenus recensitae proprietates nobilioribus aliis, quibus cumulantur gradus scientificarum demonstrationum.

Ventum est ad compositionem et abstractionem, ubi lineas componendas vel abstrahendas laxe sumsimus, nulla iis imposita certae quantitatis necessitate. Quodsi jam adstringamus leges, imposita certa proportione bigis, non quidem sic datis, ut illae junctae unam duodecim specierum fecerunt, sed bigis aliter datis, uni scilicet rectae datae et ejus parti majori inveniendae, ut sit nimirum vel minor pars ad majorem ut major ad componendam ex utraque, vel vicissim major ad minorem ut minor ad residuam: quod manet abstractione duarum facta, non semper fiet gradus aliquis remotior, sed pro re nata recidemus in unam explicatarum specierum et regressu facto, comparabimus lineam constitutam, quae per se est octavi gradus, cum lineis quarti gradus.

Quemadmodum enim in quarto gradu defin XV. duae rectae communi

opera planum formabant, ex quo in quadratum redacto nascebatur linea, dicta mese: sic jam duae rectae, tota et pars una, formant ipsam partem alteram subtrahendo, vel duae partes formant totam addendo. Illic rectae formantes erant inter se commensurabiles sola potentia, hic missa commensuratione, succedit proportionis identitas inter totum et partes. Illic proportionis similitudo erat inter minorem et faciendam interque faciendam et majorem, hic etiam est proportionis similitudo inter faciendas duas interque earum unam et propositam totam, in abstractione: in compositione vero inter faciendarum unam et propositam interque propositam et faciendam alteram. Illic igitur datis duabus dabatur rectangulum aequale quadrato faciendae et sic planum ante lineam: hic e contrario, factis duabus faciendis, sequitur demum aequalitas inter rectangulum extremarum et quadratum mediae (Eucl. VI. 17. et II. 11.).

Illic rectae formantes quadrata habebant commensurabilia quadrato rectae propositae; hic docet Euclides, VI. 30, et sumere quadratum, propositae quadrato commensurabile, sc. sesquintuplum ejus, et ab hujus quadrati latere auferre semissem propositae, ut restet pars in proposita statuenda, qua parte de proposita ablata, relinquebatur pars altera requisita (vel ad totam addita fiebat etiam tertia requisita). Et tot nominibus partes hae videntur accensendae gradui quarto.

In hoc vero puncto nobilior ipsa mese redditur linea, quamcunque occupaverit ista proportio: quod mese longiori catena, ex quatuor articulis composita, dependet ab effabili proposita, hujus vero partes nituntur proportione sua, quam habent immediate ad ipsam effabilem propositam. Eoque fit, ut meson possint esse multae, eodem omnes gradu distantes ab effabili, pars vero major in hac proportione ipsius effabilis una sola sit et omnino cujusque lineae post effabilem una singularis. Quo nomine aequiparatur ejus demonstratio primo quodammodo gradui.

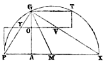
Quando igitur proposita recta jubetur esse tota ejusque duae tales partes quaeruntur, tunc haec geometris dicitur sectio secundum extrema et medium. Nimirum hoc sibi vult nomen, quod cum alias vulgaris sectio totius in partes duas non respiciat proportionem, aut si ad totam aliqua compararetur in ea proportione, in qua est minor pars ad majorem, tunc fiant quatuor termini, duo extremi et duo medii: hic contra fiant tantum tres termini, tota quidem et pars minor, duo extremi, pars vero major medius terminus unicus.

Dicitur etiam eadem de causa sectio proportionalis. Hodierni et sectionem et proportionem ejus cognominant divinam, propter admirabile ejus ingenium et multiplicia privilegia, quorum praecipuum est, quod semper parte majori ad totam addita, composita rursum est similiter secta; et quae pars major erat, jam fit minor, quae tota, jam major pars fit compositae, per XIII. 5. Euclidis.

XXVII. Propositio. Cum autem sectio talis in omnibus lineis locum habeat, in effabili longitudine, in effabili sola potentia, in mese, in duodecim reliquis speciebus recensitis, in aliis omnibus: nos in praesenti opere duabus solis ejus speciebus habemus opus, quae cum speciebus hactenus explicatis coincidunt, secundum duas lineas secandas. Nam aut effabilis est illa longitudine aut mizon. Quodsi effabilis est longitudine, quae ad secandum proponitur, sectae pars major fit apotome quartae speciei, et respondet ei binominis ejusdem quartae speciei, communia cum ipsa habens nomina. Sed cave confundaris, pars quidem major illa dicitur relatione ad propositam, at eadem apotome hic dicitur non relatione ad propositam, sed qualitative. Quodsi

quaeras, cujus sit apotome, respondetur, quod sit apotome alicujus, quae sola potentia est commensurabilis propositae, quae sc. potest sesquiquartum propositae.

Fig. 8.



Sit GA proposita ad secandum sitque effabilis longitudine. Fiat rectus angulus GAM et AM sit dimidia ipsius GA, et connexis G, M punctis, centro M, intervallo GM scribatur semicirculus PGX, et AM continuetur in ejus circumferentiae puncta P, X, fiat super PA quadratum PO. Ergo linea GA secta est proportionaliter in puncto O. Haec igitur AO est pars major sectae proportionaliter GA; at eadem AO vel es aequalis AP est apotome non ipsius GA, sed ipsius MP vel MG, quae potest tam GA, quam AM illius dimidiam; ut si potentia ipsius GA sit 4, erit ipsius AM 1, et ipsius igitur GM potentia erit 5. In quantum igitur AO vel AP est apotome, respondet ei binominis AX: suntque nomina ipsius communia MX, vel MP vel MG et AM.

Quod autem AP sit apotome et AX binominis, utraque quartae speciei, sic probatur. Est enim utrumque nomen effabile et MX et MA; sunt tamen sola potentia commensurabiles, quia MX (id est MG) potest 5, qualium MA potest 1. At 1 ad 5 non est ut numerus quadratus ad quadratum. Denique differentia potentiarum 1 et 5 est 4, numerus quadratus, cujus latus 2 longitudine effabile, aequale sc. ipsi GA propositae. Hae vero sunt notae speciei quartae binominum, in definitionibus ante prop. 74. et apotomarum, ante prop. 85. decimi Euclidis.

Denique si GA effabilis secetur proportionaliter, pars ejus major OA et composita ex utraque OA, AG cadunt in gradum scientiae quintum. Nam quadrata ipsarum juncta summam faciunt effabilem, triplum scilicet ipsius GA effabilis, per XIII. 4 Euclidis. Rectangulum vero etiam effabile fit, quia est aequale quadrato ipsius GA effabili, cum sit GA media proportionalis inter OA partem et OA, AG compositam, per praemissa [5]).

XXVIII. Propositio. **Vicissim, si aliqua effabilis longitudine sic proportionaliter fuerit secta, pars ejus minor fit apotome primae speciei.**

Ut si effabilis sit GA ut antea, et ejus sectae proportionaliter pars major AO, minor OG, erit etiam OG apotome (XIII. 6. Euclidis).

Rursum autem OG dicitur apotome qualitative, non relatione ad GA effabilem longitudine, cujus est pars minor, nec relatione ad MG vel MP, cujus ipsa AO vel AP est apotome, sed habet GO nomina peculiaria. Cum enim per X. 97. Euclidis quadratum cujuscunque apotomes et sic etiam quadratum PO, extensum ad effabilem (ut hic ad GT, ipsi GA aequalem), faciat latitudinem GO, primae speciei apotomen: ipsa vicissim AO erat apotome speciei quartae. Illius igitur GO nomen majus est effabile longitudine, hujus AO majus nomen MP erat sola potentia effabile. Et vicissim, quia nomina sunt sola potentia commensurabilia, oportet minus nomen seu prosharmozusan ipsius GO esse sola potentia effabilem: cum ipsius AO nomen minus AM esset longitudine effabile: utrique tamen hoc manet, quod differentia quadratorum a nominibus descriptorum sit quadratum alicujus effabilis longitudine.

Quae autem sint hujus GO, primae apotomes, nomina, relinquo aliis quaerendum. Prosharmozusa quidem ipsi GO ut apotomae primae est unica sola per X. 79. Euclidis. Quae debet esse talis, ut ejus quadratum sit effabile, non tamen numero quadrato, ipsa vero cum GO debet facere lineam unam effabilem longitudine, et per X. 30. si ex hac una tota fiet diameter circuli, verbi causa PX, et si prosharmozusa, paulo longior quam PA (siquidem tota esset aequalis ipsi PX) ab uno termino diametri X applicetur circumferentiae XG: tunc quae signa G, P connectit, debet esse ipsi PX toti commensurabilis longitudine.

XXIX. Propositio. **Quando vero secta fuerit proportionaliter aliqua mizon, cujus quadratum sit aequale rectangulo sub longitudine, composita ex proposita effabili et potente ejus quinque quartas et sub latitudine quinque**

quartas potente, tunc minor pars fit elasson: ubi elasson est nomen non comparationis, sed qualitatis; major vero pars fit mizon alia, rursum qualitative intellecta, quaecunque ejus sint elementa.

Sit ut prius propositae effabilis longitudo dimidia GA ejusque rursum dimidia AM; ut qualium GA potest 4, possit AM 1, et sit GAM rectus, poterit igitur MG talium 5; continuetur MA utrinque et centro M intervallo MG scribatur semicirculus PGX. Est igitur PX dupla ipsius GM; quare et PX poterit quinque quartas partes de potentia propositae, duplae ipsius GA. Sed PG, GX quadrata juncta sunt aequalia quadrato PX, ergo et illa sunt quinque quartae de quadrato propositae effabilis. Porro si ex PG, GX feceris lineam unam, ejus quadratum constabit ex duobus quadratis PG, GX et ex duobus rectangulis sub PG, GX, quibus sunt aequalia duo rectangula sub GA, PX, hoc est unum rectangulum sub proposita dupla ipsius GA et sub PX, effabilibus duabus, sed sola potentia commensurabilibus: quam ob causam rectangulum hoc erit meson, per X. 22. Eucl. Cum ergo quadratum lineae PGX totius constet ex quadrato PX effabili et rectangulo meso, ejusdem latitudinis PX: quae duo, quadratum PX et rectangulum sub dupla ipsius GA et sub PX, sunt aequalia rectangulo, quod continetur sub PX effabili et sub composita ex PX et dupla ipsius GA, sola potentia commensurabilibus, quarum partium major PX plus potest minore (dupla ipsius GA), aliqua sibi commensurabili longitudine (potest enim PX 5, qualium dupla ipsius GA potest 4, excessus igitur 1 est quadratum alicujus, quae incommensurabilis est ipsi PX, eo quod 1 ad 5 non sit ut quadratus numerus ad quadratum), quibus de causis dicta composita ex PX et GA duplicata est binominis quartae speciei: cum, inquam, quadratum totius PGX sit aequale tali rectangulo sub apotome quarta et effabili, linea igitur PGX tota erit mizon. Elementa ipsam componentia sunt partes PG, GX. Nam quia PA est apotome et AX binominis, sunt igitur inter se longitudine incommensurabiles. Ut vero PA ad AX, sic quadratum PG ad quadratum GX. Ergo PG, GX sunt potentiis et sic simpliciter incommensurabiles inter se et faciunt summam quadratorum effabilem, quippe aequalem quadrato PX rectangulum vero sub PG, GX meson. Ergo per X. 39. composita ex PG, GX est mizon; et, per X. 76, ablata PG a GX relinquitur elasson. Atqui tota PGX est secta proportionaliter in G. Nam ut PA ad AG, sic PG ad XG. At PA est ipsius GA proportionaliter sectae pars major OA, quia MP potest ipsius MA quintuplum, et apotome AP aequalis est AO per II. 11. Eucl. Ergo et PG est ipsius GX proportionaliter sectae pars major; et per XIII. 5 addita PG, pars major, ad GX totam, parit novam totam PGX, proportionaliter sectam in G; ut jam PG sit hujus compositae pars minor, GX ejus major. Et sic PGX, existens aliqua mizon, secta est eodem puncto G et in sua elementa, ex quibus mizon denominatur, et simul in suas partes proportionis divinae. [6])

Dico, easdem partes proportionaliter sectae esse simul etiam elassona et mizona. Quia enim AP est apotome quarta, quod igitur sub AP apotome et PX effabili, est potentia elassonis (Eucl. X. 94), et quia AX est binominis quarta, quod igitur sub hac et PX effabili, est mizonis potentia: sed quadrata PG, GX sunt aequalia rectangulis APX, AXP, singula singulis, ergo PG est elasson, GX mizon.

Conveniunt igitur hic in unum nomina qualitatum et nomina proportionum. Nam PG dicitur pars minor respectu totius PGX proportionaliter sectae in G; dicitur et linea minor seu elementum minus ipsius PGX totius, ut haec est aliqua mizon qualitative; dicitur denique Graece elasson, quod sonat Latine minor, qualitative, respectu aliarum duarum linearum, hic non expressarum, quarum subtractione unius ab altera ipsa constituitur. Eodem modo GX primo dicitur pars major totius PGX proportionaliter sectae; secundo dicitur linea vel elementum majus lineae totius PGX, ut haec est qualitative mizon suo proprio jure, non minus quam tota PGX suo: sed lineae facientes ipsam GX mizona compositione sua, non sunt hic expressae.

Propter hunc concursum sectionis proportionalis et sectionis mizonis in sua elementa credo indita fuisse his speciebus nomina qualitativa mizonis et elassonis.

Cavendum autem hic est diligenter, ne discrimina rerum confundamus; sectio proportionalis est absoluta proportio, non alligata ad unam aliquam lineam, in notitia primam, quae proposita effabilis dicitur: species vero istae mizonis et elassonis sunt figuratae certis gradibus discessionis suae a prima proposita effabili. Itaque sectio divina progreditur in infinitum, at non sequitur eam affectio mizonis et elassonis: in illa (sectione) pars, quae modo major erat, proximo gradu fit minor, in hac elasson qualitate sua nunquam nulloque respectu fit mizon, nec mizon elasson. Itaque si GX mizon dividatur rursum proportionaliter, pars ejus major erit aequalis ipsi PG eoque elasson manebit qualitative; nequaquam vero mizon qualitate fiet, ut fit pars major quantitate, quamdiu quidem GA est effabilis proposita.

Quaeris, si mizon sit PGX qualitate, mizon etiam GX qualitate, cur non etiam ipsius GX elementum majus possit esse aliqua mizon, sicut ipsius PGX mizonis majus elementum erat GX, mizon et ipsa? Quia etsi utraque est mizon, tam PGX quam GX, alia tamen illic, alia hic est formatio. Nam in quadratum PGX venit quadratum PX totum, rectangulum sub duplici GA et sub PX totum. At in quadratum GX ingreditur de quadrato quidem PX dimidium, sc. quod sub MX, XP, de rectangulo vero sub duplici GA et sub PX pars solummodo quarta, sc. quod sub AM et sub PX. Alia igitur hic est proportio mesi ad effabile, alia illic. Nostra vero propositio concursum hunc sectionis divinae et qualitativae compositionis in partibus lineae iisdem de priore solum PGX ejusque propria proportione mesi ad effabile demonstrare nititur, non itidem de posteriori.

Nota vero et hoc ad perfectionem analogiae, quod sicut GX mizon compositione proportionis divinae fit major aliqua mizon, sc. PGX, addita PG, quae est ipsius GX pars major in sectione divina: sic e contrario, PG elasson hujus speciei, sectione proportionis divinae, dat PY minorem aliquam elassona se ipsa, sc. ipsius PG sectae partem majorem, vel ipsius GX sectae partem minorem GV: ut sicut maxima PGX cadit per sectionem divinam in XG mizona et GP elassona, sic secunda mizon GX cadat in duas elassonas XV, VG, aequales sc. ipsis GP, PY, atque ita duae elassones componant unam mizona, mizon vero et elasson aliam majorem mizona.

XXX. P r o p o s i t i o. Classes figurarum singulas singuli faciunt numeri laterum primi, et reputantur in classes, quae habent numerum laterum continue duplum numeri sui primi.

Sequitur hoc ex defin. X. hujus. Nam si omnium figurarum, quae numeros laterum habent unius alicujus continue duplos, eadem est forma demonstrationis propriae: omnium igitur illarum eadem est classis causa demonstrationis. Non mutat quippe bisectio genus vel classem, associata earum singulis, propter et simplicitatem et aequalitatem partium junctim: ex singulis enim prioris figurae arcubus facit partes binas tantum easque aequales. At trisectione aut quinisectione aut sequentibus non effugies, quin aut inaequales designes partes, si binae tantum esse debeant, aut multas, id est plures duabus, si aequales. Ut in trisectione arcus 3 vel secatur in 2, 1, binas et inaequales, vel in 1, 1, 1 aequales, sed multas.

Antecedens vero sic probatur. Demonstratio petitur a numero laterum per X. hujus. Jam primi numeri non communicant aliqua parte numerosa, nam unitas, qua communicant, divisionem non admittens, non est pars numerosa vel numerus. Ergo etiam demonstrationes per eos factae non communicant inter se. Classes igitur sin-

gulorum primorum distinctae sunt. Harum prima est, in qua sunt figurae (vel quasi) numeris laterum hisce: 2, 4, 8, 16, 32 et infinitae; secunda habet 3, 6, 12, 24, 48, 96 et infinitas; tertia habet 5, 10, 20, 40, 80, 160 et infinitas. Aliae infinitae.

XXXI. Propositio. Classes figurarum singulas singuli faciunt numeri, laterum duorum primorum (excepto binario) minimi multiplices.

Sequitur hoc ex definitione XI. hujus. Nam si figura talis ad demonstrationem sui lateris non utitur numero suorum angulorum: est igitur diversa ejus demonstrationis forma a superioribus omnibus, quare etiam diversa classis. Exceptus vero fuit binarius a genesi novae classis, in primum aliquem multiplicatus: quia bisectio anguli cum sit geometrica, ipsa est, quae classes singulas ex aequo in infinitum prorogat; quod nisi esset, classes nullae essent, sed singulares tantum figurae. Harum prima est 15, 30, 60, 120, 240, 480 etc. multiplicatis 3 in 5. Secunda 21, 42, 84 etc. multiplicatis 3 in 7. Sequuntur infinitae, ut cum 5 in 7 ducitur; hinc 35, 70, 140 etc.

XXXII. Propositio. Sed et quadrati primorum numerorum, excepto binarii quadrato et facti a quadratis et alio primo primive quadrato, classes gignunt singulas et distinctas a prioribus.

Quod quadratus numeri primi non eandem cum primo classem facit, causa est, quia cum primus ipse novam figurarum classem faciat, dividentium circulum totum, per XXX. hujus, jam idem primus non totum, sed partem circuli dividens, omnino aliam faciet demonstrationem, siquidem illa possibilis fuerit: cum pars circuli a toto multum differat causa speciei figurationisque absolutae, in qua figuratione nunc occupamur, quippe quae demonstrationem format.

Quod autem binarii quadratus excipitur, causa est, quia figura, bis duos habens angulos, hoc est tetragonus, cadit in classem primam, multiplicatus vero quaternarius in primum cadit in primi classem, quia quatuor sunt bis duo: omnis vero figura duplo laterum numero eodem refertur, quo figura simplo laterum numero.

Harum prima est, in qua figurae 9, 18, 36, 72, 144, 288 laterum et infinitae. Secunda, in qua 25, 50, 100, 200, 400 et infinitae. Tertia, in qua 49, 98 et infinitae.

Infinitae aliae classes a quadratis: sic 27, 54, 108, 216, 432 et infinitae, ex 3 et 9. Sic 75, 150, 300 et infinitae, ex 3 et 25. Sic 147, 294 et infinitae, ex 3 et 49. Sic 45, 90, 180, 360 et infinitae, ex 5 et 9. Sic 125, 250, 500, 1000 et infinitae, ex 5 et 25. Sic etiam 225, 450, 900 et infinitae ex 9 et 25, duobus quadratis.

Infinitae aliae classes ex primis in quadratos aut ex primorum quadratis in se multiplicatis.

XXXIII. Propositio. Si a duplo numeri angulorum figurae abstuleris quatuor, formabis numeratorem partium anguli recti, quas valet angulus figurae, denominator vero partium est ipse numerus angulorum.

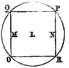
Ut in trigono bis tria sunt sex, aufer 4, restant 2. Ergo angulus trigonicus valet duas tertias recti. Sic in icosigono bis 20 sunt 40, aufer 4, ergo angulus icosigonicus valet 36 vicesimas vel 9 quintas unius recti. Nam cujusque figurae anguli distribuuntur in totidem triangula, quot habet latera, duobus minus. At cujuslibet trianguli anguli valent duos rectos: ergo cujuslibet figurae anguli valent duplo plures rectos, quam figura habet angulos, quatuor minus. Hic vero numerus rectorum distribuendus est in numerum angulorum figurae, ergo hic denominat, ille numerat partes unius recti.

XXXIV. Propositio. Circulus geometrica descriptione in duo secatur aequalia; et linea bisecans illum scitur scientia primi gradus, est enim diameter ipsa.

Principium enim figurationis in circulo est, ducere rectam lineam per punctum imperatum quousque est opus. Recta bisecans circulum est diameter, sc. per centrum ducta, quia partium circuli inter se aequalium est maxima semicirculus, linea igitur, secans in duos semicirculos, est et ipsa longissima et diameter, per III. 15. et per definitionem. Porro diameter est illa ipsa effabilis, proposita pro mensura ceterarum, ipsa sibi aequalis suique mensura perfecta, principium scientiae geometricae.

XXXV. Propositio. Tetragoni latus habet geometricam descriptionem ex angulis extra circulum, et si inscribatur circulo, ipsa est in gradu scientiae tertio, quadratum ejus in secundo, ut et area figurae.

Fig. 9.



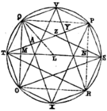
Tetragonus esto OQPR, ejus angulus, per 33. hujus, est rectus, quare (Eucl. I. 46.) facile dato latere describitur tetragonus. Cumque angulos habeat quatuor lateraque totidem, duo ergo latera coëuntia duas circuli quartas intercipiunt, hoc est semissem circuli. Quare per 34. hujus extrema laterum contiguorum connectit diameter circuli, ut QO, QP angulum OQP rectum in semicirculo OQP formantia, extremis O, P connexa sunt per diametrum circuli OLP. Quare (Eucl. I. 47) quadrata duorum laterum OQ, QP aequant quadratum diametri. Et si dimidia pars de quadrato diametri redigatur in formam quadratam, latus ejus erit latus tetragonicum (Eucl. II. 14). Ita quadratum lateris est effabile.

Et quia quadratum OP est ad quadratum OQ, ut 2 ad 1, non vero ut numerus quadratus ad numerum quadratum, OP vero est effabilis longitudine: ergo latus OQ est effabile sola potentia (Eucl. X. 9). Area vero tetragoni est eadem in hac figura, quae quadratum lateris, ergo et area figurae est effabilis.

XXXVI. Propositio. Octogoni latus habet geometricam descriptionem ex angulis, nec minus etiam octogonicae stellae latus, seu subtensa tribus octavis partibus circuli, suntque in gradu scientiae octavo singula, illud quidem elasson, hoc vero mizon; juncta vero in gradu sexto et proportionis cujusdam singularis. Area denique ineffabilis est, quippe meson.

Sit octogonus VQTOXRSP, stella vero VOSQXPTRV: cum igitur lineae binae, verbi causa QT, TO, comprehendentes angulum octogonicum QTO, connectantur extremis Q, O, linea connectens est latus tetragoni, quia de octo semis est quatuor. Ergo descripto tetragono (ut alios describendi octogoni modos omittam) in circulo, ducatur in latus ejus OQ ex centro L perpendicularis, secans latus in M, arcum in T (Eucl. I. 12), quo facto erunt quartae partis circuli OQ duae partes, sc. arcus OT, TQ aequales (Eucl. III. 30). Connexis ergo punctis O et T, erit OT recta latus octogoni, et connexis O, S erit OS latus stellae.

Fig. 10.



Connexo centro L cum Q, quia QML est rectus, ergo QL, effabilis longitudine, potest QM et ML, potest autem QL semidiameter duplum ipsius QM semilateris tetragonici. Ergo QM et ML sunt aequales et utraque effabilis sola potentia per 35. hujus. Plus igitur potest LQ quam LM potentia ipsius MQ, quae longitudine est incommensurabilis ipsi LQ. Sed sunt aequales LQ et LS et LT. Ergo composita SM erit binominis quarta, cujus nomina sunt SL et LM, per definit. ante X. 48 Euclidis. Residua vero MT erit apotome quarta, cujus nomina TL et LM per definitionem ante X. 85 Euclidis. Et quia MS binominis quarta et ST effabilis, quare per X. 57 Eucl. linea QS, quae potest rectangulum sub ipsis, est mizon: sic quia TM est apotome quarta et TS effabilis, ergo TQ latus octanguli, potens rectangulum sub MT, TS, est elasson (Eucl. X. 94).

Elementa illarum sunt in hac delineatione, PA majus et AT minus. Nam ad PA addita AT, facit PT latus stellae: rursum a PA vel YT ablata TA, relinquit AY, id est QV latus octogoni. Scilicet elasson TQ potest duplum prosharmozusae TA; et latus tetragoni QP potest utrumque elementum PA et AQ, id est AT. Et sicut PX mizon ad majus elementum PA, sic TQ elasson ad minus elementum TA, et vicissim, ut majus elementum PA ad minus AT, sic mizon PX ad elassonem TQ. Ut pars major ad minorem, sic totum ad differentiam.

Porro haec latera SQ, QT non ipsa sunt tantum mizon et elasson, sed sunt etiam tales lineae, ex quibus aliae tales fiunt addendo vel subtrahendo. Primum enim sunt inter se incommensurabiles, secundo quadrata ipsarum TQ, QS juncta aequantur quadrato effabili ipsius TS, tertio rectangulum sub TQ, QS est meson, est enim aequale rectangulo sub QM semilatere tetragoni, sola potentia effabili, et sub TS effabili longitudine: quam ob causam sunt etiam juncta in gradu scientiae sexto. Quare per X. 39 compositae in unam TQS fiunt mizon, et per X. 76 TQ, hoc est QZ ablata a QS, relinquit ZS elassonem. Itaque fieri potest, ut elasson et mizon unius bigae fiant elementa alterius bigae, et elasson, ablata a mizone sua, relinquat elassona alterius.

Quod aream octogoni attinet, illa constat ex octo talibus trigonis, qualis est LQT. Sed constat rectangulum QTRS ex talibus quatuor, est ergo semissis areae, et est meson, ut paulo antea probatum; ergo etiam duplum ejus, scilicet area octogoni, meson est, per porisma prop. Eucl. X. 24. Hinc Clavius Geom. Pract. libro VIII. Prop. 31 demonstrat, aream ejus esse medium proportionale inter aream tetragoni inscripti et aream circumscripti tetragoni, quae sunt ad invicem ut 1 ad 2, quae determinatio quantitatis certae infert eandem qualitatem mesi.

XXXVII. Propositio. Hekkaedecagoni latus habet geometricam descriptionem ex angulis, sed lateris scientia longius evagatur in gradus ignobiliores omnibus praemissis, multoque magis ejus stellarum latera, seu subtensae tribus, quinque, septem sedecimis.

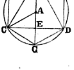
Quia bis octo sunt sedecim, ideo per latus octogoni figura haec ex iisdem fundamentis describitur, quibus antea octogonus per latus tetragoni.

Esto QO (Fig. 10) latus non jam tetragoni, sed octogoni, et QT, TO latera jam sedecanguli, et QP latus stellae octangulae esto: id fuit prius mizon, ergo et LM ejus dimidia erat mizon. Quare rectangulum sub ST effabili et LM mizone est speciei plane novae, cujus inter gradus superius explicatos, ut nobiliores, nulla fit mentio. Tale vero novum ablatum ab eo, quod sub LT, TS, effabilibus longitudine, continetur, relinquit iterum remotiorem aliquam speciem, rectangulum scilicet sub MT, TS, aequale quadrato TQ, lateris hekkaedecagoni. Multo magis id verum de pluriangulis hujus classis: ut 32, 64, 128 angulorum etc.

Cum sic habeat cum latere uno seu subtensa uni sedecimae, jam illius potentia ablata a potentia diametri, relinquit subtensam septem sedecimis, est igitur illa gradus remotioris. Tres vero sedecimae subtensam habent derivatam a subtensa tribus octavis per bisectionem: sunt igitur in remotiori gradu, quam illa. Et potentia subtensae tribus sedecimis ablata a potentia diametri, relinquit potentiam subtensae quinque sedecimis. Est igitur haec rursum remotiori gradu.

XXXVIII. Propositio. Trigoni et hexagoni latera geometricam habent descriptionem ex angulis figurarum, et in circulum inscripta, sunt scibilia, illud tertio, hoc secundo gradu; plana vero seu areae figurarum sunt mesa, proportionis inter se duplae.

Fig. 11.



Trigoni constructio extra circulum est facillima (Eucl. I. 1). Inscriptio in circulum expeditissima, ut ceteros modos taceam, fit beneficio hexagonici lateris, quia de sex semis sunt tria. Et hexagoni quidem descriptio et inscriptio sunt Eucl. IV. 15. Sed ostendenda est consecutio quantitatis lateris ex angulorum rationibus.

Sit hexagonus BHCGDF. Cum igitur sint anguli 6, planum etiam hexagoni dividetur in triangula sex, verticibus in centro A coëuntia, quale unum est CAG. Quare quatuor rectorum, centrum A circumstantium, summa divisa in sex vertices, dat uni verticali angulo CAG quatuor sextas, seu duas tertias unius recti. Atqui trianguli CAG

omnes tres anguli juncti sunt aequales duobus rectis, seu sex tertiis unius recti; abstracto ergo angulo ad A, $^2/_3$ a summa $^6/_3$, restat duobus ad C et G summa $^4/_3$; sunt vero aequales omnes, ergo unicuique ad C et G manent $^2/_3$ unius recti, non minus quam verticali ad A. Atqui si tres anguli sunt aequales, oportet et latera esse aequalia in triangulo. Quare CG latus idem et hexagoni et trianguli, quod est sexta ejus pars, est aequale semidiametro circuli CA vel AG. Est igitur effabile longitudine latus hexagoni, dimidium sc. diametri. Hic vero est gradus II. per 13. hujus.

Jam trigoni, qui sit BCD, latus BC connectit duo latera hexagoni CH, HB, coëuntia in H. Cum ergo BHC sit $^2/_3$ semicirculi, et CG $^1/_3$, arcus ergo BCG est semicirculus et BG diameter, per A transiens. Ergo BCG angulus in eo est rectus (Eucl. III. 31). Quadrata igitur BC, CG aequalia sunt quadrato BG (Eucl. I. 47). Sed CG est semidiameter ejusque quadratum est hujus quadrati pars quarta; ablata igitur quarta parte de quadrato BG, relinquetur quadratum lateris trigonici BC. Est ergo quadratum hoc effabile: sed quia se non habet ad quadratum BG ut numerus quadratus ad quadratum numerum, sed ut 3 ad 4, ideo BC est sola potentia effabilis. Hic vero est gradus tertius, per 14. hujus.

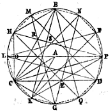
Et quia BC, BD aequales, angulique BCD, BDC aequales: ergo BE perpendicularis demissa in CD secabit illam in E in aequales CE, ED. Erat vero effabilis sola potentia tota CD, quare et ejus dimidia CE. Rectangulum ergo sub CE, AG, sola potentia commensurabilibus, quarum ista est effabilis longitudine, meson est. Sed hoc rectangulum est aequale areae duorum triangulorum, ipsius CGA aequalium (quorum sunt in hexagono sex) et sic tertiae parti areae hexagoni. Area igitur hexagoni est planum meson. Et quia BCA et BCH triangula sunt laterum BA et BH, CA et CH aequalium, uno communi BC: habent igitur areas aequales. Sed BCH, BDF, CDG sunt partes hexagonicae areae, quibus illa excedit aream trigonicam BCD, totidem aequalium triangulorum, BAC, CAD, DAB; dupla ergo est area hexagonica trigonicae. Meson igitur est etiam trigonica area, quia commensurabilis, scil. dupla hexagonicae, quae erat meson

XXXIX. Propositio. Latera dodecagoni et stellae cognominis seu subtensae quinque duodecimis partibus circuli geometrice describi possunt, et inscripta eidem circulo scibilia sunt, singula gradu octavo nobilioris cognitionis, juncta gradu quinto; planum vero dodecagoni est effabile.

Dodecagonus esto BMHLCKGQDPFN, stella dodecagonica BKFLDMGNCPHQB.

Quia igitur bis sex sunt duodecim, ideo per latus hexagoni figura iisdem ex fundamentis describitur, quibus antea octogonus per latus tetragoni, ducta in HC, latus hexagoni, ex A centro perpendiculari, secante latus in O, circulum in L, P, et connexis L, H pro latere dodecagoni, H, P pro latere stellae.

Fig. 12.



Cum igitur HC latus sexanguli sit effabile longitudine, talis erit et dimidia HO; sed AC, aequalis ipsi HC, potest et quod a dimidio sui OC, et quod ab AO, ergo quadratum ipsius AO se habet ad quadratum AC vel AP, ut 3 ad 4, non ut numerus quadratus ad quadratum. Sunt igitur PA, AO sola potentia inter se commensurabiles, ut et LA, AO. Et CA, hoc est PA vel AL, major effabilis, plus potest quam OA minor, aliquo, quod est a CO sibi commensurabili. Ergo per def. ante X. 49. Eucl. composita PO est binominis, et per def. ante 86. OL residua est apotome, utraque prima cognomine. Nomina sunt AP, effabilis simpliciter, et AO, effabilis sola potentia. Sed per X. 55. Eucl. HP, potens rectangulum sub OP, binomine prima, et PL effabili, est binominis, et per 92. ejusdem HL latus dodecagoni, potens rectangu-

lum sub OL apotome prima et LP effabili, est apotome. Ita cadunt singula in gradum scientiae octavum nobiliorem.

Nomina hujus compositae PH et diminutae HL sunt PS et SH. Cumque HB sit sexanguli latus, KP trianguli, BP quadranguli, illud quidem potest duplum nominis minoris, sc. HS et SB, istud duplum majoris, sc. KS et SP, hoc vero potest utrumque simul, quodque semel, sc. BS et SP.

Componitur etiam PH binominis ex PR latere quadrati et RH latere dodecagoni; at propter hanc compositionem non dicitur binominis, quia per X. 43. Eucl. praeter unum signum, quod hic fuit S, nullum aliud dari potest, quod illam dividat in sua nomina.

Cumque HO, LP sint effabiles longitudine, rectangulum sub iis, id est sub LH, HP erit effabile, et summa quadratorum LH, HP est itidem effabilis, aequalis quippe quadrato ipsius LP. Ergo hoc nomine junctae LH, HP sunt in gradu scientiae quinto. Nec quicquam novi faciunt junctae, nec rursum binominem vel apotomen: addita enim LH ad HP facit effabilem potentia sola, sc. cujus quadratum est sesquialterum quadrati LP: ablata vero LH vel HR ab HP, constituit rursum effabilem potentia, PR, latus quadrati: cujus quadratum est dimidium quadrati LP. [2])

Cumque area dodecagoni constet triangulis 12, qualium est unum LAC, in rectangulo vero LHPD effabili contineantur eorum quatuor, id est triens areae totius, ergo et tota area effabilis est, quantam scil. creat ducta HO in LP ter; est igitur area dodrans de quadrato diametri, seu medium arithmeticum inter tetragonum circulo circumscriptum et tetragonum eidem inscriptum; sicut area octanguli est inter eos medium geometricum.

XL. Propositio. Figura regularis 24 laterum et omnes ab ea, duplicato continue numero laterum, geometricas quidem inscriptiones habent, sed laterum scientia evagatur longius in gradus remotiores iis, qui prius sunt positi: ut et stellarum ejus, seu subtensarum 5, 7, 11 vicesimis quartis.

Probatur ut prius prop. 37. de sedecangulo, hoc tamen discrimine, quod jam hic latus stellae dodecagonicae ejusque dimidium sunt binomines primae, quare rectangulum sub dimidia et sub diametro, ut effabili, nondum fit novae speciei, quia potens illam per X. 55. est iterum binominis. At jam hoc rectangulum ablatum ab effabili sub tota et dimidia diametro, relinquit novi quid, cujus hactenus non facta est mentio, et ignobilius, quippe magis compositum; et hoc fit potentia lateris 24anguli.

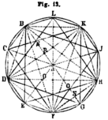
Id multo magis verum de pluriangulis figuris hujus classis, ut quadragintoctanguli, nonagintasexanguli etc.

Subtensa quinque vicesimis quartis circuli patescit bisectione arcus, in quo sunt quinque duodecimae; potentia illius, ablata a potentia diametri, relinquit potentiam subtensae septem vicesimis quartis; sic potentia lateris seu subtensae uni vicesimae quartae format eadem methodo potentiam subtensae undecim talibus partibus. Sunt igitur omnes in gradu remotiori.

XLI. Propositio. Latera decagoni et stellae decagonicae, seu subtensa tribus decimis partibus circuli, descriptionem habent geometricam ex angulis inscriptionemque in circulum; suntque scibilia, seorsim quidem singula gradu octavo scientiae, juncta vero gradu quinto; et cum semidiametro juncta, gradu quarto.

Sit decagonus BCDEFGHIKL, et stella ejus BEHLDGKCFIB Cum ergo sint anguli decem, figurae planum erit compositum ex decem triangulis coëuntibus in centro A, quale unum est FAG. Distributa igitur quatuor rectorum summa, quae est circa unum A punctum, in decem illorum triangulorum vertices, veniunt singulis $^4/_{10}$ vel $^2/_5$ unius recti. Atqui summa trium angulorum hujus trianguli est $^{10}/_5$, id est 2 recti; hinc igitur ablato verticali ad A $^2/_5$, relinquitur duobus ad basim $^8/_5$, et cum sint aequales, singulis igitur $^4/_5$. Ita quilibet ad basin duplus est anguli ad verticem. Hoc est vinculum demonstrationis sequentis.

Fig. 13.



Secto enim angulo AFG in duas partes aequales per FO lineam (Eucl. I. 9), erunt AFO, OFG inter se aequales, et quilibet $^2/_5$ recti; uterque igitur ipsi FAO aequalis, quare (Eucl. VI. 3) ut AF ad FG sic AO ad OG. Quia vero OFG est $^2/_5$, erat vero OGF (nempe AGF) $^4/_5$, erit igitur et FOG $^4/_5$. Angulis igitur ad O et G aequalibus, latera quoque FG, FO aequalia subtenduntur. Eodem modo et in triangulo AOF, quia AFO est $^2/_5$, quantus erat et FAO: ergo et AO et FO (hoc est FG latus) aequales erunt. Ut vero AF ad FG, sic AO ad OG, ut jam demonstratum; ergo etiam ut AG ad AO partem, sic haec ad OG residuum. Secatur igitur crus AG in O proportionaliter. Igitur (Eucl. XIII. 5) OA vel OF continuata in I, ut OI sit aequalis toti AG, etiam FI secta est proportionaliter in O, et connexis A, I signis, erit AIO triangulum congruum initiali FAG, eoque OAI duplus ipsius FAO, et FAI $^6/_5$. Quare centro A, intervallo AG scripto circulo FGI, erit FG latus decagoni, pars major semidiametri AG proportionaliter sectae, et FI latus stellae, seu subtensa $^3/_{10}$, composita ex FO et OI, latere decagoni et semidiametro.

Ob hanc causam haec latera, juncta semidiametro, possunt accenseri gradui quarto, per 26. hujus. Cumque AG secta sit effabilis longitudine et latus decagoni pars ejus major, latus stellae, composita ex tota et parte majore, quare per 27. hujus illud est apotome, hoc binominis, utrumque quartae speciei: hoc respectu sunt in gradu scientiae octavo, proxime post latus dodecagoni et stellae suae planeque in eodem ordine cum latere octogoni et stellae suae. Et per 28. hujus etiam residua OG eoque etiam ejus dimidia NG est apotoma primae speciei. Sed cave putes, nomina ejus esse, majus AG, minus AN.

Denique, per eandem 27. hujus, latera GF vel OF et FI non cum semidiametro, sed secum ipsa juncta, quia et summam quadratorum et commune rectangulum habent effabilia, sunt in gradu scientiae quinto.

Composita igitur latus decagoni cum latere suae stellae, faciunt effabilem potentia sola, potentem $^5/_4$ de potentia semidiametri, quae in schemate praecedente Nro. 8. est PX, composita ex PA (aequali ipsi OA) et AX, inter quas est media proportionalis GA effabilis.

Vicissim abstractum decagoni latus OF a latere stellae FI, relinquit effabilem OI, sc. semidiametrum. Ita per illa nihil fit novi.

XLII. Propositio. Latera pentagoni et stellae pentagonicae seu subtensa duabus quintis partibus circuli, descriptionem habent geometricam ex angulis suntque scibilia, singula octavo gradu, juncta tam sexto quam quarto gradu scientiae.

Descriptio extra circulum est talis: si latus futurum detur longitudine, secabimus illud proportionaliter, per II. 11. vel VI. 30. Eucl., eique adjungemus partem sectionis majorem: et factis duobus cruribus, compositae aequalibus singulis, ex proposita vero facta basi, triangulum statuemus pentagoni intimum. (Ut hic FB, BH crura, FH basis.) Cum enim crus compositum constet ex tota proposita ejusque parte majori sectionis divinae, etiam composita sic erit secta, ejusque pars major erit latus propositum eoque trianguli hujus angulus ad basin duplus erit ejus ad verticem, ut supra in decagono: cui super duobus dictis cruribus ut basibus adjiciemus duo triangula exteriora, (ut hic FDB super FB et BHK super BH), quorum crura sint aequalia proposito lateri.

Inscriptio in circulum facillima est per latus decagoni. Cum enim de 10 semis sit 5, duorum igitur decagoni laterum, FG, GH contiguorum in G terminos F, H connectemus, lineaque FH erit latus pentagoni. sic et HK; et connexis F, K terminis, linea FK erit latus stellae. Sit igitur pentagonus BDFHK et stella ejus BFKDHB.

Demonstrat igitur Euclides XIII. 10., quod FH latus pentagoni possit latera FA

hexagoni et FG decagoni, hoc est semidiametrum AG et sectae majorem partem AO simul. Haec demonstratio in Euclide difficultatem habet captus; tentabo igitur hic faciliorem.

A terminis lateris pentagonici B, D ducantur per A centrum rectae BG et DI: et ut DB subtendit $\frac{2}{10}$, sic proxima DL tres et DK quatuor subtendit, secantes BG in S, R punctis. Igitur LDI angulus, id est SDA, habet $\frac{2}{5}$ unius recti, quia LI est $\frac{1}{5}$ circuli, sicut et FH, et vero aequalibus arcubus anguli ad circumferentiam insistunt aequales (Eucl. III. 21. 27.). Est vero DAB, id est DAS $\frac{4}{5}$ unius recti, quia DB pars quinta est circuli, mensurantis quatuor rectos circa A, juncti igitur SAD, ADS sunt $\frac{6}{5}$ unius recti. At omnes tres sunt $\frac{10}{5}$, ergo etiam residuus DSA est $\frac{4}{5}$. Est igitur DSA aequalis ipsi DAS, latus igitur DS aequale est lateri DA semidiametro. Ergo per priaa semidiametri DA proportionaliter sectae pars major aequat SA, est igitur SA aequalis lateri decagoni, per dicta. Et DA est semidiameter, latus sc. hexagoni.

Fig. 14.



Dico, latus pentagoni DB posse utramque et SA et AD. Connexo enim K cum S et cum A, quia DA, AK sunt aequales, et DS, SK iisdem aequales, erunt et partes SR, RA aequales, et DRB rectus est. Ergo DB potest DR, RB. Atqui DR minus potest quam DA quantitate potentiae RA, et BR minus potest quam BA quantitate et rectanguli sub BR, RA bis, et potentiae ipsius RA junctorum. Junctae igitur potentiae DR, RB minores sunt junctis potentiis DA, AB rectangulo sub RA, AB bis, hoc est rectangulo sub SA, AB semel. Atqui duo rectangula sub SA, AB et sub SB, BA constituunt totum quadratum BA. Ablato ergo rectangulo sub SA, AB, relinquitur quadratum ipsius DA et rectangulum sub SB, BA, junctaque aequantur quadrato DB. Cum vero BA semidiameter sit proportionaliter secta in S et pars major AS: rectangulum igitur SA, BA est aequale quadrato SA. Ergo latus pentagoni potest duo quadrata DA et AS, laterum scilicet hexagoni et decagoni.*)

Quod attinet stellae pentagonicae latus BF, illud est compositum ex BD vel FT, latere pentagoni, et ex BT, ejus secti proportionaliter parte majori, per XIII 8, quod idem etiam probari potest ex triangulo quinquangulari FBH, ut supra.

Cum igitur latus pentagoni possit semidiametrum, quae est effabilis longitudine, et ejus sectae proportionaliter partem majorem, ut in schemate praemisso semicirculari (8) PG potest PA et AG, et ut PA est ad AG, sic sit PG latus pentagoni ad latus suae stellae, sit vero ut PA ad AG, sic PG ad GX: ergo GX est illud latus stellae potestque et GA semidiametrum circuli circa figuram decangulam, et AX compositam ex PA et AG. Quare per ibi demonstrata GX est mizon, GP elasson. Singulae igitur sunt in octavo gradu scientiae ejusque secundo ordine. Quia vero junctae lineae PG, GX faciunt quadratorum summam effabilem, sc. aequalem quadrato PX, quod est ipsius GA effabilis quadrati quintuplum, eaedemque PG, GX rectangulum formant meson: hoc nomine junctae PG, GX sunt in gradu scientiae sexto, de quo est 18. praemissa. Denique quia latus pentagoni et latus stellae sunt ut sectionis divinae pars major et tota, ideo sunt etiam in gradu scientiae quarto, junctae invicem (vide 29. hujus). Consequitur autem has proprietates, ut sicut pentagoni latus est elasson, stellae mizon, sic etiam composita ex utroque sit iterum mizon, et latus pentagoni sit hujus compositae, ut mizonis, elementum minus, latus vero stellae sit illius elementum majus; et ut etiam differentia inter utrumque latus sit aliqua elasson, scilicet DQ vel QF, per eandem 29. hujus.

XLIII. Propositio. **Plana decagoni et pentagoni cadunt in gradus scientiae remotiores, ut et latus icosigoni et reliqua hujus classis figurarum.**

Nam latus pentagoni FH (fig. 13) ductum in AN facit duplum FAH, quintae partis areae pentagonicae. Est vero FH elasson, et AN est talis, quae potest effabile AF, diminutum potentia elassonis FN. Si autem, quod est ab elassone, auferatur ab eo, quod est ab effabili, relinquitur nova species lineae, quae potest tale residuum.

Rectanguli vero, contenti sub tali linea nova et sub classone, species adhuc remotior erit; area vero pentagoni erit ei commensurabilis, scilicet ut 5 ad 2, quare et ipsa erit speciei adeo remotae. Sic latus decagoni FG, ductum in suam perpendicularem ex centro, facit duplum FAG partis decimae de plano decagonico, id est unam quintam. Est vero FG apotome quarta et perpendicularis ex centro in illam potest ejus quarta parte minus quam semidiameter. At si, quod est ab apotoma, auferatur ab eo, quod est ab effabili, linea, quae residuum potest, fit novae speciei ultra recensitas; et si talis linea cum apotoma faciat rectangulum, illud erit speciei adhuc remotioris et cum eo etiam quintuplum ejus, sc. area decagoni.

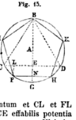
Denique cum semilatus decagoni sit apotome quarta, potentia vero apotomes extensa secundum diametrum (effabilem longitudine) faciat latitudinem, apotomen primam, scilicet sagittam decimae partis circuli: latus certe icosigoni potest et semilatus decagoni, apotomen quartam, et hanc sagittam, apotomen primam. Planum vero compositum ex apotomis diversarum specierum eoque incommensurabilibus, poterit nulla linea prius recensitarum; sed aliqua plane novaè speciei eoque et ignobilioris.

Quanto magis id obtinebit in tessaracontagono et ceteris hujus classis?

XLIV. Propositio. **Pentekaedecagoni ejusque stellarum latera, puta subtensae 2 vel 4 vel 7 quindecimis, geometricam quidem descriptionem habent, sed non extra circulum; et in circulo quoque non ex angulis eoque impropriam et scientiam heterogeneam, gradus remotioris quam omnia antecedentia. Triacontagonus et reliquae hujus classis sunt adhuc remotiores.**

Describitur enim ex prioribus figuris, quas oportet habere numerum laterum alium quam subduplum, quia 15 est impar, non habens partem dimidiam numericam, scilicet ex trigono BCD et pentagono BIFHK, ab eodem B puncto inceptis. Nam si $\frac{1}{3}$, BC, auferas a $\frac{2}{5}$ BIF, id est $\frac{5}{15}$ a $\frac{6}{15}$, manet CF, $\frac{1}{15}$. Connexis ergo C, F angulis, linea CF erit latus. Hic ad actum descriptionis non acerso quantitatem anguli aut numerum angulorum figurae propositae; nec secundum hunc numerum formo aliquod triangulum, ut in figuris superioribus factum. At nec potest aliter describi. Ergo etiam scientia ejus est remota et vilis. Cum enim latus pentagoni FH sit lateri trigonico CD parallelum, propterea quod utraque figura imparilatera ab eodem B puncto est incepta: ducatur igitur ex F perpendicularis in L, et ex B diameter per centrum A, secans lineas in E, N, G. Ergo latus CF potest quantum et CL et FL junctae (h. e. $CF^2 = CL^2 + FL^2$); sed CL est excessus ipsius CE effabilis potentia super FN, hoc est super LE, elassona: est igitur CL speciei plane novae. Vicissim AN est linea, quae potest residuum de effabili plano (h. e. $AN^2 = AF^2 - FN^2$), cum ab eo fuerit ablatum planum elassonis: est igitur novae speciei. Sed EN est residuum hujus novae, post ablatam effabilem longitudine AE. Est igitur EN bis remotiori gradu. Denique CF latus pentekaedecagoni potest CL et EN novas species; est igitur illic bis, hic ter et sic quinquies remotius. Praetereaque componuntur diversarum classium, trigonicae et pentagonicae, proprietates in unum, est igitur scientia heterogenea. Quid jam de triacontagoni latere sentiendum? cum semper augeatur gradus remotionis cum ipsa duplicatione laterum prioris.

Fig. 15.



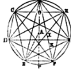
At subtensa $\frac{7}{15}$ h. e. $\frac{14}{30}$ utitur latere triacontagonico, est igitur eo posterius. Subtensa vero $\frac{7}{30}$ est ab illa per bisectionem eademque gignit subtensam $\frac{8}{30}$, id est $\frac{4}{15}$, a qua est etiam subtensa $\frac{2}{15}$ per bisectionem, quanquam haec habet ortum etiam alium; verbi causa subtensa MF quadratum habet compositum ex quadrato CF lateris pentekaedecagonici et rectangulo sub eodem CF et FI latere pentagonico. Utroque modo posterior est superioribus figuris.

XLV. Propositio. **Heptagonus et figurae ab eo omnes, quae numerum laterum ex primis (sic dictis) unum habent, earumque stellae totaeque adeo classes ab iis derivatae extra circulum descriptione geometrica carent;**

in circulo, etsi laterum quantitas est necessaria, illam tamen ignorari aeque necesse est.

Magna res agitur, per hunc enim effectum stetit, quo minus heptagonus et ceterae hujus generis figurae a Deo fuerint adhibitae ad ornatum mundi, ut sunt quidem adhibitae scibiles figurae in superioribus explicatae.

Fig. 16.



Sit igitur heptagonus BCDEFGH et connectantur anguli omnes cum omnibus, et sit A centrum circuli et diameter BAP, et A connectatur cum E.

Primum igitur tales figurae impropriam supra dictam demonstrationem nullam nanciscuntur: est enim earum numerus laterum et angulorum ex primis unus, at nulla biga figurarum praemissarum totum circulum dividit in partes numero aliquo primo numerabiles, sed sortiuntur illae numerum multiplicem numerorum utriusque figurae. Sed neque propriam habent hujusmodi figurae demonstrationem ex angulorum numero, quia quicquid ex hoc elicitur, id vagum et multiplex minimeque determinatum est. Secetur enim heptagonus in sua triangula quinque, duo extrema aequicrura obtusangula BDC, BGH, unum intimum aequicrurum acutangulum BEF, et duo scalena interjecta BED, BFG. Cum igitur circumferentia, super qua stant crura anguli, ad circumferentiae partem oppositam facti, admetiatur angulo suam quantitatem, angulus BEF stat super tribus circumferentiae partibus BH, HG, GF, angulus BFE similiter super tribus BC, CD, DE, at EBF super una EF, ergo BEF est tale triangulum, quod habet utrumque angulum ad basin triplum ejus qui ad verticem. Eodem modo probatur, scalenum BED habere angulos in proportione continue dupla. Simplum enim est angulus B, duplum E, quadruplum D, hoc est ipsius E duplum.

Quodsi haec figura descriptionem suam certam habet extra circulum, non minus quam habebat supra quinquangulum, oportet (ut jam olim monuerunt Campanus et Hieronymus Cardanus et Candalla Flussas), ante omnia talia triangula dari posse, sicut ante pentagonum dabatur triangulum, cujus uterque ad basin erat duplus anguli ad verticem. Atqui dabatur nobis in illo triangulo pentagonico laterum proportio certa ex angulis, in hoc heptagonico triangulo certa proportio nulla datur. Sint enim I, K signa, quibus BF secatur ab EH, EG, trisecantibus angulum BEF. Igitur in FEI, quia bisectus est angulus FEI, ut FE ad EI, sic FK ad KI. Sed EF aequatur toti FI; est enim FEI partium $\frac{4}{7}$ unius recti, qualium EFI est $\frac{6}{7}$, ergo EIF est etiam $\frac{4}{7}$, crura igitur FE, FI, aequalibus angulis opposita, sunt aequalia, eademque de causa etiam EI et IB sunt aequales: quare etiam ut FI ad IB, sic FK ad KI. Amplius in KEB, quia angulus KEB bisectus est per EIH: ut igitur KE ad EB, sic KI ad IB. At KE et FE sunt aequales, quia KEF aequicrurum et simile ipsi EBF; erat vero EF aequalis ipsi IF, et EB est aequalis ipsi FB; quare etiam ut IF ad FB sic KI ad IB. In eadem igitur BF, subtensa tribus septimis circuli, duae sunt inventae proportiones partium trium: primum ut media KI ad minimam KF, sic maxima IB ad IF compositam ex utraque minore, hoc est ad FE latus septanguli: iterum ut maxima IB ad mediam IK, sic tota BF ad FI compositam ex 2 minimis. Haec proportio speciem quidem prae se fert necessariae determinationis ad certam et unam proportionem ipsius EF ad FB, imposuitque Cardano, qui cum tale quid in lateribus scaleni trianguli BED animadvertisset, quod proportionem reflexam appellavit, de invento septanguli latere frustra gloriatus est.[9]) Nam nulla certa sequitur quantitas ipsius EF vel IE; quia id quod putamus nos nancisci novum in secunda vice, coincidit cum primo. Quotiescunque enim sunt 4 proportionales, in quibus duae primae aequant tertiam: fit etiam, ut

sicut prima est ad tertiam, secunda ad quartam, sic sit et tertia ad compositam ex tertia et quarta, quae composita fit numero quinta. Horum vero casuum sunt infiniti, tam in terminis commensurabilibus quam in incommensurabilibus. Et nominatim commensurabilium terminorum casus totidem sunt, quot proportiones superparticulares, scilicet quot quadrati numeri impares.

	BF.	9.	BI.	6.	IK.	2.	KF.	1.	
	vel	25.		15.		6.		4.	
	vel	49.		28.		32.		9.	
	vel	81.		45.		20.		16.	
	vel	121.		66.		30.		25.	etc.
et quot superpartientes		49.		35.		10.		4.	
	vel	64.		40.		15.		9.	etc.

Nam ut 15 ad 9, sic 40 ad 24, compositum ex 15 et 9. Et ut 40 ad 15, sic 64 (constans ex 40, 15 et 9) ad 24 compositum ex 15 et 9.

Ecce communem affectionem multarum proportionum, quae constitutum quidem septangulum necessario consequitur, sed ex qua sola data triangulum septangulare strui nequit. Causa, cur in pentagono proportio lateris certa pendeat ex angulis, etiam extra circulum, in heptagono et reliquis talibus non item, facile ex dictis patet. In pentagonico triangulo BFK (fig. 14.) per bisectionem BKF anguli statim venitur ad aequicrura BKT et KTF, duo ejus elementa, sequiturque aequales eorum angulos BFK, BKT aequalitas laterum BK, KT, TF; at in heptagonico per trisectionem anguli tria fiunt trianguli elementa, duo aequicrura triangula BEI, KEF et unum scalenon IEK (fig 16); neque sequitur in eo proportionem angulorum proportio laterum, ut notum est in geometria. Cum igitur anguli hujus figurae non doceant quicquam ulterius extra circulum, non struitur igitur triangulum requisitum extra circulum. Non est igitur haec figura in circulum inscriptilis per aliquid se prius in scientia vel descriptione, sed ipsa demum inscriptione qualicunque vaga ista proportio cogitur ad unici casus angustias, et sic principium petitur; ut n. id possit inveniri, per quod perficitur inscriptio, jubemur adhibere ipsam inscriptionem, quasi jam antea possibilem.

Latet igitur proportio lateris EF ad latus stellae FB, latet inquam in materia quantitativa, sic ut causa quidem principii quantitatum materialis, quod est magnitudo indeterminata, possibile sane sit, constituere latus septanguli in justa proportione ad circuli diametrum, cum detur aliquid septanguli latere certo majus, aliquid minus in ipso circulo; et amplius, sectione in infinitum progrediente, semper aliquid majus latere EF vel eo minus aliquid dari potest: at causa ejus, quod est in quantitatibus formale, simpliciter est impossibile, quia figura septanguli et similium mediis omnibus, quibus aliqua lateris certa proportio demonstretur inveniaturve, et sic formatione seu determinatione noscibili penitus caret. Quod cum ita sit, quare neque figura 14 angulorum in circulum, cujus semidiameter sit AP, inscribi potest latere EP, neque ejus duo latera contigua una recta EF subtendi possunt, quae sit latus heptagoni in illo circulo: neque latus hoc cum diametro comparari poterit, cum sit natura sua comparationis ignotae ad diametrum. Itaque nullum unquam regulare septangulum a quoquam constructum est, sciente et volente et ex proposito agente: nec construi potest ex proposito, sed bene fortuito construi posset, et tamen ignorari necesse est, sitne constructum an non.

Objiciat hic mihi aliquis doctrinam analyticam, ab Arabe Gebri denominatam algebram, Italico vocabulo cossam: videntur enim in ea determinari posse omnis generis polygonorum latera. Verbi causa in septangulo sic pro-

cedit Justus Byrgius, mechanicus Caesaris et Landgravii Hassiae, qui in hoc genere ingeniosissima et inopinabilia multa est commentus. Primo ille diametro circuli BP (fig. 16) numerum 2 assignat, ut AB sit unitas totalis, qua in partes infinita sectione divisa, per illas longitudo lateris BC enumeretur. Deinde ponit, notam esse proportionem ipsius AB ad BC, quae tamen proportio demum quaeritur. In hac proportione continuitatem fingit, ut sicut est AB 1 ad BC 1 R, sic sit 1 R ad 1ʒ, et 1ʒ ad 1 &, et 1 & ad 1 ʒʒ, et 1 ʒʒ ad 1 ʒ & et sic perpetuo, quod nos commodius signabimus per apices sic, 1, 1^{I}, 1^{II}, 1^{III}, 1^{IV}, 1^{V}, 1^{VI}, 1^{VII} etc.

Hisce sic positis consideratur primo quadrangulum BEDC. Cum igitur demonstratum sit a Ptolemaeo, Copernico, Regiomontano, Pitisco et ceteris, qui de doctrina sinuum scripserunt, quod in quadrangulo circuli quocunque rectangulum unum diagoniorum CE, DB aequet juncta duo rectangula oppositorum laterum, scilicet quod sub DC et EB, et quod sub CB et DE: rursumque cum sit certum ex geometria, CO dimidiam subtensae CH et OB sagittam junctis potentiis aequare potentiam lateris CB: sit igitur BP 2, CB 1^{I}, quadratum 1^{II}, quod divide per BP, prodibit BO 1^{II} divisum per 4, quadratum 1^{IV} divisum per 4, quod aufer a quadrato CB 1^{II}, restat $4^{II}-1^{IV}$ divisum per 4, quadratum CO. Cum autem CH sit ipsius CO dupla, erit quadratum ipsius CH $16^{II}-4^{IV}$ divisum per 4, id est $4^{II}-1^{IV}$.

Cum ergo habeatur quadratum CH vel BD, id est rectangulum sub BD et CE, multiplica CB in DE, ut sit rectangulum sub iis 1^{II}, quod aufer a rectangulo sub BD, CE $4^{II}-1^{IV}$, restat rectangulum sub CD, BE $3^{II}-1^{IV}$, id in 1^{I} divide, sc. in CD, prodibit BE $3^{I}-1^{III}$.

Pergimus ulterius ad quadrangulum DBHE. Et quia BE est $3^{I}-1^{III}$, erit rectangulum sub BE, DH, id est quadratum a BE, $9^{II}-6^{IV}+1^{VI}$: aufer rectangulum sub BH, DE 1^{II}, restabit rectangulum sub BD, EH $8^{II}-6^{IV}+1^{VI}$, quod divide per EH, $3^{I}-1^{III}$, prodibit BD $8^{II}-6^{IV}+1^{VI}$, divisum per $3^{I}-1^{III}$: ejus quadratum $64^{IV}-96^{VI}+52^{VIII}-12^{X}+1^{XII}$, divisum per $9^{II}-6^{IV}+1^{VI}$, quod prius erat $4^{II}-1^{IV}$: in hoc duc illius denominatorem, et aequabuntur

$$36^{IV}-33^{VI}+10^{VIII}-1^{X}, \text{ cum } 64^{IV}-96^{VI}+52^{VIII}-12^{X}+1^{XII}$$

Ergo etiam $63^{VI}+11^{X}$ cum $28^{IV}+42^{VIII}+1^{XII}$. Hic aequatio prodit quantitatem lateris heptagonici.

Vel pergimus ulterius ad DB, EG. Est n. quadratum DG, EB $9^{II}-6^{IV}+1^{VI}$. At quadratum DB, EG est $4^{II}-1^{IV}$, aufer hoc ab illo, erit rectangulum sub DE, BG $5^{II}-5^{IV}+1^{VI}$, quod divide in DE 1^{I}, erit BG $5^{I}-5^{III}+1^{V}$, cujus quadratum $25^{II}-50^{IV}+35^{VI}-10^{VIII}+1^{X}$, quod prius erat $4^{II}-1^{IV}$.

Aequantur igitur $49^{IV}+10^{VIII}$ cum $21^{II}+35^{VI}+1^{X}$

Ergo etiam $49^{II}+10^{VI}$ cum $21+35^{IV}+1^{VIII}$.[10]

Hic iterum aequatio prodit quantitatem lateris heptagonici: sed Byrgius oculos averit ab integritate circuli, eumque considerat tantummodo ut arcum dividendum in 7. Cum igitur subtensa partibus 2 habeatur hoc processu cossice, quaerit jam subtensam partibus 4, eamque invenit (eadem methodo qua supra) quod sit radix de $16^{II}-20^{IV}+8^{VI}-1^{VIII}$. Jamque hac utitur diagonali in novo quadrilatero, cujus latera sint subtensae tribus partibus, eoque earum rectangulum $9^{II}-6^{IV}+1^{VI}$, quod ablatum a rectangulo $16^{II}-20^{IV}+8^{VI}-1^{VIII}$, relinquit reliquorum laterum rectangulum $7^{II}-14^{IV}+7^{VI}-1^{VIII}$. Hac ille subtensa utitur, comparans eam vel cum numero, quo certi arcus septisecandi subtensa enunciatur, vel cum figura nihili, si totus circulus, ut hic, est septisecandus: et tunc illi vel numero vel figurae nihili aeque valent quantitates hae:

$$7^{I}-14^{III}+7^{V}-1^{VII} \text{ vel } 7-14^{II}+7^{IV}-1^{VI}.$$

Prodit autem illi ex aequatione, quam juvat mechanice, valor radicis non

unus, sed in quinquangulo duo, in septangulo tres, in nonangulo quatuor et sic consequenter: unus enim valor est BC, alter BD, tertius BE.

Ut igitur appareat, hoc genus investigandi latera figurae plane nihil commune habere cum definitionibus nostris, numero I, II, III. praemissis, notabis primo, quid profiteatur haec cossica subtensa Byrgii? Nimirum hoc illa profitetur, si constituantur septem inter se continue proportionales in ea proportione, quam habet latus septanguli ad semidiametrum circuli, quarum proportionalium prima sit ipsum septanguli latus: tunc septem primas cum septem quintis tantundem efficere, quantum 14 tertias cum una septima. Hoc enunciatum quidem est geometricum et demonstrabile, non minus quam in superioribus, quando demonstratum fuit, planum octanguli esse meson, aut latus dodecagoni esse alicujus lineae apotomen. Illic enim de plano aut de linea aliquid enunciabatur, hic de proportione linearum aliquid enunciatur. At sicut non sufficit mihi ad scientiam et ad mensurationem plani, scire illud esse meson, non ad lineae mensurationem, scire quod illa sit alicujus apotome: cum et multae sint hujusmodi, et descriptio ex hac notitia generali nulla, quantitas plani vel lineae nulla certa et determinata eruatur, sed consequantur tantummodo hae affectiones antea constitutas et descriptas quantitates: sic etiam hic non sufficit, ut sciam, quid sit futurum, factis septem continue proportionalibus in proportione, quam desidero, sed cum eam proportionem nondum habeam ullo geometrico actu descriptam, illud igitur exspectabam, ut quis me doceret prius illam proportionem constituere. Sic enim in omnibus praemissis figuris praecedebat descriptio, inscriptio, determinatio certae quantitatis certusque actus geometricus, quo perficeretur haec determinatio; sequebatur demum scientia proprietatum illarum, quae faciebant ad comparationem inter se figurarum.

Ut clarius appareat discrimen utriusque rei, videamus pentagonicum latus, cujus describendi modus in superioribus hic erat, ut conjunctis quadratis duobus, uno semidiametri, altero ejus dimidiae partis, in formam quadratam, ab hujus quadrati latere auferremus dimidiam partem semidiametri, relictae lineae quadratum rursum cum quadrato semidiametri compositum in formam redigeremus quadratam, hujus n. quadrati latus fore latus pentagoni. Haec omnia erant factu et possibilia et faciliora quam dictu, ut norunt, qui circinos tractant. Quid n. facilius, quam rectum angulum GAM (Fig. 8) facere, et in ejus cruribus signare ut lubet AM ejusque duplam AG. et posito pede circini uno in M, altero in G extenso, scribere circulum GP, continuata MA in P, denique GP circino comprehendere, et in alium circulum, cujus GA semidiameter, inferre?

At vide nunc, quid nobis de latere pentagonico dicat cossa Byrgiana. Illa methodo prius deducta prodit numerum $5^{\mathrm{I}}-5^{\mathrm{III}}+1^{\mathrm{V}}$ aequalem subtensae nulli; id est si quinque fiant ordine continuo proportionales, quarum prima sit latus pentagoni, proportio vero sit illa, quae est lateris pentagonici ad semidiametrum, tunc quinque primas cum una quinta fore aequales quinque tertiis.

Rursum, ut in septangulo, non docet constituere continuam proportionem, in qua hoc fiat, nec exprimit longitudinem proportionalium per ante nota, sed docet, ea constituta, quae sequatur affectio. Jubeor igitur repraesentare affectionem, fore enim, ut habeam et proportionem. At quomodo repraesentabo affectionem, quo actu geometrico? Nullo alio id doceor facere, quam usurpando proportionem, quam quaero; principium petitur et miser calculator, de-

stitutus omnibus geometriae praesidiis, haerens inter spineta numerorum, frustra cossam suam respectat. Hoc unum est discrimen inter cossicas et inter geometricas determinationes.

Alterum est, quod tota haec ratio Byrgiana innititur essentiae quantitatis discretae seu numerorum, et dividit diametrum in particulas certas, quoties et quamdiu vult, generaliter in partes duas; cui numero totus processus innititur mutareturque, si nomen diametro aliud seu numerus alius daretur. At non sic geometria figurarum, superius tradita, quae latera effabilia longitudine signat sane numeris; at ineffabilia nequaquam numeris consectatur, sed per suas certas species distributa sic enunciat, ut appareat, non de discretis, sed de continuis quantitatibus agi, de lineis et superficiebus.

Tertio hactenus et lateri figurae et lateri stellae cognominis cuique sua certa erat descriptio; in hac algebraica analysi illud maxime mirum est (quamvis geometram praecipue absterreat), quod non una via praestari potest, quod imperatur. Quanquam id non omni lege solutum est, sed, ut supra dici coeptum, tot sunt numeri facientes imperatum, quot sunt in figura subtensae seu diagonii longitudine differentes, ut in quinquangulo duo, in septangulo tres, unus pro latere, reliqui pro subtensis angulo. Itaque quicquid enunciatur tandem de proportione figurae propria, id commune est omnium ejus linearum proportionibus ad diametrum.

Quarto, posito, quod una sola proportio faciat imperatum, illam tamen non doceor absolvere, sed saltem venari eminus. Cum enim species linearum causa scientiae versentur in genere ineffabilium (id est non numerabilium, seu numeros respuentium) eoque nulla unquam multitudine consummetur ratio, quin semper aliquid in incerto relinquatur: haec contra ratio, ut loco secundo dictum, praeter numeros non assumit alia praesidia, sed diametrum varie semper dividit in multas myriadas myriadum, ut exactior fiat ratio; at sic nunquam fit exactissima, et breviter, hoc non est scire rem ipsam, sed saltem aliquid proxime majus vel minus, potestque semper posterior aliquis computator approximare magis; pervenire ad punctum ipsum nulli unquam datur. Talia nimirum sunt omnia, quae latent in sola possibilitate materiae quantitativae, neque formationem habent scibilem, qua in actum quandoque scibilitatis humanae constituantur.

Quinto, ut in specie de septangulo figurisque hujus generis consequentibus agamus, cum per eas ordine suo sese consequentes proportionalitas continua extendatur cum ipso numero laterum: ergo si maxime innotesceret ultima, ut in septangulo proportionalium septima, non tamen per eam haberi possent intermediae. Nam inter duas, quae non habent proportionem inter se, quam duo numeri proportionalitatis continuatae, ut cubicae, sursolidae etc. nequeunt geometrice constitui continue proportionales intermediae quotcunque, sed solum una vel tres vel septem vel quindecim etc., duo vero vel quatuor, quinque, sex, octo, novem etc. constitui tunc non possunt in plano, cum hic de planis figuris agamus.

Jam vero inter semidiametrum 1 et septimam proportionalem 1^{VII} proportionis septangularis sunt mediae proportionales sex, id est 1 ad 1^{VII} non ut numerus ad numerum proportionis continuae aeque longae; non est scilicet proportio semidiametri ad latus septanguli secundum duos numeros, hoc est non effabilis est. Nam si esset effabilis, caderet in species prius explicatas classium priorum, et septem anguli non essent septem, sed tres vel quatuor, quod contradictionem involvit. Ex angulis enim primarum figurarum erat la-

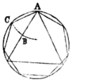
terum proportio. Oporteret igitur uno actu omnes sex medias proportionales constitui, inter scilicet 1 et 1^{VII}. Vicissim si daretur 1^{VI} quantitate, tunc inter 1 et 1^{VI} quinque mediae caderent. Quodsi tunc 1 ad 1^{VI} esset ut cubicus numerus ad cubicum, tunc primo constitui possent uno actu 1^{II} et 1^{IV}, deinde inter 1, 1^{II}, 1^{IV}, 1^{VI} tribus actibus tres mediae proportionales. Sin autem 1^{V} daretur quantitate, rursum omnes quatuor intermediae uno actu constitui deberent, quod fieri non posset, nisi in proportione effabili, ut prius. Cetera secundum haec subintelligantur.

Concludimus igitur, analyses istas cossicas alienas esse a praesenti contemplatione, nec ullum constituere gradum scientiae, cum iis comparabilem, quod explicavimus in superioribus.

Illud autem obiter monendi sunt metaphysici occasione hujus cossae: considerent, si quid hinc transsumere possint ad explicationem illius axiomatis, cum *non entis nullae dicuntur esse conditiones, nullae proprietates.* Nam hic quidem versamur nos in entibus scientialibus et pronunciamus recte, quod latus septanguli sit ex non entibus, puta scientialibus. Cum enim sit impossibilis ejus formalis descriptio, neque igitur sciri potest a mente humana, cum scientiae possibilitatem praecedat descriptionis possibilitas, neque scitur a mente omniscia actu simplici aeterno: quia sua natura ex inscibilibus est. Et tamen hujus non entis scientialis sunt aliquae proprietates scientiales, tanquam entia conditionalia. Si enim esset septangulum descriptum in circulo, laterum ejus proportio tales haberet affectiones. Sufficiat monuisse. *)

Sunt et aliae propositiones falsae geometrarum de lateribus hujusmodi figurarum, sed quas vel ipsa solertior mechanica refutet, cum tamen mechanices causa obtrudantur juventuti: ut cum septanguli latus AC ab Alberto Durero ponitur aequale semilateri trigonico AB ejusdem circuli. Hoc vero nimium breve esse, etsi vel ipsa mechanica docet, tamen ne cui imponat experimentatio manuaria nimium rudis, is vel hac sola ratiocinatione falsum ante manuum accommodationem deprehendere poterit. Trigonicum latus ex numero angulorum probatur esse effabile potentia, quare sic etiam ejus dimidium, heptagoni latus non est effabile potentia, eo ipso quia heptagonus est et quia septem neque sex sunt neque quinque neque tria. Numeri enim primi gignunt species, at species sunt incommensurabiles inter se, nec una est alia.

Fig. 17.



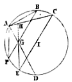
De Caroli Mariani Cremonensis et Francisci Flussatis Candallae paralogismis circa heptagonum vide Chr. Clavium Geometriae Practicae lib. VIII. prop. 30. et in commentariis in Euclidis lib. IV. pr. 16.

Excitavit haec palaestra etiam Illustrissimum D. Marchionem de Mala Spina, legatum anno 1614. Ser^{mi} Ducis Parmensis ad aulam Caesaream, qui diagrammate ingeniosissimo omnes omnium descriptiones superavit, existimans, subtensam $^{3}/_{14}$ circuli aequalem esse $^{5}/_{4}$ semidiametri et sic effabilem longitudine: demonstrationis apparatus tantae fuit solertiae, ut vel ipsum Euclidem lateret, assumtum aliquid fuisse indemonstratum.

*) Haec ne blaspheme dicta putentur, omitti posse censuit amicorum unus, mathematum peritissimus. Atqui nihil est vulgatius apud theologos, quam impossibilia esse, quae contradictionem involvunt: et Dei scientiam ad talia impossibilia se non extendere, praesertim cum hae formales rerum geometricarum rationes nihil sint aliud, quam ipsa essentia Dei; quia quicquid in Deo est ab aeterno, id una individua est essentia divina: esset igitur se ipsum quodammodo alium scire, quam est, si, quae sunt incommunicabilia, sciret ut communicabilia. Et quae haec adulatio, propter imperitos librum non lecturos defraudare ceteros.

Pro latere hendecagoni circumfertur talis descriptio: in circulo ab eodem puncto A ducatur latus tetragoni AC ad unam partem circumferentiae, trigonicum AD ad contrariam, hexagonicum AB, AF ad utramque, et duorum illorum hexagonicorum angulus FAB subtendatur alio trigonico latere BF, quod secabit prius trigonicum AD in G; ducatur etiam a fine tetragonici C diameter CE per I centrum et a fine altero diametri E per sectionem trigonicorum G ducatur recta EG, secans tetragonicum AC in H: linea GH inter has duas sectiones dicitur esse latus undecanguli. Est vero nimis longa, vel mechanica docente. At solers geometra speciem lineae considerat, quae necessario communicat aliquid ex trigonico et tetragonico lateribus, quantumvis remoto gradu. Atqui numerus 11, primus existens, nullo modo ad has figuras ducit, cum sit primus, nihil cum 3 et cum 4 commune habens. Securus igitur est geometra, falsam esse descriptionem et potest facile supersedere labore computandi.

Fig. 18.



Manet igitur per omnes objectiones, per omnes omnium frustraneos conatus, latera figurarum hujusmodi suapte natura esse ignota et inscibilia. Ut nihil mirum sit, id quod in archetypo mundi non potuit inveniri, neque etiam expressum esse in conformatione ipsius mundi partium.

XLVI. Propositio. Sectio circuli arcus cujuscunque in aequalia tria, quinque, septem etc. et in quacunque ratione, quae non sit antedemonstratarum continue dupla, non est de possibilitate geometrica tali, quae scientiam generet.

Sectio arcus in duo et quatuor et octo etc., continue scilicet dupla, geometrica sane est fuitque hactenus adhibita. In tria contingit secari et totum circulum per trigonum, et semicirculum, ut in hexagono, et quartam partem, ut in dodecagono, et quintam, ut in pentekaedecagono, et arcum 135°, ut in octogono, et arcum 108°, ut in decagono. In quinque vero contingit secari similiter et totum circulum, per pentagonum, et semicirculum, ut in decagono, et tertiam circuli partem, ut in pentekaedecagono, et arcum 150°, ut in decagono. Idem verum est de horum arcuum semissibus quadrantibusque et ceteris partibus proportionis continue subduplae. At hoc non fit propter trisectionis et quinisectionis ingenium, sed per accidens et propter alias figurarum proprietates, de quibus hactenus.

At promiscuam trisectionem aut sectionem in alia quacunque ratione proposita, quae non sit continue dupla, impossibilem esse, patet ex comparatione bisectionis possibilis. In ea medium ad arcum et, quem ille mensurat, angulum bisecandum, est linea recta, subtensa arcui, quae in duo aequalia secari potest geometrice, cum aequalitatem harum partium sequatur aequalitas partium arcus cujuscunque sive parvi sive magni respectu totius circuli; ex quo fonte et hoc est, quod in triangulo ab aequalitate laterum licet argumentari ad aequalitatem angulorum oppositorum. Hoc vero medium nos in ceteris sectionibus deserit. Nam etsi recta, arcui subtensa, secari potest in partes quotlibet idque geometrice, at non ideo et proportionem ullam partium subtensae (post proportionem aequalitatis) sequitur proportio partium arcus; quemadmodum neque in triangulo licet a proportione laterum quacunque (praeter unam aequalitatis) argumentari ad eandem proportionem oppositorum angulorum. Nam si subtensa arcus verbi causa in tria aequalia secetur, si quae secant, perpendiculares in subtensam fuerint, media pars arcus erit minor lateralibus; sin ex centro arcus fuerint egressae sectrices, media pars arcus erit major lateralibus. Igitur inter distantiam infinitam et centrum circuli punctum est, ex quo eductae duae sectrices et subtensam et arcum ejus in tria aequalia secarent. Id vero punctum semper tanto remotius est ab arcu circuli, quanto minor arcus circuli trisecandus est, proportione tamen

non constanti. Cum igitur arcus circuli minui possint in infinitum, distantia etiam hujus puncti excurret in infinitum: infiniti vero, seu varietatis infinitae nulla est scientia. Et haec difficultas tenet trisectionem, quae adhuc simplicior est et aequalitati propior. Multo major oritur difficultas in sequentibus sectionibus alicujus arcus, verbi causa in 5, 7, 9, 11 etc. partes aequales. Tunc n. ne puncti quidem identitas amplius est possibilis, ex quo eductae rectae, quae subtensam secant in partes aequales imperatas, caedem et arcum in aequales secent.

Quicquid vero praesidiorum ad promiscuam sectionem possumus afferre, deductum ex numero, qui sectionem denominat, id necesse est esse generale et commune cujuscunque arcus subtensis, tam magni, qui multum a sua subtensa differt, quam parvi, qui parum. Atqui vagam relinquere proportionem partium subtensae ad partes arcus sui, id vero non est determinare scientifice. Atque hoc praecipue dictum esto de trisectione vel quinisectione etc. Byrgiana analytica, de qua in praecedenti propositione egimus copiose. Etsi vero omnia ibi dicta habent etiam hic locum, quaedam tamen illic dicta sunt hujus loci magis propria fiuntque illustriora et admirabiliora in sectione arcuum, quam in sectione totius circuli. Nam ut omittam illa communia, quod principium petatur imperato eo, ut faciamus, quod quomodo faciendum sit quaerebatur: quod affectiones quantitatis continuae non scientifice prodantur per quantitates discretas seu numeros: quod quicunque numerus elicitur pro latere, determinante partem arcus imperatam, ille non possit quicquam docere, quam quod illud sit vel majus vel minus debito, eoque sicut se habet materia rudis et indigesta ad formatum quid, sicut quantitas indeterminata et indefinita ad figuram, sic etiam se habeat analytica ista ad determinationes geometricas; illud imprimis excellens et nobile est in hac cossa semimechanica, degener vero et abjectum in geometria scientifica, quod cum unaquaeque subtensa minor diametro duobus circuli arcubus inaequalibus accenseatur, quorum alter minor semicirculo, alter major, eoque partis aliquotae de minore minor sit subtensa, partis aeque quotae de majori major: analytica ista Byrgiana non tantum de duabus hisce inaequalibus, sed etiam de pluribus aliis circuli subtensis generale quid praecipit, quod utile sit ad illas omnes numeris proxime exprimendas. Verbi causa, in trisectione lex haec est: si datus sit arcus (sit 48°) ejusque subtensa, et is arcus sit inter tres partes secandus, quamlibet 16°, hoc est invenienda sit subtensa hujus partis seu ejus proportio ad subtensam totius, 48°: tunc jubeor facere ut subtensam totius ad quaesitam subtensam partis, sic hanc ad secundam et secundam ad tertiam proportionalem, jam jubeor triplicare subtensam partis et ab ea auferre tertiam proportionalem, quod relinquitur, id dicitur valere subtensam totius. Hoc est, de subtensa data pars tertia multiplicetur cubice, ut fractio, numerus factus addatur ad totum; aucti sic tertia pars est paulo minor subtensa quaesita. Nam si rursum haec ipsa cubice multiplicata ad totam addatur, sic auctae tertia pars propius ad verum venit et hoc continue usque in infinitum. Hoc quidem processu venitur paulatim prope subtensam 16°; at si majorem constituas numerum cubice multiplicandum et omnino tantum fere, quantum circinus indicat deberi tertiae parti de residuo circuli post ablatos 48°, sc. 312°, cujus tertia est 104: tunc etiam subtensam arcus 104° et complementi 256° hoc modo perficies. Neque hoc tantum, sed si etiam ad 48 et ad 312 adjeceris circulum integrum 360, invenies etiam pro summarum istarum 408, 672 trientibus, scilicet 136 et 224, subtensam aliam per idem nomen cossicum. Et in genere, quot restant unitates in numero sectionis binario ablato, toties licet addere circulum integrum, vel arcum secandum propositum, ut eodem nomine cossico novorum arcuum subtensae indagentur. Ex quo apparet ingens discrimen nominum horum cossicorum et scientificorum graduum, quos in superioribus explicavi.

An vero non possit aliqua nobilior ars inveniri, qua sectiones arcuum omnimodae perficiantur? Respondeo, si omnes subtensae arcuum dividendorum sub communi notione considerentur et si illa tantum habemus praesidia, quae sunt omnibus quaesitis subtensis communia, ut sunt illarum in proportione quaesita continue proportionales quotcunque, tunc nobilius aliquid haud quisquam comminiscetur actumque

agit, quicunque hic annititur, et oppositum in adjecto statuit, confusus. Ex communibus enim nihil cuique proprium concludetur. Sin autem de differentiis specificis linearum, quae dividendis arcubus subtenduntur, sermonem instituimus, jam mutatur status quaestionis et pro sectione arcus omnifaria substituitur sectio totius circuli der figuram regularem, quae propositae subtensae suam specificam proprietatem conciliat, de quibus figuris regularibus nos jam supra egimus et in sequentibus amplius agemus: quippe qui hac ipsa in quaestione medium quaerebamus, quo figurarum illarum aliquas describere possemus. Cum itaque tale medium natura debeat esse prius re ipsa, per hoc medium efficienda, principium utique peteremus, si medio nostro expediendo praesidium a figuris regularibus peteremus.

Verum hic adversarius aliquis objecerit mihi, quod Pappus Alexandrinus libro quarto Mathematicarum Collectionum, proposit. 31. tripartitam anguli sectionem tradat per hyperbolam, et proposit 35, data quacunque ratione angulum secare per quadratricem et helicen; et Clavius Geometriae Practicae lib. XIII. prop. 25. praestat idem per conchoidea Nicomedis. Verum illorum auctorum inventa nullam stabiliunt possibilitatem omnifariae sectionis geometricae scientificae. Ut hoc appareat, primum Pappi machinationes circa trisectionem explicabo, deinde differentiam inter illas et descriptiones scientificas in luce locabo.

Primum ipse Pappus in praeambulo ante propositionem 31. dividit problemata (quae generaliori significatu vocabuli geometrica appellat, cum nobis geometricum speciale sensum habeat) in plana, solida et linearia, fateturque, trisectionem anguli per plana (quae mihi sunt speciali sensu geometrica, scientifica gradnum explicatorum) expediri non posse eaque de causa coarguit antiquos geometras inconsulti conatus, qui hic frustra desudaverint. Ipse igitur trisectionem suam expedit per solida, omnifariam vero sectionem per lineas figuratas.

Trisectionis modus est talis. Proposito angulo trisecando, demissa ex puncto cruris unius perpendiculari in crus alterum, quae longitudinem crurum intelligatur determinare, et ei cruri alteri, breviori facto perpendiculoque ductis parallelis, illi ex puncto primo, huic ex proposito angulo, sic ut concurrentes rectum et ipsae faciant angulum: jam per punctum, in quod demissa perpendicularis, facit transire superficiem coni, figurae solidae; deinde sic applicatum conum inclinat seu annuere facit, quoadusque is cum eadem sua superficie sectionem, hyperbolen dictam, in plano designet, ductarum parallelarum, ut asymptoton, propriam: tunc ex puncto illo, in quod est demissa perpendicularis, intervallo, quod sit duplum cruris primi, describit in plano arcum, secantem sectionis conicae lineam, et connexo centro arcus cum hac communi sectione, rectam ei parallelam ex angulo proposito ducit, eoque facto demonstrat, abscectam esse ab angulo partem tertiam.

Solidum quidem hoc pacto problema facit Pappus usu coni, figurae solidae. At quatenus inter datas asymptotos (ductas perpendiculares), angulum rectum facientes, per punctum inter illas datum, sectio conica, dicta hyperbola, etiam sine cono delineari in plano potest: problema idem videtur etiam inter linearia referendum. Gignitur enim talis linea motu geometrico et mutatione continua intervallorum, hoc est repraesentatur per puncta quotvis, indeterminato numero, idque non minus, quam quadratrix et helix, quibus lineis proposit. 35. et ternariam et omnifariam sectionem perficit. Sic habet Pappi machinatio.

Quid igitur dicemus? Nonne inter datas asymptotos per punctum datum una sola scribitur hyperbola, sive id fiat annutu coni, sive punctorum infinitorum continuatione? Nonne una sola sectio circuli cum hyperbola ex una plaga? Nonne una sola et certa inclinatio est lineae, puncta hyperbolae connectentis, ad figurae diametrum? Equidem fateor, haec omnia necessaria et certa esse, siquidem hyperbola jam sit descripta. Erat enim etiam prius, in analytica Byrgii trisectione, tertiae constitutae partis subtensae certa et necessaria longitudo seu proportio ad subtensam toti arcui. At quia non de hoc quaerimus, quid sit re jam facta, sed quomodo, ut sit quidque, res nondum facta sit facienda demum: ideo nihilo plus habemus ex problematibus solidis et linearibus veterum, quod ad quaesitam linearum scientiam faciat, quam prius

ex doctrina analytica modernorum. Est sane una sola hyperbolae linea, inter asymptotos positas, per punctum propositum, in earum plano ductilis. At ea nondum ducta conum jubeor tantisper inclinare super puncto applicationis, donec existat illa ductaque sit: vel sine cono lineas, quae hyperbolam delineant per continuata puncta, jubeor tantisper mutare, donec satis prolongata sit hyperbola, et quae partes inter facta puncta cadunt intermediae, eas jubeor imaginari factas; jubeor utrinque, id, quod est potestate divisionis infinitae, actu seu motu uno transire, ut hoc transitu etiam id attingatur, quod latet in illa infinitate potestativa, sine perfectae scientiae luce, qualem habent problemata a veteribus plana cognominata.

Hujusmodi postulatis crebro utuntur Franciscus Vieta Gallus et geometrae Belgici hodierni in solutionibus eorum problematum, quae suapte natura non sunt solubilia, nisi inartificialiter per numeros, aut per motus geometricos, infinitate quadam mutationum gubernandos.

Nam ubi omnia fuerint in promtu, quae facere putabuntur ad certificandam mentem: tenebimus determinationem ejus, quod re quaesita vel majus sit vel minus proxime semperque propius: ut prius etiam de trisectione analytica diximus.

Verum esse de hoc problemate solido trisectionis, quod dico, vel ipsa solidi vox admonet. Nam nisi solidorum proportio fuerit data talis, qualis est inter duos numeros cubicos, mensurare solidum propositum alio solido noto non poterimus ad mentem informandam, quia duae intermediae proportionales exacte in plano constitui non possunt, in cubis etsi possunt inesse, at a planis ad cubos illos quoscunque formandos non datur transitus sine ipsis duabus mediis, veluti ponte abrupto. Et duas medias proportionales invenire docent alii per motum geometricum, imperantes quod est impraestabile, quoad certitudinem actus geometrici adaequati, docet et ipse Pappus per sectiones conicas, beneficio duarum proportionalium expediendas, cum et conus sit solidum quid. Ita semper principium petitur et pons jacet in adversa ripa.

XLVII. Propositio. Figurae numero laterum impari, majori quam 5 (excepto pentekaedecagono), cum subtensis aliquot partium, totaeque adeo classes omnes eodem censu sunt, quo heptagonus et ceterae figurae, numero laterum primo.

Nam si numerus laterum est impar, non ex primis unus: is aut est duorum primorum imparium minimus multiplex, aut alicujus primi quadratus; aut est primi unius et quadrati primi alterius multiplex, aut multiplicium quadratorumve seorsim vel junctim multiplex.

Quodsi essent hae figurae descriptiles et inscriptiles et scibiles, tunc aut propriam haberent demonstrationem ex angulis, aut impropriam ex comparatione figurarum, quibus communicant. At propriam non habent, quia non sunt numero laterum primo, ex quo formaretur demonstratio; impropriam non habent, neque primae, verbi causa unetvigintangulum, quia figurae iis communicantes vel ambae vel alterutra, ut hic heptagonus (post trigonum et pentagonum, ex quibus pentekaedecagonus) nullam propriam habent, per 45. praemissam; neque secundae. v. c. nonangulum, quia non datur sectio arcus aliquoti, puta trientis, in totidem partes aequales, quot accepit circulus integer, per 46. praemissam; neque tertiae, neque quartae, quia priores iis communicantes indemonstrabiles sunt.

De enneagono, cujus numerus 9 est quadratus primi imparis inter primos, sc. ternarii, certatum est hactenus inter geometras, plerisque annitentibus, ut etiam hujus figurae latus demonstrarent, omnes tamen frustra fuerunt nec unquam hoc problema fuissent aggressi, si discrimen scibilium et inscibilium attendissent.

Campanus nonangulum demonstrare voluit per trisectionem anguli, quam patuit inscibilem esse in praemissa 46. Etsi vero via Pappi et Clavii necessario trisecatur, posito sc. motu geometrico, at quid hoc ad planas figuras, de quibus nos hic agimus, cum solidis opus sit ad faciendas trisectionis administras lineas, hyperbolam, quadra-

tricem, helica, conchoidea? Ipse quidem Campanus, trisectionem tentans, non animadvertit, se sumere tertiam anguli partem veluti jam certam, quae erat demum quaerenda. Exstat locus in meo exemplari ad finem operis Euclidei fol. 586. pertinens ad finem libri IV.

Jordanus Brunus Nolanus in sexanguli ABCDEF opposita latera BC, EF continuata utrinque ducit perpendiculares GH, IK, circulum in A, D contingentes; ducta igitur facti parallelogrammi diagonio IH, circulum putabat secari sic, ut inter A, D puncta contactuum et sectiones N, M existant nonae partes circuli AN, DM. Atqui demonstratur ex diagrammate, quod cum semidiagonii illius LH quadratum sit effabile, scil. $\frac{7}{16}$ de quadrato diametri (est enim ABH 60°, ergo BH semissis de AB vel AL, et ejus potentia igitur quadrans de potentia AL, igitur AH potentia dodrans de potentia AL. Sed potentia LH aequat potentias LA, AH), sinus igitur graduum 40, hoc est dimidia subtensa duarum nonarum circuli, futurus fuerit effabilis potentia, scilicet radix de $\frac{3}{28}$ quadrati diametri. Demissa enim perpendiculari AO ex A in LH, erit sicut LH potentia, $\frac{7}{16}$, ad HA potentiam, $\frac{3}{16}$, sic LA potentia, $\frac{4}{16}$, ad AO potentiam, $\sqrt{}$ de $\frac{1}{16}$, id est $\frac{3}{28}$ [11]). Ita haec nonangularis anguli subtensa esset nobilior aliquibus praemissis et communicans iis, cum tamen sit numero laterum impari, scilicet numero aliquo, primi 3 quadrato, nihil communicans cum tetragono et trigono per bisectionem arcuum, quarum figurarum proprius est hic nobilitatis gradus.

Fig. 19.



XLVIII. Corollarium. Sequitur igitur, notionis, scientiae, determinationis, descriptionis et demonstrationis metas intra primos figurarum ordines consistere: ut sint classes figurarum scibilium non plures quam quatuor: tres proprias demonstrationes habentium, in quibus capita sunt familiarum, in prima tetragonus, post diametrum circuli, cujus character numerus 2, in secunda trigonus, cujus character 3, in tertia pentagonus, charactere 5; una vero impropriarum demonstrationum, cujus numerus est multiplex duorum 3 et 5, scilicet 15: prima enim ejus classis figura est pentekaedecagonus.

XLIX. Propositio. Cum autem bisectio (qua propria utitur classis prima) communis sit tam secundae quam tertiae classi, patet, alio jure degere classem primam, alio duas reliquas: ita ut prima familiaritatem habeat ad utramque reliquarum, at illae figurationibus contra se distinguantur, adeo ut earum, quae proprias demonstrationes habent, quodammodo duo tantum sint genera.

Nam tetragonus et octogonus statim se quasi totas trigonicae sectae applicant, quia pars circuli sexta et duodecima junctae faciunt quartam, pars duodecima et vicesima quarta compositae faciunt partem octavam. Et tetragonus se pentagonicae sectae quadamtenus accommodat, quia quinta circuli pars, addita vicesimae, constituit partem quartam. Causa est, quia numeri 3 et 5 dividi possunt in numeros proportionis continue duplae: nam partes ipsius 3 sunt 1, 2, partes ipsius 5 sunt 1, 4. Talis vero communio non est inter classes ternariam et quinariam. Nam etsi sexta pars circuli addita tricesimae constituit quintam, at tricesima est classis pentekaedecagonicae, quae non habet propriam demonstrationem. Eodem modo decima circuli addita quindecimae (ecce admixtionem classis quartae) faciunt sextam. Propter hanc dualitatem generum numeri characteristici sunt, in primo 12, in secundo 20 vel ejus dimidium 10. Haec igitur infra libr. III. referenda et adscribenda sunt ad distinctionem generum cantus.

L. Comparatio figurarum seu divisionum circuli. Primas tenet diameter; est enim effabilis longitudine. Secundum est latus hexagonicum, aequale semidiametro et sic effabile longitudine. Tertio loco stant tetragonus

et trigonus, quia latera habent effabilia sola potentia. Quartum tenent ordinem latera dodecagoni, decagoni eorumque socia stellarum latera; sunt n. ex ineffabilibus potentia et compositis primae speciei, sunt sc. binomines et apotomae, dodecagoni quidem primae, decagoni vero quartae. Quinto loco succedunt latera pentagoni et stellae ejus, sic et latera octogoni et stellae ejus, sunt n. ex quarta compositorum specie, mizon et elasson dictae.

Ne qua vero bona nota in decangulo praejudicet quinquangulo, aut ne species eadem lateris octangularis aequet suam figuram quinquangulo vel decangulo, nova quinquangulo accedit virtus in ortu ipso; quod per hanc sectam, denario communicantem, regnat undique proportio divina, quae immediate inest ipsis lateribus quinquangulari ejusque stellae; at decangulari cum sua stella non competit, nisi mediante latere sexanguli; octangulari plane non competit.

Praeter has laterum proprietates alius insuper census est nobilitatis, quod figurae distinguuntur ex aptitudine et perfectione areae, quam sepit figura. Hic post diametrum (cujus area nulla et quae sola circuli aream, ut Ptolemaeus monet, in duo aequalia secat, non minus quam circumferentiam) principem locum obtinent tetragonus et dodecagonus, qui aream habent effabilem, et tetragonus quidem eximia praerogativa, quia eadem illi est area, quae et lateris quadratum, quippe areae species est quadrata: itaque sepit dimidium de quadrato diametri; dodecagonus vero stat post principia, sepiens dodrantem de quadrato diametri. Proximo loco succedunt trigonus, sexangulum et octogonus, quibus est area ex specie meson, pentagoni et decagoni areae nulla dum habent nomina notionum.

Finis libri I.

JO. KEPPLERI

HARMONICES MUNDI LIBER II.

De Congruentia Figurarum Harmonicarum.

PROOEMIUM.

Essentiam singularum figurarum regularium mentalem seu νοερὴν hactenus explicavi: sequitur earum junctarum proprietas, et veluti effectus intra geometriam, qui est congruentia vel insociabilitas. Non sunt enim ejusdem latitudinis demonstrabilitas et congruentia, cum illa singularum sit et cum ipsa duplicatione continua laterum unius figurae in infinitum excurrat, ista certis coartata legibus, quibus plures figurae in unam societatem vocantur, ob angulorum incrementa se ipsam praepediens, cito desinat. Et quamvis delectus sit graduum scientiae demonstrationisque et plurimum differant nobilitate illae, quas nos explicavimus, ab iis, quas dimisimus sine nomine: non tamen ne cum hac quidem demonstrationis nobilitate congruentia plane pari passu ambulat, adeoque unum alterius causa non est, sed utrumque ex eadem communi causa (quae est angulorum figurae aptitudo), quodque tamen suis legibus, dependet. Quantopere vero necessaria sit nobis haec quoque speculationis pars, ex ipso totius operis instituto videre est. Cum enim originem harmonices ejusque effectus in toto mundo praestantissimos explicandos sumserimus, quomodo de congruentia figurarum, quae sunt proportionum harmonicarum scaturigines, verba nulla faciamus? cum idem sonet Latinis congruere et congruentia, quod Graecis ἁρμοττειν et ἁρμονια, cum hic figurarum effectus intra geometriam intraque architectonices partem illam, quae circa archetypos versatur, sit quaedam velut imago et praeludium effectuum extra geometriam extraque mentis conceptus in ipsis rebus naturalibus et coelestibus, cum proprietas haec congruentiae, quae in structuram et corporationem aliquam exit, talis sit, ut vel ipsa mentem speculatricem invitet ad aliquid etiam foris faciendum, creandum, corporandum, utque latens inde ab aeterno in superbenedicta mente divina per idearum ordines tanquam bonum summum, sui communicativum, contineri in sua abstractione non potuerit, quin in creationis opus prorumperet Deumque creatorem efficeret corporum sub iisdem figuris conclusorum. De hac igitur figurarum congruentia paucis agam, cum demonstrationes difficiles nequaquam sint, nec alio pene apparatu, quam ipsa figurarum pictura indigeant.

De Figurarum Regularium Congruentia.

I. Definitio. Congruentia alia planitiei est, alia in solido. In plano congruentia est, cum anguli figurarum plurium singuli sic ad punctum unum concurrunt, ut nullus relinquatur hiatus.

II. Definitio. Haec perfecta dicitur, cum figurae cujusque concurrentes anguli omnes eadem specie concurrunt, ut ita omnes concursus inter se similes sint et concursuum ordo in infinitum continuari possit.

III. Definitio. Perfectissima, cum etiam figurae concurrentes in plano sunt ejusdem speciei.

IV. Definitio. Imperfecta, cum major quidem figura undique similibus concursibus sepitur, neque tamen datur continuatio in infinitum, aut datur quidem, sed non sine admixtione diversarum concursus specierum. Imperfecta deterioris gradus, cum major figura non omnibus angulis simili specie concurrere apta est.

V. Definitio. Solida congruentia est et figura solida, cum anguli singuli plurium planarum figurarum angulum constituunt solidum, aptatisque figuris regularibus vel semiregularibus nullus restat hiatus inter latera figurarum obviantia sibi in opposita solidae figurae parte, qui non claudi possit figura speciei unius ex adhibitis vel saltem regularibus.

Nota, quod sit alia congruentia, non planarum figurarum ad figuram solidam formandam, sed ipsarum solidarum figurarum inter se, ad locum solidum circa unum punctum explendum: hujusmodi figurae corporeae sunt tantum duae, cubus et rhombus dodecaëdricus. Nam octo anguli cubi concurrunt ad unum punctum et unum undique locum explent. Rhombus vero habet duo genera angulorum, trilineares obtusos octo, et quadrilineares acutos sex. Igitur obtusi quatuor congruunt ad locum explendum, acuti vero sex: quale struunt aedificium apes, cellis contiguis, ut unam circumstent a fundo tres adversis fundis, a lateribus sex et possent etiam anterius tres aliae circumstare ad figuram absolvendam, nisi fores oportuisset esse patentes. De hac vero solidarum figurarum congruentia nos hic non agimus.

VI. Definitio. Perfectissima solida congruentia solidaque figura est, cum etiam plana congruentia sunt ejusdem figurae omnia.

VII. Definitio. Haec vel est regularis tota, cum plana sunt regularia, habetque omnes angulos in eadem sphaerica superficie et inter se similes.

VIII. Definitio. Vel est semiregularis, cum plana sunt semiregularia (vide libr. I. def. 3.) habetque angulos solidos numero linearum distinctos et dissimiles; non tamen plurium quam duorum generum, nec in pluribus, quam duabus sphaericis superficiebus, uno centro descriptis, ordinatos; et singulorum generum angulos tot numero, quot habet una regularium.

Non obstat, congruentiam hanc solidam perfectissimam dici: nam quae planis ejus inest imperfectio, solidationi non debet adscribi, sed ei accidit. Dicitur tamen aequivoce perfectissima haec semiregularis.

IX. Definitio. Perfecta inferioris gradus est, cum plana regularia et anguli omnes in eadem superficie sphaerica et inter se similes sunt, sed plana tamen diversarum specierum, singularum quidem tot numero, quot sunt in una perfectissimarum figurarum, sc. non minus quam 4, quot ad minimum planitiebus solida figura terminatur.

X. Definitio. Imperfecta congruentia seu figura est, cum ceteris manentibus major figura non saepius quam semel aut bis invenitur.

Fit enim figura illic parti quam toti, hic planae quam solidae similior, cum omnis solida ad minimum 4 superficiebus terminetur. Ut in typis ex aere sequentibus ad literas A, B, ubi major figura est heptagonus. Classes istae duae cum ipsorum majoris figurae laterum numero excurrunt in infinitum, initio facto a trigono utrinque, quod in classe A, est ex perfectissimis regularibus congruentiis, transitu vero facto per tetragonum et tunc in classe B, incidimus iterum in unam perfectissimam regularem congruentiam, ceterae omnes imperfectae sunt.

XI. Definitio. Semisolida est, quae non sustinet omnes definitionis quintae particulas; ut cum aptatis figuris planis, congruentia non plane in se ipsam redit, sed relinquit hiatus; de cetero tuearis praescripta def. 6 et 7.

XII. Definitio. Figurae planae congruae sunt, quae vel solidam figuram concludunt, vel planitiem sine hiatu explent, existentes ipsae figurae regulares vel semiregulares.

XIII. Definitio. Incongruae dicantur illae figurae planae regulares circuloque inscriptae (siquidem sunt inscriptiles), quae neque solidam figuram sphaerico inscriptilem secum ipsae, aut cum aliis suae vel alterius classis efformant, nisi imperfectam tantum, neque planum sternunt vel ipsae inter se singulae, vel cum stellis suae classis, vel cum figuris et stellis classis alterius circumcirca.

Ubi nota, excludi septangulum et talia, non obstante, quod bina parallela sept. angula vel 7 quadratis, vel 14 triangulis adjuta regularibus solidum omnino claudunt; quia tantum bina septangula concurrunt, fitque figura disciformis et planae similis, nequaquam vero globiformis, sphaeroides. Vide in figura fol. seq. literas A, B. Sic etiam excluditur quindecangulum, non obstante, quod aliquibus angulis cum figuris cognatis locum in plano explet; quia hoc non facit circumcirca omnibus angulis.

XIV. Propositio. Angulorum planorum non pauciores quam terni in plano congruunt.

Nam circa quodlibet concursus punctum est summa quatuor rectorum angulorum: at nullius figurae angulus aequat summam duorum rectorum, igitur duo quanticunque anguli sunt adhuc minores quatuor rectis: duo igitur non explent planitiem, per def. 1.

XV. Propositio. Angulorum planorum non pauciores quam terni ad solidum angulum formandum congruunt vel assurgunt.

Bini enim non lateribus tantum, sed totis planitiebus congruerent nihilque de corpore solido complecterentur: quod est contra def. anguli solidi apud Euclidem.

XVI. Propositio. Angulorum in plano congruentium summa semper est 4 rectorum, nunquam major: congruentium in solido est minor hac summa.

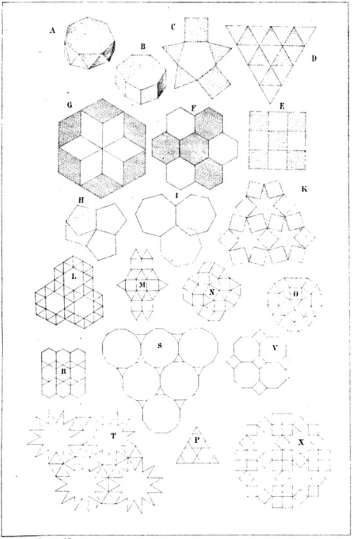
In plano n. non plures 4 rectis unum punctum circumstant: ergo cum aequatur summa 4 rectorum, tunc hiatus nullus relinquitur, et per def. 1. congruentia tunc est in plano. Si planum sternunt anguli, ad soliditatem non assurgunt. Et vicissim, si anguli aptati in plano relinquunt hiatum, quando sc. sunt minores 4 rectis, tunc adductis duobus lateribus circa hiatum et excluso hiatu necesse est assurgere angulum et solidari. In figura H typi aenei fol. seq. sunt picti tres pentagoni in planitiem strati et hiantes.

XVII. Propositio. Figura imparilatera, cujus aptantur lateribus figurae duarum specierum, non potest aequali forma omnibus angulis concurrere vel in plano vel in solido.

Nam fit in uno ipsius angulorum, ut ejusdem speciei figurae utrinque stent, quod in ceteris angulis non fit. Hujus rei causa vide figuram C typi aenei seq.

XVIII. Propositio. Planum locum perfectissime explent plana ejusdem figurae tantum tria: trigoni seni, tetragoni quaterni, hexagoni terni.

Nam per I. 33. hujus trigoni angulus est $\frac{2}{3}$ unius recti, sex ergo anguli senorum trigonorum sunt $\frac{12}{3}$, id est 4 integri. Vide D.


A
B
C
D
G
F
E
H
I
K
L
M
N
O
S
V
R
T
P
X

Sic tetragoni angulus est unus rectus, quatuor ergo quaternorum tetragonorum anguli faciunt quatuor rectos; vide E. Sic hexagoni angulus est $\frac{8}{6}$ unius recti; tres ergo trium figurarum faciunt $\frac{24}{6}$, id est 4 rectos; vide F. At pentagoni angulus est minor hexagonico; tres ergo sunt minores 4 rectis, tres ergo hiant; idem est major tetragonico: quatuor ergo pentagonici sunt majores 4 rectis, ergo non capiuntur in uno loco plano, per 16. hujus. Hac de causa vide H, cum quarto pentagono punctis signato. Sic heptagoni et omnium majorum figurarum angulus major est hexagonico; tres ergo heptagonici superant 4 rectos. Vide I, ubi duorum heptagonorum partes in plano tegunt locum eundem.

Huc refer rhombos, constantes ex binis trigonis regularibus singulos. Congruunt enim perfectissime, ut regulares hexagoni, etsi ipsi sunt figurae semiregularis. Vide hanc congruentiam in schemate seq. ex aere, litera G.

Huc etiam refer stellas ex dodecagono sexangulas, exsectis senis radiis, apud literam K: venit enim in locum exsecti radii cavus angulus, recto aequalis. Igitur tres tetragonici et tres talium stellarum radii implent locum. Nam hexagonus dividitur in talem stellam et sex dimidios tetragonos.

XIX. Propositio. Ex planis duarum figurarum impletur locus planus sexies; bis ex quinque, semel ex quatuor, ter ex tribus angulis.

Sena enim plana coire non possunt, ut eorum unius angulus sit major trigonico: quia primi trigonici quantitas est $\frac{2}{3}$ unius recti; itaque hoc sexies sumtum facit $\frac{12}{3}$ seu 4 rectos. Uno igitur horum 6 majori existente, ut sc. sit figurae plurilaterae, superantur 4 recti: et tunc planities non sternitur, per 16. hujus.

1. Quina vero plana tunc coëunt, si quatuor trigonicis jungatur unus, aequans duos trigonicos, talis vero est hexagonicus; forma qualis litera L.

2. Vel si tribus trigonicis duo tetragonici jungantur; quia aequant tres alios trigonicos. Forma qualis in M vel qualis in N, sc. continue uniformis; vel denique qualis in O, difformis continuationis. At si trigonicos duos, tetragonicos tres sumseris, ii jam quatuor rectos superabunt, multo magis, si majores duo accersantur anguli ad duos trigonicos.

3. Quaterna vero duorum specierum coëunt, si trigonicis binis jungantur bini hexagonici. Forma qualis in P vel qualis in R. Aliter utcunque copulaveris quaterna, semper vel plus efficies vel minus quam quatuor rectos, eoque locum planum non sternes. Ternos igitur si jungamus, caventes, ne sint plures quam duae species, primum non poterunt esse duo trigonici nec duo tetragonici, non superarent enim duos rectos et relinqueretur pro tertio, quod nullus unus et solus implet.

4. Uno vero inter ternos trigonico posito, congruunt duo dodecagonici estque continuatio possibilis; nec admiscentur alii concursus. Forma hujus planitiei videatur litera S. Huc refer stellam dodecangulam ex eo fundamento, quod ejus angulus cavus aequat trigonicum: itaque dividuus est dodecagonus in stellam et 12 trigonos; ergo quinque trigonici et duo radii duarum stellarum coëunt: forma continuabilis, spectetur litera T.

5. Et uno tetragonico inter ternos assumto congruunt duo octogonici, estque continuabilis et haec forma; videatur litera V. Huc refer stellam octogonicam ex eo fundamento, quod ejus angulus cavus aequat tetragonicum: itaque dividuus est octogonus in stellam et octo triangula tetragonica, quorum duo efficiunt tetragonum. Et sic tetragonici tres et duarum stellarum radii duo implent locum: forma mixta, ut litera X, vel aliter etiam mixta, ut litera Y.

6. Dimissis jam in ternis coaptandis trigonico et tetragonico, si ad pentagonicum veniamus, eorum possunt sumi duo, quia superant juncti 2 rectos; et congruit in locum reliquum decagonicus unus; coronatur enim decagonus pentagonis decem, sed non continuatur pure haec forma. Vide schema litera Z interius. Huc ergo refer stellam pentagonicam, cum sint pentagonici tres et unus stellae radius; quia cavus stellae angulus capit etiam unum angulum pentagonicum, non minus, quam pentagonicorum trium hiatus capit radium stellae. Vide eadem litera Z exterius. Quamquam

ne sic quidem continuatio succedit in infinitum; est enim insociabile hujus sectae regnum, quae paucis suorum adscitis statim se munit. Ecce formas has duas etiam aliter, litera Aa. Quodsi continuare omnino velis, monstra quaedam sunt adsciscenda, duo decagoni inter se commissi, extritis in utroque binis lateribus; fitque series structurae quinquangula etiam in infinita continuatione, sic ut in prima et angustissima quinquangulari serie sint decagoni quinque, nullum monstrum intermedium; in secunda laxiori series lineares decangulorum mediant singulae copulae ex binis decagonis inter se commissis; in tertia singulorum angulorum loca occupant singulae copulae ex binis decagonis inter se commissis, quas mediat decagonus unus; in quarta stant rursum integri decagoni in angulis, mediantque binos angulos bini decagoni,s dispositi aequalibus intervallis; in quinta stant stellae cum singulis extremis radii. in singulis angulis, implent vero lineas bini decagoni integri et in medio binae com missurae decagonorum. Et sic consequenter unaquaelibet forma quinquangula fert novi aliquid. Structura est laboriosissima et artificiosissima, visenda ad eandem literam Aa.

Huc etiam refer stellam decangulam, in cujus cavum angulum congruit angulus pentagoni; et vicissim radii bini trideciles cum binis pentagonicis congruunt et implent locum solidum. Haec forma recipit inaequales pentagonos, et licet sit continuabilis, recipit tamen in medium vacuos decagonos hiulcos. Forma est visenda litera Bb.

Pentagonus unus in ternorum planorum copulam assumi non potest, nam ejus angulus habet $\frac{6}{5}$ unius recti, per I. 33: ergo angulis duobus reliquis relinquerentur $\frac{14}{5}$, cuilibet $\frac{7}{5}$, qualem nulla figura habet. Nec sumi possunt hexagoni duo: nam residuum est etiam hexagoni angulus et fit forma superius relata, cum nos hic quaeramus structuras ex duabus speciebus, non ex unicae speciei figuris. Per sequentes plurilateras figuras, quarum angulus major est hexagonico, subtractis duobus angulis a 4 rectis, relinquitur pro reliquo minus, quam habet hexagonicus: uno vero subtracto, minus relinquitur pro duobus reliquis, quam habent duo hexagonici. Atqui de iis figuris, quae pauciores et minores habent angulos, quam hexagonus, jam antea transactum nobis est, quae et quot esse possint, quando terni sternunt planitiem.

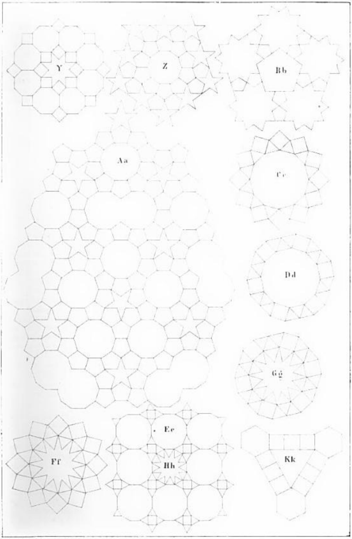
XX. Propositio. Ex planis angulis trium specierum locus planus congrue impletur quater.

Hic non tolerantur tres pluresve trigonici, faciunt enim tres anguli trigonici duos rectos; relinquitur minus, quam facit summa minimorum post illos, tetragonici et pentagonici. Ob id neque duobus trigonicis sociandi duo tetragonici aut majores, quia non relinqueretur satis spatii pro angulo figurae tertiae speciei.

1. Ergo si trigonici sint duo et tetragonicus unus, sociabitur illis dodecagonicus; non tamen continuatur forma: vide literis Cc, Dd, Ee tres formas, omnes ad primum casum pertinentes. Huc etiam stella dodecagonica referatur, ut supra. Nam quatuor trigonici, unus tetragonicus et unus stellae radius implebunt locum. Ecce formas Ff, Gg, Hh. Trigonicis duobus si pentagonicus unus jungatur, residuum erit incongruum, $\frac{22}{15}$, nullus enim angulus habet $\frac{22}{15}$. Sin unus addatur hexagonicus trigonicis duobus, residuus etiam hexagonicus erit et forma erit una ex superioribus. Non poterunt igitur porro esse bini trigoni. Ergo si sit trigonicus unus, ei tres tetragonici non addentur, nimium enim conflatur, nec spatii satis angulo tertiae speciei relinquitur.

2. Addantur uni trigonico duo tetragonici, in residuum ad quatuor rectos congruet hexagonicus; forma duplex, literis Ii continuabilis, Kk non continuabilis sine mixtura. Estque hic casus secundus.

Trigonicus unus cum pentagonicis duobus non jungitur, restat enim hiatus $\frac{14}{15}$ unius recti, alienus a regularibus figuris; nec cum pentagonico uno, rursum enim restant $\frac{32}{15}$, cum nulla regularis figura habeat $\frac{16}{15}$; nec cum hexagonico uno, faciunt enim 2 rectos, cum nullus solus angulus fiat tantus, dimidium vero hujus sit quantitas tetragonici, de quo jam est actum; nec cum heptagonico vel octogonico vel enneagonico, singulis; restarent enim pro angulo tertiae speciei figurarum vel $\frac{40}{21}$ vel $\frac{11}{6}$ vel $\frac{16}{9}$, quales nulla regularis figura habet. Ergo trigonicus unus cum decagonico uno compositus relinquit hiatum $\frac{26}{15}$, quantus est pentekaedecagonicus. Hic est quidem


Y
Z
Bb
Aa
Cc
Dd
Gg
Ee
Hh
Ff
Kk

congruentia, sed inchoata saltem. Nam pentekaedecagonus est imparilatera, quare per 17. miscentur diversae concursuum species in ejusdem figurae angulis. Decagonus quidem pari numero laterum praecingi posset alternis trigono et pentekaedecagono, sed statim duo tales pentekaedecagoni in se mutuo incurrunt seque impediunt. Ulterius trigonicus cum hendecagonico non potest jungi, relinquuntur enim $\frac{56}{33}$, qualem angulum nulla figura regularis habet. Denique trigonicus cum dodecagonico relinquit hiatum dodecagonicum, de qua forma jam est dictum. Si trigonicus majoribus jungeretur, minor fieret hiatus, cum de minoribus jam sit actum. Et sic transactum est cum trigonico, inter tres species admittendo.

Tetragonici anguli plures uno, ablati a 4 rectis, non relinquunt satis spatii pro duarum specierum duobus angulis, quippe qui juncti majores fierent duobus rectis.

3. Tetragonicus unus, junctus uni pentagonico, relinquit hiatum pro icosigonico. Sociatur igitur icosigonus omnibus angulis congruitque legitime, at non continuatur hic ordo versus exteriora. Est ergo congruentia imperfecta. En figuram litera Ll. Hic tertius est casus.

4. Tetragonicus hexagonico junctus hiatum relinquit pro dodecagonico. Ecce figuram litera Mm. Hic quartus et ultimus est casus.

Huc refer stellam dodecagonicam, quam implent duodecim trigoni, ut sic quatuor hic anguli concurrant ad implendam soliditatem, duo trigonici, tetragonicus, hexagonicus et radius stellae. Ecce figuram litera Nn.

Tetragonicus heptagonico additus relinquit hiatum $\frac{11}{7}$, qualem angulum nulla habet figura regularis. Additus octogonico, relinquit hiatum octogonicum, de qua forma supra. Transactum igitur est cum tetragonico.

Pentagonicus cum hexagonico relinquit hiatum $\frac{22}{15}$, cum heptagonico $\frac{48}{35}$, cum octogonico $\frac{13}{10}$, cum nullius regularis figurae tantus sit angulus, et jam hiatus incipit esse minor angulo octogonico, qui est $\frac{15}{10}$. Atqui nos jam illas absolvimus, quae sunt minorum angulorum. Transactum igitur est cum pentagonico.

Hexagonicus triplex implet locum planum, ergo non potest misceri cum duobus se majoribus. Et sic transactum est cum mistione trium figurarum.

XXI. Propositio. Quatuor vel plurium specierum figurae planae non congruunt angulis singulis ad implendum locum solidum.

Minimi enim anguli quatuor sunt hi: trigonicus, tetragonicus, pentagonicus, hexagonicus. At horum primus et ultimus aequant duos rectos, secundus est rectus, tertius vero superat rectum una parte quinta unius recti. Sunt igitur juncti majores quatuor rectis, quare per 16. non congruunt. Multo magis igitur superabuntur quatuor recti a majoribus angulis.

XXII. Axioma. Cum duo plani non sunt majores tertio, non formant cum illo angulum solidum.

XXIII. Propositio. Duo anguli plani figurae imparilaterae, cum uno speciei alterius coeuntes, non formant regulare aliquod solidum.

Nam per 18. anguli solidi fiunt difformes, contra def. a 5. in 10.

XXIV. Propositio. Tres anguli plani trium distinctarum specie figurarum, unius imparilaterae, coëuntes, non absolvunt figuram solidam perfectam.

Rursum enim per 17. solidi fiunt diversiformes, quod est contra definitiones.

XXV. Propositio. Congruentiae figurarum planarum ad solidam figuram formandam, perfectissimae et regulares, sunt quinque.

Est scholion ad ultimam ultimi Euclidis. Nam per 15. hujus incipimus a ternis angulis, et per 16. desinimus in senis trigonicis, in quaternis tetragonicis et in ternis hexagonicis, quia per 17. hi aequant 4 rectos.

Tres igitur trigoni, singulis angulis congruentes, minus quam 4, id est duos angulos planos rectos efficiunt; coaptatis igitur tribus trigonis, hiatus impletur quarto trigono. Hinc tetraëdron vel pyramis (fig. 20[7]).

Quatuor trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt $\frac{8}{3}$, quod minus est quam $\frac{12}{3}$ seu 4 recti; fitque junctis trigonorum lateribus pyramis, basi quadrilatera biante

cui ex adverso alia talis pyramis simili hiatu congruit ad figuram undique claudendam. Hinc **octaëdron** (fig. 20[5] et Oo).

Quinque trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt $\frac{10}{3}$, quod est minus quam $\frac{12}{3}$, fitque aptatis denis et denis lateribus ad angulum communem, pyramis basi quinquelatera, cujus anguli ad basin, ut et ipsi fiant quinqueplanii, oportet binis in ea basi planis alios ternos angulos planos et sic 10 illis alios 15 congruere totidemque porrigi altrorsum, quae summa 30 planorum est 10 trigonorum, ex quibus in medio zona vel columna fit, hians infra ut supra figura quinquangulari, in quam congruit alia pyramis pentaëdrica, ut figura claudatur undique. Hinc **icosaëdron** (fig. 20[4] et Pp).

Sic est transactum cum trigonis meris.

Tres tetragonici anguli sunt tres recti, minus quam quatuor recti plani: congruunt ergo ad formandum angulum solidum hiantque coagmentati tetragonici tribus rectis planis angulis, et vicissim exstant tres anguli trium illorum planorum; tres igitur alii tetragoni, singulis angulis in unum solidum congruentes, apti sunt et congrui, qui suis exstantibus illos hiatus expleant, suisque hiatibus illos exstantes recipiant. Hinc **hexaëdron** vel **cubus** (fig. 20[1] et Qq).

Quatuor tetragonici aequant quatuor rectos, quare per 16. non solidum quid formant. Sic est transactum cum tetragonis meris.

Fig. 20¹.

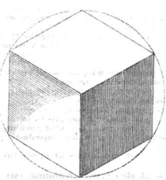


Fig. 20².

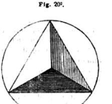


Fig. 20³.



Fig. 20⁴.



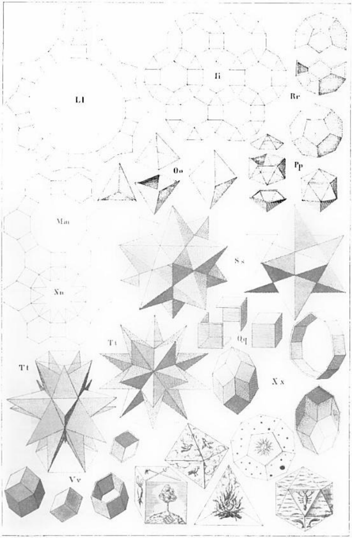
Fig. 20⁵.



Tres pentagonici anguli sunt $\frac{18}{5}$ unius plani recti, minus quam $\frac{20}{5}$ seu quatuor recti, congruunt igitur ad unum solidum formandum; quodsi pentagonus unus in basi cingatur hoc pacto quinque aliis, figura sursum hiat 5 angulis planis pentagonicis habetque exstantes quinque angulos planos pentagonicos. Alia igitur ex adverso figura est struenda, hujus similis: et quini alterutrius anguli plani exstantes congruent in quinos reliquae hiatus et vicissim. Hinc nascitur **dodecaëdron** (fig. 20[3] et Rr).

Transactum sic est cum pentagonis meris et simul cum figuris omnibus unius solius speciei coaptandis, quia tres hexagonici per 16. non assurgunt ad solidandum.

Haec sunt illa corpora quinque, quae figuras mundanas appellare sunt soliti Pythagoraei et Plato et Euclidis commentator Proclus, quae quomodo fuerint applicatae corporibus mundanis, in praeambulo lib. I. dixi incertum esse. Communis quidem persuasio est, ducta ex Aristotele, philosophos illos ad quinque simplicia corpora mundi respexisse secundum quinarium numerum harum figurarum, scilicet ad quatuor elementa, ignem, aërem, aquam, terram, et ad sic dictam quintam essentiam seu materiam coelestem,



Ll
Ii
Rr
Oo
Pp
Mm
Ss
Nn
Tt
Qq
Tt
Xx
Vv

comparatis figurarum proprietatibus cum simplicium illorum corporum affectionibus. Nam in cubo rectitudo super basi quadrata stabilitatis quandam adumbrationem habet, quae eadem proprietas est et materiae terrestris, gravitatis momentis ima petentis, cum etiam totus terrae globus vulgo credatur in medio mundi quiescere.

Vicissim octaëdri congruus est situs aspectui, si is a duobus oppositis angulis velut in torno suspendatur, inter quos medio praecise loco est latens quadrilaterum, dividens corpus figurae in duo aequalia, sicut globum a duobus polis suspensum dividit maximus circulus: haec est quaedam imago mobilitatis, uti aër est elementorum mobilissimum et celeritate et varietate plagarum.

In tetraëdro paucitas planorum signare videtur siccitatem ignis, cum definitio sit siccorum, suis contineri terminis; in icosaëdro vicissim multitudo planorum signare videtur humiditatem aquae, cum definiatur humiditas, alienis contineri terminis; est quippe paucitas propriorum, multitudo adscitorum et alienorum indicium. Et aliter etiam, trigonus planus est tetraëdri proprius, quia tota tetraëdrica figura est trigonus solidus: idem vero trigonus est icosaëdri non proprius, sed mutuatitius, quia icosaëdri soliditas pentagoni similis est, non trigoni. Rursum in tetraëdri acumine ab una basi surgente vis ignis penetrativa et divisoria videtur adumbrata esse, in icosaëdri obtuso et quinquelineari angulo vis impletoria humorum, hoc est vis humectandi; in tetraëdri parvitate et macilentia natura ignis, in icosaëdri mole globiformi natura aquae et quaedam velut figura guttae; in tetraëdro plurimum est superficiei, minimum corporis, in icosaëdro moles corporea multo major quam superficies: quemadmodum in igne forma praecellit, in aqua materia.

Dodecaëdron vero relinquitur corpori coelesti, habens eundem planorum numerum, quem zodiacus coelestis signorum; demonstraturque reliquarum figurarum capacissima, quemadmodum et coelum capit omnia.

Haec analogia etsi plausibilis est, non quidem Aristoteli (qui cum creatum esse mundum negaret, vim in figuris quantitativis archetypalem agnoscere non potuit, quippe quae sine architecto nulla illis inest ad faciendum aliquid corporeum), sed mihi Christianisque omnibus, qui fide tenemus, mundum, cum antea non esset, a Deo creatum esse, in pondere, mensura et numero, scilicet ideis ipsi coaeternis: etsi, inquam, plausibilis est in genere haec analogia, tamen sic in specie informata nulla necessitate continetur, et patitur instantias, non tantum ob quarundam proprietatum discrepantiam in eadem analogia, sed etiam ob majorem convenientiam dodecaëdri et icosaëdri cum igne, denique quia de elementorum numero et quiete Telluris disputatio multo major est, quam de harum figurarum numero.

Quodsi hic substiterunt Pythagorei, non reprehendo in hac parte Ramum, non Aristotelem, quod hanc analogiam disputationibus convulsam rejecerunt. At ego ante annos viginti quatuor longe aliter haec quinque corpora in fabrica mundi indagavi, dixique in praeambulo libri I, mihi videri consentaneum, eandem doctrinam etiam veterum fuisse, sed occultatam more sectae. Cum enim habeat astronomia Copernicana seu veteris Aristarchi Samii Pythagorici dispositionem mundi mobilis talem, ut sint in eo sex orbes seu curricula, circa corpus Solis in centro immobile circumducta magnisque et inter se inaequalibus intervallis diremta, Saturni extimi, deinde Jovis, deln Martis, inde Telluris cum Luna, tum Veneris, denique Mercurii intimi: cumque figurarum harum quinque propria et essentialis sit inscriptio in sphaericam superficiem cum angulis, et circumscriptio circa sphaericam superficiem cum centris pla-

norum, adeoque cuilibet figurae certum sit intervallum inter suos binos orbes: nihil plausibilius videri potuit, quam sex illorum coelestium orbium intervalla quinque ex quinque figuris esse desumta a Creatore hoc ordine, ut cubus mente concipiatur inter orbes Saturni et Jovis, tetraëdron inter Jovis et Martis, dodecaëdron inter Martis et Terrae, icosaëdron inter Telluris et Veneris, octaëdron inter Veneris et Mercurii. (Respice ad schema lib. V. cap. III.)

Haec distributio numeris explorari potest, necessitatem infert, corporum numerum non conquirit anxie, sed inventum occupat, denique sic est instructa, ut ab his annis viginti duobus non tantum nullum invenerit oppugnatorem, sed etiam ipsos Rami inconsiderati magistri et Euclideomastigis discipulos pertraxerit hodieque tam multos pertrahat, ut jam dudum secundam editionem flagitaverint mathematici. Sed de hac re pluribus agere non est hujus secundi libri; inveniet lector infra libro quinto plura, aliqua etiam in Epitomes Astronomiae libro IV, ubi ortus harum quinque solidarum figurarum genuinus explicatur metaphysice: nam ille per angulationes non vere ortus est, sed ortas consequitur, ut natura posterius quid.

XXVI. Propositio. Addi possunt congruentiis perfectissimis regularibus duae etiam aliae congruentiae, stellarum duodecim planarum pentagonicarum, et duae semisolidae, stellarum octangulae et decangulae.

Claudunt enim pentagonicae solidas figuras aculeatas undique, quarum una fit duodecim angulorum quinquelinearium, altera viginti angulorum trilinearium; illa trinis angulis insistit, haec quinis simul; illa pulchrius super angulum erigitur, haec rectius sedet, incumbens in quinos. (Ss et infra lib. V. cap. I. Tt in typis aeneis praemissis.) In his etsi forinsecus non apparet regulare planum, sed ejus loco triangulum aequicrurum pentagonicum, quina tamen hujusmodi semper in unum idemque planum competentia, occultum sub soliditate quinquangulum, veluti cor suum circumstant faciuntque cum eo dictam stellam pentagonicam, seu germanico idiomate pedem Truttae, Theophrasto Paracelso signum sanitatis. Idea corporis quodammodo eadem est, quae sui plani, nam ut in hoc, sc. in stella quinquangula, binorum semper triangulorum latera in unam rectam competunt, quae parte sui interiore fit basis uni exteriori triangulo, latus vero intimo quinquangulo, sic in solido semper quinorum solidorum angulorum triangula singula aequicrura competunt in unam planitiem, quorum quinque triangulorum seu stellae intima medulla et cor, quinquangulum, fit basis in una superstantis anguli solidi, vel in altera, superstantium quinque solidorum. Est autem tanta cognatio figurarum harum, unius cum dodecaëdro, alterius cum icosaëdro, ut videantur hae, praesertim dodecaëdron, trunca quodammodo et mutila, si cum illis aculeatis comparentur.

Octangulae vero et decangulae stellae lateribus suorum radiorum, quae semper in primo et quarto, duobus transitis, congruunt in unam rectam, binae semper et binae congruunt faciuntque cubum illae quendam, hae dodecaëdron quoddam, non angulatas sed auriculatas figuras, quia duobus planis angulis coaptatis, hiatum fieri necesse est, qui claudi non potest. Ergo per 11. semisolida tantum est congruentia.

Perfectissimae dicuntur congruentiae illae solidae, hae semisolidae, quia ipsis competit 6. definitio hujus libri quoad soliditatem, planitiebus vero ipsis competit definitio figurae perfectae, quae est libro I. secunda, sunt sc. secundario perfectae. Nec absurde dicimus, semisolidam perfectissimam, quia innuimus inchoari aliquid, cui non 9. vel 10., sed cui 6. def. competeret, si perfici posset.

XXVII. Propositio. Congruunt etiam ad solidandas figuras semiregulares figurae, scilicet rhombi plani, perfectissime idque tantum bis.

Nam ex 12 planis rhombis, certae proportionis diagoniorum, fit rhombus solidus, figura cellulae apiariae, quantum ad latera sex et fundum triangularem solidum; sex enim rhombi congruentes sic, ut obtusi obtusis, acuti acutis applicentur, tres habent obtusangulos hiatus, tres etiam paria acutorum exstantia supra totidemque infra. Con-

gruunt igitur trium utrinque rhomborum, obtusis conjunctorum, ternae eminentiae in hiatus recipiuntque suis hiatibus illorum eminentias. (Vv et fig. 21.).

Sic triginta rhombi plani, proportionis diagonorum alterius, faciunt rhombum solidum triacontaëdricum (Xx et fig. 22.). Quini enim et quini rhombi, angulis acutis conjuncti ad effigiandos duos solidos ex oppositis plagis stantes, cum hient apud obtusos conjunctos, quinorum et quinorum rhomborum obtusis aliis implent hiatus; denique in utriusque veluti testae medio zona ex decem rhombicis composita circumit conjungens utramque testam.

Fig. 21.

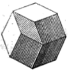
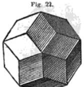


Fig. 22.



Non esse vero plures perfectas rhomborum congruentias, sic probatur. Sunt enim duo anguli plani rhombici acuti, duo obtusi, quorum semper acutus unus et unus obtusus faciunt duos rectos, nec plures tribus obtusis congruunt, ne superent quatuor rectos. Quodsi ergo tres solum acutos conjunxeris, fit ut in cubo, hexaëdron rhombicum cum duobus solum solidis acutis, longissime distantibus, ceteri solidi in medio corporis non tantum distant; non servantur igitur leges definitionis 8, quae non admittit duos solos angulos in eadem sphaera, praeterea ex 6 solidis obtusis quilibet clauditur a duobus obtusis planis et uno acuto, quae irregularitas rursum est contra definitiones. Ergo non tres tantum plani acuti coire debent. At neque sex acuti, totidem scilicet rhomborum, coëunt. Si enim singuli habent quantitatem $\frac{2}{3}$ unius recti, obtusi habebunt duplam quantitatem, scilicet $\frac{4}{3}$, et sic tam tres obtusi quam sex acuti formabunt 4 rectos, nec vel illi vel hi formabunt angulum solidum, sed sternent continuam planitiem, ut in figura G. Sin autem acuti minores sumantur, obtusi majores erunt et tres superabunt quatuor rectos. Ergo duae tantum sunt perfectissimae rhombicae congruentiae; una, in qua quatuor acuti anguli rhombici coëunt in solidum, altera, in qua quinque; quibus tamen associatur cubus, tanquam rhomborum omnium principium, quia planum ipsius est laterum aequalium quatuor, ut rhombicorum.

XXVIII. Propositio. Perfectae in solido congruentiae gradus inferioris species sunt tredecim; ex quibus tredecim oriuntur Archimedea corpora.

Cum enim misceantur in hoc gradu figurae diversae, quare per propos. 21. miscebuntur aut duarum aut trium specierum figurae. Quodsi duarum, tunc inter eas vel sunt trigoni vel non sunt. Igitur ex trigonis et tetragonis fiunt solida tria, quibus quidem def. 9. competat. Nam illa rejicit formas hasce tres, in quibus solidum angulum claudunt, cum uno tetragonico plano angulo, tam duo quam tres plani trigonici, aut cum duobus tetragonicis unus trigonicus; quia in primo casu unus solus tetragonus est, fitque dimidium octaëdri et anguli solidi sunt diversiformes; in secundo duo soli tetragoni, in tertio duo soli trigoni, quae per 10. sunt imperfectae congruentiae. Restant ergo modi hi, in quibus angulum solidum claudunt plani. Primum, quatuor trigonici et unus tetragonicus: sunt enim minores 4 rectis. Congruunt igitur sex tetragoni et triginta duo (id est 20 et 12) trigoni, et fit figura triacontaëdrica, quod appello Cubum simum. Hic in schemate pictus est 23¹.

Fig. 23¹.



Quinque enim trigonici plani et unus tetragonicus superant quatuor rectos, cum debeant ad solidum claudendum esse minores quatuor rectis per 16. Sic etiam quatuor trigonici et duo tetragonici faciunt quatuor rectos.

Fig. 23².



Secundo duo trigonici et duo tetragonici minus habent quatuor rectis; hic igitur congruunt 8 trigoni et 6 tetragoni ad formandum unum tessareskaedecaëdron, quod cuboctaëdron appello. Pictum est hic num. 23². Duo vero trigonici cum tribus tetragonicis superant 4 rectos.

Fig. 23^3.

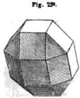


Fig. 23^4.



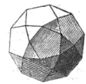
Tertio, unus trigonicus et tres tetragonici minus habent 4 rectis. Hic ergo congruunt 8 trianguli et 18 (id est 12 et 6) quadrangula ad unum icosihexaëdron, quod appello sectum rhombum cuboctaëdricum vel rhombicuboctaëdron. Pictus est hic numero 23^3.

In his igitur tribus sunt tetragoni juxta trigonos: sequitur ut et pentagonicos iis seorsim associemus.

Quinque plani trigonici juxta unum pentagonicum non stant, quia neque juxta minorem eo, tetragonicum, stare poterant. Quatuor ergo trigonici cum uno pentagonico minus efficiunt 4 rectis et congruunt 80 (id est 20 et 60) trigoni cum 12 pentagonis, ad formandum enneneacontakaedyëdron, quod appello dodecaëdron simum. Pingitur hic numero 23^4. Et in hoc ordine simorum icosaëdron posset esse tertium, quod est quasi tetraëdron simum.

Tres planos trigonicos si uni pentagonico associaveris, fit quod supra, ut duo solum pentagonici veniant in solidum; et si duos trigonicos uni pentagonico, venit unus solus pentagonus in solidum, fitque illic zona vel columna media, hic pyramis, partes icosaëdri (Pp), nec anguli solidi sunt hic ejusdem speciei, quia unus ambitur, ut in icosaëdro, quinque trigonicis. Et transactum est cum unico pentagonico. At tres trigonici cum duobus pentagonicis plus efficiunt 4 rectis. Transactum igitur est cum tribus trigonicis in societatem pentagonicorum adsciscendis. Duo trigonici cum duobus pentagonicis minus efficiunt 4 rectis. Congruunt igitur 20 trigoni et 12 pentagoni in unum triacontakaedyëdron, quod appello icosidodecaëdron. Pingitur hic numero 23^5. Cum uno pentagonico duos trigonicos jam rejecimus, transactum igitur est cum duobus trigonis.

Fig. 23^5.



Unus trigonicus cum tribus pentagonicis plus quam 4 rectos efficit, cum duobus vero per 23. nihil regulare, quia pentagonus est figura imparilatera. Sicque transactum est cum pentagonis in societate trigonorum.

Trigonici quatuor cum uno hexagonico et duo cum duobus hexagonicis implent planitiem; at tres cum duobus sunt majores 4 rectis, cum uno hexagonico duos solos hexagonos in figuram recipiunt; rejectis igitur tribus trigonicis, duo sunt aequales uni hexagonico, quare rejecti per 22. Restat ut unus trigonicus cum duobus hexagonicis copuletur. Itaque congruunt 4 trigoni cum 4 hexagonis in unum octaëdron, quod appello truncum tetraëdron. Pingitur numero 23^6. Trigonici quatuor cum uno heptagonico et majoribus superant 4 rectos, nulla igitur porro mentio facienda est quatuor trigonicorum; nulla etiam trium, ob causas saepe allegatas; duo vero cum figurarum hexagono majorum binis planis superant 4 rectos, nulla igitur neque duorum porro est facienda mentio cum binis planis figurae majoris, nec duorum cum uno plano figurae majoris, quia illi superantur ab hoc, quod rejectum est ax. 22. Restat examinandus hic casus, cum unus trigonicus duobus planis figurae majoris hexagona copulatur; atqui cum duobus heptagonicis rejicitur per 23, ut et cum omnium imparilaterarum duobus, cum duobus vero octogonicis fit corpus, in quo congruunt 8 trigoni et 6 octogoni in unum tessarakaedecaëdron, quod appello cubum truncum. Ejus figuram habes signatam num. 23^7. Cum duobus decagonicis fit corpus, in quo con-

Fig. 23^6.

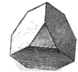
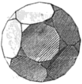


Fig. 23^7.



gruunt 20 trigoni et 12 decagoni in unum triacontakaedyhedron, quod appello **truncum dodecaëdron**. Id signatum est num. 23^{8}. Cum duobus dodecagonicis impletur planities nec fit solidus angulus multoque minus cum majoribus. Et transactum est in universum cum trigonis, in dualitate quidem specierum.

Fig. 23^{8}.



Cum ergo inter binas planorum species non amplius sunt trigoni: minima porro figura erit tetragonus. Atqui tetragonici tres cum uno majoris plani angulo superant 4 rectos, duo vero tetragonici cum uno majoris non tolerantur ob definitionem 9, quia majoris speciei figurae tantum duae reciperentur in solidum. Unus igitur tetragonicus cum duobus pentagonicis rejicitur per 23; cum duobus hexagonicis coit, et congruunt 6 tetragoni cum 8 hexagonis in unum tessarakaedecaëdron, quod appello **truncum octaëdron**. Pingitur numero 23^{9}. Unus tetragonicus cum duobus heptagonicis aliisque imparilaterarum rejicitur per 23, cum duobus octogonicis planum locum implet, cum majoribus etiam superat 4 rectos, nec assurgit ad solidum angulum formandum. Ita transactum est cum tetragono, cum duae solae debent esse planorum species.

Fig. 23^{9}.



Duo pentagonici cum uno hexagonico aut quocunque alio unico rejectitium quid inchoant per 23, quod supra etiam de trigonico et tetragonico cum binis pentagonicis usurpavimus. Insuper cum uno decagonico planitiem sternunt, nec cum illo aut majoribus assurgunt in soliditatem.

Unus ergo pentagonicus cum duobus hexagonicis minus facit 4 rectis, et congruunt 12 pentagoni cum 20 hexagonis in unum triacontakaedyëdron, quod appello **truncum icosiëdron**. Formam habes signatam numero 23^{10}. Nec plura exspectanda a pentagono. Nam unus pentagonus cum duobus heptagonicis jam superat 4 rectos. Hexagonicus cum duobus aliis implet planitiem, cum majoribus superat 4 rectos. Itaque hic finis est mixtorum ex duabus speciebus.

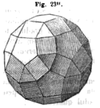
Fig. 23^{10}.



Quodsi trium specierum plana concurrere possunt ad unum angulum solidum: primum anguli duo plani, unus tetragoni, alter pentagoni superant 2 rectos; majores his, multo magis: tres vero trigonorum trium aequant 2 rectos: nequeunt igitur tres trigonici admitti, ut summa omnium superet 4 rectos. Duo vero trigonici cum uno tetragonico et uno pentagonico vel pro eo hexagonico, aut quocunque majori rejiciuntur per pr. 23, quia trigonus imparilatera figura cingi deberet tetragono et pentagono vel pro eo hexagono etc.

Unus igitur trigonicus cum duobus tetragonicis et uno pentagonico minus efficiunt 4 rectis; et congruunt 20 trigoni cum 30 tetragonis et 12 pentagonis, in unum hexacontadyëdron, quod appello **rhombicosidodecaëdron** seu sectum rhombum icosidodecaëdricum. Pingitur num. 23^{11}.

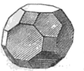
Fig. 23^{11}.



Unus trigonicus, duo tetragonici cum uno hexagonico aequant rectos quatuor; cum uno majori, superant nec ad solidum assurgunt. Mittamus igitur duos tetragonicos.

Unus trigonicus, unus tetragonicus et duo pentagonici superant 4 rectos multoque magis, si bini majores plani anguli admiscerentur. Desinunt igitur misceri anguli plani quaterni ad formandum unum solidum; desinit ergo et trigonus ingredi mixturam triplicem. Nam unus trigonicus, unus tetragonicus et unus pentagonicus aut quicunque alius hujus loco rejiciuntur per 24, quia trigonus est imparilatera figura.

Fig. 23[17].



Cum igitur porro sint tres solum anguli plani, nulla inter figuras toleratur imparilatera, per eandem 24.

Tetragonicus igitur cum hexagonico et octogonico minimis minus faciunt 4 rectis et congruunt 12 tetragoni, 8 hexagoni et 6 octogoni in unum icosihexaëdron, quod appello truncum cuboctaëdron: non quod truncatione nasci possit, sed quia simile est truncato cuboctaëdro. Pingitur num. 23[12].

Tetragonicus cum hexagonico et decagonico minus 4 rectis efficiunt, et congruunt 30 tetragoni, 20 hexagoni et 12 decagoni in unum hexacontadyedron, quod appello truncum icosidodecaëdron, simili de causa ut proximum. Pingitur num. 23[13].

Fig. 23[18].



Si pro decagonico succedat in societatem dodecagonicus, implentur 4 recti nec fit solidum; sic etiam si pro hexagonico succedat octogonicus et aliquis octogonico major sit tertius, superantur 4 recti, nec minus, si absit tetragonicus et socientur tres distinctarum figurarum parilaterarum majores. Igitur stat omnis Archimedeorum familia intra numerum 13, quod erat demonstrandum.

XXIX. Consectarium. Figurae congruae sunt in universum duodecim, octo radicales seu primae, et quatuor auctae seu stellae.

1. Trigonus.	7. Dodecagonus.
2. Tetragonus.	8. Icosigonus.
3. Pentagonus.	9. Stella pentagonica.
4. Hexagonus.	10. Stella octogonica.
5. Octogonus.	11. Stella decagonica.
6. Decagonus.	12. Stella dodecagonica.

Gradus congruentiae distincti sunt. In primo sunt trigonus et tetragonus, quia congruunt tam in solido, quam in plano, tam singularum specierum inter se, quam junctarum et cum aliis.

Secundo gradu consistunt pentagonus cum stella sua. Nam congruunt et singularum specierum inter se in solido, et tradunt mutuas operas in plano: sed potior est pentagonus, quia congruit etiam cum aliis nonnullis tam in plano quam in solido.

Tertius est hexagoni, quia figurae hujus speciei congruunt in plano, cum aliis vero tam in solido quam in plano.

Quartum gradum tenent octogonus et decagonus cum stellis suis. Nam radicales illae cum aliis nonnullis congruunt in solido, stellae vero cum figuris singularum specierum quadamtenus, in plano vero omnes quatuor congruunt cum aliis, magis tamen varie magisque perfecte octogonica secta.

Quintus gradus habet dodecagonum cum stella sua; quia in solido quidem minime, at in plano multifariam congruunt cum aliis; in solido igitur sola magnitudine impediuntur. Causa planitei praeferenda est haec secta gradui quarto.

Ultimus gradus est icosigoni, quia is nonnisi in plano, nec nisi cum aliis et cum illis ipsis quoque imperfecte congruit.

Quodsi solam consideremus planitiem, ordo figurarum erit iste: 1. Hexagonus. 2. Tetragonus. 3. Trigonus. 4. Dodecagonus. 5. Stella ejus. 7. Octo-

gonus. 7. Stella ejus. 8. Pentagonus. 9. Stella ejus. 10. Decagonus. 11. Stella ejus. 12. Icosigonus.

Omnes aliae figurae sunt incongruae, proximus tamen congruentiae est pentekaedecagonus, quia incipit congruere cum aliis in plano: at excluditur per 23. quo minus ut icosigonus cingi undique aequaliter possit. Post illum est figura 16 laterum et similes, quae plane non congruunt cum regularibus aliis, impediente magnitudine angulorum. At heptagonus et similes longe alia ratione sunt incongruae figurae, quia nec toti anguli nec partes angulorum aliquotae, propriae figurarum, cum aliis regularibus congruunt.

Ita in tribus per se demonstrabilium classibus desinit congruentia, in octogono, dodecagono, icosigono, in quarto spurio ne incepit quidem. Haec libro IV. in delectu aspectuum suum usum habent.

XXX. Consectarium. Ex his genuinum discrimen apparet inter demonstrationem et congruentiam figurarum causa latitudinis.

Nam 1. demonstrationis propriae gradus ultra octogonum, decagonum, dodecagonum in figuras duplorum laterum in infinitum excurrunt; congruentia in octogono, icosigono, dodecagono subsistit. 2. Pentagonus cum stella sua, causa demonstrationis et scientiae, est ignobilior dodecagono: causa congruentiae in solido est multo nobilior. 3. Octogonus ibi sequitur pentagonum, hic antecedit. 4. Hekkaedecagonus ibi erat potiore loco, quam icosigonus: et tamen illa est figura incongrua, haec congrua quadamtenus. 5. At in pentekaedecagono pulchra est rei utriusque convenientia, analogiam servans eandem, quia inter demonstrationes nulla illi obvenit propria, sed accidentaria saltem; inter vero congruentias nulla consummata, sed aliqua saltem inchoata nec totam figuram occupans. Haec infra libro III. in ortu et usu semitonii sunt notanda.

Finis libri II.

JO. KEPLERI

HARMONICES MUNDI LIBER III.

De ortu proportionum harmonicarum, deque natura et differentiis rerum ad cantum pertinentium.

Proclus Diadochus Lib. I. Com. in I. Elementorum Euclidis, cum philosophia multas sit complexa facultates, multas et mathematica, de una quidem hujus parte, harmonice dicta, deque numeris (harmoniarum principiis creditis) haec scribit: *Ad theologiam praeparat mentis conatus. Nam ea, quae non initiatis circa veritatem rerum divinarum videntur esse captu difficilia et sublimiora, illa mathematicis rationibus demonstrantur esse fida, manifesta et sine controversia per quasdam imagines. Nam proprietatum superessentialium evidentiam ostendunt in numeris, et quae sint intellectualium formarum potestates, in ratiocinativis clarum efficiunt. Itaque Plato multa mirabilia de natura Deorum nos per species rerum mathematicarum edocet, et Pythagorica philosophia his ceu velis obnubit institutionem de rebus divinis. Hujus enim generis est universus ille sermo sacer, et Philolaus in Bacchis et tota Pythagorae ratio docendi de Deo.*

Rursum ad moralem philosophiam nos perficit, implantans nostris moribus ordinem, decentiam et conversationem harmonicam; tradit etiam, quae figurae, quae cantilenae, qui motus virtutem deceant: qua doctrina etiam Athenaeus excoli et perfici vult eos, qui virtutibus moralibus ab adolescentia daturi sunt operam. Quin etiam proportiones numerorum, virtutibus familiares, explanat, alias quidem arithmeticas, alias geometricas, alias harmonicas; ostendit et vitiorum excessus defectusque, quibus omnibus dirigimur ad mediocritatem morum et decentiam.

Hactenus naturam rerum secuti, primum de figuris planis regularibus diximus, deinde ad earum congruentias transivimus.

In sequentibus derogandum erit nonnihil methodo naturali, ut cognitio mentis humanae, quae non raro via diversa utitur, tanto magis adjuvetur. Hoc enim natura rei requirebat, ut jam tertio loco explicaremus proportiones in abstracto illas, quae inter circulum et partem a latere quolibet rescissam constituuntur, et quae aliae rerum species oriantur ex compositione et divisione talium proportionum, tum quarto loco transiremus ad opera mundana, quae vel Deus ipse Creator ad hujusmodi proportiones attemperavit, vel natura sublunaris ad praescriptum proportionum talium in angulis radiorum sideralium quotidie exercet; ultimo vero subjungeremus musicam humanam, ostendentes, quomodo mens humana, judicium auditus informans, instinctu naturali Creatorem imitetur, delectu et approbatione proportionum in vocibus earundem, quae Deo placuerunt in attemperatione motuum coelestium. Quia vero diffi-

cile est, proportionum harmonicarum differentias, genera modosque abstrahere mente a vocibus et sonis musicalibus, cum non alia nobis suppetant vocabula, rebus explicandis necessaria, quam musica: ideo conjungendus nobis erit in hoc libro locus tertius cum quinto et ultimo, dicendumque non tantum de proportionibus harmonicis abstractis, sed etiam praeoccupandum hoc humanum creationis imitamentum in cantu; creationis vero coelorum opus propter sublimitatem et incredibilitatem differendum in locum ultimum, ordine illo, qui in titulo libri praescriptus est. Et haec de ordine dicendorum.

Jam ut contraria inter se opposita magis elucescant, lubet disputationem de cantu humano auspicari a commemoratione eorum, quae veteres super ortu consonantiarum sunt commenti.

Nimirum sicut est comparatum in rebus omnibus humanis, ut quae natura nobis sunt tributa, in iis usus cognitionem causarum antevertat, sic etiam circa cantum generi humano usu venit, ut inde ab ortu suo modulis et intervallis vocum sine speculatione aut cognitione causarum uteretur iisdem, quibus utimur hodie vulgo in decantatione melodiarum non tantum in templis et choris musicorum, sed passim sine exercitatione artis, etiam in compitis et agris.

Apparet haec antiquitas cantus ex libro primo Geneseos. Magnam enim oportuit esse delectationem ex cantu vocis humanae (cum vero delectationem dico, intervalla dico harmonica et concinna), quae jam octavum ab Adamo Jubalem permovit, ut cantus hominum brutis instrumentis imitari disceret doceretque. Nisi fallor, Jubal hic Apollo est, levi mutatione literarum, qui fratrem Jabelem pecuariae auctorem fistulaque agresti gaudentem (Pana Deum a Graecis creditum) cytharae repertae claro tinnitu superavit, materiam chordarum a Tubal-Caino fratre, qui nobis ex nominis allusione Vulcanus esto, mutuatus.

Utcunque tamen antiqua sit cantus humani forma, ex intervallis consonis vel concinnis composita, causae tamen intervallorum latuerunt homines, adeo ut ante Pythagoram ne quaererentur quidem, et quaesitas per duo millia annorum, primus ego, nisi fallor, exactissime proferam. Primus quidem fertur Pythagoras, cum apud officinam ferrariam transiret sonosque malleorum harmonice contemperatos animadvertisset, deprehendisse, differentiam sonorum esse ex magnitudine malleorum, ut magni graves sonos ederent, parvi acutos. Cum autem inter magnitudines spectetur proprie proportio, mensus malleos, proportiones facile animadvertit, quibus harmonica vocum intervalla constituerentur et quibus dissona, quibus concinna et quibus inconcinna. Statim enim a malleis ad chordarum transivit longitudines, ubi aures exactius indicant, quae partes chordae cum tota consonent, quae ab illa dissonent. Proportionibus certis repertis, ut τῷ ὅτι, supererat, ut etiam causae, seu τὸ δι' ὅτι, indagarentur, cur hae proportiones concinna, suavia consonaque intervalla vocum definirent, aliae proportiones dissona, abhorrentia ab auribus, insueta. Et itum fuit per annos bis mille in hanc sententiam, causas petendas a proprietatibus ipsarum proportionum, ut illae continentur sub terminis quantitatis discretae, scilicet numerorum. Viderunt enim Pythagoraei, perfectas constitui harmonias, si chordae aeque tensae proportionem habeant inter se longitudinis duplam, et si triplam, et si quadruplam, inter numeros 1, 2 et 1, 3 et 1, 4. Quae proportiones dicuntur in arithmetica multiplices. Rursum paulo imperfectiores esse consonantias chordarum, quae faciunt proportionem sesquialteram, hemiholiam, et sesquitertiam, epitriton; sc. inter numeros 2, 3 et 3, 4, quae duae proportiones conjunctae faciunt proportionem duplam, inter numeros 2, 4 vel

1, 2, minor vero inter 3, 4, ablata a majori 2, 3, relinquebat sesquioctavam inter 8, 9. Et tantum deprehenderunt esse intervallum toni, usitatissimum in omni cantu. Atqui numerus 8 est cubus de 2, et numerus 9 est quadratum de 3. Jam igitur hi erant in promtu numeri 1, 2, 3, 4, 8, 9. Cum autem eadem unitas sit et quadratum suum et cubus, binarius vero quadratum suum haberet 4 et cubum 8, ternario etiam praeter quadratum 9 adjunxerunt cubum suum 27, quod existimarent, ad cubos usque progrediendum esse propterea, quod mundus totus et vocalia omnia non superficiebus constarent inanibus, sed solidis corporibus. Denique ex hoc initio tanta coaluit opinio numerorum horum, propterea quod essent primi, eorumque quadrati et cubi, ut Pythagoraei totam philosophiam ex iis censuerint concinnandam. Nam unitas repraesentabat ipsis ideam et mentem et formam, quia ut unitas individua est eademque manet et quadrate multiplicata et cubice, sic ideae quoque indivisibiles et universales essent et semper idem. Itaque unitatem fecerunt symbolum naturae identitatis, numeros vero ceteros symbola naturae alteritatis. Binarius igitur alteritatem signabat et materiam, quia divisionem ille admittit, ut et ista; et ut ille quadrate multiplicatus fit 4, cubice 8, qui sunt numeri distincti a 2, sic materia instabilis et multiformis esse potest. Aliter: binarius etiam animam signabat, quod cum mens immobilis sit aut motu uniformi sc. circulari gaudeat, anima contra multiplices motus a corpore excipiat adque motus rectilineos, qui sunt in sextuplici differentia, magis familiariter se habeat. Denique ternarius notabat illis corpus, compositum ex forma et materia, sicut 3 compositus est ex 2 et 1, et quia corpora mundana tot habent dimensiones, quot ternarius unitates.

Neque tantum symbola erant numeri trium principiorum, sed jam ipsa anima componebatur ipsis ex hisce numeris eorumque proportionibus omnibus et subdivisionibus proportionum in sesquialteras, sesquitertias et sesquioctavas: ut anima, vinculum mentis et corporis, esset in sua essentia nihil nisi harmonia exque harmoniis composita. Ad hoc dogma duxit illos procul dubio consideratio ista, quod anima humana delectetur tantopere vocibus, quae aliquas proportiones harmonicas magnitudine sua formant et continent.

Excursus de Tetracty Pythagorica.

Ex principiis paulo antea expositis videtur eruenda esse illa tetractys, fons perennis animae humanae, per quam Pythagoraei jurabant, mea opinione sic, quod inter trium cuborum 1, 8 et 27 binos, verbi causa inter 1 et 8 duo medii proportionales sunt 2 et 4. Itaque numeri quatuor 1, 2, 4, 8, quorum summa 15, vel 1, 3, 9, 27, quorum summa 40, faciunt illam tetractyn. Duos autem proportionales habent bini cubici, sicut bini plani unum proportionalem, ut notum ex geometricis.

Vel fuerit tetractys ista 1, 2, 3, 4. 1 illud principium numerorum, 2 numerorum parium primus, 3 compositorum et imparium primus; ducto jam 1 in 3, fit rectangulum 3, ut ex impari; ducto vero 2 in se ipsum, fit quadratum 4, ut ex pari, cujus etiam in factura longitudinem et latitudinem decet esse pares, sicut in illius rectangulo inaequales. Summa igitur ex 1, 2, 3, 4 est 10 et anima humana solet ad 10 numerare. Et sicut sunt 4 numeri, totidem sc. quot erant in quarto unitates, sic etiam per eos quatuor species harmoniarum existunt: inter 1, 2 diapason, ut et inter 2, 4, et inter 1, 4 disdiapason, quae sunt pro una; inter 1, 3 diapason epidiapente, quam

habebant pro maxima systematis harmonia, estque hic secunda; tertia inter 2, 3 diapente; et quarta inter 3, 4 diatessaron. Nec plures agnoscebant ipsi harmonias.

Haec ex mea mente. At de eadem tetracty paulo aliter **Joachimus Camerarius**, nec paulo rectius, nisi ipsum fefellit multiplex lectio veterum auctorum, qui in Graecis commentariis ad aurea Pythagorae Carmina sic scribit: *Primum illi singulariter denarium numeri vocabulo designarunt, quo sensu Plato in Phaedone dixit, quod numeri semissis universus sit impar. Describantur enim duo numerorum ordines ab unitate ad denarium alternis, erit unus ordo imparium, alter parium in hunc modum:* 1, 3, 5, 7, 9. *(Summa 25, impar, quadratus quinarii, quot*
2, 4, 6, 8, 10. *sc. erant impares)*

Vel omissa unitate ut principio, et denario ut singulariter dicto numero, sic:
2, 4, 6, 8.
3, 5, 7, 9. *(Summa 24 par.)*

Hoc illud aenigma: imparia esse paria. Singuli enim ex 3, 5, 7, 9 sunt impares, at omnes sunt pari numero quatuor. (Et summa 24 par.)

Igitur denarius peculiariter numerus a Pythagoraeis dictus, habet hoc proprium, quod colligitur ex unitate ejusque continuis multiplicibus usque ad quaternarium. Fit enim triangulum numerale aequilaterum, cujus basis est quaternarius, vertex unitas. Ex eo Pythagorici numerum omnem appellaverunt tetractyn. Duplicatis enim primae tetractyis lateribus, fit altera tetractys Pythagorica numeri 36, celebratissima et undiquaque utilissima penes ipsos, trigonus sc. numericus, cujus basis est octonarius. Itaque in multis demonstrationibus usi sunt numero 36, maxime in harmonicis. Nam in figurarum hujus numeri dispositionibus inveniuntur hi numeri 12, 9, 8, 6, quibus numeris omnes harmonicas consonantias secundum proportiones intervallorum comprehensas esse demonstrarunt. Est enim numerus 36 quadratus, ejusque latus 6, est trigonicus, cujus latus 8, est oblongus rectangulus, cujus longitudo 9 et altera ejus longitudo 12 (novem enim quater et duodecim ter faciunt utrinque 36). Denique conjectis his 6, 8, 9, 12 in unam summam, existit numerus 35, harmonia dictus a Pythagoricis: cui unitas addita rursum absolvit numerum 36. Amplius numerorum, qui ex antecedentibus ordine naturali sunt collecti (id est ex trigonicis 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28), 36 primus (et solus intra 1225) est quadratus habetque latus 6, primum perfectum (compositum scilicet ex omnibus suis partibus aliquotis 3, 2 et 1). Idem etiam conficitur multiplicatione duorum primorum quadratorum 4 et 9. Idem colligitur et componitur ex duobus primis cubis 8 et 27 cum unitate cubica. Propter usum tam multiplicem hujus speculationis tetractys ista a Pythagoraeis consideratione et admiratione digna fuit habita inter primas; itaque transsumserunt illam ad physica maximeque ad contemplationem animae, nec minus ad ethica et admiscuerunt theologica aliqua. Nam ut Epiphanius ex Irenaeo contra Valentinianos ostendit, juramentum fecerunt tetractyn: intelligebant autem per illa quatuor: fundum, silentium, mentem, veritatem. Etsi in carminibus aureis juramenti formula non est tetractys ipsa, sed ille, qui per tetractyn exhibuit animae perennitatem essentiae. Animalem quidem tetractyn Plutarchus physice explicavit, ut sit sensus, opinio, scientia, mens; addiditque versum

„Fontem, naturae quo turget vena perennis.“

Mundanam vero tetractyn licet accuratius in hunc modum intueri: quod ab unitate, per ternariam rationem producta, unitate ad implendum intervallum in medium assumpta quaternariisque circum veluti lineis rectis septa, sic tandem tetractys ista denarium efficiat: cum ipsa sit hoc pacto tertius trigonorum in genesi. (Nam post unitatem primus trigonus est 3, cujus basis 2, secundus 6, cujus basis 3, quorum exteriores ternas lineas si duxeris per puncta illic duo, hic tria, trigonum adumbrantia, relinquitur in medio nihil; tertius vero trigonus 10, basi 4, si loco punctorum quaternorum lineas singulas acceperit exterius circumeuntes: relinquetur in medio punctum unum, quod ad nullam figurantium linearum pertinet, sed interius spatium, veluti cor aut nucleum, adumbrat.) Hac de causa Pythagoraei decadem

„Omnicapam Matrem, quae sepiat omnia circum,
Cedere nesciam et indomitam castamque vocarunt,“

ut ait Proclus. Atque ipsa decem unitatum consummatio, sc. denarius ex hac tetracty collectus, continere et absolvere seu consummare exornationem totius universi traditus est a Pythagoraeis, quos et Plato sequitur. Nam 1 universitas facta est corporea et sensilis, 2 continet omnia, quae sunt in ipsa, indissolubiliter, per vinculum analogiae seu commensus, 3 tota est, quippe ex totis elementis, 4 rotundum ejus corpus est,

5 ipsa est, quae in se ipsa patitur et a se ipsa passiones omnes, 6 movetur in circulum, 7 animatum ejus corpus est, 8 temporis effectrix est per revolutiones astrorum, 9 habet sacra certa sidera, in Deorum numerum relata, quae annum magnum, ut perfectum, conficiunt, 10 undiquaque perfecta est universitas rerum, habens in se animalia omnia, quatuor formis assimilata (astra coelo, aves aëri, pisces aquae, quadrupedes terrae). Hoc pacto ab unitate (ut Pythagoraei „monadis ex antro") progressio est usque ad quatuor (ut illi „donec veniatur ad ipsam tetrada divinam") sicque denarium parit, matrem omnium, uti diximus. Est autem unitatis progressus hujusmodi: unus enim est mundus; binarius signat primam in eo comprehensam multiplicitatem; ternarius vinculum et nodum, coaptationi rerum necessarium; nam ut duae solae res coeant in unum, seorsim a tertio, non est possibile. Quaternarius est numerus elementorum definitor et recensitor. Mundus enim est corpus solidum, solida vero duo duabus semper medietatibus indigent, ut in continua proportione congruant. Horum vero (sc. 1, 2, 3 et 4) summa est denarius, de quo hactenus. Hic enim ornatus est universitatis, haec dos, qua dotavit illam factor ejus. Hactenus Camerarius ex veteribus, quibus pleraque consententia inculcat Hermes Trismegistus (quisquis ille fuit) filio suo Tatio, cujus haec verba: „unitas secundum rationem denarium complectitur rursumque denarius unitatem." Deinde concupiscibilem animae facultatem componit ex 12 ultoribus, seu vitiis ethicis ad numerum signorum zodiaci, cui corpus et hanc ad corpus vergentem animae potentiam subjicit, rationalem vero facultatem animae ex denario et ipse componit virtutum ethicarum. Sic quod Pythagoraei celebrant tetractyn fontem animarum, et Camerarius plures ait fuisse tetractyas, non illam solum, quae a quaternarii basi surgit ad summam 10, sed etiam aliam praecipuam, quae ab ogdoadis basi ad verticem usque colligit summam 36: idem et Tatius hic ex doctrina patris Hermetis innuit, dum tempus ait fuisse, cum ipse adhuc esset in ogdoade, octonario; filium vero pater ad Pimandrum remittit, de octonario canentem, in quo sane occurrit octonarius habituum animae ethicorum, septem quidem respondentium planetis septem, ut apparet, initio a Luna facto, octavi vero divinioris et quietioris ad sphaerae puto fixarum ideam. Omnia etiam geruntur per harmonias; plurima inculcatio silentii, plurima mentis veritatisque mentio; proponitur et antrum, fundus, penetrale, crater animarum et cetera multa, ut dubium nullum esse possit, quin aut Pythagoras hermetiset, aut Hermes pythagoriset. Accedit enim et hoc, quod Hermes theologiam quandam tradit cultumque divini numinis, saepe Mosis, saepe Evangelistae Joannis in suo sensu paraphrastes, praesertim de regeneratione, ceremoniasque discipulo certas inculcat; cum idem de Pythagoraeis affirment auctores, partem eorum theologiae variisque ceremoniis et superstitionibus deditam fuisse, et Proclus Pythagoricus theologiam in numerorum contemplatione collocet.

Haec per digressionem: redeamus nunc ad Pythagoricam harmonicarum proportionum demonstrationem.

Huic enim philosophandi formae per numeros tantopere fuerunt dediti Pythagoraei, ut jam ne aurium quidem judicio starent, quarum tamen indiciis ad philosophiam hanc initio perventum erat, sed quid concinnum esset, quid inconcinnum, quid consonum, quid dissonum, ex solis suis numeris definirent, vim facientes instinctui naturali auditus. Stetitque tyrannis ista harmonica usque ad Ptolemaeum, qui primus ante annos 1500 sensum auditus contra philosophiam Pythagoricam asseruit recepitque inter concinna non tantum supra dictas proportiones et sequioctavam pro tono, sed admisit etiam sesquinonam pro tono minori, et sesquiquindecimam pro semitonio; nec tantum superparticulares alias addidit ab auribus probatas, ut sesquiquartam, sed etiam ex superpartientibus adscivit aliquas, ut inter 3, 5 et inter 5, 8 et alias. Hoc pacto Ptolemaeus speculationem Pythagoricam de ortu proportionum harmoni-

carum ut impingentem emendavit quidem, at non omnino ut falsam sustulit; quique aurium judicium suae dignitati restituit verbis et dogmate, idem tamen rursum deseruit, inhaerens et ipse contemplationi numerorum abstractorum. Causa enim numeri singularumque proportionum harmonicarum ne sic quidem est adaequata suo effectui, sed in definiendis consonantiis deficit, in concinnis aliis excedit. Negat Ptolemaeus etiamnum, tertias sextasque, minorem et majorem (quae continentur his proportionibus 4 : 5 et 5 : 6 et 5 : 8) esse consonas, quod affirmant omnes hodierni musici bene auriti; recipit vicissim proportiones 6 : 7 et 7 : 8 aliasque inter concinna musica intervalla, sic ut cantu procedente ab *UT* in *FA*, statuatur aliqua vox media inter *RE* et *MI*, in proportione, qua 7 medius est inter 6 et 8, quae notationis causa sit *RI*, et jam cani possit *UT, RI, FA*, sicut cani potest *UT, RE, MI, FA*, quod est ab omnium hominum auribus et usu canendi abhorrentissimum; utcunque chordae sic attemperari possint, quippe quae, cum sint inanimae, judicium suum non interponunt, sed manum inepti speculatoris, nullatenus repugnantes, sequuntur.

Praeterea, si maxime aequales essent latitudine et illa causa, ex numeris abstractis petita, et hic effectus, consonantiae, possetque non absurde videri archetypalis causa, testans de eo, quod Pater rerum, Mens aeterna, numeros illos contemplata, ideam inde desumserit vocum intervallorumque, quae ut animis humanis placerent, conformatione animorum procurandum ipsi fuerit: nondum tamen res adeo esset liquida, cur hi numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6 etc. ad intervalla musica concurrant, at 7, 11, 13 et similes non concurrant, nec hujus rei causam ex se ipsis exhiberent numeri ut numeri. Nam causa illa de ternario principiorum, et familia quadratorum et cuborum inde deducta, causa est nulla, cum quinarius ab illa exulet, qui sibi inter musicorum intervallorum ortum jus civitatis eripi non patitur.

Sed nec hoc satisfacit speculatori, quod scit, numeros 1, 2, 3 esse symbola principiorum, quibus res naturales constant. Intervallum enim res est non naturalis, sed geometrica; nisi igitur hi numeri aliud aliquid numerent, quod magis cognatum sit intervallis, nullam fidem philosophus adhibere poterit huic causae, sed eam, ut non causam, suspectam habebit.

His igitur de causis ego ab annis viginti in hoc elaborandum mihi censui, ut hanc mathematices physicesque partem illustriorem redderem, inventis causis talibus, quae ex una parte et judicio aurium satisfacerent in constituendo consonantiarum ceterorumque concinnorum numero, nec ultra id, quod aures ferunt, excurrerent; ex altera vero parte clarum et apertum discrimen statuerent inter numeros, qui formant intervalla musica, interque alienos ab hoc negotio; quae denique respectu tam archetypi, quam mentis, quae archetypo utitur ad conformandas illi res, cognationem cum intervallis haberent eoque verisimilitudine clarissima niterentur. Cum enim intervallorum consonorum termini sint quantitates continuae, causas quoque, quae illa segregant a dissonis, oportet ex familia peti continuarum quantitatum, non ex numeris abstractis, ut quantitate discreta; et cum mens sit, quae animos humanos sic conformavit, ut hoc intervallo delectarentur (quae est genuina definitio consoni et dissoni), differentias quoque unius ab altero, et causas, quibus haec intervalla fiunt harmonica, mentalem et intellectualem essentiam habere oportet: nimirum hanc, quod termini consonorum intervallorum proprie scibiles sunt, dissonorum aut improprie scibiles aut inscibiles. Nam si scibiles illi, in mentem igitur venire et ad conformandum archetypum adscisci possunt; sin autem

inscibiles (eo sensu, qui libro primo explicatus est), manserunt igitur foris extra mentem opificis aeterni, nec ullatenus ad archetypum concurrerunt. Sed de his jam plura, ubi doctrinam hanc ipsam per sua capita tradiderimus, quam incipiamus cum Deo, de cantu quidem ubique sermonem habentes, id est de intervallis harmonicis non abstractis, sed cum sono concretis, mentis vero eruditis auribus ubique abstracta a sonis intervalla subaudiemus, utpote quae non tantum in sonis inque cantu humano, sed etiam in aliis rebus sono carentibus suam pariunt gratiam, ut quarto et quinto libris audiemus.

Capita Libri III.

CAPUT I.

De causis consonantiarum.

Definitio. Cum veteres usi sint his vocibus: *Μονοφωνον*, *ἀντιφωνον* *ὁμοφωνον*, *διαφωνον*, *συμφωνον*, *ἀσυμφωνον*, nobis dissonum idem sonabit, quod, *ἀσυμφωνον*, consonum idem quod *συμφωνον*, cujus sunt differentiae: identicum, quod pro *ὁμοφωνῳ* usurpabimus, et non identicum, quod pro *διαφωνῳ*. Et identici erunt duae species: unisonum et identicum ex opposito.

Definitio. In geometria differunt vocabula pars et partes. Pars enim dicitur, cujus est totum secundum certam proportionem multiplex, puta duplum, triplum, quadruplum; partes vero, quando non solum et unicum totum, sed aliqua totorum multitudo fuerit illarum multiplex. Ut una septima dicitur pars, quia totus circulus est septuplum hujus partis, at tres septimae dicuntur non pars sed partes, quia summa trium circulorum est septuplum hujus arcus. Hic vero nos hac distinctione non utemur, sed partem dicemus tam unam, quam alteram dictarum portionum, hoc est, omnis portio longitudine effabilis dicetur nobis pars, cum hac tamen restrictione, si fuerit non major semicirculo. Residuum vero illud dicetur, quod, ablata portione effabili a toto, remanet, non minus existens semicirculo.

Valde necessaria est distinctio residui a parte, quia potest esse pars consona ejusque residuum dissonum, ut videbimus.

Definitio. Chorda hic sumitur non pro subtensa arcui circuli, ut in geometria, sed pro omni longitudine, quae apta est ad sonum edendum; et quia sonus per motum elicitur, in abstracto chorda intelligenda est de longitudine motus cujuscunque, vel de quacunque alia longitudine, etiam mente concepta.

Axioma I. Diameter circuli et latera figurarum radicalium lib. I. explicatarum, quae propriam habent demonstrationem, determinant partem circuli consonantem cum toto circulo.

Quomodo circulus tendi possit, ut sonitum edat, et quomodo affigendus cavo corpori, ut resonantia existat, vel ab uno signo, ut totus sonet, vel a duobus, ut partes, id longum hic erit explicare; sic tamen exordiendum fuit, quia non tantum de cantu agitur, qui est harmonia cum sonis concreta, sed etiam subintelligi debet intervallum abstractum a sonis. Quod cantum attinet, sufficit chordam in rectum extensam sic dividi posse, ut dividitur, cum est in circulum contorta, a latere figurae inscriptilis.

Corollarium. Consonantiae infinitae sunt, quia figurae demonstrabiles infinitae. Nondum autem est tempus dicendi de concordantiarum delectu, qui sese non profert valde porro. Pythagoraei hic in numeris suis, ut causis, quaesiverunt metas magnitudinis intervallorum consonorum, quas solus humanus auditus illis figit, qui non est infinitae potentiae. Est igitur illa coarctatio numeri concordantiarum harmonicis intervallis abstractis tantum accidentaria, non vero causalis. Ipsi etiam hodierni musici metas Pythagoricas egrediuntur; ut de harmoniis coelestibus jam taceam.

Axioma II. Quo gradu lateris demonstratio distat a primo, eodem gradu et partis circuli, per latus rescissae, consonantia cum toto circulo recedit ab unisoni consonantia perfectissima, seu quae sors est figurae, cujus est latus, inter figuras ceteras, eadem sors est consonantiae illius inter ceteras.

Hoc axioma inferius usurpabitur ad delectum concordantiarum habendum causa suavitatis.

Axioma III. Latera figurarum regularium stellarumque indemonstrabilia determinant partem circuli dissonantem a toto circulo; sic etiam latus figurae demonstrabile quidem, sed non per se nec demonstratione propria. Vel pro defectu demonstrationis propriae accerse ex lib. II. defectum congruentiae: utroque modo excluditur quindecangulum.

Hoc axioma absolvet integritatem causae concordantiarum, quam ego substituo, repudiatis Pythagoraeorum numeris abstractis.

Corollarium. Dissonant igitur hae partes a toto

1.	2.	3.							7
1.	2.	—	4.						9
1.	2.	3.	4.	5.					11
1.	2.	3.	4.	5.	6.				13
1.	—	3.	—	5.	—	—			14
1.	2.	—	4.	—	—	7.			15
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.		17
1.	—	—	—	5.	—	7.	—		18
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	19 et sic in infinitum.

Axioma IV. Figurae, quae cognatas habent demonstrationes laterum, pariunt etiam cognatas harmonias.

Per hoc axioma probabitur origo et causa proportionum harmonicarum ex superfluo.

Axioma V. Chordae vel arcus circuli tensionis aequalis, habentes inter se, causa longitudinis, eandem proportionem, quae est inter partem vel residuum circuli et totum circulum, consonantiam etiam vel dissonantiam habent eandem, licet inter alios terminos vel sonos illa contineatur.

In abstracto sic intelligatur, quod circulus cum parte sua constituat proportiones certas harmonicas, quae, in quibuscunque inveniantur terminis aliis, seu sonis seu motibus mutis, semper sint harmonicae.

Additur autem hoc axioma ideo, quia non omnes proportiones harmonicae immediate ex ipso circulo oriuntur prima statim ejus sectione per figuram regularem, sed accedunt aliquae ex se prioribus propagatae usque ad certam metam, ut in propositionibus videbimus. Usus axiomatis est in propos. 7. 8.

Axioma VI. Cum duae chordae sonos ediderint identicos, vox tertia, consonans earum uni, consonabit et alteri, dissonans vero ab una, dissonabit et ab altera, qualibuscunque diversis etiam consonantiis vel dissonantiis.

Nota, in subjecto poni speciem identisoni, in praedicato genus consoni, ut haec duo intelligamus: primo, non sequi: duae consonant qualitercunque, ergo et tertia consonat utrique, vel dissonat ab utraque. Hoc enim est falsum de genere, verum vero de specie identisonorum; deinde nec hoc sequitur: si tertia consonat uni identisonorum aliqua certa consonantia, consonabit et alteri eadem specie consonantiae, hoc enim non semper verum esset, quod declarabo exemplo, licet ex anticipato: sint duae voces, facientes diapason G et g; sit tertia d, illa facit cum G diapente, ergo etiam g consonat, at non per diapente, sed per diatessaron. Usus autem praecipuus hujus axiomatis est prop. 4.

Axioma VII. Cum duae chordae vel voces ediderint sonos identicos, vox tertia, existens cum illarum una identisona, etiam cum illarum altera identice consonabit.

Quod in priori axiomate generaliter non potuit affirmari, id jam in specie verum est de identisonantia. Usus est in prop. 3.

De his igitur axiomatibus, praecertim de quinque prioribus, speculatio est sublimis, Platonica fideique Christianae analoga, ad metaphysicam adque doctrinam de anima spectans. Geometria enim, cujus partem huc spectantem libri duo priores sunt complexi, Deo coaeterna inque mente divina relucens, exempla Deo suppeditavit, ut in hujus libri praeambulo dictum, exornandi mundi, ut is fieret optimus et pulcherrimus, denique Creatoris simillimus. Dei vero Creatoris imagines sunt, quotquot spiritus, animae, mentes suis singulae corporibus sunt praefectae, ut illa gubernarent, moverent, augerent, conservarent adeoque et propagarent.

Cum igitur typum quendam creationis sint complexae suis muniis, leges etiam cum creatore easdem observant operis, ex geometria desumtas, gaudentque proportionibus iisdem, quibus Deus est usus, ubicunque illas invenerint, sive nuda speculatione, sive interpositis sensibus, in rebus sensui subjectis, sive etiam sine discursu mentis, per occultum et concreatum instinctum; sive Deus ipse proportiones hasce in corporibus et motibus expresserit invariabiliter, sive quadam geometrica necessitate materiae in infinitum dividuae motuumque per materiae quantitatem inter infinitas proportiones non harmonicas occurrerint etiam harmonicae istae suis temporibus, et sic non in e s s e, sed in f i e r i consistant. Nec tantum gaudent mentes, Dei imagines, proportionibus iis, sed utuntur etiam iisdem pro legibus ad peragenda sua munia proportionesque easdem in motibus suorum corporum, qua licet, exprimendas. Exempla luculenta duo proferent libri sequentes, unum ipsius Dei Creatoris, qui proportionibus harmonicis dispertitus est motus coelorum, alterum animae illius, quam naturam sublunarem dicere solemus, cientis meteora ad praescriptum proportionum, quae occurrunt in radiationibus astrorum. Tertium igitur et hujus libri proprium exemplum esto animae humanae adeoque et pecudum quadamtenus. Illae enim perceptis proportionibus vocum harmonicis gaudent, non harmonicis tristantur, a quibus animae affectibus illae

(harmonicae) consonantiae indigetantur, hae (non harmonicae) dissonantiae. Quodsi accesserit etiam altera proportio harmonica, vocum sonorumque longorum et brevium causa temporis, tunc illae corpora sua saltationibus, linguas pronuntiationibus ad easdem leges movent; huc opifices malleorum ictus, huc milites gressum accommodant; vivunt omnia durantibus harmoniis, torpescunt iisdem disturbatis.

Haec et similia consilii sint instinctusve, hoc est mentis opus, an etiam naturae elementorum materiaeque necessitate fiat, ut temperies sensibus commoda nulla possit esse, nisi quae constet proportionibus figurarum harmonicis, id varie disputatum fuit a philosophis, quaerentibus omnibus, unde existat illa suavitas, quae auribus allabitur ex proportione vocum, qua suavitate consonantias definimus. Qui ad materiam et motum elementorum inclinant, exemplum afferunt hoc, per se quidem sane qnam mirabile, quod chorda pulsata chordam aliam non pulsatam secum in sonitum trahit, si tensa fuerit sibi consone, dissone tensam immotam relinquit. Hoc cum non possit ullius mentis ministerio fieri, quia sonus, hoc causatus, mentem aut intellectum non habet, sequitur, ut id contemperatione motuum fieri dicamus. Sonus enim chordae habet acumen vel gravitatem a celeritate vel tarditate vibrationis, qua tota chordae longitudo libera vibratur, nec insunt hae sonorum differentiae primo et immediate in ipsa longitudine vel brevitate, sed secundario, quia scilicet cum longitudine diminuta tarditas vibrationis diminuitur, celeritas augetur. Inde est, quod manente eadem chordae longitudine libera tensio ipsa sonum acuit, quia minus laxam chordam relinquens, diminuit etiam spatium, per quod illa reciproco motu vibrari possit. Cum igitur duarum chordarum fuerit eadem tensio, sic ut unisonum reddere possint, tunc sonus unius, id est species immateriata corporis chordae, constitutae in vibratione, delapsa a sua chorda, ferit chordam alteram; sicut si quis boatum edat versus chelyn aut aliud cavum, eo boatu percutit id cavum, facitque resonare chordas ejus omnes; ferit autem illa vibrationis species chordam alteram eodem rhythmo celeritatis, quo movetur et haec, quia aeque tensa, ut ita singuli ictus (in quos vibratio divisa esse intelligitur) in singulas percussae alterius chordae cessiunculas perpetuo incidant: ita fit, ut omnium maxime moveatur illa chorda, quae ad unisonum est tensa cum prima, movetur vero et illa chorda, quae duplae est aut subduplae celeritatis, quia duo vibrationis ictus in una chordae cessiuncula absolvuntur et sic semper ictus a priori tertius quisque congruit in unius cessiunculae extremum; movetur denique et illa chorda nonnihil, quae est sesquialterae celeritatis, quia tres ictiunculae fiunt in duabus hujus cessiunculis, sed jam incipiunt invicem obviare crebrius illi ictus et hae cessiunculae seque mutuo impedire, dum duo illius ictus a fine cessiunculae hujus aberrant, unus solus incidit congrue, quo occursu motus chordarum ceterarum sistitur, non secus ac si quis digitum vibratae admovisset. Haec mihi videtur causa mirabilis hujus experimenti: qui me felicior est indagine mentis, ei palmam dabo.

Quid igitur? si celeritas chordae unius valet ad motum chordae alterius proportionatae, quae quoad visum manet intacta, an non eaedem celeritates duarum chordarum inter se valebunt ad titillationem auditus suavem propterea, quod is quodammodo uniformiter ab utraque chorda movetur duoque ictus a duobus sonis seu vibrationibus in idem momentum competunt? Nequaquam vero, inquam ego, ita facile transigitur cum hac re, mirorque Porphyrio, commentatori super Harmonica Ptolemaei, tale quid circa hujus rei causam satis-

facere potuisse, cum profundissimae indaginis philosophus sit, nisi quod verisimile, difficultate perquirendae causae cohibitum fuisse, quo minus quantum vellet penetraret, satiusque putavisse, aliquid prodere, quam penitus tacere, quod turpe philosopho esse dictitant. Nam quae quaeso proportio titillationis auditus, rei corporeae, ad incredibilem illam voluptatem, quam ex harmonicis consonantiis intus in animo penitissime percipimus? Nonne, si qua voluptas est ex titillatione, de ea voluptate primas tenet membrum, quod titillationem sustinet? Sic enim definiendus mihi visus est sensus omnis in Dioptricis (II. p. 539), quod ea demum sit absoluta sensio, voluptatem aut dolorem pariens, cum species membri sensioni destinati, ut id est affectum ab externa re, venit introrsum ad sensus communis tribunal commeatu spirituum. Jam vero in auditione consonantium vocum vel sonorum quae quaeso partes voluptatis in auribus haerent? Nonne dolemus interdum ab auribus, dum inhiamus huic auditioni, et manum opponimus clangoribus nimiis, nihilo tamen minus pergimus ad percipiendas consonantias et cor nobis subsultat? Adde quod haec ratio a motu deducta potissima est in unisono, suavitas vero non praecipua in unisono, sed in aliis consonantiis earumque compositione. Multa possent afferri ad destruendam hanc allatam rationem suavitatis ex consonantiis, quae mitto in praesens curiosius conscribere; illud unicum inculco, quod, jam supra tactum a me, possit esse loco omnium, quod opera motusque corporum, aemuli proportionum harmonicarum, ab animae mentisque partibus stent, iis causam assignantes, cur consonantiae delectent. Nec abhorret auctoritas veterum, qui animam nunc motum, nunc harmoniam definientes, non tam absurde locuti sunt, quam inepte excepti, cum in rebus difficilibus mystici plerumque sensus lateant, sub verborum cortices reconditi. Timaei quidem Locrensis philosophia, quomodo composita sit anima ex proportionibus harmonicis, de qua in praeambulo, refutata est ab Aristotele in eo sensu, ut sonant verba; non ausim tamen affirmare, nihil in iis pagellis latere, nisi quod sonant verba, imo negaturum puto neminem, quin is auctor hoc ad minimum teneat, quod hic astruo, mentem esse animumque humanum, cujus seu judicio seu instinctu sensus auditus proportiones suaves, hoc est consonas, ab insuavibus et dissonis discernat, quippe qui hoc diligenter expendit, proportiones esse rationis entia, ratione sola non sensu perceptibilia, et proportiones ceu formam a re proportionata ceu materia distinguere, mentis opus esse.

Cum autem duas figurarum regularium proprietates explicaverimus: demonstrabilitatem scientificam laterum in singulis et congruentiam inter se totarum junctarum, non ejusdem plane latitudinis utramque, de demonstratione quidem axiomata nostra sonant potissimum, quia haec magis familiaris est proportionibus motuum, ex quibus etiam soni existunt. Nam congruentia inest figuris, ut totae sunt, motus vero (quibus accidunt proportiones harmonicae) figurae, a qua derivantur, latera in rectum extendunt (cum plerique omnes ut rectilinei considerentur) et sic figuram suam, ut serpentes matrem, perimunt et destruunt. Figura in quantum congrua, circulum integrum distinguit in partes, proportiones harmonicae circulum distinctum in rectum extendunt, distinctionis a figura factae actum delent. Sic consonantiae cum figuris demonstrabilibus in infinitum excurrunt, figurae congruae numero duodenario finiuntur. Denique distinctionem circuli quaelibet figura facit unicam, at partes in circulo constitutae duas semper faciunt cum toto consonantias.

Etsi vero potior in hoc tertio libro ratio erit demonstrationis scientificae **laterum**, quam congruentiae figurarum totarum, haec tamen propter magnam

cognationem in loco non erit negligenda. Primum enim Latina significatio vocis, congruentia, si omnia excutias, idem sonat, quod Graeca vox harmonia, de quibus hoc libro agemus, nisi quod usus voces has e rebus subjectis parumper distinxit, deinde congruentia figurarum conciliat motibus (de quibus hoc et quinto libro) aliquam congruentiam. Tertio etsi non tam ad figuram totam respicimus, quam ad unum ejus latus quamque id partem rescindit, ea consona est; at simul et hoc verum, quod non tam id consideremus, quanta pars circuli sit intercepta, quam cujusmodi figura id sit factum, demonstrabili et congrua an contraria. Nam figura quaelibet ex angulis suis, ex quibus libro II. congruentiam sortiebatur, adepta est et demonstrationem libro I. Non est igitur ab harmoniis auferendus respectus congruentiae figurarum.

Propositio I. Dimidii cum toto consonantia post unisonum sola est in primo gradu, simplex, perfecta et identica, scilicet ex opposito.

Nam quod figuratum est, id ex diversis est compositum, non igitur vel simplex vel identicum. Figura enim habet aream et partes secundam eam et angulos situ differentes. Quod vero figuratum non est, quod scilicet areae latitudine caret et secundum eam et partibus et angulis, existens una mera linea recta eaque aequalis mensurae propositae, id ob haec ipsa et simplex est et idem cum mensura, hoc est identicum. Illiusmodi vero sunt figurae regulares circulo inscriptae, hujusmodi diameter circuli. 1) Figurarum enim omnia latera deflectunt aequaliter a centro, diameter per ipsum centrum ducitur. 2) Mensor, circulum ab uno puncto cum latere figurae dividens, ubi perrexerit hoc faciendo aliquoties, sic tandem cum altero lateris termino redit ad punctum primum; diameter vero, per centrum ipsum transiens, prima statim repetitione redit ad initiale punctum. 3) Figurae reliquae et longitudinem habent laterum et superficiem areae, quam circumdant; diameter nullam plani partem circumdans includensve, repetitionibus iteratis in se ipsam secunda vice tota coincidit. 4) Figurae ceterae circulum dividentes faciunt partes multas; diameter facit partes minimo omnium numero, sc. tantum duas, nec enim partitura totum pauciores duabus facere omnino potuit. 5) Cumque diameter sit illa mensura, ad quam latera figurarum comparanda sunt notionis et demonstrationis causa, latera quidem figurarum reliquarum operosius describuntur imperfectiorique demonstrationis gradu in actum scientiae perducuntur; at diameter circuli simplicissima lege describitur ductu per centrum ab uno circuli puncto ad oppositum, aequatque ipsa se ipsam suique ipsius mensura est. 6) Figurarum etiam latera in divisione una circuli seu in abscectione partis faciunt portiones inaequales et partem minorem residuo; diameter partem abscectam relinquit aequalem residuo. Haec vero proportio aequalitatis pura est et simplex et perfecta, quia partes, quae sunt inter se aequales, illae causa mensurationis idem sunt. 7) Denique figurae ceterae circumferentiam quidem circuli dividunt in partes aequales aliquammultas, at aream circuli in partes inaequales, quia relinquitur in medio una, sc. area figurae, major quolibet segmentorum; diameter non circumferentiam tantum, sed simul etiam aream in duo dividit aequalia.

Sed per axioma 2. lateris seu lineae, quae circulum dividit consonanter, ingenium transit in consonantiam ipsam. Ergo partis, quam de circulo rescindit diameter, id est semicirculi cum toto circulo consonantia est simplex, perfecta et identica. Et per axioma 5. etiam omnes aliae longitudines, quae sunt inter se ut totus circulus ad sui dimidium, faciunt eandem, id est identicam, perfectam et simplicem consonantiam. Et in numeris (non plane quidem abstractis et numerantibus, sed longitudinibus numeratis) proportio dupla, inter sc. 1 et 2, ut et inter eorum aeque multiplices, gignit consonantiam identicam.

Nota hic, quemadmodum diameter per omnes simplicitates et perfectiones suas non tamen tam simplex est, ut punctum, sed manet linea, duobus circuli punctis terminata, circulum secans in locis oppositis et partes duas constituens, et quemadmodum istae partes, licet inter se sint aequales, singulae tamen suo toto sunt minores,

sic etiam consonantia identica non est tamen unisonus, et vocum licet identice consonantium altera tamen minor est, altera major; illa scilicet acuta, haec gravis, illi ex opposito veluti respondens: unde consonantia haec ex opposito identica dicitur.

Habes igitur causam genuinam ex diametro circuli, cur sonus chordae totius cum sono chordae dimidiae, quamvis inter se diversi sint, ab auditu tamen respectu concordantiarum ceterarum quodammodo pro eodem habeatur. Frustra alii causam hujus identisonantiae petunt ex numero vocum octo, cum identisonantia sit natura prior divisione intervalli hujus in concinna septem, quibus soni octo designantur.

Nondum autem tempus est, huic consonantiae nomen dandi, uti neque ceteris: differendum enim hoc est in caput 5. Nota tamen et hoc, quod identice consonent etiam aliae partes, quae non constituuntur per diametrum; sed non in primo gradu, nec ut per figuras, sed ut per propagationem, de qua sequentes sunt propositiones.

Propositio II. Si duarum circuli partium minor ad majorem sic habuerit, ut major se habet ad totum circulum, proportione alia quam dupla continue, tunc majore consonante cum circulo toto, minor pars a toto dissonabit.

Nam post duplam est tripla, tripla vero continua constituit loco tertio partem totius circuli nonam, quintupla vicesimam quintam, sextupla implicat nonam, decupla vicesimam quintam, quia 6 sexies sunt 36, quod est quater novem, et 10 decies sunt 100, quod est quater 25. Et sic etiam de ceteris. Atqui nona et 25[ta] et similes dissonant a toto, per axioma 3. Vide libro primo prop. 47.

Propositio III. Chordae in proportione continue dupla consonant inter se omnes identice, distantiores tamen gradu remotiori.

Habent enim inter se mutuo tres proximae ut totus circulus et dimidium et quarta pars se habent inter se mutuo. At cum toto circulo tam dimidia, quam quarta pars consonant, per ax. 1. Cum dimidio vero consonat et quarta, per ax. 5. Quare omnes tres proximae inter se consonant. Identica vero est consonantia etiam partis quartae cum toto circulo, quia totus et dimidium ejus consonant identice, per prop. 1. Sic etiam pars quarta cum dimidia per eandem, quare per ax. 7. etiam quarta pars cum toto circulo identice consonat, et per ax. 5. quodlibet quadruplum cum simplo.

Jam vero quae ratio est primae, secundae et tertiae proportionalium, eadem erit et secundae, tertiae et quartae; et sic continue trium inter se identice.

Nota igitur in talibus discrimen consonantiae in genere, et identisonantiae in specie. Consonant partes quarta, octava, sedecima et similes etiam propter axioma 1. et figuras tetragonum, octogonum etc.; identice vero consonant, propter accedentem propagationem hujus sectae figurarum ex bisectione circuli. Nam si absque hac propagatione fuisset, non fuissent identi ae earum consonantiae. Cum enim figurae omnes faciant vel multas partes circuli, si aequales, vel inaequales, si tantum binas, cum aream comprehendant, nec circuli aream in aequalia dividant, nec earum latera per centrum ducantur, nec in se ipsa recidant, nec acquentur diametro. consonantiae etiam ex figuris tetragonicae sectae ortae dilatassent se quodammodo in auditu et distendissent animum varietate et diversitate vocum manifesta, ut faciunt consonantiae, quae sunt a figuris ceteris, numero non pariter pari laterum constantibus; per prop. 1.

Non omnis tamen vis adempta est huic figurarum sectae variandi consonantias et deflectendi illas a puritate identisonantiae (sicut ipsae a simplicitate diametri recesserunt). Primum enim, etsi partis circuli a figura rescissae consonantia convertitur in meram identisonantiam (propter dictam propagationem partium circuli a prima omnium bisectione), tamen gradus identisonantiae fiunt remotiores, semper enim minor cum proxima se majore consonans ex opposito identice fit acutior, multiplicatis oppositionum vicibus, itaque semper augentur vocum intervalla. Secundo, in parte quidem manet identisonantia (ut in sectione per diametrum), at in residuo nequaquam; fit enim residuum hoc semper in figuris posterioribus se ipso deterius, quantum ad naturam harmonicam. Sed de residuis talibus sequuntur propositiones peculiares. Et vicissim, non sola tetragonica secta identicas gignit consonantias, sed etiam

sectae ceterae, in quantum participant bisectione, in tantum etiam identicas faciunt consonantias; semper enim pars circuli, rescissa a latere figurae posterioris, cum parte a prioris latere rescissa consonat identice; ut docent propositiones reliquae. Ita constat analogia omnibus suis membris. Usus hujus prop. est in sequenti.

Propositio IV. Chorda, quae consonat cum alterutra multiplicium proportionis duplae continuae, consonat et cum reliqua, et si ab una dissonat, etiam ab altera dissonat.

Nam per pr. 3. soni continue duplarum sunt inter se identici. Quod vero identicarum chordarum uni consonat, et alteri consonat et cetera, per ax. 6.

Hujus propositionis causa positum fuit axioma 6. et servit haec propositio jam partibus et residuis circulorum examinandis. Caveant scioli a contractione propositionum et axiomatum; nulla n. tautologia est, omnia necessaria; involvet se, quisquis rem brevius transigere voluerit.

Propositio V. Etsi latera stellarum demonstrabilia cetera propter demonstrabilitatem eodem jure consonas toti partes in circulo determinant, quo jure id faciunt figurae illarum radicales, ut est in axiomate primo, excipiuntur tamen illa, quae partem circuli absecant constantem numero (partium, quas fecit figura radicalis) proprio alicujus figurae indemonstrabilis, quando partis et totius numeri fuerint inter se primi.

Prima hujus propositionis pars est axioma. quod ne nimium generale fieret, per secundam propositionis partem restringendum fuit. Demonstratur autem sic: esto namque circulus divisus a figura demonstrabili, verbi causa ab icosigono; esto jam stella icosigonica, cujus latus subtendat $\frac{9}{20}$ ab icosigono factas, sic ut 9 et 20 sint inter se primi. Cum ergo pars absecta sit de circulo, illa minor sane erit quam totum; at poterit esse major quam totius dimidium vel quarta vel octava, idque eo usque dividendo, quoad aliqua totius pars continue subdupla fuerit minor dimidio hujus, de qua agimus, partis: ut quia in exemplo nostro totum est 20, pars de qua agimus 9, sumatur totius dimidium 10 iterumque dimidium hujus 5, et tertio $2\frac{1}{2}$ octava totius. Haec jam est minor quam dimidium ipsius 9. Habet ergo se pars nostra 9 ad octavam totius circuli $2\frac{1}{2}$, ut circulus divisus figura indemonstrabili ad aliquam suae divisionis partem, sc. ut 18 ad 5; $\frac{5}{18}$ autem axiomatis 3. corollarium pronunciavit dissonare a toto 18, quare per axioma 5. nostrae divisionis pars 9 dissonabit ab octava circuli (divisionis nostrae partibus $2\frac{1}{2}$); dissonabit ergo per prop. 4. pars nostra 9 etiam a toto circulo 20, quamvis ejus subtensa sit demonstrabilis, sed remotissimo gradu, etiamque stella ejus ex incongruis est.

Propositio VI. Residua circulorum vel chordarum post abscissas partes consonas toti, si sunt partis suae consonantis continue dupla, consonant et cum parte abscissa et cum toto circulo vel chorda.

Cum abscissa per prop. 1., cum toto per prop. 4.

Propositio VII. Si tale residuum habuerit eandem proportionem ad circuli vel chordae dimidium vel quartam partem, quam totus circulus habet ad aliam aliquam partem sui consonam, consonabit etiam cum toto circulo; si ut ad portionem dissonam, dissonabit.

Circulus enim totus ejusque dimidium et pars quarta sunt in proportione continue dupla; quare (per pr. 4.) quae residua parti tali circuli consonant, consonant et toti, et quae ab illa dissonant, etiam ab hoc dissonabunt. At consonant parti tali residua illa, quae proportionem eandem habuerint ad illam, quam totus ad quamcunque partem consonam, dissonantque a parte tali, quae proportionem ad illam habuerint, quam circulus ad quamcunque partem dissonam, idque per axioma 5. Ergo talia residua consonant et toti circulo; contraria dissonant a toto circulo. Haec prop. est propter sequentem prop. 8.

Propositio VIII. Ad abscissam vero partem si proportionem eandem habuerit residuum, quam totus circulus ad partem quamcunque consonam,

consonat etiam cum abscissa, sicut priori propositione cum toto consonabat; sin eam, quam totus ad aliquam dissonam partem, dissonabit et ab abscissa parte et a toto.

Primum membrum nititur axiomate 5. ut et posterioris membri particula una, quod residuum dissonet a parte abscissa. Quod vero tale residuum dissonet etiam a toto, sic probatur: capit enim id in dicta proportione locum totius circuli per figuram indemonstrabilem divisi, quare etsi residuum tale est minus toto circulo, cujus est residuum, at majus tamen est semicirculo, ex definitione residui. Quodsi majus est semicirculo suo, quarta igitur circuli sui pars, quippe dimidia semicirculi, minor est residui hujus dimidio. Quare ut residuum ad circuli sui quartum, sic erit aliquis circulus divisus a figura indemonstrabili, ad aliquam suam partem divisionis illius. At dissonat totus talis circulus a tali sua parte per ax. 3., dissonabit igitur et dictum residuum a circuli sui quarta, per ax. 5., dissonabit igitur etiam a toto suo circulo, per prop. 7.

Corollarium ad has propositiones. Sunt ergo

Consonae partes.	Consona residua.	Dissonae partes.	Dissona residua.	Respectu totius
1.	1.	. . . . . .	. . . . . .	2.
1.	2.	. . . . . .	. . . . . .	3.
1.	3.	. . . . . .	. . . . . .	4.
1, 2.	3, 4.	. . . . . .	. . . . . .	5.
1.	5.	. . . . . .	. . . . . .	6.
1, 3.	5.	. . . . . .	7.	8.
1, 3.	. . . . . .	. . . . . .	7, 9.	10.
1, 5. . . . ,	. . . . . .	. . . . . .	7, 11. . .	12.
1, 3, 5. . .	. . . . . .	7.	9, 11, 13, 15.	16.
1, 3.	. . . . . .	7, 9.	11, 13, 17, 19.	20.
1, 5.	. . . . . .	7, 11. . .	13, 17, 19, 23.	24.

Et cetera.

CAPUT II.

De Sectione Harmonica Chordae.

Hactenus originem docuimus harmonicarum proportionum, eamque duplicem, unam immediatam a figuris demonstrabilibus iisdemque et congruis; alteram mediante proportione dupla, qua nititur consonantiarum identitas. Cum autem infinitae sint harmonicae proportiones eaeque quoad nostram cognitionem adhuc rudes, impolitae, inconspicuae et innominatae et coacervatae seu disjectae potius, ut aliqua rudium lapidum lignorumque copia: sequitur ut progrediamur ad eas poliendas, ad nomina ipsis indenda, denique ad pulcherrimum aedificium systematis harmonici seu scalae musicae ex iis exstruendum, cujus constitutio non est arbitraria, ut quis cogitare possit, non inventum humanum tale, quod mutari etiam possit, sed rationabilissima naturalissimaque, adeo ut Deus ipse Creator illam expresserit in contemperatione motuum coelestium. Coagmentantur autem proportiones harmonicae in unum systema per sectiones chordae harmonicas, quae quot sint numero, id hoc capite perquirendum erit.

Tota	Pars major.	Pars minor.
2.	1.	1.
3.	2.	1.
	Med.	
Extrema		

Definitio. Cum tota chorda secatur in partes tales, quae et inter se et cum tota singulae consonent, sectio harmonica nobis dicetur. Medium vero sectionis hujus, musice (id est consone) proportionatae, est partium duarum aequalium una, vel si inaequales, earum major; extrema proportionis consonae sunt pars reliqua vel minor et chorda tota.

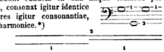
Observet geometra analogiam proportionis divinae seu secundum extrema et medium, in qua tota habet eandem proportionem ad partem

majorem, quam et major habet ad minorem. Quod enim in hac sectione geometrica est proportio eadem, id in nostra sectione musica est qualitas eadem, quae consonantia, concordantia, congruentia, harmonia dicitur. Cave tamen subsumseris consonantiam specie eandem, sicut illic proportio est unica.

Veteres hujus sectionis non meminerunt hoc sensu, quia veras consonantiarum causas nesciverunt; de ipsorum vero sectione chordae agemus inferius.
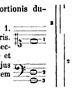
Propositio IX. Sectio chordae in partes duas aequales est harmonica.

Nam quia partes aequales sonum edunt eundem in una aliqua tensione per axioma 2, tota vero est singularum dupla, consonat igitur identice cum earum unaquaque, per prop. 1: tres igitur consonantiae, quare per definitionem chorda secta est harmonice.*)



Propositio X. Sectio chordae in duas partes, proportionis duplae, est harmonica.

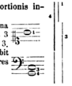
Partes enim hujus proportionis consonant identice per prop. 1. Et quia pars major est dupla minoris, tota igitur est tripla minoris. Est igitur ad minorem, ut circulus ad partem trigonico latere resectam, et consonam, per corollarium ultimum capitis prioris; quare et ipsa tota parti minori consona est, per ax. 5. Consonat igitur et ejus duplae, sc. residuo, per propos. 4. Tres igitur per hanc sectionem consonantiae constituuntur, ergo etc.



Propositio XI. Sectio chordae in duas partes, proportionis inter se triplae, est harmonica.

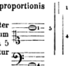
Nam quia partes 1 et 3 sunt ad invicem ut pars circuli consona ad totum, consonabunt et ipsae inter se, per ax. 5. Et quia 1 et 3 faciunt 4, pars 1 cum toto 4 consonabit per axioma 1 et per prop. 3.

Denique quia residuum 3 consonat cum parte 1, consonabit etiam cum ejus quadruplo 4, sc. cum tota chorda. Quare et hic tres sunt consonantiae.



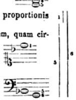
Propositio XII. Sectio chordae in duas partes, proportionis inter se quadruplae, est harmonica.

Nam quia partes sunt in quadrupla prop., consonant igitur inter se identice, per prop. 3, et quia 1 et 4 faciunt 5, ergo pars 1 cum tota 5 consonat, per axioma 1. et corollarium dictum. Quare tota 5 consonat etiam cum partis 1 quadrupla 4, per pr. 4. Tres igitur fiunt consonantiae. Ergo etc.



Propositio XIII. Sectio chordae in duas partes, proportionis inter se quintuplae, est harmonica.

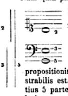
Nam quia pars est 1, residuum 5, habent igitur proportionem, quam circulus totus ad partem consonantem, per ax. 1. et corollarium dictum. Quare et ipsae inter se consonae sunt, per ax. 5. Et quia pars 1 cum residuo 5 facit 6 totum, igitur (per ax. 1. et corollarium) pars 1 consonat cum toto 6. Et quia residuum 5 est ad quartam partem de toto circulo 6 (scilicet ad $1\frac{1}{2}$ hujus divisionis) ut circulus totus 10 ad partem consonam 3, per corollarium, quare et residuum 5 cum toto 6 consonabit, per prop. 7. Vel quod eodem redit, quia residuum 5 est ad totius circuli 6 duplum 12, ut pars consona ad totum, per corollarium, quare et hoc residuum 5 consonabit



*) Notae ex musica nostra usitata anticipandae ex sequentibus, causa captus facilioris.
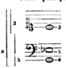
cum 12 duplo totius, per ax. 5., ergo etiam cum simplo, sc. cum ipsa tota 6 consonabit per prop. 4. Ita tres fiunt consonantiae. Ergo etc.

Propositio XIV. Sectio chordae in duas partes, proportionis inter se sesquialterae, est harmonica.



Nam quia pars 2 cum residuo 3 constituit proportionem sesquialteram, habet igitur se pars ad residuum, ut aliquod consonum residuum 2 se habet ad circulum 3, per corollarium, quare et pars haec 2 cum suo residuo 3 consonabit, per ax. 5. Et quia pars 2 cum residuo 3 facit totum 5, pars vero 1 ejusque residuum 4 cum suo toto 5 consonat, per corollarium; consonabit igitur etiam tota 5 cum consonae partis 1 dupla 2, quae hoc loco nostra pars est, vel cum consoni residui 4 dimidio 2, per prop. 4. Idem sequitur etiam simpliciter ex propositionis 5. parte prima axiomatica, quia subtensa duabus quintis demonstrabilis est, quare et consona. Denique quia partis 2 residuum 3 est ad totius 5 partem quartam, ut totus circulus 12 ad partem consonam 5, per corollarium, consonabit igitur et residuum nostrum 3 cum toto 5, per prop. 7. Tres igitur consonantiae existunt. Ergo etc.

Propositio XV. Sectio chordae in partes duas, proportionis inter se super-bipartientis tertias, seu 5 ad 3, est harmonica.



Nam quia proportio partis 3 ad residuum 5 est eadem, quae alicujus residui 3 consoni ad totam 5, per corollarium, quare per axioma 5. etiam nostra pars 3 cum nostro residuo 5 consonabit. Et quia pars 3 cum residuo 5 facit totam 8, quare per corollarium pars 3 consonabit cum tota 8. Denique quia residuum 5 ad totius 8 partem dimidiam 4 se habet, ut totus circulus 5 ad residuum 4 consonum, vel ad totius 8 partem quartam 2, ut totus circulus 5 ad partem consonam 2, per corollarium: consonabit igitur residuum nostrum etiam cum toto 8, per prop. 7. Tres igitur et hic fiunt consonantiae. Ergo etc.

Propositio XVI. Si chorda secetur in duas partes effabiles, interque illas et totam, hoc est inter tres terminos, fuerit dissonantia una, oportet et alteram dissonantiam inter illos esse.

Nam causa dissonantiae erit, quod vel tota vel pars habeat numerum portionum illius divisionis proprium figurae indemonstrabilis. Atqui talis numerus neque majori alicui numero, qui proprius sit figurae demonstrabilis, consone sociatur, neque ulli minori se ipso, per axioma 3. et 5. et prop. 5. et 7. Terminus igitur ille, qui constat numero tali portionum, dissonat a duobus terminis reliquis sectionis illius, et sic duae sunt dissonantiae simul.

Huic propositioni in geometria simile est hoc, quod si recta secetur in partes effabiles fueritque earum una incommensurabilis alicui tertiae (non toti ex utraque compositae, ut hic): alteram quoque eidem tertiae incommensurabilem oportet esse. Aut, si recta secetur in partes inter se incommensurabiles, utraque erit toti incommensurabilis.

Propositio XVII. Si chorda secetur in duas partes longitudine effabiles, fuerintque inter illas et totam, hoc est inter tres terminos, consonantiae duae, oportet et tertiam esse consonantiam.

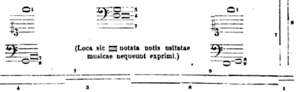
Si enim duae consonantiae sunt, cum sint proportionum non plures quam tres, non poterunt igitur esse duae dissonantiae; si non duae dissonantiae, ergo nec una, per 16. conversam; ergo omnes tres proportiones erunt consonantes.

Sic in geometria, si recta secetur in partes inter se commensurabiles, tota utrique partium erit commensurabilis.

Propositio XVIII. Sectio chordae in partes duas longitudine effabiles, in qua vel tota vel partium altera numerum portionum acquirit proprium figurae indemonstrabilis (quando quidem numeri et totius et partium inter se primi fuerint), non est harmonica.

Demonstratur ut 16. Fiunt enim ex tribus trium terminorum proportionibus ad minus duae dissonae, contra definitionem praemissam.

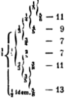
Hic sunt tria exempla, in primo major pars est septem octavae, in ultimo minor est una nona, in medio totum capit partes septem, omnia dissona.



Propositio XIX. Post octogonicam nulla datur sectio chordae harmonica.

Sequentes enim sectiones aut fiunt per figuras indemonstrabiles earumque stellas, et tunc partes, licet inter se consonare possint, tamen dissonant a toto, per ax. 3, aut per figuras demonstrabiles demonstratione impropria, ut per pentekaedecagonum, dissonantque propriae partes sectionis a toto, per corollarium ad ax. 3, aut per demonstrabiles demonstratione propria, quae post pentagonum omnes sunt parilaterae, vide librum I. Ergo partes talium sectionum proprias oportet constituere numero portionum sectionis impari; si enim pari numero sumerentur, pars esset non hujus sectionis, sed prioris propria, ut divisa chorda in 10, si portionum 4 vel 6 sumseris, perinde est ac si divisa chorda in 5 sumeres portionum 2 vel 3. Cum ergo pars sit numero impari, tota numero pari, ipsa quidem pars poterit consonare toti, si non sit major quinario (per pr. 5.), at una consonantia non sufficit ad sectionem harmonicam, ut patet ex definitione; tunc vero dissonum erit residuum, tota enim ponitur portionum plurium quam 8, et residui definitio est, ut sit majus dimidio, sc. majus quam 4. Minimum ergo residuum in divisione octonaria est 5, in numerosioribus est majus quam 5. In omnibus ergo sectionibus chordae post octonariam residua sunt impari numero, majori quam 5. Atqui numeri impares, majores quam 5, proprii sunt figurarum indemonstrabilium, per I. 45 et 47. Ergo per prop. 18. hujus residua haec causantur sectiones non harmonicas.

Corollaria. I. Sectiones unius chordae harmonicae sunt numero septem, non plures.



II. Propagatio numerorum, qui sunt characteres sectionum, fit hoc pacto: initio ponitur fractionis forma totum, unitas scilicet supra pro numeratore, et unitas infra pro denominatore; deinde uterque numerus seorsim ponitur supra, et summa utriusque utrinque infra, ut ex una qualibet fractione duo oriantur rami, eousque dum ex summa fiat numerus index figurae indemonstrabilis.

Has sectiones chordae septem primum auditu indice inveni, totidem nempe, quot sunt harmoniae non majores una diapason; postea causas et sectionum singularum et universarum numeri non sine labore ex penitissimis geometriae

fontibus erui. Legat curiosus lector, quae de his sectionibus ante annos 22 scripsi in Mysterio Cosmographico capite XII. et perpendat, quomodo fuerim illo loco hallucinatus super causis sectionum et harmoniarum, perperam nisus earum numerum et rationes deducere ex numero quinque corporum regularium solidorum; cum verum sit hoc potius, tam quinque figuras solidas, quam harmonias musicas et chordae sectiones communem habere originem ex figuris regularibus planis. Et Ptolemaei quidem musica cum expositione Porphyrii, quorum loco allegato mentionem feci, hactenus manuscripta nactus sum ex liberalitate Jo. Georgii Herwardi Cancellarii Bavarici (v s. p. 6.), ex quorum libro tertio partem potiorem in appendicem ad libros IV. et V. hujus operis transtuli; causas vero harmoniarum genuinas in iis non inveni adeoque ne sectionum quidem harum numerique earum septenarii ulla fit mentio.

Etsi vero mature satis animadverti, causas a figuris planis petendas, ut cujus rei semina jam in allegato capite XII. Mysterii sparsa vides, attamen diu admodum me torserunt, priusquam omnibus animi mei scrupulis satisfieret. Primum enim figurae demonstrabiles a non demonstrabilibus erant separandae, postea causa invenienda, cur, cum sectiones hae essent ex figuris, sectiones quidem intra septenarium consisterent, figurae in infinitum excurrerent. Tertio discrimen inter pentekaedecagonum et demonstrabiles ceteras erat statuendum, quia vidi, figuram illam exclusam esse ab harmoniarum procreatione, teste auditu. Et habebant singula capita suas cautiones concisiores, quarum una quaelibet me diu tenuit occupatum. Exemplo sit prop. 5, quam ultimo omnium, cum jam describerem opus, vidi addendam, quod hactenus ignoraveram. Nisi enim et illa inter principia esset, et si verbi causa $^7/_{20}$ propterea essent aptae ad statuendam harmoniam, quia sunt per $^8/_{20}$ (cum quibus semicirculum faciunt) demonstrabiles, tunc et $^7/_{10}$ et $^5/_7$ eoque et $^2/_7$ et $^1/_7$ harmonias facere convincerentur, quod omnibus modis repudiant et aures et axiomata nostra.

Igitur vel solo allegato libri mei Mysterii Cosmographici testimonio satis est munitus auditus contra sophistarum obtrectationes, fidem auribus derogare ausuros circa divisiones adeo minutas et dijudicationem concordantiarum subtilissimam; quippe cum videat lector, me fidem aurium illo tempore secutum esse in constituendo sectionum numero, cum adhuc de causis laborarem, nec idem hic fecisse, quod fecere veteres, qui aurium judicio progressi aliquatenus, mox contemtis ducibus reliquum itineris, rationem erroneam secuti, perfecerunt auribus vi quasi pertractis et plane obsurdescere jussis. Ex abundanti vero infra cap. 8. hujus libri operam dedi, ut cuilibet esset in promtu facultas suopte Marte consulendi auditum super his aliisque chordae divisionibus earumque testimonium pensiculandi, ut certus sit, ea, de quorum causis laboramus, sensuum experientia certissima niti, nec sponte mea (cujus criminis Pythagoraei in parte rei sunt) esse conficta proque veris obtrusa.

CAPUT III.

De medietatibus harmonicis et trinitate concordantium sonorum.



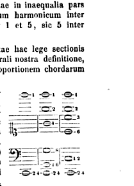
Vana est definitio proportionis harmonicae, quod sit illa, ubi tribus numeris ordine naturali locatis, binorum vicinorum excessus sunt in proportione extremorum, ut in numeris 3, 4, 6, maximus 6 est duplus minimi 3 et sic etiam differentia inter

binos vicinos majores 4, 6 est dupla differentiae 1 inter binos vicinos minores 4, 3. Inseram tamen modum inveniendi numeros continentes talem proportionem, musicam ab auctoribus dictam, quia crebro ex harmonica doctrina transsumitur in ethicam et politicam. Modus est talis: propositis duobus numeris inter se primis, qui continent proportionem et extremorum (e tribus musice contemperandis ex sententia veterum) et differentiarum utriusque a medio, multiplica utrumque in se ipsum et ambos in se mutuo; factorum trium duos minores adde pro minimo inveniendorum, duos majores adde pro maximo, medium duplica pro medio musico veterum. Verbi causa, sint inveniendi tres numeri in proportione musica veterum tali, ut extremi habeant inter se proportionem eam, quae est inter 3 et 5. Ter 3 sunt 9, ter 5 sunt 15, quinquies 5 sunt 25, sunt igitur facti 9, 15, 25. Adde 9 et 15, fiunt 24; adde 15 et 25, fiunt 40, duplica 15, fiunt 30. Sunt igitur hi tres quaesiti 24, 30, 40, quorum differentiae (extremorum a medio) 6, 10. Nam ut 3 ad 5, sic 24 ad 40, sic etiam 6 ad 10. In minimis inter se primis 12, 15, 20.

Haec quidem vere est harmonica proportio etiam mihi, quia non tantum proposita proportio inter 3 et 5 est harmonica, per prop. 8. coroll., sed etiam inventus medius numerus 15 consonas facit proportiones cum extremis 12 et 20 per idem coroll. At hoc non semper fit. Quoties enim inter duos numeros, hoc pacto propositos, medium arithmeticum cum extremis dissonantes proportiones determinat, toties proveniunt etiam ex hac operatione tres numeri in proportione re vera non harmonica, quamvis duo initio propositi proportionem solitarii contineant harmonicam. Sic fit in 1, 6, in 1, 8, in 3, 4, in 4, 5, in 5, 6, in 2, 5, in 3, 8, in 5, 8. Verbi causa inter 2, 5, hoc est 4, 10 medietas arithmetica est 7, non harmonica, quia 7 neque cum 4 neque cum 10 consonat, per pr. 5. Operare ergo secundum regulam, prodibunt numeri 14, 20, 35 cum excessibus 6, 15, ubi 20 secundum veteres dicenda esset medietas harmonica, quia ut 14 ad 35 (id est 2 ad 5) ita 6 ad 15. Atqui aures omnino repudiant 20, 35 (quippe 4, 7) et 14, 20 (quippe 7, 10). (Vide infra cap. 16. et supra p. 10.)

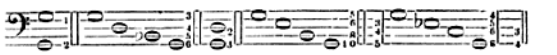
In sectionibus igitur harmonicis cap. 2. totidem se offerunt medietates, quot sunt sectiones, una minus; et medietas in illis quidem sectionibus sumitur strictiori significatu, quod sit chordae harmonice sectae in inaequalia pars major, seu numerus illam exprimens. Sic 2 est medium harmonicum inter 1 et 3, sic 3 inter 1 et 4 interque 2 et 5; sic 4 inter 1 et 5, sic 5 inter 1 et 6 interque 3 et 8.

Praeter has vero sunt etiam aliae medietates, solutae hac lege sectionis totius chordae in partes duas, comprehensae tamen generali nostra definitione, et secantes non chordam unam, ut priori capite, sed proportionem chordarum in minores proportiones consonas.



Primum omnes proportiones majores dupla resolvuntur in sua principia ablatione proportionis duplae, ut $^1/_{24}$ constat ex quatuor duplis (sc. ex sedecupla) et sesquialtera. Quare medietates harmonicae hoc quidem nomine inter 1 et 24 intercedunt istae 2, 4, 8, 16, superius collocata sedecupla, vel istae 12, 6, 3, 2, una dupla superius collocata, tribus inferius, nam varie fieri potest.[12])

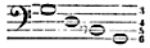
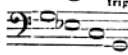
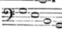
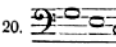
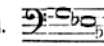
Deinde proportio dupla resolvitur in has consonas $^3/_4$ et $^2/_3$ vel in $^3/_4$ et $^4/_5$ et $^5/_6$ vel in $^4/_5$ et $^5/_8$ vel in $^5/_6$ et $^3/_5$. Denique sesquialtera $^2/_3$ resolvitur in $^4/_5$ et $^5/_6$; sic $^5/_8$ in $^5/_6$ et $^3/_4$; sic $^3/_5$ in $^3/_4$ et $^4/_5$.



Tres igitur istae proportiones $^3/_4$ et $^4/_5$ et $^5/_6$ sunt ex consonis minimae, hoc est immediatae, seu medio harmonico carentes, ceterarum scilicet elementa consona.
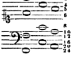
Ex his autem sequitur, unius duplae duas esse posse medietates, inter se quoque consonas, idque sexies. Nam quia dupla habet tria elementa minima consona, sexies eorum ordo potest variari. Nam $^3/_4$ vel est primo loco a chorda minori, vel medio, vel ultimo; et in uno quoque casu reliquorum elementorum aut majus $^4/_5$ est versus chordam minorem, aut minus $^5/_6$.

Singuli casus sunt exprimendi singulis numerorum quadrigis, ut in tabella sequitur:

Ordo proportionum consonarum minimarum in una dupla.	Fasciculus binarum harmonicarum inter chordas proportionis duplae.	
$^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$	3, 4, 5, 6. 	Ex his vero sex bigis medietatum harmonicarum una sola, in numeris 10, 12, 15, 20 patitur definitionem veterum. Nam 12 est medium (illorum sensu) musicum inter 10 et 15, sic 15 est medium musicum inter 12 et 20. Excessus enim sunt 2, 3, 5, 8. Ut vero extremi unius trigae 10 ad 15, sic 2 ad 3. Et ut extremi alterius trigae 12 ad 20, sic 3 ad 5.
$^4/_5$, $^5/_6$, $^3/_4$	4, 5, 6, 8. 	
$^5/_6$, $^3/_4$, $^4/_5$	5, 6, 8, 10. 	
$^5/_6$, $^4/_5$, $^3/_4$	. . . . 10, 12, 15, 20. 	
$^4/_5$, $^3/_4$, $^5/_6$	. . . . . 12, 15, 20, 24. 	
$^3/_4$, $^5/_6$, $^4/_5$	. . . . 15, 20, 24, 30. 	

Locus termini minoris seu acutissimi. — Locus termini majoris, seu gravissimi.

Cum ergo chordae proportionis duplae consonent identice, inter illas vero non possint esse una vice plures quam duae medietates, consonantes et inter se et cum duplis ipsis, hinc orta est famosa illa musicorum observatio, qui



trinis vocibus omnes harmonias absolvi mirantur. Nam quotcunque voces praeterea accumulentur, singulae in trium unam redeunt per duplae proportionis consonantiam identicam.

Quamvis enim existat una consonantia ex omnibus istis chordarum magnitudinibus 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 24, at quicquid est post 3, 4, 5 chordarum, omne id in unam harum redit per identisonum: ut 6 in 3 et 8 in 4 et 10 in 5; sic 12 in 6 et 3; sic 16 in 8 et 4; sic 20 in 10 et 5; sic 24 in 12, 6 et 3.

Causam hujus rei frustra petunt aliunde alii ex trina dimensione quantitatis perfectae seu corporis, ut quod patet in longum, latum et profundum; alii ex numeri ternarii perfectione, alii ab ipsa adoranda Trinitate in Divinitate. Frustra, inquam, omnes; nam neque solida quantitas hoc negotium ingreditur, cum ortum harmonicarum proportionum ex figuris planis docueri-

mus et longissime diversa sit causa scientiae solida quantitas a plana, quippe illa duabus mediis proportionalibus utitur, quas sciri promiscue est impossibile, neque numeri ulla vis esse potest, quatenus ut numerans consideratur, neque etiam origo hujus trinitatis immediate est ab essentia divina per causationem exemplarem, cum apparuerit supra, componi causam rei ex principiis explicatis, quae nequaquam intendunt numerum aliquem vocum per se, sed quae voces ipsas inter se singulas singulis coaptantia harmonice et sic quasi aliud agentia per accidens efficiunt aliquid simile divinis propter eundem numerum; quod idem etiam in plurimis rebus aliis frequenter contingit.

Breviter, numerus hic ternarius non est efficiens causa harmoniarum, sed effectus ipsius, seu effectae harmoniae comes; non informat harmonias, sed est formae resplendescentia; non est materia vocum harmonicarum, sed est soboles procreata ex materiali necessitate; non est finis οὗ ἕνεκα, sed est extremitas operis; denique nihil est de re ipsa harmonica, sed est ens rationis secundarium et mentis conceptus, secundae intentionis. Nihilo magis enim est quaerendum, cur voces solum ternae consonent harmonice, quarta et omnes aliae per duplae proportionis consonantiam redeant quodammodo in idem, quam cur sex tantum bigae sint in qualibet octava, senae consonantiarum triplicium formae. Ut enim senarius iste non est a sex diebus creationis, sic neque ille ternarius est propter Trinitatem personarum in Deitate. Sed cum sit ternarius communis rebus divinis et mundanis, ubicunque is occurrit, superveniens mens humana, causarum ignara, conspirationem hanc miratur.

CAPUT IV.

De ortu concinnorum intervallorum, quae consonis minora sunt.

Cum sensus testetur, ex chordis aequaliter tensis illarum sonitus esse graviores, quae sunt longiores, illarum acutiores, quae breviores, hinc voces istae junctae, *acutum* et *grave*, differentiae sunt harmonices propriae. Nam singulae quidem seorsim aliarum singularum sunt scientiarum, in quibus copulantur cum oppositis aliis, acutum cum obtuso in geometria, grave cum levi in physica. Et aliter, acutum in mechanicis sonat subtile et penetrans, grave in sensualibus sumitur de odoribus, qui, ut gravia pondera, ob quandam magnitudinem sunt minus tolerabiles. At junctae *acutum* et *grave* interque se oppositae nonnisi de vocibus accipiuntur. Retinent tamen aliquid de pristino significatu. Nam ut in geometria acutum est minus obtuso, sic etiam in harmonice vox acuta sonat parvam eoque penetrantem et altam, idiotismo teutonico, et volitantem quasi in sublimi, propter quandam levitatem. Et ut in physica gravia habent magnum pondus, levia parvum, sic etiam hic gravis vox sonat magnam; utque gravia in libra fundum et inferiora petunt, levia in altum exsiliunt, sic etiam in harmonice vox gravis propter magnitudinem reputatur pro ponderosa, eoque inferiori seu profunda (*bassa*); vox acuta, uti dictum, pro alta. Nam quod in testudine hypate, id est summa, edebat gravem sonum, id est tantum ob ejus situm in instrumento, ut adhuc hodie, non ob aliquam vocis similitudinem cum levibus et supervolitantibus. Situs autem ejus in instrumento rationem habet mechanicam ex eo, quod nete, id est ultima et infima, quia sonat acutissime, fuit pulsanda creberrime; cum parvis conveniat motus velox, et vero deorsum pulsamus expeditius ob conformationem pollicis, quam sursum. Accedit inter causas experientia gutturis

humani. Nam et viri communiter proceriores feminis, adulti pueris, graviorem etiam vocem emittunt, quasi profundius petitam; et singuli homines, ipso sensu tactus docente, graviorem vocem profundius eliciunt, altiorem superius; et qui gravissime cantant, corpus extendunt, ut quam profundissime vox exeat. Tendunt quidem collum etiam, qui acute canunt, sed non ut longum collum faciant, sed ut rectius constringant supremos circulos gutturis.

His igitur de causis natus est in harmonicis conceptus alti et profundi, pro quo crebro usurpamus acutum et grave. Cum igitur altum et profundum sint alias vocabula loci, consuetudo sermonis haec sua principia secuta vocibus etiam id accommodat, quod locorum est proprium, scilicet intervalla, graece διαστηματα. Nam loca διΐσταναι, distare dicuntur. Denique disciplina harmonica hanc vocem etiam in picturas seu diagrammata sua (de quibus inferius) transtulit, quae altis et profundis lineis constant, quo pacto restitutus est illi sensus geometricus.

Quae igitur hactenus dicebantur proportiones chordarum, in posterum fere dicentur intervalla vocum, quas emittunt chordae longitudinis inaequalis. Nam voces idem sonantes, quibus respondent chordae ex aequaliter tensis aeque longae, intervallum non faciunt, cum sint altitudinis ejusdem. Etsi libro V. abstinendum erit ab hoc sensu vocis intervallum, propterea quod ibi crebro usu repetenda erit vox ista in sensu astronomico, de linea recta inter corpus planetae et Solem, item de eo spatio, quod inter diversos orbes interest.

Porro sicut praecedenti capite proportiones bifariam considerabantur, sc. vel singulae per se ipsas, vel invicem comparatae causa ordinis, qui extendebatur a compositae alicujus proportionis termino seu chorda minori ad majorem vel longiorem et vicissim: sic nunc etiam intervalla vel singula per se vel invicem comparata considerantur causa loci harmonici; ut et in continua ordinatione aliquot intervallorum (sic ut bina semper contigua habeant eundem terminum communem, qui sit unius major terminus, alterius vergentis ad graviores voces minor), semper illud intervallum dicatur inferius, quod est inter voces graviores, illud superius, quod est inter acutiores. Et in geometria quidem proportiones agnoscuntur aequales, licet sint inaequales termini unius terminis alterius, et excessus terminorum unius inaequalis excessui terminorum alterius; ut si sint tres chordae in proportione numerorum 4, 6, 9, eadem censetur proportio $^4/_6$ quae $^6/_9$, non obstante, quod cum ipsi termini, tum etiam excessus 2 et 3 inaequales sunt. In harmonice similiter omnia intervalla vocum a chordis, quae sunt ejusdem proportionis, venientium et censentur aequalia et scribuntur etiam nota numerica eadem, quin etiam linearum intervallis aequalibus pinguntur in diagrammate; sic ut penitus obliviscamur ejus inaequalitatis, quae est inter excessus diversarum chordarum. Sequitur igitur, ut proportionis minoris intervalla minora dicamus, majoris majora, sine respectu magnitudinis aut parvitatis respondentium utrinque terminorum.

His igitur definitionum loco praemissis nunc porro dispiciendum est de differentiis intervallorum. Hactenus quidem proportiones omnes, quas consonas esse demonstravimus, una aequalitatis excepta, pro totidem intervallis itidem consonis sunt habendae, proportiones vero, quas dissonas diximus, pro intervallis itidem dissonis. Cum vero inter dissona intervalla magna sit differentia, sic ut non tantum consona à natura doceantur et illius instinctu ab auditu probentur, sed etiam alia minora intervalla ab eodem sensu stabiliantur, quae licet dissona sint, apta tamen sunt, per quae cantus traducatur: harmonice naturam secuta nomen iis imponit concinnorum eaque distinguit

ab inconcinnis, quae nullius cantus ordinati tractum ingrediuntur; graece dicuntur ἐμμελῆ et ἐκμελῆ.

Quod naturae ingenium in discrimine concinnorum et inconcinnorum cum viderent veteres, quaerendum igitur existimarunt, quodnam esset commune omnibus concinnis et consonis minimum elementum, ex quo secundum aliquem numerum sumto quodlibet ex consonis et concinnis componeretur. Necesse enim videbatur existere aliquod tale minimum intervallum ut simplex et ortu prius ipsis consonantiis, quae videbantur compositae ex tali minimo, utpote cum essent intervalla alia aliis majora. Atqui res longe aliter habet, quod multis exemplis doceri potest. Nam si specierum omnium individua, quae magitudine differunt, ex uno communi minimo constant, erit igitur una aliqua minima quantitas humanae speciei, ex cujusmodi pusionum certo aliquo numero velut ex elementis quilibet homo componatur, procerus ex multis, pumilus ex paucis. Non minus enim in harmonicis qualitas ista, consonantia, informat chordarum proportionem seu vocum intervallum, quam forma hominis molem illam materiae informat, quae hominis cute ambitur. Et cur obliti sunt geometriae, in qua plurima sunt exempla omnis generis quantitatum incommensurabilium, quarum definitio est, nulla penitus communi mensura, quae sit ex eodem genere quantitatum, tanquam aliquo compositionis elemento quantitatis certae, communicare?

Sic igitur tenendum est, intervalla consona (praeterquam quorum unum est alterius multiplex) esse, ut proportiones illas ipsas, incommensurabilia, sic quidem, ut quamvis eorum differentiae numeris exprimantur, quod in simplicibus numeris est signum commensurationis, hae tamen differentiae, quippe non simplices numeri, sed fractiones, non sint differentium pars vel partes aliquotae secundum aliquem numerum. Verbi causa duae proportiones $^1/_2$ et $^1/_4$ sunt inter se ut numerus 1 ad numerum 2, sunt ergo commensurabiles, nam $^1/_4$ est dupla ipsius $^1/_2$. Hoc in sola serie continue duplarum locum habet. Nam in serie triplarum et ceterarum multiplicium non dantur duae proportiones consonae, ut $^1/_9$ est quidem tripla ipsius $^1/_3$, at sola $^1/_3$ est inter consonas, $^1/_9$ vero est inter dissonas, per ax. 3. Idem videre est etiam in non multiplicibus, ut in sesquialtera $^2/_3$, consona; datur sane ejus multiplex et sic commensurabilis, nam $^4/_9$ est ad $^2/_3$ ut numerus 2 ad 1, at $^4/_9$ non est inter consonas. E contra sint aliae duae consonae, quam ex serie continue duplarum, ut $^1/_4$ et $^2/_3$; hae duae proportiones non sunt inter se commensurabiles, hoc est non ut numerus ad numerum; excessus enim $^5/_8$ ipsius $^1/_4$ super $^2/_3$ non metitur neque $^1/_4$ neque $^2/_3$. Consona igitur intervalla natura priora sunt minoribus intervallis, quae concinna appellamus; nec illa componuntur ex istis tanquam ex elementis aut ex minori aliqua quantitate, sed contra haec ex illis tanquam ex causis oriuntur.

Ubi notanda est vox ambigua compositionis, quae interdum ortum denotat rei naturalem, interdum vero divisionem rei quantitativam, quae non ortus est, sed destructio potius; ut cum circulum dicimus constare ex tribus trientibus, dividentes prius circulum mente in tria, aut cum humanum corpus dicimus esse compositum ex membris, non quod fuerint membra ante corpus et corpus ex illis collectum et constructum, ut domus ex lapidibus et lignis, sed quia corpus causa molis in haec membra, quae singula seorsim corpus organicum amplius non sunt, est dividuum. Priori significatu negandum est, intervalla consona vel ex aliis consonis vel ex concinnis componi; posteriori significatu sane constant et sic quasi componuntur (quod ipsi in superioribus

usurpaveramus) intervalla consona majora ex minoribus consonis, consona minima ex concinnis etc., quia in haec velut elementa dissolvuntur, at non constant diversa inter se ex unius communis minimae speciei intervallis aliquam multis, nec in talia dissolvi possunt.

Quamvis etiam habeant intervalla consona causas cognatas, non omnia tamen eandem, sed quodlibet suam peculiarem causam habet, distinctam a causis ceterarum, ut in superioribus explicatum. Consonantia enim ipsis intervallis competit, non ut quanta sunt simpliciter, neque simpliciter ut sunt relationes, sed ut qualitativae (hoc est quodammodo figuratae) sunt relationes. Itaque commune ipsarum minimum intervallum constituere velle, res est impertinens, cum minimum et maximum non in qualitativis, sed in nudis quantitatibus earumque proportionibus considerentur; consona vero, ut consona, dividere, est speciem abolere consoni et pro ea vel alias consoni species vel concinna dissona vel etiam plane inconcinna intervalla constituere. Non habet igitur intervallum causas aut elementa consonantiae suae a partibus veluti principiis, sicut quantitates commensurabiles accrescunt multiplicatione communis mensurae et cum hac mensura sub uno et eodem genere consistunt, sed e contrario, quae veteres pro principiis habuere consonantiarum (tonos puta et semitonia et dieses) ea ex consonantiis ut principiis suis genuinis oriuntur. Etsi enim consona haec constant ex illis concinnis non consonis (si non ex uno aliquo communi, saltem ex pluribus inter se diversimode compositis), id tamen non referendum est ad ipsam intervalli consonantiam. Si enim concinna conciliarent intervallo majori ex se composito suam consonantiam, semper hoc fieret in quacunque concinnorum multiplicatione, et tanto melior esset consonantia, quanto plura in intervallo concinna. Id vero falsum est, nam ut infra audiemus, duo toni compositi consonantiam faciunt, tres compositi dissonans intervallum constituunt. Quod autem consonum in concinna dissona solvi potest, ut sequetur, id illi consono per se considerato plane est accidentarium, fitque tantummodo, quatenus inter se comparantur plura consona, quodlibet ex suis ortum principiis.

Concinna igitur intervalla definiuntur esse omnes consonorum duplo intervallo minorum differentiae, nec alia concinna recipit naturalis facultas auditus, quam quae ex hac subtractione oriuntur, ut ita consona intervalla habeant ortum ex geometria et figuris demonstrabilibus, concinna vero ex ipsis consonis, sintque concinna in ordine ad consona, quemadmodum in geometria apotomae (lineae ineffabiles) sunt ad effabiles potentia, quia etiam illae definiuntur subtractione lineae effabilis ab effabili linea.*)

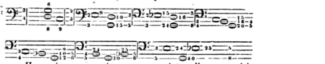
*) In erratorum indice ad praemissa haec annotat Keplerus: *Textus ex diversorum temporum schedis collectus, at non satis apte compositus, etsi vera omnia habet, obscuritatem tamen ex confusione distinguendorum et repetitione propositionum contraxit. Quaestiones distinctae sunt istae:* I. An consonantiae habeant partes, quae ipsae quoque sint consonantiae vel saltem concinna intervalla? *Responsio est haec:* in consonantiis esse distincta ista, primo proportionem, rem geometricam, deinde proportionis qualitatem, consonantiam ipsam; in quantum igitur sunt proportiones, excedi unam ab alia, minorem ab majori, et sic unam alterius partem esse posse; in quantum vero quaelibet illarum qualitatem consonantiae accepit a figura sua demonstrabili, non accidere ipsis compositionem. Argumenta sunt ista: 1. Species ut species indivisibilis et una est. 2. Speciem constituit causa sua; at causae inter se sunt distinctae singularum concordantiarum; igitur et ipsae concordantiae contra se sunt distinctae specie, nec potest dissolvi una, ut major, in alias suae speciei, ut partes.

Porro comparationis seu abstractionis methodus alia est generalis seu arithmetica, alia specialis, harmonices propria. Arithmetice quidem eliguntur consona minora duplo, quorum unum non sit alterius pars talis, quam designaverit aliqua medietas harmonica capitis superioris.

Intersunt ergo

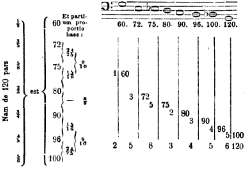
Inter consona ista:		concinna haec:
2/3 et 3/4	—	8/9
2/3 et 4/5	—	9/10
2/3 et 5/8	—	15/16
3/4 et 4/5	—	15/16
3/4 et 5/6	—	9/10
4/5 et 5/6	—	24/25
5/3 et 5/8	—	24/25

In notis, ex anticipato.



Harmonica comparatio consonorum intervallorum respicit ortum eorum, et quam quodlibet ex ortu suo sortiatur altitudinem. Nam per omnes proportionum comparandarum terminos majores unus et idem circulus totus repraesentatur eique analoga chorda integra, communis omnibus sectionibus harmonicis. Igitur omnibus numeris majorum terminorum ex sectionibus harmonicis, scilicet 2, 3, 4, 5, 6, 5, 8 quaerendus est communis minimus dividuus 120, et chorda tota est distinguenda in totidem partes aequales, ut sonus totius chordae constituatur pro communi termino majore omnium consonorum per sectiones factorum, et accommodandi termini minores, ut inter se comparati constituant intervalla concinna, quae hoc capite investigantur; prodeunt autem eadem, quae prius arithmetice.

Ecce in notis ex anticipato.



---

sed bene in minores speciei alterius. 3. Si, ut pars multiplicata auget quantitatem, sic etiam pars consonantiae consona vel concinna augeret consonantiam vel concinnitatem totius, non efficerentur tandem ex accumulatione dissonantiae et inconcinna.

Quaestio II. An consonantiae habeant unam communem mensuram, puta tonum, diesin, comma etc.? *Negatur;* neque enim ut sunt proportiones, quia sic sunt incommensurabiles, id est commensurabili mensura carentes; neque ut sunt species, quia causis, ex quibus ortae quibusque definitae, etiam contra se mutuo distinctae sunt. Habent n. quodammodo naturam figurarum, jam vero trigonus et pentagonus in eodem circulo longitudines habent laterum incommensurabiles. Denique mensura quidem

Hic igitur est ortus intervallorum concinnorum dissonorum, quibus paulo post sua dabimus nomina.

Sequitur, ut etiam de ortu tertiorum intervallorum dicamus, quae licet concinna exquisite non sint, concinno tamen cantui inserviunt aut concinnorum vicem sustinent. Illa vero ex concinnorum (similiter ut concinna ex consonorum) subtractionibus seu comparationibus oriuntur. Nam inter concinna seu secunda intervalla sunt tertia intervalla ista:

$\frac{8}{9}$ et $\frac{9}{10}$ . . . . $\frac{80}{81}$

$\frac{8}{9}$ et $\frac{15}{16}$ . . . . $\frac{128}{135}$ Quod componitur ex $\frac{24}{25}$ et $\frac{80}{81}$ et paulo admodum est minus quam $\frac{15}{16}$.

$\frac{9}{10}$ et $\frac{15}{16}$ . . . . $\frac{24}{25}$

His addi potest duplicatum intervallum $^{15}/_{16}$, sc. $^{225}/_{256}$, quod paulo minus excedit intervallum $^{8}/_{9}$ quam $^{15}/_{16}$ intervallum $^{128}/_{135}$. Et priora quidem tria oriuntur ex subtractione mutua concinnorum diversorum, hoc vero ex additione duorum concinnorum aequalium, sed minus usitate.

Atque hinc emicat corollarium arithmeticum pulchrum admodum in numeris et typo sequenti.

	3.		15.		35.		63.		
	4.		16.		36.		64.		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
		9.		25.		49.		81.	
		8.		24		48.		80.	

Omnis sc. numeri infra decem quadratum cum rectangulo binorum numerorum illum proxime circumstantium constituit intervallum vel consonum vel concinnum vel tertium, excepto septenarii quadrato 49 et rectangulis ejus duobus 35 et 63. Sed hic exulat concinnum $^{9}/_{10}$ et consona pleraque, praeter $^{3}/_{4}$. Est igitur fortuitum respectu ordinis numerorum et facturae hujus typi. Frustra causas hinc petet arithmeticus, frustra septenarii superstitione occupabitur Pythagoricus, tanquam numeri numerantis; altius res est repetenda ex geometria et numeris numeratis et figuratis, sc. ex ipsis figuris indemonstrabilibus, quarum est prima septangulum. Nam quo minus ultra decem typus continuari possit, sequente concinni natura, non jam septenarius amplius impedit, sed alii numeri figurarum indemonstrabilium 9 et 11, qui rectangulum efficiunt 99, quod cum quadrato denarii 100 constituit intervallum penitus abhorrens a natura cantus. Usque adeo multum interest inter axiomata doxastica et epistemonica.

Ordo concinnorum in perfectione et appellationes.

Diximus hactenus de origine et ordine intervallorum, quae sunt minora consonis; dicendum nunc etiam de eorundem differentiis deque appellationibus, quas non plane easdem cum veteribus retinere possumus, cum et in rebus ipsis et in causis earum nobis ab illis discedendum fuerit.

---

prior est mensuratis, concinna vero, ut tonus vel diesis etc. posteriora sunt consonantiis. Et nota, consonantiis communes sunt partes istae: tonus major, minor, semitonium etc., sed nec omnes omnibus, nec una earum est, quae sola emetiatur consonantias.

Consentaneum igitur est supra dictis, praesertim axiomati 2, ut horum intervallorum, ad concinni naturam pertinentium, quodlibet retineat naturam illorum consonorum, a quibus constituitur. Cum igitur ex consonis duplo intervallo minoribus perfectissima sint ista $^2/_3$ et $^3/_4$ propter figurarum nobilitatem, a quibus originem ducunt, etiam soboles earum communis inter concinna, sc. $^8/_9$, ceteris erit praeferenda. Hoc igitur intervallum communi cum veteribus nomine **totum** dicamus, et propter hanc praecellentiam tonum perfectum, propter vero magnitudinem proportionis **tonum majorem**.

Vicissim si compares perfectum $^2/_3$ majus cum majori imperfecto $^3/_5$ superius, vel si perfectorum minus $^3/_4$ cum imperfectorum minori $^5/_6$ inferius, nascetur ex hoc connubio intervallum concinnum imperfectius $^9/_{10}$, quod est minus quam $^8/_9$, quod intervallum cum in veteri musica ante Ptolemaeum fere non esset animadversum, quippe theorici omnia per tonos plenos prius definitos demonstrabant, ei nos **toni minoris** vel parvi nomen dabimus, ut sit haec imperfectionis nota. Ubi uno verbo monitus sit lector, nonnullos alii cuidam intervallo id nominis dedisse, ne, si forte in illorum lectionem inciderit, oscitantia perturbetur.

Sin autem perfectum majus $^2/_3$ cum imperfecto minori $^5/_8$ superius, vel si perfectum minus $^3/_4$ cum imperfecto majori $^4/_5$ inferius associasti, concinnum ex comparatione ortum sc. $^{15}/_{16}$ rursum trahit aliquid imperfectionis ex origine hac sua, diceturque **semitonium**, vocabulo eodem, quod habet ipsum hoc intervallum in usitata hodierna musica, quia paulo majus est semisse toni majoris. Hoc aliqui tonum minorem dictitarunt, a quibus lector sibi caveat, ne perturbetur.

Haec igitur tria orta a perfectis, comparatis vel inter se vel cum imperfectis, hoc obtinuerint, ut concinna per se et semper essent.

Contra si comparasti inter se imperfecta, ex pentagono vel decagono orta, vel superius $^3/_5$ cum $^5/_8$, vel inferius $^4/_5$ cum $^5/_6$, intervallum hinc ortum, scil. $^{24}/_{25}$ tantae est imperfectionis, ut pene inter concinna esse desinat. Hoc intervallum appellabimus **diesin**, voce veteri, quasi dicas remissionem chordae. Nec laboro, ut sub hac voce eandem cum veteribus quantitatem intervalli proponam, quod iterum monuisse sufficiat. Imperfectionis causae sunt tres: origo, parvitas (cum non aequet partem toni perfecti tertiam) et quia est etiam inter tertia connumeratum superius, inter illa sc., quae concinnandis generibus cantus inserviunt; oritur enim etiam ex tono minori et semitonio comparatis. Nam hoc intervallum non per se, nec semper concinnum est; non solet enim vox humana cantum una et eadem ἀγωγῇ per hoc intervallum traducere, ut per intervalla cetera, sed negligit et transsilit illud, nisi tantum in variatione cantus, condimenti causa; tunc fit extraordinarie concinnum, sed sic, ut quasi novum genus cantus incipiat, et artis est laborisque non modici, voce humana sine organo id assequi. Itaque hoc intervallum tantum discriminat genera concinnorum eoque pacto iis inservit.

Coepimus dicere de intervallis tertiis: primum enim ex iis, $^{24}/_{25}$ seu diesis, idem fuit etiam concinnorum ultimum. Sequuntur nunc etiam reliquorum appellationes. Nam $^{128}/_{135}$, quod oritur ex $^{15}/_{16}$ et $^8/_9$, potest appellari diesis major et irregularis; quod ut supra dictum paulo admodum (sc. quantitate $^{2025}/_{2048}$) est minus intervallo concinno semitonii et vix ab illo dignoscitur. Estque hoc nomine inter concinna, quia dieseos legitimae vicem sustinet, praesertim in mutatione cantus. Est enim genesis ejus non tam naturalis, quam usu necessaria, ut undiquaque sint in promtu semitonia et dieses, prop-

ter varia condimenta cantus. Qua de causa, cum a tono majori rescindatur semitonium legitimum, hoc restante intervallo, possumus illud etiam appellare graeca voce lemma seu residuum.

Denique inter concinna $^{8}/_{9}$ et $^{9}/_{10}$ intercedens differentia $^{80}/_{81}$ potest a nobis dici comma, latine segmentum seu concisio. Veteres enim diesin suam in 4 partes concidebant indeque commata illas appellabant, existimantes, hoc esse commune elementum consonorum omnium; hoc vero intervallum est parte quarta de nostra diesi paulo majus, minus parte tertia. Nam $^{24}/_{25}$ est $^{72}/_{75}$ vel $^{96}/_{100}$, ergo pars tertia esset $^{74}/_{75}$, pars quarta $^{96}/_{97}$ circ., est vero $^{80}/_{81}$ inter utrumque. Nos propiori numero possemus illud definire octavam partem toni majoris, sc. $^{8}/_{9}$. Quod etiam sic patet. Hic dividitur tonus major $^{8}/_{9}$ in diesin $^{72}/_{75}$, semit. $^{75}/_{80}$ et comma $^{80}/_{81}$; comma vero fuit modo pars circiter tertia dieseos, igitur commata circiter 4 aequiparantur dimidio toni, octo toti tono, proxime quidem, non omnimode. Hoc igitur intervallum inter concinna illa plane non est, quae deinceps canuntur, ob parvitatem auditu vix perceptibilem, nedum humano cantu per se seorsim binis deinceps vocibus expressilem. At non ideo desinit esse concinnum, ut $^{11}/_{12}$ et similia, quia comparamus etiam illa, quae locis et tempore sunt dissita. Duplex vero semitonium ideo statuendum est, quia in divisione tonorum deinceps ordinatorum bina aliquando semitonia locantur deinceps, iisque in unum conflatis interdum pro tono utuntur, qui varietatem affectant et insolentiam, ad exprimendos graves animorum motus.

8. 72. 24.
75. 15. 25.
80. 16.
9. 81.[18])

Nota, quod inter semitonium $^{15}/_{16}$ et diesin $^{24}/_{25}$ est $^{125}/_{128}$, fere $^{42}/_{43}$ seu comma duplex. Cui si addideris comma $^{80}/_{81}$, fit $^{625}/_{648}$, fere $^{27}/_{28}$ seu comma triplex. Idem vero $^{80}/_{81}$, ablatum a diesi $^{24}/_{25}$, relinquit $^{243}/_{250}$, quod est quam proxime $^{35}/_{36}$. Idem comma ablatum a semitonio $^{15}/_{16}$ relinquit lemma Platonicum $^{243}/_{256}$, quod est fere $^{19}/_{20}$, additum vero ad $^{15}/_{16}$, facit $^{25}/_{27}$, quod est inter $^{12}/_{13}$ est $^{13}/_{14}$. Sic duo toni majores $^{8}/_{9}$ faciunt additi $^{64}/_{81}$, quo intervallo ablato a $^{3}/_{4}$ constituit Plato lemma suum Hoc vero $^{243}/_{256}$, ut lemmate ablato a tono majori restabat Platoni $^{2048}/_{2187}$, quod ille apotomen appellavit, estque majus commate $^{80}/_{81}$ uno quam lemma nostrum $^{128}/_{135}$ et superat semitonium $^{15}/_{16}$ parum admodum.

Haec quamvis sint inusitata intervalla, fiet tamen infra libr. V. aliquorum mentio.

CAPUT V.

De consonorum intervallorum sectione naturali in concinna, et hinc ortis eorum appellationibus.

Quae essent intervalla concinna, id est auribus humanis in traductione cantus observabilia et voce canentis imitabilia, dictum est capite praecedenti. Nunc singulari cura dispiciendum est nobis, in quae concinna quodlibet ex consonis natura duce dissolvatur.

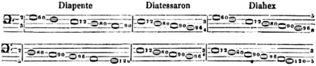
Resumtis igitur numeris iisdem, per quos omnes sectiones harmonicae naturales chordae unius in unum conspectum collocatae fuerunt, apparebit nobis, intervallum inter numeros 75 et 100, interpositis 80 et 90, abiisse in haec tria concinna: in semitonium $^{75}/_{80}$ vel $^{15}/_{16}$, tonum majorem $^{80}/_{90}$, hoc est $^{8}/_{9}$, et tonum minorem $^{90}/_{100}$, hoc est $^{9}/_{10}$.

Idem etiam est factum cum intervallo inter numeros 72 et 96, intercedentibus iisdem 80, 90. Nam $^{72}/_{80}$ est $^{9}/_{10}$, tonus minor, et $^{80}/_{90}$ ut supra est tonus major, denique $^{90}/_{96}$ est $^{15}/_{16}$ semitonium. Utrinque vero inter ex-

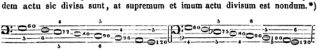
tremos, tam $^{75}/_{100}$ quam $^{72}/_{96}$ intervallum $^{3}/_{4}$ deprehenditur. Quare cum natura nos docuerit coaptare hos numeros, ob sectionem circuli per figuras demonstrabiles, natura igitur duo intervalla sesquitertia, certi situs inter duos terminos proportionis duplae, actu ipso sectionum divisit in tria intervalla perfecta, concinna, tonum majorem, tonum minorem et semitonium. Atqui trium intervallorum contiguorum oportet esse locos seu voces seu chordas quatuor. Hinc igitur intervallum sesquitertium dici coepit quarta, subaudi: quarta vox a prima seu superiore seu inferiore. Eadem de causa Graeci appellant hoc intervallum διὰ τεσσάρων, quod latinis etiam literis exprimimus, usitato modo scribentes diatessaron.

Sequitur igitur, ut quia intervallum sesquialterum superaddit tonum unum perfectum (quippe differentia inter $^{2}/_{3}$ et $^{3}/_{4}$ fuit $^{8}/_{9}$), ex hoc ipso dicatur quinta, seu, graecae pronunciationis imitatione, diapente; non obstante, quod actu ipso in totidem concinna divisa non sunt per sectiones nostras harmonicas intervalla sesquialtera, eaque de causa numerus unus ad hanc divisionem plenariam necessarius adhuc nobis desit, quem defectum Deus ipse creator in planetarum motibus expressit, ut libro quinto audiemus.

Porro, quia sic etiam tam $^{5}/_{8}$ quam $^{3}/_{5}$ superaddunt sesquialterae $^{2}/_{3}$ unum ex jam dictis elementis, illud quidem semitonium $^{15}/_{16}$, hoc vero tonum minorem $^{9}/_{10}$, ex hoc appellantur sextae, illud quidem major, hoc minor.



Vicissim, quia tam $^{4}/_{5}$ quam $^{5}/_{6}$ demunt de sesquitertia unum ex jam dictis elementis, illud quidem semitonium $^{15}/_{16}$, hoc vero tonum minorem $^{9}/_{10}$, ut ostensum est capite praecedenti, restant igitur iis bina solummodo ex elementis concinnis, illi quidem toni, major et minor, huic tonus major et semitonium. Ex hoc quidam intervalla haec appellant voce graeca ditonos, majorem et minorem vel semiditonum, cumque duo intervalla tres requirant terminos seu voces, ideo dicuntur tertiae, major et minor. Et horum intervallorum per sectiones chordae naturales constitutorum cetera quidem actu sic divisa sunt, at supremum et imum actu divisum est nondum.*)

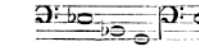


Et cum harmonicae $^{3}/_{5}$ et $^{4}/_{5}$ sint ex pentagono, cujus latus ineffabile, sed et $^{5}/_{8}$ et $^{5}/_{6}$ misceant aliquid de natura pentagoni, hinc fit ut biga utraque sit imperfectioris consonantiae, quae, quo minor est, hoc mollior et blandior auribus accidit; minor vero est in $^{5}/_{6}$ et $^{5}/_{8}$, quia totum circulum vel figura perfectiori (s. hexagona, cujus latus est effabile longitudine) vel in partes proportionis continue duplae (quae identica est) sc. in 6 et 8 dividunt;

*) Galilaeus ditoni voce utitur ad significandum aliud quippiam ex veterrima musica, quod differt a tertia, majore consonante. Vide cap. 12.

ergo $^5/_8$ et $^5/_6$ habentur pro sexta et tertia molli; $^3/_5$ vero et $^4/_5$ pro sexta et tertia dura sive aspera; et sic etiam appellantur.

Mollis Dura

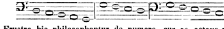


Denique quia proportionis duplae intervallum, ut supra dictum, ex sesquialtero et ex sesquitertio constat, quorum illud quinta dicitur, hoc quarta; quae tamen bina in sui medio habent unum communem terminum, qui unius ultima est, alterius prima, versus plagam eandem in hunc modum:

Prima. Secunda. Tertia. Quarta. Quinta. 6. 7. 8.
Prima. Secunda. Tertia. Quinta:

sequitur igitur, ut ultima posterioris in numeratione sit numero octava. Atque inde hoc intervallum octavae nomen obtinuit. Graeci ad identicam consonantiam respicientes appellant δια πασων, ut et latinis literis diapason scribitur, quasi consumtis omnibus diversum sonantibus, vox canentis octavo sono in se ipsam redeat indeque novum initium, nova series concinnorum oriatur, priori per omnia similis; vide prop. 1.

Diapente. Diatessaron. Systema diapason.



Frustra hic philosophantur de numero, cur sc. octava vox consumat omnes inque idem redeat? vere enim respondendum est per petitionem principii, quia sc. natura fiat, ut intervallum proportionis duplae, quod per cap. 1. est identisonum, dividatur in intervalla concinna septem, quae determinantur sonis octo, ut hoc capite probatum est. Ipsi putant fieri hoc, quod numerus 8 sit primus cubus et prima tessera. At quid sectioni chordae cum solidis? Et cur non etiam vox vicesima septima (secundus is cubus est) redit eodem?

Hinc adeo etiam systematis nomen proprie et primo convenit intervallo proportionis duplae, diviso per sua septem concinna et suis octo vocibus seu chordis descripto inque instrumentis expresso, de quo infra cap. 9.

In iis intervallis, quae octavam seu diapason superant, in multiplicibus quidem octavae, duplex octava, graece δις δια πασων, dici solet, triplex trisdiapason, et sic consequenter. In ceteris vero exprimitur diapason ejusve multiplex et additur excessus hoc pacto: quinta supra octavam, aut octava supra quintam, diapason epidiapente vel δια πεντε επι δια πασων. Interdum et numero pergimus, appellantes nonam, decimam, duodecimam etc.

Haec igitur sectio intervallorum consonorum in concinna naturalis est quantitasque haec et numerus elementorum concinnorum, ternario non major, non sola aurium assuefactione nititur, sed auditus hoc habet ex instinctu naturali; nec possunt praeter ista vel alia intervalla vel alio numero pro concinnis sumi, in quae dividatur quodlibet ex consonis. Nam si velles exempli gratia diesin adjungere, primum illa est etiam dissonorum concinnorum soboles; deinde si maxime illam tantum ideo velles adjungere, quia est consonorum soboles, at solam non posses; traheret n. secum lemma seu semitonium minus, quod tantum a dissonis oritur. At consentaneum est, auditum illud a sobole consonorum distinguere iisque admissis inter canendum interque secunda intervalla, hoc ceu spurium repudiare. Quare etiam diesis inter principalia octavae intervalla non erit.

CAPUT VI.
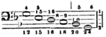
De cantus generibus, duro et molli.

De figurarum generibus dictum est libro primo prop. 49, quas cum etiam chordae sectiones ipsae imitentur, per axioma 2. hujus, sequitur igitur, ut, quia sectio proportionis continue duplae et sectio trigonica ejusque continue duplae sunt ex figuris laterum effabilium saltem primis, triangulo et quadrangulo, sectio vero pentagonica fit latere ineffabili, illae igitur sectiones per ax. 4. efficiant unum genus cantus, ista genus alterum; cui quidem non propter figuram tetragonam, sed solum propter identicam bisectionis consonantiam admiscetur etiam bisectio.

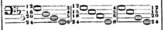
Hinc ergo nascuntur duo sectionum genera, unum quidem habet sectiones has:

Sectiones.	Communi denominatore.	Intervalla.
$\frac{1}{2}$	12	
		$\frac{4}{5}$
$\frac{5}{8}$	15	
		$\frac{15}{16}$
$\frac{2}{3}$	16	
		$\frac{8}{9}$
$\frac{3}{4}$	18	
		$\frac{9}{10}$
$\frac{5}{6}$	20	
		$\frac{5}{6}$
	24	

Genus molle.



Medietates in notis.



In hoc genere ex sex bigis medietatum cap. 3. admittuntur hae:

3, 4, 5, 6,
vel 12, 16, 20, 24.
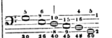
4, 5, 6, 8.
vel 12, 15, 18, 24.

Et 12, 15, 20, 24

Alterum genus complectitur sectiones has:

Sectiones.	Communi denominatore.	Intervalla.
$\frac{1}{2}$	30	
		$\frac{5}{6}$
$\frac{3}{5}$	36	
		$\frac{9}{10}$
$\frac{2}{3}$	40	
		$\frac{8}{9}$
$\frac{3}{4}$	45	
		$\frac{15}{16}$
$\frac{4}{5}$	48	
		$\frac{4}{5}$
	60	

Genus durum.



Medietates in notis.



Hic insunt bigae medietatum ex Cap. 3. istae:

5, 6, 8, 10.
vel 30, 36, 48, 60.

10, 12, 15, 20.
vel 30, 36, 45, 60.

et 15, 20, 24, 30.
vel 30, 40, 48, 60.

Haec sunt illa vulgo celebrata duo cantus genera, et prior quidem dicitur **cantus mollis**, quia inveniuntur in eo ordinata ab ima voce intervalla tertia et sexta, molles; posterior vero **cantus durus**, ab ejusdem denominationis intervallis, eodem loco systematis octavae ordinatis, quorum nominum ratio dicta est capite 5. praecedente. Quemadmodum enim illic $^5/_6$ loco imo non tulit $^3/_5$, sic jam hic $^4/_5$ non fert $^5/_8$, quia natura cantus concinni requirit hoc, ut tertia cum sexta faciat perfectam quartam seu diatessaron.

Hinc igitur apparet naturalis sepes utriusque generis. Nam cum in cantu molli sit imo loco $^5/_6$, in duro $^4/_5$ et differentia utriusque, scilicet diesis $^{24}/_{25}$ non sit ex concinnis ordinariis, per caput 4, ergo non poterunt eadem cantus naturalis serie simul stare imo loco $^4/_5$ et $^5/_6$, sed assumta $^4/_5$ tertia majore, debet illa vice exulare ab imo loco $^5/_6$, aut hac recepta extruditur illa; ubi $^4/_5$ trahit secum $^3/_5$, et $^5/_6$ trahit secum $^5/_8$ sextam minorem. Rursum autem hoc discrimen utriusque generis harmoniae Deus ipse in motibus planetarum expressit, ut libro V. audiemus.

De veterum tribus illis generibus, quorum haec nomina: diatonicum, chromaticum, enharmonium, hic consulto supersedeo dicere, ne confundam lectorem. Possis tamen diatonicum interpretari cantum durum, chromaticum cantum mollem, aut diatonicos quidem singulos, chromaticum vero mixtum ex duro et molli. Enharmonium vero nihil habet respondens in cantu naturali; in usuali vero musica respondent illi quadamtenus vibrationes vocis humanae, tremor organorum, mordentiae in fidibus pandurae et similia.

Vide quae de his generibus infra disputamus in appendice ad textum Ptolemaei.

CAPUT VII.

De plenaria sectione unius octavae in utroque genere cantus, et de ordine naturali concinnorum omnium.

Igitur hactenus natura ipsa ostendit, in cantu molli tertium ab infra concinnum esse tonum minorem $^9/_{10}$, quartum, tonum majorem $^8/_9$, quintum, semitonium $^{15}/_{16}$, in cantu vero duro tertium ab infra $^{15}/_{16}$, quartum $^8/_9$, quintum $^9/_{10}$. Restant in utroque genere cantus adhuc tertiae binae, singulae minores et singulae majores, quae necdum sunt divisae actu per sectiones chordae naturales in elementa minima concinna.

Primum videamus, in quae concinna possint illa dividi, deinde quo ordine collocanda sint singula.

Satis autem natura docet, si possimus illa dividere in eadem elementa, ex quibus hactenus vidimus constare, natura monstrante, diatessaron consonantias, non debere nos uti aliis, quarum exempla natura non monstrat. Docet igitur arithmetica, $^4/_5$ constare ex $^8/_9$ et $^9/_{10}$, sic $^5/_6$ ex $^8/_9$ et $^{15}/_{16}$. En eadem concinna, quae et hactenus. Quod nisi ordinaveris imo loco tertiae cujusque inferioris tonum majorem, non poterit esse chorda una in utroque genere cantus. Si enim in cantu molli non poteris imo loco ponere tonum majorem, oportet igitur ut ibi colloces semitonium $^{15}/_{16}$, quia haec duo sola insunt in intervallo $^5/_6$ indiviso. In duro contra esset collocandus imo loco tonus minor, quia illud consonum indivisum, scilicet tertia major, non habet semitonium, quod antea in molli ponendum fuisset imo loco; ita fierent

duae chordae, quarum longior cum maxima constitueret semitonium pro cantu molli, altera tonum minorem pro duro.

Accedit secundo, quod naturae consentaneum videtur, ut, ubicunque liberam sectionis electionem habemus, majora intervalla vergant ad sonos graves, quia etiam ipsi graves acutis sunt minores.

Eadem prima ratione evincemus etiam, superiorem tertiam, indivisam hactenus, sic esse dividendam, ut tonus major sit loco summo, ne septima chorda gemina fiat. Est enim in cantu molli superius $^4/_5$, in duro $^5/_6$ naturali methodo in superioribus tradita. Si ergo tonum perfectum (alterum scilicet elementum tertiae) ordinaremus loco inferiori hujus tertiae superioris, tunc intervallum idem, a diversae altitudinis vocibus consurgens, pertingeret etiam ad diversae altitudinis voces, quas pro una faceret duas. Hac rationes demonstrativae et plane necessariae sufficiunt contra auctoritates Ptolemaei, Zarlini, Galilaei, qui imo loco octavae habent tonum minorem.

Igitur chordae octo explicantur his numeris, ad eundem communem minimum denominatorem redactis.

Systema octavae in cantu molli.

Voces seu loca	In notis.	Longitudo chordarum	Superior.	Quartae.	
					
VIII.		72 vel 360.	24.	Media naturaliter divisa.	
VII.		81 — 405.	27.		
VI.		90 — 450.	30.	30 vel 15.	
V.		96 — 480.	32.	32 — 16.	Ima.
IV.		108 — 540.		36 — 18.	27.
III.		120[illegible] — 600.		40 — 20.	30.
II.		128 — 640.			32.
I.		144 — 720.			36.

In cantu duro.

Voces seu loca	In notis.	Longitudo chordarum	Superior.	Quartae.	
					
VIII.		360.	120.	Media naturaliter divisa.	
VII.		405.	135.		
VI.		432.	144.	36.	
V.		480.	160.	40.	Ima.
IV.		540.		45.	135.
III.		576.		48.	144.
II.		640.			160.
I.		720.			180.

Expressas vides in numeris minimis non tantum omnium octo longitudinum proportiones, sed etiam quatuor supremarum et quatuor imarum, numeris minoribus; inprimis vero trium supremarum et trium imarum, de quarum mediis earumque numeris mihi cum auctoribus hoc in capite controversia intercedit, nam VII. in utroque genere cantus est 405, et II. utrinque 640.

Memineris autem, chordas uniuscujusque generis tantum principales octonas in hoc capite poni; de accessoriis, quarum unam cantus durus adsciscit loco pene supremae, in sequente dispiciemus; hic enim id agimus, ut videamus, quomodo penesupremae et penimae constituendae sint, ut in utroque genere possint esse eaedem. Et quia in conjunctione harum utriusque cantus principalium octo chordarum fit, ut duae earum geminentur in instrumentis musicis, fiunt ergo in communi systemate chordae principales unius octavae decem, agnoscuntur tamen (et sic etiam appellantur) loca non plus quam octo. Vide originem vocabuli cap. 4.*)

CAPUT VIII.

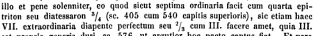
De numero et ordine minimorum intervallorum unius diapason.

Intervalla imum et summum, ut et quartum, natura hoc, illa naturae imitatione, facta sunt toni majores, a quibus rursum imitatione naturae, quae tonum minorem secat in semitonium et diesin, abscinduntur itidem semitonia $^{15}/_{16}$, propter majorem varietatem in cantus flexibus seu anfractibus praecipue, idque superiori parte intervalli; restant igitur in parte inferiore lemmata seu dieses majores $^{128}/_{135}$, quod diesin $^{24}/_{25}$ uno commate superat.

Praecipua vero est hujus abscissionis necessitas in supremo intervallo, quod capite praecedenti tonum majorem fecimus, quia cantus durus semitonio in summo, vel tono majore promiscue et pro re nata utitur, crebrius tamen illo et pene solenniter, eo quod sicut septima ordinaria facit cum quarta epitriton seu diatessaron $^{3}/_{4}$ (sc. 405 cum 540 capitis superioris), sic etiam haec VII. extraordinaria diapente perfectum seu $^{2}/_{3}$ cum III. facere amet, quia III. est propria generis duri, sc. 576, ut argutior hoc pacto cantus fiat. Et vero $^{2}/_{3}$ de 576 est 384, quod cum VIII, scilicet cum 360, facit $^{16}/_{15}$.

Cape hoc exemplum in notis ex anticipato.

Etsi haud contenderim, si quis affirmaverit, hujus melodiae proprietatem sic rectius exprimi.



Sed de hac re infra ex professo.

Itaque fiunt in una octava in universum chordae tredecim his numeris seu terminis minimis, quibus interposui intervalla omnia minima secundum naturalem ordinem in pleno et perfecto systemate organico.

*) Vide etiam hunc typum, qui eodem redit:

Loca C duri	VIII.	VII.		VI.	V.	IV.		III.	II	I.
Chordae	360.	405.	432.	450.	480.	540.	576.	600.	640.	720.
Loca C mollis	VIII.	VII.	VI.		V.	IV.	III.		II.	I.

	Longitudines chordarum.	Intervalla concinna vel quasi.	In notis usitatis.
Supra.	1080		
		Semitonium.	
	1152		
		Lemma.	
	1215		
		Semitonium.	
	1296		
		Diesis.	
	1350		
		Semitonium.	
	1440		
		Semitonium.	
	1536		
		Lemma.	
	1620		
		Semitonium.	
	1728		
		Diesis.	
	1800		
		Semitonium.	
	1920		
		Semitonium.	
	2048		
		Lemma.	
Infra.	2160		

Vides duobus locis concurrere bina semitonia infra diesin, quod supra dicebamus futurum. Atque id arripiunt artifices in organis et duobus semitoniis pro tono utuntur, quoties insolentiorem aliquam mutationem instituunt. Etsi ex artis instituto contemperant omnia intervalla, sic ut nullum sincerum relinquatur, sed ut intervalla, quae debebant esse perfecta, minimo perfectionis damno sublevent et leniant ceterorum imperfectionem; qua ratione fit, ut toni omnes organicis sint aequales, lemma etiam aequale semitonio adeoque duo semitonia faciant illis tonum, perfecta bisectione; quod ut tanto facilius succedat, ne diesis quidem perfectionem suam demonstrativam apud illos retinet.

Sectio Monochordi expedita pro chely ejusque reprobatio per auditus sensum.

Hic locus postulat, ut, quae supra sub finem capitis secundi promisi, praestem, nimirum ut cum meis inventis comparem sectionem monochordi testudinariam, a Vincentio Galilaeo, ni fallor, ex Aristoxeno prolatam; et super ea quoque aures interrogem, sic tamen, ut ratio eloquatur, quod ipsas dicturas esse consentaneum fuerit.

Cum enim diapason constet ex concinnis intervallis septem, unde nomen habet **octavae**, ut dictum capite priori, inter quae intervalla sunt quinque toni, duo semitonia, et tonorum quilibet bisecari possit in partes semitonio proximas, ut ita fiant intervalla duodecim hoc capite definita, literis *G*, *Gϱ*, *A*, *b*, *h*, *c*, *cϱ*, *d*, *dϱ*, *e*, *f*, *fϱ*, *g*: hinc occasione capta musici instrumentarii duodecim et ipsi intervalla in uno diapason statuerunt, id vero via minime

laboriosa, sed omnino facili et expedita, ut mechanica pleraque par est esse, quae talis est. Totam colli testudinarii longitudinem inter duo quidem ephippia seu magadia, quibus incumbens chorda liberam tota longitudine intercepta vibrationem obtinet, dividunt in partes aequales 18 et primam a verticillis ligaturam seu tactum sic ponunt, ut supra sit pars 1, infra 17. Deinde has residuas 17, deletis divisionis punctis, de novo in alias 18 dividunt et secunda ligatura absecant unam ut prius, idque repetunt duodecies; cum duodecima absectione dicunt relinqui tantam partem chordae, ut sit inter illam et totam consonantia diapason. Sit ergo longitudo chordae 100000: si 18 partes fiunt 100000, quid 17? prodit 94444. Rursum si 18 valent 94444, quid 17? prodit 89198. Et si 18 valent 89198, quid 17? prodit 84242 etc. Hoc pacto prodeunt numeri duodecim pro totidem intervallis, quibus ad latus positi sunt numeri, quantos postulat vera ratio, hactenus demonstrata, in quantitate chordae totius.

	Ratio Galilaei.	Vera ratio hactenus demonstrata	
G.	100000.	100000.	numerorum forma eadem expressa.
Gę. (gis)	94444.	93750.	
A.	89198.	88889.	
b. (ais)	84242.	83333.	
h.	79562.	80000.	
c.	75242.	75000.	
cę. (cis)	70967.	71111.	
d.	67025.	66667.	
dę. (dis)	63301.	62500.	
e.	59785.	60000.	
f.	56463.	56250.	
fę. (fis)	53325.	53333.	
g.	50363.	50000.	

Haec ratio si exacta esset, tunc sane proportio repetita duodecies aequalis esset proportioni duplae inter $^1/_2$, quod sciunt boni arithmetici falsum esse, cum $^1/_2$ et $^{17}/_{18}$ sint incommensurabiles. Haec tamen mechanica sectio chordae satisfacit auditui utcunque, propterea quod numeri singuli ad veros juxta positos appropinquant, et quia chordae chelyum tensiles sunt, et diversi quodammodo soni, acutiores in principio, cum est earum motus adhuc magnus, recens dimissarum a digito, graviores et remissiores, cum latitudo vibrationis contrahitur in angustum, chorda in se redeunte. Quin etiam in tactu leniori vel fortiori differentia est, inque latiori vel reductiori, pro scientia musici. At si auditus judicium cum rationis sollerti indagine examines, statim apparebit dissensus, quod sic probo. Agnoscunt sane aures harmoniam inter 100000 et 50363, ut affirmat mechanicus; agnoscunt eandem etiam inter 100000 et 50000, ut ego affirmo. Quaeritur, utrum nihil diversitatis animadvertant aures, et utrum harmonia haec obtineat tantam latitudinem? Respondeo ex meis sectionibus harmonicis cap. 2, quod non. Nam quomodo nihil discernunt inter duas consonantias chordarum 100000 et 50000 et chordarum 100000 et 50363, eodem modo neque discernent inter duas consonantias chordarum 100000 et 50000 et chordarum 100000 et 49637, quia aequalis hic et illic est differentia binarum consonantiarum. At si non juxta totam 100000 pulsetur pars haec vel illa, sed partes ipsae, hinc 50363, inde 49637, juxta se invicem pulsentur, tunc omnino necesse est, partem breviorem emittere sonum acutiorem, partem longiorem graviorem; et haec differentia sonorum facile deprehenditur ab auribus in examine unisonarum partium. Patet ergo, quod aures non alia de causa judicent, eandem esse consonantiam inter 50363 et 100000 et inter 49637 et 100000, quam quatenus 50363 et 49637 aequales esse videntur, id est, quatenus nihil sensibile differunt nec haec nec illa a 50000. Ergo si respondeant aures secundum rationis interrogata, dicent, exactam harmoniam inter 100000 et 50000, hoc est inter 2 et 1 interesse. Quare falsum est, exactam esse consonantiam inter 100000 et 50363.

Idem judicium est de harmonia inter 100000 et 67025; nam etsi primo

non discernunt eam aures a 66667, justa longitudine partis vere consonantis, at residuum illius 32975 non est dimidium ipsius 67025. Aliter ergo consonabit duplum illius 65950, aliter ipsa 67025, cum inter se collatae hae chordae diversum sonum faciant. Quod igitur in harmonia non discernunt illos aures, fit ideo, quia medium numerum probant, si sensus ratione acuatur, scilicet 66667, ut ejus complementum sit 33333, dimidium sc. illius exacte.

Stabilito jam sensus acumine in dijudicatione harmoniae 2 ad 3 itemque 1 ad 3, sequitur ut similiter etiam de 2 et 3 cum 5 judicemus, deque 1 et 3 cum 4. Nam si 59785 consonaret cum 100000, atque sic etiam residuum 40215, certe hoc non est bes de illo, cum tamen bessis consonantia perfecta justificata jam sit, sc. 60000 cum 40000. Hoc pacto transfertur auditus, si ratione acuatur, ab una sectione ad aliam, incipiens ab unisono, cujus agnitio et dijudicatio est facillima, usque dum omnes pervadat, probans partes, quas mei numeri signant, repudians mechanicas primi ordinis.

Vide argutissimam aliam hujus generis contemperationem apud Vincentium Galilaeum, non ignorantia demonstrativae sonorum quantitatis, sed studio singulari factam; atque ego quidem usum ejus mechanicum agnosco, ut organis eadem pene libertate intensionis, quae est in humana voce, possimus uti, ad speculationem vero, imo ad naturam cantus dignoscendam perniciosam existimo quaeque hoc efficiat, ut organum ingenuitatem humani cantus vere nunquam assequatur.

CAPUT IX.

De diagrammate, hoc est chordarum seu vocum denotatione moderna per lineas et literas alphabeti et notas, deque systemate.

Non sine lite res est, sed sequor ego rationes necessarias. Musici nostrae aetatis pingunt chordas aliter in diagrammatibus testudinariis, aliter in cantoriis. Illic enim singulae lineae diagrammatis singulas chordas notant, quarum quaelibet pro diversis tactibus diversos praestant sonitus, si pulsentur; in cantoriis typis non lineae tantum singulae singulas voces seu chordas, sed ipsa etiam intervalla duarum linearum significant unam chordam intermediam.

Hoc pacto 4 lineae transversae cum tribus intervallis denotant 7 chordas et 5 lineae cum 4 intervallis chordas novem. Deinde exprimunt voces canori systematis vel notis peculiaribus, suo quamlibet loco diagrammatis (quae notae simul temporis mensuram innuunt), vel literis alphabeti primis septem, vel denique sex syllabis, *ut, re, mi, fa, sol, la,* vel, ut hodie Belgae, septem istis, *Bo, ce, di, ga, lo, ma, ni.*

Nam quia cantus genera duo sunt, durum et molle, quorum ab una communi voce ima inceptorum haec est differentia, quod tertia et sexta in duro cantu sunt una diesi altiores quam in molli, chordae itaque, tertia et sexta, non possunt manere stabiles in utroque cantu, sed oportet illas vel geminas facere in instrumentis et organis, ut factum in numeris cap. 7, vel tactu variare, ut credo factum olim in lyra et syringibus. Eadem de diagrammate et voce humana sunt dicenda. Cum enim pro utriusque generis octavis, ab eadem radice surgentibus, unum solum diagramma fiat inque eo tantum octo loca, octo sonorum indices, ab utroque vero genere cantus in unam octa-

vam coacerventur principales chordae decem, per cap. 7, omnifariae vero tredecim, per cap. 8, fit ut duo soni, diesi vel lemmate distantes, pingantur eodem diagrammatis loco, seu is linea sit seu interlineare intervallum, quia dieses et lemmata non canuntur deinceps, ut toni et semitonia; qua de causa etiam nolui illas cum aliquibus semitonia minora dicere. Hac igitur de causa praefigendae fuere lineis et intervallis, chordarum imaginibus, certae notae, ex quibus cantus durus a molli internosceretur constaretque locus semitonii, sive ordinarii, seu etiam ceterorum, ex tonis majoribus abscissorum. Est et alia necessitas occultior, non ex diversitate generum, sed in quolibet cantu, ex inaequalitate tonorum majoris et minoris, ut ii in diagrammatibus sint contra se distincti. Nam syllabas *Ut, Re, Mi* necesse est esse generales et applicabiles tam majori quam minori tono, quare utcunque satisfaciant hae denominationes canere discentibus et organicis practicis, at theoreticis minime satisfaciunt. Ex hoc igitur officio hae literae, quando praefiguntur diagrammatis, claves appellari solent, quod sine iis cantori non pateat ingressus in diagramma. Eaedem vero literae etiam adhibentur in organis musicis, inscribuntur enim manubriis plectrorum in tensis, aut epistomiorum in inflatis, a qua inscriptione manubria illa privato jure claves dicuntur, et ordo ipse, seu systema ex manubriis omnibus claviarium, das Clavier, et instrumenti genus clavichordium, quod chordae clavibus, hoc est manubriis foris depressis plectrisque intus exsilientibus, pulsentur.

Quin etiam sunt diagrammata, pro organistis scribi solita, in quibus pro lineis nigris sunt series literarum, indicantium, quaenam claves tangi debeant, ubi literae sunt pro notis, quas adhibebant diagrammata cantoria, in lineas aut intervalla positas. Circa literas has aliqua nobis veniunt observanda jucunde. Primum non omnes literae suis imponuntur lineis et intervallis, sed solum istae, *F, G, C*, quoties locus uni earum est super linea, *B* vero etiam tunc, cum locum habet in intervallo. Deinde litera *C* habet signum longe diversum, quale sc. hic ad latus pictum; puto signum hoc natum ex detorsione scripturae veteris literae *C*. Nam quia latis calamorum mucronibus utebantur scriptores, notae pleraeque compendiosa scriptura fiebant quadratae, nec poterat iis calamis rotundum *C* pingi; itaque *C* fecerunt ex tribus lineolis, una tenui, vice cavitatis, et duabus crassis, vice cornuum, ducto in latitudinem calamo sic ⊏. Jam lineola tenuis, properante calamo, ut plurimum facta fuit longior et exstans utrinque ultra cornua, sic ⊏. Ut autem cornua terminarentur, lineolas primae parallelas duxerunt, sic ⊏, et sic tandem ex duabus talibus lineolis una facta est, primae similis et parallela, totumque signum tale ⊏, quod, ut notae ipsae in lineis, hiatu calami fit cavum, sic ⊏.

Occurrit tamen et hoc, an non signum hoc ex usu vocis, scala musica, fuerit natum, cum figuram prae se ferat scalae, qnasi principium scalae musicae notaverit, ubi ponebatur. An verius, prius ex litera *C* scalae effigiem factam, postea ex hujus effigiei crebro usu scalam dici coeptam, quod proprie diagramma erat? Cum vero locus non est literae *C* in linea (quia olim ut plurimum lineae erant tantum quatuor), tunc locus est literae *F* in linearum una, quae scribitur in ceteris vocibus altioribus genuina sua nota, in basso semicirculo recurvo cum duobus juxta punctis, quod signum puto inter initia, priusquam detorqueretur, fuisse graecum γ (gamma) minusculum, sic ut duo puncta addita significent digamma, quia nostrum *F* est Graecorum duplex Γ. Nam a Graecis defluxisse hanc rationem signandi sonos systematis per literas

alphabeti, fidem facit Vincentius Galilaeus, prolatis graecarum cantilenarum exemplis antiquissimis. Et in confesso est, etiam simplex graecum *Γ* in latina nostra musica locum invenisse, ut jam dicetur.

Haec igitur *F* est altera signata clavis; signantur autem ambae juxta invicem, ubi commodi loci pro utraque occurrunt. Tertia est *G*, quae in vocibus altioribus exprimitur, cum ei locus est in linea. Signatur ex antiquo more etiam in ima linea diagrammatis. Nam scala musica hodie incipit a voce *Γ ut*, seu *Gammut*, quae indicat *G* phthongum gravissimum; ut ita digamma et gamma sint idem quod *F* et *G*.

Sed et *b* in mollis cantus diagrammate pingitur insuper, ad discriminandum genus cantus, sive in lineam competat sive in intervallum; significat ejus praesentia cantum mollem, absentia durum. At non hoc tantum, verum etiam in aliis lineis vel intervallis, quae non sunt clavi *b* tributa, reperitur nihilominus et abusu quodam repetitur litera *b* pro signo semitonii seu syllabae *FA*.

Contra quando extraordinarie semitonium statuitur loco toni et syllaba *Mi* loco syllabae *Fa*, tunc notae praemittitur litera ♮ aut signum ab ea derivatum. Nam veteres procul dubio sic pingebant ♮; et pro eo nos ♯ vel ♯, quod Galilaeus idem lectori dicere velle existimat, quod olim graeca vox diaschisma; satis enim evidenter fissuram exprimit et indicat nobis abscissiones semitoniorum, de quibus egimus capite praecedenti 8.

In manubriis tensorum organorum non committimus hanc ambiguitatem cum litera *b*, loco sc. non suo. Nam primo omnes claves seu manubria sonorum illorum, qui constituuntur abscissis semitoniis a tono et qui augent numerum octonarium systematis octavae, et eminentia sunt, seu exstantia supra manubria principalia plana, et nigra colore; deinde cuilibet nigrae clavi inscribitur litera vicinae clavis, sed caudata ad distinctionem (excepto ♮, loco cujus *b* simplex nigrae clavi ponitur), et cauda significat vocem altiorem, ut *f, fϱ, g, gϱ, b,* ♮, *c, cϱ, d, dϱ,* sed inter *f, fϱ, g, gϱ; c, cϱ* est lemma, et inter *b*, ♮ diesis, inter easdem sc. literas, sicut etiam earum binae voces in uno solo loco diagrammatis exprimuntur. At inter *d, dϱ* est semitonium, sic ut hae duae literae, licet eaedem, non tamen adscribantur loco eidem, sed succedentibus. Diesis vero est inter *dϱ, e*, et competunt hae diversae literae in locum eundem, quae diversitas concedenda est mori antiquo et usu mollienda. Denique inter *fϱ, g; gϱ, a; a, b;* ♮, *c; d, dϱ; e, f* sunt semitonia. Itaque cautio hic est adhibenda, ne per analogiam aliquam ex scriptura eadem de intervalli identitate quicquam praesumamus.

Illud etiam praecipue mirum et condonandum similiter antiquo mori, quod in nonnullis clavichordiis et organis (in quibus continuantur octavae), cum propter identitatem consonantiae diapason eaedem literae jure merito repetantur, non id tamen fit initio facto a prima *A*, sed a secunda *b*. Hic enim est ordo characterum: *C, D, E, F, G, A, b, c, d, e, f, g, a, bb, cc, dd, ee, ff, gg, aa, bbb, ccc, ddd, eee, fff, ggg, aaa etc.*

Porro quod est diagramma in charta, hoc est systema in organo, series scilicet chordarum omnium, unum intervallum consonum dividentium, quod, ut cap. 5. dictum, primo omnium convenit intervallo diapason, ex eo majoribus omnibus, quanta illa quodlibet instrumentum complectitur.

Etsi vero non est instituti mei, multum immorari in musica veterum, cum sit obscuritatis plena, non censui tamen praetereunda nomina, quibus illi sonitus octo in unius octavae systemate indigetarint; nam denominatio ista cognationem habet cum literis, de quibus egimus hactenus. Igitur veteres

Aristotelis tempore sic numerarunt chordas: hypate, parhypate, lichanos, mese, paramese, trite, paranete, nete. Hypates vox erat gravissima, dictaque sic esse videtur a situ suo in instrumento tenso, cum ad ludendum applicatur; eundem enim situm hodiedum obtinet in chely, pandura et cythara. Cumque affirmet Aristoteles, inter hypaten et parhypaten interfuisse diesin (hoc est Platonicum semitonium, qui, duobus tonis majoribus ablatis a diatessaron, relinquebat $^{243}/_{256}$, quod appellavit diesin), ergo hypate eadem erat, quam signamus litera *A*, parhypate, quam litera *b* signat. Ergo lichanos (a digito indice sic dicta) est *c*, mese vero est *d*, dictaque est hoc nomine, quod inter septem erat media, quo tempore septem solae erant chordae in psalterio et pro octava pulsabatur prima. Paramese habet literam *dϱ* vel *e*; hanc vetustiores omittebant; trite literam *f*; dicta sic est, quod esset tertia in ordine ab acuto, sicut nos sextam dicimus a gravi *A*. Paranete signatur litera *g*. Et nete, quasi quae ultima tangatur a plectro deorsum tracto, redit ad literam *a*. Confirmat hanc distributionem et hoc, quod inter neten et mesen diapente interfuisse dicitur.

Tale autem systema chordarum octo non poterat aliter utrique generi cantus inservire, nisi vel tactu digiti abbreviarentur parhypate *b* et paramese *dϱ*, ut fierent ♮, *e*, vel verticillis intenderentur in duro, aut remitterentur in molli cantu. Et hac occasione nata est distinctio phthongorum in stabiles et mobiles, ipsaque appellatio διεσεως a remissione chordarum mobilium.

In compositione plurium systematum diapason ratio veterum fuit intricatior; illud tamen observandum, quod assumserunt unam graviorem ipsa hypate, quae ab hoc ipso proslambanomenos est dicta. Hujus rei vestigium superest in scala musica, quam ediscunt nostri pueri, quae assumit infra literam latinam *A* aliquam, quae significat sonum graviorem, eum enim extra ordinem signat graeca litera *Γ*; sic enim incipit scala: *Gammut*, *Are* etc.

Haec de nominibus chordarum veteribus sufficiat tetigisse hoc loco. Nam infra capite 11. omnes chordae 15 systematis compositi explicabuntur vocibus antiquis, sed posteriorum musicorum.

Jam tandem ad nostrum systema naturale unius octavae accedamus, eique literas applicemus ex musica usitata.

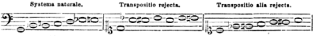
Statuo igitur systematis hujus naturalis et demonstrativi vocem gravissimam eam esse, quam veteres proslambanomenon, scala musicalis *Gammut* solet appellare, ei nimirum tribuendam literam *G*. Causae hae sunt, quia voces, constitutae per sectiones harmonicas, infra quidem octavam talia determinant intervalla cum voce chordae totius, qualia musici ordinarie constituunt inter *G* et *b*, ♮, *c*, *d*, *dϱ*, *e*.

Dixerit aliquis, eadem intervalla intelligi posse inter *D* et *F*, *Fϱ*, *G*, *A*, *b*, ♮, sic etiam inter *c* et *dϱ*, *e*, *f*, *g*, *gϱ*, *a*. Nec diffiteor ego, musicos organicos literas has usurpare generaliter nec distinguere in iis tonos majorem et minorem. Nam quid illos impediat a *G* in *d* transponere cantum, qui in organis suis tonos duos, majorem $^8/_9$ et minorem $^9/_{10}$, conflatos in unum intervallum $^4/_5$, postea praecise bisecant in duos tonos usuales, inter sese aequales? Etsi accuratior est in hac contemperatione Galilaeus. Nos vero spectamus hic non ἀτεχνιαν empiricorum, sed naturae ἀκριβειαν, quare imitari illos non possumus. Et literam quidem *c*, quominus ab illa systema octavae naturale consurgat, vel ipsi abjecerint hoc argumento: nam inter ipsorum *gϱ*, *a* est semitonium, et hoc intervallum est loco quinto, quia *a* est sexta a *c*. At in systemate naturali ante sextam nobis diesi opus est. Die-

sin autem musici ipsi ponunt tantum inter *b*, ♮ et inter *dϱ*, *e*. Igitur vel ipsis organicis assentientibus vel a *D* vel a *G* systema nostrum consurgere debet, ut exprimatur merum systema naturale.

At neque a *D* systema naturale incipere potest. Est enim ipsis in more positum, semitonium ponere inter *d*, *dϱ*, in meo vero naturali systemate est imo loco lemma, quod minus est semitonio.

Systema naturale. Transpositio rejecta. Transpositio alia rejecta.

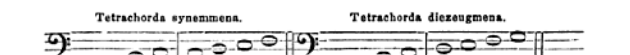


CAPUT X.
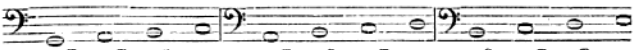
De Tetrachordis et usu syllabarum *ut, re, mi, fa, sol, la*.

Veteribus usitatum erat, systema octavae distinguere in duo tetrachorda, idque diversimode pro diversa intentione musicorum. Vel enim conjuncta erant, synemmena dicta, uno sono intermedio statuto, qui et cum gravissimo infra et cum acutissimo supra efficiebat diatessaron, itaque extremae efficiebant intervallum dissonum, dihepta, et supra tonus unus subintelligebatur accedere; quoties enim ordo postulabat pulsare octavam *a*, pulsabant primam *A*, quasi ex opposito identicum sonum edentem, ἀντίφωνον. Hoc pacto non vere duo tetrachorda erant, sed duo quidem diatessaron intervalla, unum vero heptachordum; vel disjuncta erant tetrachorda intervallo unius toni majoris, diezeugmena dicta, quod rerum natura suadet etiam in nostra systematis divisione, in qua inferius tetrachordum habet *G*, *A*, ♮, *c*, superius *d*, *e*, *fϱ*, *g*, ubi inter *c* et *d* tonus major interest. Fortassis ipso etiam situ disjunctae erant quatuor imae chordae a quatuor superioribus, relicto sc. interstitio majori inter binas limitaneas.

Tetrachorda synemmena. Tetrachorda diezeugmena.

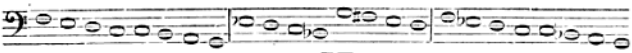


Causa ipsis cogitandi de systemate tetrachordi fuit ista, quod videbant, in una diatessaron consonantia esse tonos duos semis, et nos habemus tonum majorem, minorem et semitonium in diatessaron perfecto, in concordantia scilicet minori (nam $^4/_5$ et $^5/_6$ ne quidem pro concordantiis habebantur) omnia elementa concinna; et semitonium quidem vel imo loco, vel medio, vel summo. Omnis igitur cantus videbatur ipsis comprehendi tribus tetrachordorum formis.

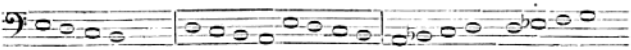


Ton. Ton. Sem. Ton. Sem. Ton. Sem. Ton. Ton.

Mihi multiplicantur formae tetrachordorum propter distinctionem inter tonos, minorem et majorem; pro tribus enim sex fiunt et in uno diapason pleraeque geminae; itaque habemus etiam naturae quoddam suffragium ad distinguenda tetrachorda, nam superius est inferiori quodammodo simile in dispositione intervallorum elementarium.



I. II. III



IV. V. VI.

(Brevi lineola semitonium signatur, mediocri tonus minor, longiuscula major.)

Prima forma in	c d e f G A ♮ c	Tonus major, minor, semitonium.
Secunda forma in	b c d dę d e fę g	Tonus minor, major, semiton.
Tertia forma in	c d dę f G A b c	Tonus major, semiton., minor.
Quarta forma in	♮ c d e	Semiton., tonus major, minor.
Quinta forma in	A ♮ c d d e f g	Tonus minor, semiton., major.
Sexta forma in	A b c d d dę f g	Semiton., tonus minor, major.

Et hae sunt tantum perfecti diatessaron formae; de imperfectis cap. 12. agemus.

Sin autem dissimulemus differentiam toni majoris et minoris, ut faciunt organici, tunc omnino similia sunt tetrachorda disjuncta deinceps ista:

G A ♮ *c*	et *d e fę g*
G A b c	et *d e f g*
Haec ima	et haec summa.

Utrinque semitonium est loco eodem, vel summo vel medio, differentia solum illa, quod uno commate altius est semitonium in inferiori tetrachordo quam in superiori; quae differentia inter canendum non valde sentitur.

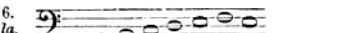
Huic igitur tetrachordorum similitudini est innixa transpositio cantus de clave in clavem, usitata musicis; tanto expeditior, quod organici discrimen tonorum majoris et minoris et cetera sustulerunt.

Rursum haec tetrachordorum similitudo et triplex varietas peperit in musica recentiori sex illas syllabas *ut, re, mi, fa, sol, la*, quibus sublevatur memoria discentium. Quodsi una sola octava caneretur, composita ex duobus tetrachordis similibus, poteramus esse contenti quatuor solis syllabis *ut, re, mi, fa, ut, re, mi, fa*, dissimulato discrimine inter tonos, majorem et minorem. Sed quia sunt tria loca semitonii in tetrachordo, ne igitur nimium generales essent hae syllabae, quin potius, ut semper denotaretur semitonium per *Mi Fa*, vel *Fa Mi*, oportuit duas alias accedere syllabas, ut in his (*Ut, re, mi, fa*) esset semitonium loco supremo, in his vero (*Re, mi, fa, sol*) semitonium esset loco medio, denique in his (*Mi, fa, sol, la*) semitonium esset imo loco. Atque haec causa est, cur sex syllabis usi sint inventores musices, non octo. Itaque videat Belga ille, qui pro sex, septem fecit, *Bo, ce, di, ga, lo, ma, ni*, quod ex hoc augmento lucrum habeat. Nam si censuit, voces usurpandas aequali numero cum chordis unius octavae, una mi-

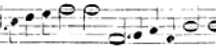
nus, ut octava propter identitatem repraesentaretur a prima syllaba *Bo*, quid quaeso desiderat in literis *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, jam dudum in hunc usum receptis?

Cum igitur hoc modo sint natae sex syllabae propter triplicem tetrachordi formam, inde nata est doctrina mutationum per scalam musicalem modernam, quae doctrina solummodo circa syllabas has, literis superius explicatis aptandas, occupatur, ostenditque superfluas syllabas *Sol*, *la* aequipollere interdum primis *ut*, *re*, interdum succedentibus, *re*, *mi*, ut possit interdum extra ordinem et sine mutatione post *sol*, *la* inferri *fa*.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	6.
Ut,	*re*,	*mi*,	*fa*,	sol,	*la*,	*fa*,	*la*.
Ut,	*re*,	*mi*,	*ut*,	*re*,	*mi*,	*fa*,	*mi*.



Est vero et alia quaedam dissimilis similitudo tetrachordorum, fundamentum assimilationis diversarum modulationum inter se concinentium, quas fugas et phantasias solent appellare. Nam si sumas tetrachorda contigua nulloque intervallo a se invicem disjuncta, sic ut tonus major supersit ad implendam octavam supra vel infra, occurret in certis quibusdam octavae systematibus utrinque series eadem intervallorum elementarium, hoc est semitoniorum, diesium et lemmatum; et assumitur ad alteram tonus major, ut pro quarta efficiatur quinta, quartae alteri quodammodo similis, et melodiae duae, altera prior tempore, altera posterior tempore, intervallum diapente superius, altera posterior tempore, intervallum diatessaron inferius percurrunt, posterior priorem insequens, et qua licet, illius typum velut illius aemula quaedam imitans.



	Semiton. Lemma.	Tonus adjunctus.	
Tetrachorda similia.	Semiton. Diesis	T. minor.	Inferius.
	Semitonium.		
	Semiton. Lemma.	T. major.	
	Semiton. Diesis.	T. minor.	Superius.
	Semitonium.		
	Semiton. Lemma.	T. major.	

CAPUT XI.

De systematum compositione.

Etsi unius hominis vox plerumque inter unius octavae systema vertitur, plurium tamen melodiarum concentus docet octavas plures contiguas ordinare. Veteres igitur, numerorum affectionibus omnia definientes, diapason epidiapente numeris 1, 2, 3 systema perfectum definiverunt; nobis supra sectiones harmonicae singulae singula reddiderunt systemata, quorum erat maximum disdiapasonepidiapente, numeris 1, 5, 6, etsi nostris componistis, ut vocant, limes nullus est positus, dum melodias concinentes multiplicant; quod etiam Creator Deus in contemperatione motuum coelestium praeivit, systemate facto ex septem diapason et eo amplius. Veruntamen quia hic componimus systema, ut omnes omnino consonantias speculemur, perfectas, imperfectas, ad hoc opus sufficiunt nobis duo diapason in unum composita intervallum, quod etiam Ptolemaeus perfectum systema appellavit, in hunc, qui sequitur, modum.

Chordae cum clavibus et intervallis intra disdiapason.		
gg		540
	Semitonium	
ffϱ		576
	Lemma	
ff		607½
	Semitonium	
ee		648
	Diesis	
ddϱ		675
	Semitonium	
dd		720
	Semitonium	
ccϱ		768
	Lemma	
cc		810
	Semitonium	
♮♮		864
	Diesis	
bb		900
	Semitonium	
a		960
	Semitonium	
gϱ		1024
	Lemma	
g		1080
	Semitonium	
fϱ		1152
	Lemma	
f		1215
	Semitonium	
e		1296
	Diesis	
dϱ		1350
	Semitonium	
d		1440
	Semitonium	
cϱ		1536
	Lemma	
c		1620
	Semitonium	
♮		1728
	Diesis	
b		1800
	Semitonium	
A		1920
	Semitonium	
Gϱ		2048
	Lemma	
G		2160

Hic singulae lineae significant singulas chordas principales.

Nostra scala musica, quae nihil est aliud quam systema musices nostrae maximum, complectitur duo diapason et unam sextam; quam huc apponam, comparatam cum systemate veterum, et appellationibus chordarum graecis.

		Appellationes chordarum graecae ex perfecto ssytemate Ptolemaei:
ee	*la*	
dd	*la sol*	
cc	*sol fa*	
bb	*fa ♮ mi*	
aa	*la mi re*	
g	*sol re ut*	Nete hyperbolaeon
f	*fa ut*	Paranete hyperbolaeon
e	*la mi*	Trite hyperbolaeon
d	*la sol re*	Nete diezeugmenon
c	*sol fa ut*	Paranete diezeugmenon
b	*fa ♮ mi*	Trite diezeugmenon
a	*la mi re*	Paramese
G	*sol re ut*	Mese
F	*fa ut*	Lichanos meson
E	*la mi*	Parhypate meson
D	*sol re*	Hypate meson
C	*fa ut*	Lichanos hypaton
B	*mi*	Pa*r*hypate hypaton
A	*re*	Hypate hypaton
Γ	*ut*	Proslambanomenos

Hic non lineae tantum, sed etiam intervalla inter lineas singula significant singulas chordas seu sonos principales more hodiernorum diagrammatum.

De ceteris partibus musices hodiernae agere non est instituti mei; nihil enim pertinet ad naturam intervallorum, quae sit notarum mensura, varietas, proportio modorum, pausae et similia.

Corollaria arithmetica et mechanica.

Multiplicatio longitudinis chordae *gggg* exprimit chordas undecim.

Sit	*gggg*	135. 135.
	ggg	270. 135.
	ccc	405. 135.
	gg	540. 135.
	ddϱ	675. 135.
	cc	810. 135.
	—	945. 135.
	g	1080. 135.
	f	1215. 135.
	dϱ	1350. 135.
	—	1485. 135.
	c	1620. 135.
	—	1755. 135.
	—	1890. 135.
	—	2025. 135.
	G	2160.

Et hic decimasexta parte chordae distant *dϱ*, *f*, ubi minor tonus, et *f*, *g*, ubi major.

Multiplicatio chordae *ccccϱ* gignit octo chordas.

Sit	*ccccϱ*	192. 192.
	cccϱ	384. 192.
	ffϱ	576. 192.
	ccϱ	768. 192.
	—	960. 192.
	fϱ	1152. 192.
	—	1344. 192.
	cϱ	1536. 192.
	♮	1728. 192.
	A	1920.

Hic etiam nona parte non totius chordae, sed ipsius ♮, vel decima ipsius *A* distant *A*, ♮ et ♮, *cϱ*.

Vel divide *G* in 5, quodlibet in 3, et hoc iterum in 3, ut fiant 45. Harum 12 sunt *ffϱ*, 15 sunt *dd*, 16 sunt *ccϱ*, 18 sunt ♮♮, 20 sunt *a*, 27 sunt *e*; proinde 24 sunt *fϱ*, 30 sunt *d*, 32 sunt *cϱ*, 36 sunt ♮, 40 sunt *A*.

Multiplicatio chordae *fffϱ* gignit sex chordas.

Sit	*fffϱ*	288. 288.
	ffϱ	576. 288.
	♮♮	864. 288
	fϱ	1152. 288.
	d	1440. 288.
	♮	1728.

Hic etiam sexta parte ipsius ♮ distant *d* et *fϱ*.

Alia monochordi sectio: divide *G* in 3 et quodlibet in 2, 4, 8, 16, ut fiant partes 48; harum 12 sunt *gg*, 15 *ddϱ*, 16 *dd*, 18 cc, 20 *bb*. 24 *g*, 27 *f*, 30 *dϱ*, 32 *d*.

Rursum *G* divide in 5, harum 3 erunt *e*, 4 ♮. Denique ♮ in 3 divide, et quodlibet in 3, ut fiant 9; earum 8 dant *cϱ*, 10 dant *A*; ultimo triseca *cϱ*, et sume harum 4 pro *gϱ*.

CAPUT XII.

De consonantiis adulterinis.

Ex continuatione duorum diapason resultant consonantiae imperfectae. Nam in commissura utriusque sequuntur deinceps duo toni majores $^{8}/_{9}$ inter *fg* et *ga*. Itaque in *f*, *a* intervallum est $^{64}/_{81}$, quod uno commate $^{80}/_{81}$ majus est justa tertia majore $^{4}/_{5}$ vel $^{64}/_{80}$. Hoc cum Galilaeo ditonum appellemus. Idem intervallum est inter *e*, *gϱ*, quia inter *ef* et *gϱ*, *a* utrinque idem est intervallum semitonii. Sic inter *f*, *bb* ad ditonum abundantem *f*, *a* accedens semitonium, facit intervallum $^{60}/_{81}$ vel $^{20}/_{27}$, quod est commate $^{80}/_{81}$ majus una quarta $^{3}/_{4}$ vel $^{60}/_{80}$. Idem judica de *e*, *a*, quia ut *e* semitonio inferior est ipso *f*, sic etiam *a* ipso *b*.

Haec imperfecta consona seu abundantia si subtrahantur ab intervallo diapason, relinquunt imperfecta et uno commate deficientia residua. Nam inter *a*, *ff* unius octavae erit $^{81}/_{128}$, deficiens sexta mollis. Idem inter *gϱ*, *ee* si ab octava subtrahas *e*, *gϱ*. Sic inter *bb*, *ff* unius octavae, post subtractionem imperfectae quartae *f bb* $^{20}/_{27}$ ab octava, restabit diminuta quinta $^{27}/_{40}$, id est $^{81}/_{120}$. (Cfr. lib. V. cap. 9. pr. 43.)

Idem inter *a*, *ee*, subtracto *e*, *a* ab octava.

Addito vero ditono abundanti *f*, *a* ad tertiam minorem *a*, *c* $^{5}/_{6}$, procreatur $^{160}/_{243}$, quinta, diapente, *f*, *cc*, abundans uno commate. Nam $^{160}/_{240}$ est $^{2}/_{3}$ et $^{240}/_{243}$ est $^{80}/_{81}$.

Et quinta abundante *f*, *cc* ex octavae intervallo ablata, restat quarta *c*, *f* $^{243}/_{320}$, deficiens uno commate.

Tabella imperfectarum consonantiarum sex.

Pro $^{4}/_{5}$ est $^{64}/_{81}$, abundans.	
Pro $^{3}/_{4}$ est $^{60}/_{81}$, abundans, vel $^{20}/_{27}$.	et $^{243}/_{320}$, deficiens.
Pro $^{5}/_{8}$ est $^{81}/_{128}$, deficiens.	
Pro $^{2}/_{3}$ est $^{81}/_{120}$, deficiens, vel $^{27}/_{40}$.	et $^{160}/_{243}$, abundans.
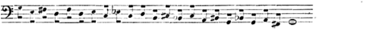
Neque tamen ideo opus est semitonio seu lemmate Platonico $^{243}/_{256}$, quod ille, diversam ob causam quam ego, lemma appellavit. Ablatis enim duobus tonis majoribus, sc. ditono $^{64}/_{81}$ ab intervallo $^{3}/_{4}$, restabat illi hoc lemma $^{243}/_{256}$ loco semitonii. At mihi non opus est hac subtractione, potius enim augetur mihi $^{3}/_{4}$ intervallum et fit $^{20}/_{27}$.

CAPUT XIII.
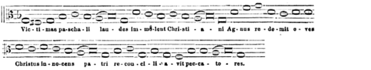
Quid sit cantus naturaliter concinnus et aptus.

Nihil dicemus de stridulo illo more canendi, quo solent uti Turcae et Ungari pro classico suo, brutorum potius animantum voces inconditas, quam humanam naturam imitati. Videtur omnino primus auctor hausisse melodiam hujusmodi inconditam ab instrumento minus apte conformato eamque consue-

tudine diuturna cum ipsius instrumenti factura transmisisse ad posteros totamque gentem. Interfui Pragae precibus, quas legati Turcici sacerdos horis statis ingeniculatus terramque fronte crebro feriens decantare solebat; apparuit facile, ipsum ex disciplina canere exercitationemque et promtitudinem labore comparasse, nihil enim haesitavit; at intervallis usus est miris, insolitis, concisis, abhorrentibus, ut nemo proprio naturae ductu et ex se ipso ultro simile quid constanter unquam meditari posse videatur. Conabor aliquid proximum illi per nostras notas musicas exprimere:



Concinnus igitur et humanarum aurium judicio aptus cantus est, qui exorsus a certo quodam sono, ab eo per intervalla concinna tendit ad sonos consonos et primo illi et plerumque etiam inter se mutuo, dissona cursim pervolitans intervalla, in consonis vero immorans, seu mensura temporis syllabarumque longitudine, seu crebro ad illos reditu, veluti duarum vocum inter se consonantiam affectans, unicae vocis traductione a loco uno systematis ad alium. Exemplum:



Hic sonus initialis est in clavi G, cum qua in cantu molli concordant b, c, d, g. Excurrit igitur cantus (primum flexu deorsum facto) ad clavem c consonam, et transilit plane dissonum locum A; fuisset autem idem, si attigisset ipsum, sed brevi mora; tota vero series reliqua potissimum in locis b, d, g intonat, sceleton octavae tale exprimens, in d creberrime rediens, post in b, in superius vero g se interdum efferens, in haec omnia loca signanter; non sic in a vel in f, loca primo dissona, tandemque redit ad G ibique finit.



Circa traditam cantus definitionem multa veniunt nobis annotanda.

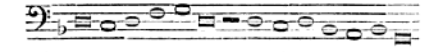
I. Partes cantus, ex quibus vel omnibus vel aliquibus constat omnis cantus, Euclides nominat has quatuor: *ἀγωγην, τονην, πεττειαν, πλοκην*, quae quid sint, voces ipsae indicant. *Ἀγωγη* enim est traductio vocis a proposita radice ad locum usque radici consonum, aut ab uno consono ad alium vel illi vel primae radici consonum. *Τονη* est commoratio in loco vel primo vel illi consono, vel etiam priori consono, licet primo non sit consonus. *Πλοκη*, implicatio, est species quaedam vel color *ἀγωγης*, ut *πεττεια*, lusitatio, *τονης*; et ut *ἀγωγη* ad *τονην*, sic *πλοκη* ad *πεττειαν*, quia *ἀγωγη* quasi directe transit, *πλοκη* vagatur in transitu circa *ἀγωγην*, ut canis circa viatorem.

Itaque *ἀγωγη* est motus veluti directus, *πλοκη* motus varius, *τονη* vero est quasi terminus motus, seu quies in loco systematis petito, *πεττεια* est multi termini minutiorum motuum et veluti quietes. In exemplo nostro syllabae (*demit oves Christus in*) perpetua quaedam sunt *τονη*, duabus solis syllabis exceptis; at syllabae (*cens rec li peccat*) exprimunt *πεττειαν*. Quodsi

in hac cantilena ligaturas respicias syllabarum (*laud an patr tor*) easque ut bisonas consideres, tunc in ea ἀγωγή mera et pura nulla erit. At si perpendas, rusticano more factum, ut ex sono, qui productius erat canendus, factus sit bisonus assurgens in fine, et si syllabis hisce simplicem sonum productmu, qui est ligaturae primus, restituas, invenies puram ἀγωγὴν in his (*Pascali laudes*), item (*immolent*), item (*Christiani*), item (*Innocens patri*) et brevis in (*catores*), πλοκή vero mera, licet non naturalis, est in exemplo Turcico.

Quemadmodum igitur se habet sceleton ad corpus apud anatomicos, sic se habent in uno systemate octavae soni consoni et inter se et cum radice vel basi octavae ad ipsam melodiam seu cantum. Sicut enim caro implet sinus ossium eaque vestit ad decorem, sic hae partes recensitae implent sceleton octavae, praesertim ἀγωγή et πεττεία, pererrantes loca dissona, inter consonos sonos interjecta, conformant et quasi corporant melodiam.

II. Cum cantus definitur sic, quod exordiatur a certo quodam sono, qui



basis sit systematis octavae, id non semper de actu est intelligendum; cum enim delectet varietas et serviat emphasi, saepissime velut ex abrupto incipit melodia a clavi vel loco alio, potestate tamen subintelligitur principium quodpiam certum positum, quod ex toto melodiae tractu undique enitescit, ut in hoc vetustissimo Germanico facile intelligitur, etsi actu a *d* fiat initium, radicem tamen esse *G*.

III. Similem habet exceptionem, quod cantus regularis dicitur cum sua τονῇ vel πεττείᾳ collimare ad loca consona radici octavae. Nam frequenter hae partes in medio longioris melodiae tractu versantur circa loca dissona a prima radice; sed id fit varietatis causa estque perinde, ac si priori melodiae nova melodia misceretur, cujus in dissono illo novum quoddam figeretur initium, aut novum signaretur octavae sceleton. Est velut excursus in oratione seu digressio, itaque non commoramur in talibus, sed cito revertimur velut ad principale sceleton. Et quamdiu circa dissona versatur τονή et πεττεία, intelligimus, cantum nondum finiri; nam in ipso vero fine redeundum est non tantum ad consona, regulariter quidem, sed etiam ad ipsam propriae octavae radicem. Ab hac articulatione cantus et affectatione consonantiarum veteres etiam simplicem cantum harmoniam dixisse videntur, non secus atque decens et aptus membrorum responsus, quae formae anima est, harmonia diceretur, quasi pulchritudo; fuit enim et feminae nomen Harmonia.

IV. Quod ἀγωγὴν attinet, ea rursum varia est; non semper enim actu omnia loca interjecta transit, sed saepe transsilit aliqua saltuque fertur ab una ad consonantem illi; estque tunc sola potestate ἀγωγή, et fere mera πεττεία vel τονή; qui mos est frequentissimus nostrorum tubicinum, cum classicum aut incentivum equestre modulantur, tunc enim fere nihil nisi sceleton octavae auditur; cogita an hujus generis fuerit ille veterum νόμος ὄρθιος.

V. Cum concinnus cantus constet suis elementis, quae sunt intervalla concinna, primum illa sunt definienda accuratius.

Duplici namque sensu dicuntur intervalla concinna vel inconcinna. Primum enim intervalla seorsim singula respectu ortus sui concinna vel inconcinna dicuntur, illa quidem, quae natura admittit in divisionibus intervallorum consonorum, haec vero, quae ex comparationibus consonantiarum non resultant, aliena prorsus ab harmonice, ut explicatum cap. 4. Deinde respectu ipsius cantus seu melodiae discrimen hoc est inter ipsa etiam musica, seu

primo sensu concinna intervalla, quod quaedam ex iis junctim considerata, quamvis natura sint concinna, sc. orta ex comparatione et abstractione harmoniarum, usu tamen a melodiis certo respectu pro inconcinnis rejiciantur. Illum sensum praesupponunt et respiciunt τονῇ et πεττεία, hunc vero potissimum ἀγωγῇ, tam actualis, quam desultoria. Haec igitur inconcinna fiunt rursum duobus nominibus: vel enim respectu generis aut sceleti octavae, quod ea plane in illo non usurpentur neque forment illud, aut si alio disponantur ordine, quam supra capite 7. natura docuit; ut si quis vellet tria semitonia deinceps ordinare, semitonium quidem primo sensu concinnum est, at hic ordo semitoniorum concinnus non est hoc secundo sensu, ita diesis, natura concinna, est tamen vel in duro genere cantus vel in molli seorsim inconcinna; vel denique non canuntur deinceps, nec licita sunt saltui vocis melodicae, nec ἀγωγῇ convenientia.

Sunt igitur hoc secundo sensu inconcinna et vetita intervalla his ut praecipuis legibus comprehensa.

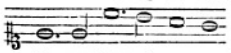
I. Diesis ante vel post semitonium regulariter non canitur.

II. Duo semitonia, licet deinceps ordinentur in ordine minimorum intervallorum capitis 7, non possunt tamen tribus sonis deinceps cani, sed debent cum duobus aliis elementis in duos tonos coalescere.

III. Duo semitonia intra complexum unius quartae vel quintae, quae sit imo loco sceleti octavae, ordinarie non canuntur. Nam efficeretur, ut vox ordine quarta vel quinta non consonaret cum prima, neque perfecte neque imperfecte, itaque non esset quarta vel quinta vere.

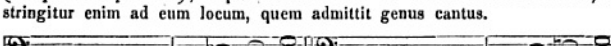
IV. Quatuor toni deinceps non canuntur, nisi in suprema octavae parte, quando coloris et varietatis causa mutatur sceleton; non igitur ordinarie.

V. Septima et omnia dissona supra octavam, sonis post radicem deinceps ordinatis, non canuntur ordinarie, nisi praecedens habeat quodammodo rationem finis, sequens rationem novi initii.

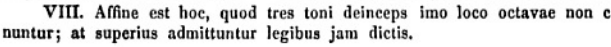


VI. Sextas, etsi consonae, rarius admittimus, et tantum minores.

VII. Tetrachorda duo unius octavae, non existente eodem loco semitonii in eorum utroque, rarius canuntur; scilicet coloris causa aut syncopationum (de quibus capite 16.), neque tamen libertas est mera locandi semitonii, restringitur enim ad eum locum, quem admittit genus cantus.



VIII. Affine est hoc, quod tres toni deinceps imo loco octavae non canuntur; at superius admittuntur legibus jam dictis.



IX. Duo semitonia in unum tonum naturaliter non conflantur, licet sit parvum in auditu discrimen, ut si octava incipiat ab E, inter



$c\varrho$, $d\varrho$ fieret n. intervallum $^{225}/_{256}$ ex compositione, quod naturaliter est inconcinnum, vide cap. 4.

X. In genere omne octavae systema est inconcinnum, quod non statuit et diatessaron et diapente infra.

Harum legum pleraeque jam nobis servient in constituendo numero tonorum cap. sequenti.

Sexto. Quantum attinet ad illud membrum definitionis, *dissona cursim pervolitans, in consonis immorans*, etsi non est instituti mei in opere isto, de mensuris disputare, illud tamen in genere moneo, praecipuam esse gratiam cantus harmonici in mensuratione. Nam quod generalissime dictum est, *dissona cursim* etc., id in specie sic verum efficitur. Primum Latini habent distinctionem inter longam et brevem syllabam, quarum hanc faciunt unius, illam duorum temporum et sic longitudinis duplae. Quanquam hodie non carmina tantum, sed etiam prosa canitur, in qua penitus negligitur ab hodiernis musicis distinctio longae et brevis syllabae, respicitur vero unice ad morem pronunciandi, quamvis is hodie sit corruptus, habeturque pro longa syllaba, quaecunque cum accentu acuto solet proferri, pro brevi, quae cum gravi.

Id non mirum in latina lingua fieri, cum idem etiam Graeci posteriores fecerint, qui quamvis pure scriberent, pronuntiationem tamen vitiosissimam sunt amplexi, in qua nulla amplius est distinctio accentus acuti a syllabae longitudine, gravis a brevitate, cum tamen ad hoc signis abundent, quae apud Latinos non tam frequenti in usu habentur. Itaque Graeci abrogato more pangendi carmen ab aliquot jam seculis coeperunt scribere versus, politicos dictos, in quibus syllabae numerantur, non mensurantur, obtinetque versus penultimam, non quae natura longa est, sed quae accentu acuitur in sermone populari. Id igitur imitantur etiam in latina nostri musici, adeo ut ne carminibus quidem, nisi perraro nec unquam in totum, parcant; credo quia dupla et tripla perpetua in cantibus est recepta, cum carmina has inaequaliter misceant, excepto hexametro, quod proportione aequalitatis in spondaeo, et dupla perfecta in dactylo contentum est. Brevem igitur syllabam aut quae est loco brevis, quando spondaeus succedit jambo, et in genere syllabam cum accentu proferendam musici deputant dissono sono, si per illum sit transeundum, longam consonis vel quasi.

Secundo linguae Jonicae, quae rhythmo utuntur, Teutonica, Gallica, Hispanica, Italica faciunt vel ultimam carminis acutam vel penultimam efferuntque totum versum sic, ac si alternis acuta vel gravis syllaba se mutuo insequantur, sive sit hoc, ut in apto Teutonico versu, sive non sit, ut crebro in Gallicis. Itaque omnis illorum versus aut trochaico similis est aut jambico, iisque aut acatalectis: Schöpffer Himmels und der Erden. Nun bitten wir den Heylgen Geist, aut catalectis: Deß sich wundert alle Welt. Er ist der Morgensterne. Igitur musici sonis dissonis sedem in gravibus vel correptis syllabis figunt, consonis in acutis.

Tertio, cum vero cantus accipit mensuram non a syllabis textus, sed a tactu, atque is vel duplam sequitur proportionem vel triplam, primam quidem tactus partem consonis, posteriorem et in tripla breviorem, quae significatur elevatione manus, dissonis potissimum reservant caventque, quantum fieri potest, ne primum tactus semissem alia occupet syllaba, quam quae est acute proferenda, neve longae binae in ultimam tactus partem intrudantur.

CAPUT XIV.

De modis melodiarum, quos tonos vocant.

De modis dicturus primum hodiernos admoneo musicos, quos illi modos appellare solent, sc. proportionem tactus duplam, triplam et similes (quales modos forte fecerunt olim tibiis in comoediis Romanorum), de iis mihi, praeterquam quod jam est dictum, sermonem non fore. Modos ego dico, quos ipsi cum veteribus solent appellare tonos, cum quaeritur, cujus toni sit cantus. Sunt enim certae cantus concinni seu qualitates seu species, duabus summis generum differentiis, duri et mollis, contra se diremti.

Graeci τροπους et ἤθη dixere, illud a forma systematis, hoc ab effectu cantus in homine, quia plerique legislatorum censuerunt, modos cantuum facere ad mores conformandos.

De horum igitur tonorum numero et discriminibus non hodie tantum magnae sunt inter musicos controversiae, sed et jam olim fuerunt, quarum aliquas apud Ptolemaeum, plerasque apud Vincentium Galilaeum videre est. Mihi vero nec examinare quorumcunque sententias est propositum, neque refutare; itaque non exspectet musicus a me quicquid aliud in hac quaestione, quam id unicum, ad quod mea me ducunt principia hactenus explicata. Etsi enim toni ab eo dicti videntur, quod modus unus altero vel altius vel profundius incipiat unius toni (vel semitonii) intervallo, tonos tamen ego non ipsa per se cantus altitudine vel gravitate discrimino, quod solum observasse quosdam Vincentius Galilaeus testatur, sed numerum eorum ad numerum specierum unius diapason cum Ptolemaeo exigo dicoque totidem esse tonos, quot possunt esse scelata systematis octavae legitima et concinna, generibus, ordine concinnorum intervallorum et situ tetrachordorum, seu electione medietatum binarum harmonicarum inter se differentia. Tres nimirum sunt res, quae tonos variant interque sese distinguunt: genus, sequela concinnorum et articulatio sceleti ex consonantiis minoribus.

Primum genera duo, cap. 6. constituta divisionis systematis octavae, constituunt nobis duos principes et natura primos tonos, cum ipso sc. systemate unius solius octavae ortos. Deinde in utroque genere systematis, tam duro quam molli, ex compositione duorum diapason in unum majus et perfectum systema, quam tradidimus capite 11, dantur systemata singularium octavarum, differentia radicibus seu metis, quibus includuntur; sunt autem illae metae loca systematis naturalis diversa, seu hodierno vocabulo claves aliae atque aliae, quas consequitur necessario diversa altitudo respectu systematis naturalis, quod a *G* incipit, et per illam diversus etiam situs semitonii, quod est vel tertio vel penimo vel imo loco octavae. Nam quod attinet altitudinem ipsam absolute consideratam, illa per se nihil mutat speciem cantus, cum eadem species vel alte possit intonari vel humiliter. Neque adstringimur ad hoc, ut tonorum reliquorum dimidiam partem sumamus cum Ptolemaeo profundiorem systemate *G* principali et naturali, dimidiam altiorem. Possumus enim vel omnes altiores, vel omnes humiliores sumere, cum idem utrinque sequatur ordo concinnorum, tunc nimirum, si systema duplicis octavae naturaliter compositum incipiat a clavi *G*. At si partem humiliores, partem altiores faciamus cum Ptolemaeo, systema naturale sic erit componendum, ut infra diapente addamus, supra diatessaron, et sic systema compositum du-

plicis octavae incipiet a *C*. Tertio denique datur in systematibus sic constitutis electio duarum medietatum harmonicarum, in quas colliment τονη et πεττεια, partes cantus; seu quod eodem redit, datur situs tetrachordi vel summo vel imo loco octavae vel in medio duarum tertiarum.

Hujus igitur diversitatis causa subjungendum hic ante omnia ex capite 11. concinnatum rete quadratum ex duodecim ordinibus intervallorum duodecim minimorum naturalium; non quidem ideo, ut cum Aristoxeno secundum numerum illorum totidem tonos faciamus, incipientes unumquemque uno tali minimo intervallo altius, sed ut his minimis in usualia concinna contractis appareat, utrum nova aliqua species octavae ab unoquolibet minimorum incipere possit.

Rete intervallorum in systematibus, pro indagandis tonorum diversis speciebus.

I.	*II.*	*III.*	*IV.*	*V.*	*VI.*	*VII.*	*VIII.*	*IX.*	*X.*	*XI.*	*XII.*	Ordines
S	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	Supra.
L	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	
S	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	
D	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	
S	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	
S	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	
L	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	
S	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	
D	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	
S	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	
S	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	Infra.
L	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	
G	*Gϱ*	*A*	*b*	♮	*c*	*cϱ*	*d*	*dϱ*	*e*	*f*	*fϱ*	

Nota: S esse semitonium, D diesin, L lemma.

Vides, ex duodecim discriminibus altitudinum octavae nullam esse, quae cum altera conveniat in elementorum ordine.

Videamus nunc, quot hinc existant species systematum octavae, si prima differentia octavarum, quae est generis, admisceatur, hoc est an omnium ordinum 12 minima 12 intervalla possint concinne contrahi in septem unius octavae usualia intervalla, distincta locis octonis, et quot modis quilibet. Ubi nota, quod *LS* vel *SL* sit nota toni majoris, *DS* vel *SD* nota toni minoris *S* nota semitonii, et procedent nostrae descriptiones a gravi ad acutum, seu ab infra ad superiora.

Certum est igitur, in octava *G* duas existere species pro duplici situ semitonii in altero vel tertio loco ab imo.

Prima, mollis generis.
I. *LS*, *S*, *DS*, *LS*, *S*, *SD*, *LS*,
vel SD, *S*, *LS*.
Altera, duri generis
II. *LS*, *SD*, *S*, *LS*, *SD*, *SL*, *S*,
vel S, *LS*.

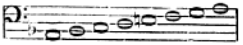


At in $G\varrho$ ut et in $C\varrho$ cum duo semitonia non componant unum concinnum, nec deinceps canantur ἐμμελῶς, imum ergo semitonium stat solum, per leges 9 et 2 prioris capitis. Esset ergo distributio vel talis: *S, SD, SL, S, SD, SL, SL*, inconcinna ex lege 3, vel in $G\varrho$ quidem talis: *S, SD, SL, SS, DS* etc. et haec inconcinna ex lege 9. Nulla igitur species octavae concinna ex $G\varrho$ incipit.

In octava *A* pro triplici situ inferioris semitonii possibili tribus etiam modis contrahentur elementa in tonos, vel enim sic: *S, DS, LS, S, DS* etc., quod coincidit cum eo, quod jam est rejectum; vel sic, ut hinc nascatur

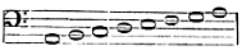
Tertia

III. *S, DS, LS, SD, S, LS, LS.*



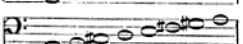
Quarta

IV. *SD, S, LS, SD, S, LS, LS.*

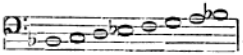


Quinta

V. *SD, SL, S, SD, SL, SL, S.*



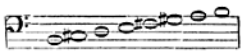
In octava *b* unica potest esse elementorum contractio, quae coincidit cum quinta forma, nec datur alia, sc. *DS, LS*, S, *DS, LS, LS, S*, quia semitonium non nisi tertium ab infra locum habere potest.



In octava *h* quia non licet conflare duo semitonia loco secundo (per legem 9) nec deinceps ordinare (per 2), distribuenda igitur sunt in tonos sic, ut solitarium stet vel primo vel secundo loco. Quodsi primo loco: sequetur, ut alterum solitarium stet vel quarto loco, quod rejicitur lege tertia, vel sexto, et quatuor toni inferiori loco octavae deinceps sequentur contra legem quartam. Quare semitonium ordinandum est loco secundo, ut hinc existat species

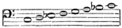
Sexta

VI. *SL, S, SD, SL, SL, S, SD.*



In octava *C* pro duplici situ possibili semitonii dantur duae distributiones: prima coincidit cum

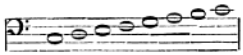
VI: *LS, S, DS, LS, LS, S, DS*,



altera est numero

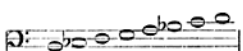
Septima

VII. *LS, SD, S, LS, LS, SD, S.*



De octavae $c\varrho$ forma una dictum est paulo antea, altera coincidit cum sequenti

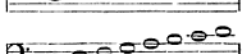
VIII: *S, SD, SL, SL, S, SD, SL.*



In octava *d* pro triplici situ semitonii in imo tetrachordo dantur tres species:

Octava

VIII. *S, DS, LS, LS, S, DS, LS.*

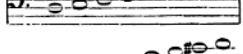


Nona

IX. *SD, S, LS, LS, SD, S, LS.*

Decima

X. *SD, SL, S, LS, SD, SL, S.*

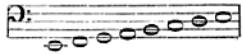


In octava $d\varrho$ nulla concinna distributio fieri potest: exularet enim primis tribus locis semitonium, quod est contra legem octavam prioris capitis.

In octava *e* rursum triplex situs semitonii possibilis in tribus imis locis tres dat species, quarum

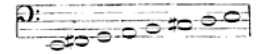
Undecima

XI. *S, LS, LS, SD, S, LS, SD.*



Duodecima

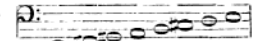
XII. *SL, S, LS, SD, SL, S, SD.*



Tredecima

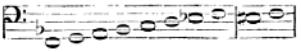
XIII. *SL, SL, S, SD, SL, S, SD,*

est eadem cum sequentis forma priori.

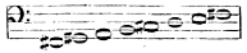


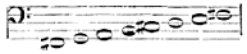
vel

In octava *f* semitonium habet unicum, situm loco tertio, quare una existit species, sc. eadem tredecima biformis *LS, LS, S, DS, LS, S, DS vel SD, S.*



Denique in octava *fϱ* duo sunt loca semitonio, vel in penultima sede, vel in ultima. XIV. Quodsi igitur sic ordines: *SL, S, SD, SL, S, SD, SL,* species erit prima, ut apparet ex collatione; sin aliter, erit quarta decima: *S, SL, SD, SL, S, SD, SL.*





Apparet igitur causa, cur in ordine II, IV, V, VII, IX, sc. in octavis *Gϱ, b,* ♮, *cϱ, dϱ,* nulla peculiaris species incipiat. Apparet secundo, nullam posse fieri genuinam transpositionem, ut maneat eadem species octavae, nisi has. I) ab *fϱ* in *g*. II) a *gϱ* in *a*, sed formae rejectae, III) ab *a* in *b*, IV) a ♮ in *c*, V) a *cϱ* in *d*, VI) a *d* in *dϱ*, formae rejectae, VII) ab *e* in *f*.

At si vulgo musicorum organicorum obtemperemus, qui comma negligunt, nec inter tonos majorem minoremque discernunt, tunc omnes quatuordecim nostrae species octavarum constituent non plures quam tres modos pro triplici situ semitonii (ut quidem et Galilaeus tempus fuisse ait, cum non plures tribus haberentur toni: Dorius, Phrygius, Lydius), multiplicantur vero in plures per solam altitudinem. Nam quod tertiam causam attinet, articulationem sceleton octavae, ea nobis cum illis adhuc communis est; propter quam etiam nobis plures quam 14 species nascentur.

Ecce tres ordines vulgares octavarum.

1) Ut semitonium sit loco imo, quem puto a veteribus dictum Phrygium, aequipollent illis ex nostris speciebus hae.

III. In octava *A.*	*S, DS, LS, SD, S, LS, LS.*	Aequipollentia quoad imum tetrachordum est vera.
VIII. In octava *cϱ.*	*S, SD, SL, SL, S, SD, SL.*	
In octava *d.*	*S, DS, LS, LS, S, DS, LS.*	
XI. In octava *e.*	*S, LS, LS, SD, S, LS, SD.*	Mediocris aequipollentia.
XIV. In octava *fϱ.*	*S, LS, SD, SL, S, SD, SL.*	

2) Ut semitonium sit loco penimo, quod videtur in Dorio, veteribus dicto, factum esse, aequipollent vulgo ex speciebus nostris hae:

I. In octava *G.*	*LS, S, DS, LS, S, DS, LS, vel SD, S, SL.*	Aequipollentia quoad imum systema diapente est vera.
In octava *fϱ.*	*SL, S, SD, SL, S, SD, SL.*	
VI. In octava *c.*	*LS, S, DS, LS, LS, S, DS.*	
In octava ♮.	*SL, S, SD, SL, SL, S, SD, vel S, LS, SD.*	
XII. In octava *e.*	*SL, S, LS, SD, SL, S, SD, vel S, LS, SD.*	Hic aequipollentia minima.
IV. In octava *A.*	*SD, S, LS, SD, SL, S, LS, vel S, LS, LS.*	Aequipollentia mediocris cum superioribus.
IX. In octava *d.*	*SD, S, LS, LS, SD, S, LS, vel S, DS, LS.*	

3) Ut semitonium sit loco tertio, ut in Lydio fuisse credo, aequipollent vulgo ex speciebus nostris hae:

II. In octava *G.*	*LS, SD, S, LS, SD, SL, S, vel S, LS.*	Aequipollentia in ima diapente vera.
VII. In octava *c.*	*LS, SD, S, LS, LS, SD, S, vel S, DS.*	
V. In octava *A.*	*SD, SL, S, SD, SL, SL, S, vel S, LS.*	Aequipollentia minor.
X. In octava *d.*	*SD, SL, S, LS, SD, SL, S, vel S, LS*	
XIII. In octava *e.*	*SL, SL, S, SD, SL, S, SD.*	Aequipollentia minima.
In octava *f.*	*LS, LS, S, DS, LS, S, DS, vel SD, S.*	

Possunt ergo secundum vulgi de tono majori et minori sententiam plurimae fieri transpositiones melodiarum de literis in literas, mediantibus signis ♭ et ♮.

Restat ut examinemus, quaenam ex nostris 14 speciebus octavae per articulationem elementorum concinnorum possint fieri multiplices. Nam specierum discrimen quintuplex oritur a contiguitate tonorum; aut enim tres toni se invicem sequuntur deinceps, aut bini tantum. Quodsi tres, oportet ut vel in medio octavae stent non naturaliter, utrinque habentes singulos tonos et singula semitonia; vel ut ad alterum systematis extremum vergant, et tunc necessario in illo extremo est semitonium, propter leges 8 et 3. Sin autem bini tantum toni se insequuntur, intercedentibus semitoniis, tunc semitonio locus in extremitatibus non est, et duae tonorum bigae vel supra stant vel infra, tertia mollis in extremo contrario, eaque inferius recta, habens semitonium supra, superius inversa, semitonium infra habens.

Hoc pacto in nostris 14 speciebus reperiuntur interspersae aliae 10, quaternis primis locis coincidentes cum prioribus, aut etiam quinis, ubi vero incipiunt differre, praemissa est particula *vel.*

Quodsi jam accesserit ultima causa, discriminans tonos, scilicet *τονη* et *πεττεια*, triplicabitur numerus et fient 72 species. Omne enim sceleton octavae ex omnibus 24 habet et tertiam et quartam concordantem cum prima, et quintam et sextam. Si ergo hae partes cantus potissimum circa quartam et sextam occupentur, tunc statuunt infimo loco diatessaron; sin circa tertiam et sextam, diatessaron est in medio; sin denique circa tertiam et quintam, diatessaron est loco supremo.

Haec autem non ideo dico, quod necessaria sit tam minuta concisio, cum sciam, plerumque misceri ternas formas in uno cantu, sed ut ex hoc numero possit judicium ferri de discriminibus tonorum, quae moderni tradunt; quae partim talia sunt, ut mihi videantur illorum tot statui posse, quot sunt omnino cantiones, cetera unius toni. At si observamus haec principia, numerus tonorum, utcunque magnus, finitus tamen est. In summa, toni, realibus distincti metis et discriminibus, non respectu altitudinis vocis in organo, sed in ipsa etiam humana voce, quae principium naturalis systematis a quacunque voce alta vel profunda facere potest, sunt vel 3 tantum, vel 14, vel 24, vel 72.

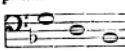
Cum his principiis meis sic ego concilio tonos octo vulgares, quos ecclesiasticos dicunt, erantque veteribus, opinione quorundam,

I. Dorius. II. Hypodorius.

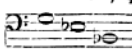


Adam primus homo. *Noe secundus.*

Hae sunt duae species cantus mollis ex specie octavae, quae est mihi prima inter 14. Nec video aliam differentiam, quam in altitudine mera, quam

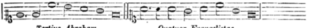


primus habet majorem, secundus minorem; nisi velis illos per causam ultimam distinguere, quod
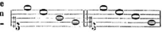


primus quidem observet hoc sceleton, secundus hoc.

Tertius vulgaris Phrygius. Quartus vulgaris Hypophrygius.



Tertius Abraham. *Quatuor Evangelistae.*

Nihil manifestius, quam hos duos generis duri pertinere ad nostram speciem XI. et scribendos ex e, estque rursum vix ullum discrimen aliud, quam altitudinis,*) nisi haec illis velis accommodare sceleta seorsim.

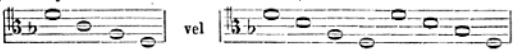


Quintus vulgaris Lydius. Sextus vulgaris Hypolydius.
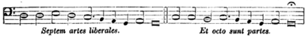


Quinque libri Mosis. *Sex hydriae positae.*

Et hi similiter manifestissime scribendi sunt ex f suntque generis mollis, distinguuntur que altitudine vel sceletis hisce, ex nostra XIII.

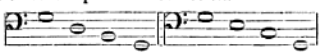


Septimus vulgaris Mixolydius. Octavus vulgaris Hypomixolydius.



Septem artes liberales. *Et octo sunt partes.*

Etsi apparet consilium inventorum, quod primum et secundum ex d scribere voluerint, tertium et quartum ex e, quintum et sextum ex f, septimum et octavum ex G: certum tamen est ex iis, quae supra disputavimus, etiam hos generis duri cum primo et secundo ex eadem clavi G scribi debere, quibus ex nostra specie II. competunt haec sceleta:



Hac igitur applicatione vulgarium octo tonorum ad meas species octavae I. XI. XIII. II. ego multo evidentius discrimen ostendere possum inter hos tonos, quam musici nostri, quia comma contemnunt. Qui enim ex G scribuntur, omnes quatuor habent cousonantias legitimas, tertiae, quartae, quintae

*) Triplex est altitudo toni: 1) absoluta et materialis quodammodo, ut in voce humana etiamque in organis, si ex G ascendat radix systematis in g, ubi non mutatur forma systematis; de hac jam nihil. 2) Formalis ipsius radicis cujusque toni in systemate naturali composito ex duobus diapason. Neque haec hoc loco intelligitur, importat enim mutationem toni permutata clavi radicali systematis. 3) Iterum formalis altitudo melodiae respectu suae radicalis clavis, qua manente manet quidem tonus idem, sed aliud quasi schema induit, ut si non ad octavam radicis ascendat, sed infra sextam, quintam aut quartam se contineat, vel infra radicem sese crebro demittat, rediens tamen in fine ad radicem. Itaque sceleta ista non sic sunt intelligenda, quasi melodia omnes ejus articulos vel notas hic pictas pervadat; sufficit, si aliquas aut si earum diapason inferiores. Hos igitur sese sic demittentes infra radicem possemus cum antiquis appellare plagios, ceteros authentas.

et sextae cum prima, qui vero ex *F* et *e*, consonantiis utuntur adulterinis, infra quarta majori *e*, *a* et *f*, *bb* et quinta majori *e*, ♮♮ et *f*, *cc*.

Quid igitur cum reliquis decem speciebus, inquies, cum omnes usitati toni redigantur ad quatuor? Nimirum ad hoc serviunt, ut sciant musici, si systemata principalis octavae ex *G* descriptae temperemus, ut natura suadet, tunc nequaquam ita facile et varie transponi posse cantum sine mutatione sinceritatis suae, ut ipsi habent in usu. Liberum igitur illis est, vel rejicere omnes residuas 10 et cum iis etiam transpositiones suas, vel fateri, quod plures formae melodiarum, plures nempe modi vel toni possint existere iique differentes ab his positis, alii magis, alii minus, prout aequipollentias ad calcem supra vides annotatas. Nam si superiorum unius octavae intervallorum rationem habemus nullam, dantur sane transpositiones aliquot a *G* in *c* et ab *A* in *d* et aliae.

Quaeras ultimo, quid impediat illas transpositiones, toties jam a me rejectas? Videntur enim aures illas non impedire, cum in confesso sit, commatis excessum in intervallis, quae disjuncta sunt locis systematis, ab auribus non dijudicari. Esto enim systema quam optime tensum ad naturae leges hactenus explicatas, pulsentur *G*, *a* et *a*, ♮ rogenturque omnes homines, quotquot audiunt, utrum intervallorum horum sit majus? nescire se dicent, nec prius discernent, quam conjuncta fuerint intervalla loco eodem octavae, hoc est, ubi spatio chordae per circinum dispuncto pars octogesima prima chordae intersepiatur, et sic duae longitudines 80 et 81 pulsatae momentis proximis inter se fuerint comparatae. Respondeo, etsi auditus non distinguit pulsatis tribus solis chordis octavae (duorum intervallorum terminis), at pulsatis omnibus unius octavae chordis, sic tandem distinguit octavam *G* primogenitam et naturalem ab octavis aliarum clavium. Insunt enim in omnibus octavae speciebus eadem intervalla concinna septem, quae semel expressa pulsatione chordarum statim haerent in memoria de propinquo; ut facile pateat auditui, quo loco octavae naturalis quilibet tonus incipiat. Hoc pacto commatis sensus erit implicitus in distinctione octavarum. Quemadmodum enim auditus consonantias ipsas et concinna omnia intervalla probat ab effectu, licet non numeret longitudines chordarum, quae causam praebent concordantiarum, sic idem auditus advertit etiam affectum commatis $^{80}/_{81}$, etsi id non numeret adeoque nec actuali discreta sensione capiat seorsim.

CAPUT XV.

Qui modi vel toni quibus serviant affectibus.

Hactenus de principiis, ex quibus toni constant et contra se distinguuntur; jam pauca dicam de effectu, consentanea quidem meis principiis.

Primum admonendus est lector, non hic agi de dispositionum animi differentia, quae efficiunt, ut homo potius canat, quam ut oratione plana et sedata utatur, neque de iis, quae hinc cantum, inde simplicem orationem consequuntur in auditore. Nam ut alacritas animi est, quae omnem omnino cantum in canente praecedit eique veluti dictat melodiam, sic etiam omne genus cantionum concinnarum voluptas audientium consequitur. Separanda est nobis haec generalis dispositio animi, seu potius loco materiae subjicienda illi affectuum diversitati, quam hic quaerimus.

Cum autem omnes partes cantus concinni et naturalis comparatae sint

ad ciendos affectus imitatione sonorum, quos edunt animalia ad testificanda sua desideria, hinc patet, variam et multiplicem esse hanc disputationem adeoque infinitae similem; quae cum meos lacertos superet, rectius transmitteretur universa empiricis, hoc est musicis practicis, quippe qui sine praeceptionibus, solo naturae ductu admirabilium melodiarum subinde auctores existunt, quod ipsis longe est facilius, quam ut, quid sit cantus et in quo consistat aut quomodo factus sit, oratione longa et diserta eloquantur. Cum enim, ut oratio prosa, carmine, sic voces et gestus animantum cantu repraesententur et veluti depingantur, certe ut poëtice, sic etiam musica cantus componendi facultas usu et exercitatione sola, si fuerit ingenium etiam natura factum ad hoc, est addiscenda.

Quia tamen pars est honestissimarum animi recreationum, indagare rerum causas, aut ab aliis repertas comminus intueri, adeo quidem, ut etiam Aristoteles problematum suorum partem non minimam contemplationibus dederit harmonicis, conandum etiam hic est aliquid proferendique philosophiae fines, et methodi legibus adhibitis coërcenda illa disputationis infinitas adque generalia capita revocanda, ut per singularia postmodum de similibus idem possit esse judicium.

I. Cantus ipsius affectuumque qui cantus species sequuntur, proportionalia sunt elementa, totidem fere numero utrinque. Nam etiam voces ipsae partium cantus, *ἀγωγη, τονη, πεττεια, πλοκη*, ad affectus alludunt certos. Prima simplicitati servit, ultima luxuriae; illa corpori similis est, haec coloribus; tones aequalitas attentionem movet, pettia seu lusitatio ad delectationem et recreationem est comparata. Haec sunt generalia per omnes modos musicos.

II. De agoge hoc peculiare monet Galilaeus, duas ejus esse differentias, unam sursum, alteram deorsum, quarum illa laetitiae serviat, haec moestitiae et fletui. Causa est naturalis, infra enim vox gravis motu tardo editur, supra vox acuta motu concitato; cum ergo vox descendit, quieti appropinquat, cum ascendit, in motu proficit; propterea in chorali cantu plerumque in imo desinimus, illic igitur vox languescit, hic viget. Atqui etiam in moerore languet mens omnesque functiones, in hilaritate vivit et actuosa est.

III. Est etiam saltus vis magna, qui est veluti potentialis agoge; habet enim temeritatem, motum, audaciam, est militaris, virilis, impudens, si creber sit, praesertim per diapente, cujus figura, trigonus, acutis constat angulis, totumque circulum tribus lineis absumit. Contra saltus per sextam mollem unicus ascendens, sequente agoge deorsum magnitudinem doloris exprimit, aptus ejulatibus, ob similitudinem vocis, ut in: *In me transierunt* Orlandi.

IV. Multum etiam interest, quantam altitudinem in octavae systemate ab ima radice cantus potissima pars occupet. Nam si totam octavam percurrat aut excedat, animosus cantus est; sin diatessaron solum, modestus et jucundus; diapente mediocritatem habet; tertia mollis demissionem et pusillanimitatem. Hoc quidam tribuunt descensui infra radicem per diatessaron, hujusque formae tonos appellant plagios seu plagales suorum authentorum.

V. Inter generalia elementa referenda est potissimum etiam celeritas et tarditas rhythmi seu tactus, quarum illa irae, motui, pugnis, hilaritati apta est, haec affectionibus, quibus per quietem fruimur, moerori, amori, desiderio, voluptati ex potiundo.

VI. Adde et modum, hoc est rhythmum ipsum; alia enim tripli dicti, alia dupli est vis, quam forte multam trahit ex imitatione saltantium chorearum, quae motuum in iis alternata varietas cum omnibus nota sit, admonet

statim audientes, eos velut in rem praesentem adducens. Triplus igitur turbulentus et actuosus est, duplus quietior, pacatior, modestior. Sed de rhythmis eorumque signis nihil hoc libro; quare missos eos faciamus.

VII. Veniendum nunc est ad illa, quibus proprie tonos discriminari diximus, quorum praecipuum est diversitas generum cantus. Atque hic seges disputationum copiosissima succrescit, quodnam ex tribus veterum generibus cui fuerit affectui tributum, quam nos intactam praeteribimus, cum nec naturalis sit distributio cantus in genera numero tria, nec veteres sibi constent in hac materia. Mihi de naturalibus duobus cantus generibus sermo erit, duri scilicet et mollis; quae voces quos affectus cieant, ipsae produnt. Nam ut femina ad patiendum potissimum facta est, mas ad agendum, praesertim in generationis negotio, sic molle genus passionibus animi femineis, durum actionibus virilibus accommodatur; quarum rerum discrimina ex sequentibus magis elucescent.*)

VIII. Non enim genera tantum cantus, sed etiam toni in universum situ semitonii differebant. Hic semitonii situs animat afficitque tam genus quam modum seu tonum; aliter tamen de hoc situ disputandum est respectu generum, aliter respectu tonorum omnium. Genera enim diximus oriri primum omnium in octava principali, quae a *G* incipit, in qua semitonii situs loco penimo format genus molle, loco antepenultimo genus durum; illic imo loco est tertia mollis, hic dura. Quae est igitur hujus situs connexio cum affectionibus? aut quid commune tertiae minori cum feminis, cum passionibus, cum mollitie? quid item tertiae durae cum virilitate, duritie, actionibus, efficacia?

Primum igitur memineris, tertiam duram ortam esse ex pentagono, pentagonum uti sectione secundum extrema et medium, quae proportionem formant divinam. In hac vero proportione pulchra inest generationis idea. Nam sicut pater gignit filium, filius alium, quisque sibi similem, sic etiam in illa sectione, cum pars major additur toti, continuatur proportio capitque composita locum totius, et quae prius erat tota, locum partis majoris. Quae ratio etsi numeris exprimi nequit, datur tamen aliqua series numerorum, quae continue propius ad verum accedit, in qua serie ipsa differentia numerorum a terminis genuinis (qui sunt non numerabiles, sed ineffabiles) admirabili vicissitudine mares feminas progignit, membris sexus indicibus distinctas. Ut si pars major sit primo 2, minor 1, totum 3: hic non est plane 1 ad 2 ut 2 ad 3, differentia enim est unitas, quo minus rectangulum extremorum 1 et 3 aequet quadratum medii 2. Tunc addito 2 ad 3 fit novum totum 5, et addito 3 ad 5 totum 8 etc. Rectangulum ex 1 et 3 feminam creat, deficit enim a quadrato de 2 unitate; rectangulum ex 2 et 5 marem, excedit enim quadratum de 3 unitate; rectangulum ex 3 et 8 feminam, deficit enim a quadrato de 5 unitate. Rursum ex 5 et 13 mas oritur, respectu quadrati de 8; ex 8 et 21 femina, respectu quadrati de 13; hoc sic in infinitum.

Haec cum sit natura hujus sectionis, quae ad quinquanguli demonstrationem concurrit, cumque Creator Deus ad illam conformaverit leges generationis, ad genuinam quidem et se ipsa sola perfectam proportionem ineffabilium terminorum, rationes plantarum seminarias, quae semen suum in semetipsis habere jussae sunt singulae, adjunctas vero binas numerorum proportiones (quarum unius deficiens unitas alterius excedente compensetur) conjunc-

*) De enharmonio scribit Aristoteles, eo impleri animos furore divino; contra magistratus Spartanorum, quod effeminatum hoc et fucatum genus cantus haberetur, auctorem ejus recipiendi notatum ignominia urbe pepulerunt.

tionem maris et feminae: quid mirum igitur, si etiam soboles quinquanguli, tertia dura seu $^4/_5$ et mollis $^5/_6$ moveat animos, Dei imagines, ad affectus generationis negotio comparandos? Ubi repetendum ex capite 3, quod quamvis $^1/_6$ sit ex sexangulo, residuum tamen $^5/_6$ non consonet propter sexangulum, sed propter derivationem ex tribus circuli decimis, per terminorum duplicationem et dimidiationem; itaque etiam residuum hoc ejusque soboles, tertia minor, est ex quinquangulari figurarum classe. Hoc igitur stabilito, quod societas duarum tertiarum repraesentet societatem maris et feminae, nullo jam negotio cuique sexui sua assignatur tertia. Major enim tertia virilis evadet, minor feminea, cum eadem sit ipsorum etiam corporum viriumque tam corporis quam animi proportio. Cumque major sit ex imparilatera, sc. ex quinquangulo, minor vero originaliter ex parilatera decangula, consentaneum est etiam Pythagorae placitis, qui numeros impares mares dixit, pares feminas (quod confirmatur illa excessuum et defectuum speculatione, cum impar sit et excedens), ut illa masculini sexus habeatur, haec feminei.

Accedat his rationibus etiam intervallorum concinnorum contemplatio, quorum minimum est semitonium; semper enim semitonium succedens invitat vocem ad se superandum ob parvitatem, est enim instar jugi in clivo mollescente. Et quoties semitonium versus superiora occurrit, illa quaedam quasi meta cantus habetur, ad quam tendat indeque veluti jugo superato confectoque conatu reverti crebro solet ad inferiora. Certe, si canamus *RE*, *MI*, non satiatur auditus, sed exspectat ut et *FA* addatur. Cum igitur tertia dura, quae habet imum locum in tono octavo, careat semitonio, quod demum accedit ad complendum diatessaron, merito habetur pro actuosa et conatuum plena, cujus vis γονιμος et ἀκμη ἄσχετος, quaerens finem suum, scilicet diatessaron, cujus semitonium est ei quasi ἐχχυσις, toto conatu quaesita. At tertia minor imo loco toni primi consistens, cum semitonium complexa sit, a quo superato solet fieri reversio, quasi se ipsa contenta suaque natura ad superationem et passionem facta, semper se, veluti gallina, sternit humi, promtam insessori gallo. Et ecce causas affectuum in generibus inque tonis systematis primarii, ex *G* surgentis.

Nunc eundem semitonii situm contemplemur etiam respectu tonorum promiscue omnium, ubi attemperabo orationem, ut hactenus etiam, ad tonos vulgares, uti eos ex meis principiis distinxi. Nam de reliquis 10 speciebus octavae, quas addidi comparationis causa, an toni dici mereantur, musicorum erit judicium.

Saepe dictum, naturaliter quidem ex concinnis intervallis majora sibi postulare locum imum dari, ut magna magnis associentur. Nam et soni graves, qui sunt itidem infra, magnitudine aliqua, id est longis chordis determinantur, acuti brevibus, seu quod idem est, sonus gravis magno et tardo motu editur, acutus parvo et celeri. Naturalis igitur series est, cum in tetrachordo perfecto primo loco est tonus major, secundo minor, tertio et supremo semitonium. Atqui cum omnia secundum naturam habent, laeti sumus; laeti ergo toni sunt, qui tetrachordum inferius sic divisum habent; habent autem septimus et octavus, quos mira inconstantia nunc Phrygios, nunc Mixolydios a veteribus appellatos putant, quamquam ego magis inclino, ut Lydios potius veteribus dictos credam, quia testantur de suo Lydio, quod impleat animos furore divino, id est alacritate et spiritibus militaribus; quales sunt nostri septimus et octavus.

Cum igitur eversa est ratio, ut imo loco sit semitonium, quod fit in tertio

et quarto ecclesiasticis, qui Phrygii veteribus, verso naturae ordine, querulum, fractum et lamentabile quippiam sonari consentaneum est. At cum semitonium est loco medio, medius est affectus tranquillitatis, humanitatis, jucunditatis ex colloquiis et narrationibus; quibus apti primus et secundus, generis sc. mollis et feminini, quos Dorios olim dictos putant. Dorium sane sic describit Vincentius Galilaeus, quod sit natura stabilis, quietus, sine violentia, aptus ad gravitatem et severitatem; quod de duobus hisce secundum magis et minus verum est. Nam semper molliores oportet esse tonos pari numero dictos, quippe plagales suis authentis, ab impari denominatis, ex causa, quae paulo antea No. IV. allata fuit. Itaque etiam Galilaeus plagium primi facit languidum, flebilem, meticulosum; motum enim versus gravia languoris, versus acuta vigoris esse. Etsi malim ego et temperare ista epitheta et causam distinguere. Non est n. Doriorum proprietas languor, fletus et metus, sed in genere excursuum ad gravia et descensus crebri infra radicem.

IX. Hactenus de situ semitonii; necdum tamen omnibus tonis suas assignavimus proprietates. Sequitur igitur, ut etiam de consonantiis imperfectis et adulterinis dicamus, quibus articulantur sceleta octavarum. Et primum quidem illarum veluti essentia erit inspicienda, postea locatio in systemate.

Cum igitur naturalis et primaeva est systematis octavae dispositio, in qua cum ima chorda perfecte consonat tertia, quarta, quinta et sexta: tonus talis omnia illa in animo ciet, quae habent secundum naturam, mollis quidem passiones, durus actiones vel affectus iis aptos. Haec proprietas competit primo et octavo ex *G* surgentibus, quo nomine non injuria Galilaeus affirmaverit, octavum cum primo coincidere; intellige tamen, servata cuique sexus seu generis proprietate. Ita duplici nomine septimus et octavus ceteris praestat, tam ob situm semitonii, quam etiam ob perfectionem.

E contrario, quintus et sextus, tertius et quartus consonantiis infra utuntur adulterinis et auctis, ille diatessaron, hic diapente; quae res vim illis conciliat moestitiae et affectuum ab humana temperatione discedentium. Nam in quinto et sexto diatessaron quidem est ὀρθιον, naturali situ semitonii in summo, non minus quam in septimo et octavo, at duo majores toni sunt infimo loco, post eos semitonium, ex quibus conflatur diatessaron commate abundans. Quare magnitudinem etiam ii modi promovent affectus, ut devotionem, admirationem, amplificationem, dolorem; rursum spem, fiduciam, quasi elevationem mentis supra sortem praesentem. In tertio vero et quarto praeter ipsius diatessaron formam inversam accedit etiam haec consonantiarum fermentatio augetque tristitiam et languores animi.

Quodsi licet analogiam prosequi ultra tonos usitatos, ad speciem III. ex meis, cantus mollis, ex *A* descriptam, quia illa semitonium quidem infra, diatessaron vero perfectum habet, hanc igitur ego jucundae tristitiae accommodarem; ut cum nobis placemus in mollitie animi, in amoribus et desideriis, aut cum lacrumas gaudium exprimit.

Haec de consonantiis ratione sui; nunc ratione loci in systemate, quid efficiant, videamus.

Cum igitur τοτη et πεττεια circa quartam et sextam chordas potissimum occupantur, sic ut appareat, diatessaron loco imo ab iis statui, quia hoc est tetrachordi intervallum, quod omnes tres concinnorum species est complexum eoque praecipuum est in hac tonorum animatione, tunc haec forma cantum ad humilitatem invitat, ex causa eadem quam supra No. IV. usurpavi. Sin occupentur hae partes cantus circa tertiam et quintam, statuentes diatessaron

superius, excitatur etiam et elevatur cantus, praesertim si ad octavam excurrat, qualis fuisse videtur νομος ὀρθιος veterum; si denique circa tertiam et sextam, ut diatessaron redactum sit in medium, quod in primo et secundo frequentius fit quam in septimo et octavo, medius etiam promovebitur affectus. Crebro autem inter se permiscentur hae sceleton articulationes, ut in diversis partibus cantus sint diversae pro varietate textus et ingenio artificis, textum cantu pingentis.

X. Quodsi verum est, quod quidam imparis numeri tonos I, III, V, VII faciunt altiores, paris II, IV, VI, VIII humiliores, etiam respectu radicis octavae, certe altitudo respondet excitationi animi, profunditas demissioni: tunc sane distribuere poterimus quatuor classium affectus in classes octo secundum tonos totidem, ut habeat septimus iram, violentiam, fortitudinem, octavus hilaritatem, alacritatem, voluptatem acutam, tertius dolorem acutum, desiderium, quartus fletum, amorem, primus festivitatem, nuptias, comessationes, secundus modestam hilaritatem, colloquia, narrationes, quintus panegyres, exclamationes, fiduciam, spem, sextus devotionem, dolorem magnum etc.

Et jam tempus est, ut ad principium revertatur oratio. Nam illud admonendus est lector philosophus, quod musici nostri omnes promiscue affectus in omnibus tonis exprimunt, id ipsos ita et facere, quia omnis promiscue cantus voluptatem parit auditori, alacritatem requirit in auctore, et posse facere, quia instrumenta ciendis affectibus plura sunt, partim initio recensita, quae passim per omnes promiscue tonos adhiberi possunt. Si tamen omnia praesidia studuerint adhibere, ad idem intentum facientia, non facile negligent tonorum delectus ad affectuum hypothesin idoneos. Verum ii viderint de eo, quod est illorum praxi permissum; mihi hactenus theoretice processisse sufficiat.

CAPUT XVI.

Quid sit cantus per harmoniam, seu figuratus.

Etsi vox harmonia veteribus usurpatur pro cantu, non est tamen intelligenda sub hoc nomine modulatio per plures voces, harmonice consonantes. Novitium enim inventum esse veteribusque plane incognitum concentus plurium vocum in perpetua harmoniarum vicissitudine, id probatione multa non indiget. Videatur hac de re Vincentius Galilaeus in opere Musices Italico. Solet quidem objici relegatio cantus per harmoniam a republica Platonica, quasi jam tunc ille fuisset in usu; at intelligitur locus de organis, de syringe, utriculo, testudine, cum una vox aut perpetuo intonat aut intermittit, locum cedens appropinquanti dissonae. In illo more nullum erat apud veteres majus artificium, quam apud nostros utricularios. His ultimis seculis haec ratio canendi figurata ideo dici coepit, quia primi auctores diagrammata non ita simplicia fecerunt, ut sunt in chorali cantu, sed variis usi sunt figuris et coloribus et punctis, quorum signorum aliqua silentium, aliqua sonum imperant, quaedam longum, alia brevem; aliqua ad tonos, aliqua ad modos mensurales discriminandos, ad fugas, ad repetitiones et similia adhibita.

Nobis igitur concentus harmonicus sic definiatur, quod sint duae, tres, quatuor vel plures voces seu melodiae concinnae et aptae, quales capite 13. descripsimus, omnes ejusdem generis ejusdemque aut cognatorum modorum, sic simul incedentes, ut concordantias aut meras aut brevissimo concinnarum dissonantiarum interpunctu fermentatas faciant, non eas tamen perpetuo tenore

identicas, nec easdem deinceps, sed ipsa successionum alternatione ad delectationem variatas. Quemadmodum enim est in proportione consonantia duarum vocum ad unisonum, sic est cantus harmonicus ad simplicem unius vocis melodiam; a quo principio dependent omnia definitionis membra, quae deinceps explicabo.

I. Primum igitur hic illud circa pluralitatem vocum occurrit adnotandum, quod artifices vel maxime consentaneum naturae constituerunt, ut, quamvis saepe concinant voces bene multae, omnes tamen quatuor solummodo nominibus appellentur ad numerum perfectae harmonicae mediationis in uno perfecto systemate diapason. Discantum enim nominant vocem acutissimam, altum, quae illi proxima, tenorem e gravibus superiorem, bassum infimam. Nam inter duas diapason sonantes voces duae solum intersunt medietates, harmonice simul consonantes cum extremis identisonis, ut capite 3. explicatum. Quamquam origo vocabulorum istorum Italica videtur ad systema compositum magis respicere, ut in eo partes oppositas teneant altus et bassus, non ille quidem altissimus existens, sed quia hae duae crebro (licet non in fine) faciunt diapason, illa quidem superior et acutior, haec inferior et gravior. Sic tenori vocabuli origo dat ideam et modulationem cantus simplicem, discanto nomen dedisse videtur perpetua volubilitas et divagatio a plaga, tenori per diapason opposita. Itaque si comparemus partes cantus cap. 13. ex Euclide allatas, etsi omnes illae sunt vocum omnium, tenor tamen potissimum in ἀγωγῇ occupatur, discantus in πλοκῇ, altus in τονῇ, bassus in saltu per intervalla harmonica; omnium vero quatuor communis est πεττεια, insignior tamen in alto.

Hae proprietates quatuor vocum ex ipsa rerum natura desumtae sunt. Nam quia per definitionem traditam concentus perpetuo mutandus est ex alio in alium, necesse fuit id fieri sic, ut intermediarum una, comparatione ad ceteras, in angusto systematis spatio obversaretur. Nam si omnibus laxa ex aequo sit libertas, necesse est id consequi, ut inferior crebro superioris oberret spatium et vicissim, fietque insana confusio et irrita reddetur distinctio vocum quatuor. Has vero angustias mediarum potius una debuit occupare (altus et tenor), quam extremae (discantus vel bassus). Nam si tale quid in extremis factum esset, omnis intervallorum variatio in unam solam plagam versura fuit, puta vel in acutum vel in grave. Melius igitur erat, concentum ex aliqua intermedia voce, velut uno partium ipsius termino, in angusto loco figi seu alligari, variationem vero intervallorum ab ea partim sursum tendere, partim deorsum. Non debuit vero mediarum vocum, quae est inferior, coarctari; quia idea cantus tenori, mediarum inferiori, adscripta debet et libera esse, et per mediam totius systematis quantitatem incedere, ut sint voces circumstantes nihil aliud quam illius colores et ornamenta seu emblemata. Inferiora vero intervalla semper majora sunt superioribus cognominibus. Ut igitur tenor medium quantitatis locum haberet, oportuit illum esse inferiorem ex mediis atque sic altum in angustum oportuit redigi, non tenorem, Restant igitur pro discanto et basso evagationes, sed cum hoc discrimine, quod bassus, qui grave sonat magnoque motu et longis chordis exprimitur, tardis etiam mensuris et magnis eoque harmonicis intervallis vagetur, discantus, qui acutum sonat supervolitatque et brevibus chordis celerique et angusti spatii motu elicitur, brevibus etiam eoque crebrioribus mensuris minimisque concinnis intervallis omnia pervagetur. Haec igitur vocum proprietas est. Nunc et reliquas definitionis particulas declarabo.

II. Nam quod attinet primarium illud et praecipuum cantus melodici condimentum, dissonantiam, primum illas oportet desumtas esse non ex intervallo quocunque ἀναρμοστῳ, sed ex intervallis concinnis. Nam quia voces singulares, ad communem concentum concurrentes, nulla admittunt intervalla nisi concinna, inter sonos deinceps succedentes, sunt vero ejusdem generis et toni, ut in definitione praemissum: facile patet, si una aliqua inter tales constituatur harmonia (cum harmonia omnis in concinna dissolvatur elementa), nulla singularum divagatione ab octavae suae radice fieri unquam posse, ut binae inter se aliud quam concinnum faciant intervallum, licet id non semper sit consonum.*) Secundo etsi praestantes artifices utuntur interdum dissonantiis majoribus, sic ut dissonans vox tono integro distet ab illa, quae consonantiam faceret, id tamen non fit aliter, nisi ad gravissimos animi motus exprimendos et eliciendos. Ordinaria vero et cum jucunditate conjuncta eoque naturalis quodammodo dissonantia semitonio conficitur. Hujus rei causa rursum, ut respondeant ultima primis, repetenda est ex penitissimis geometriae fundamentis, ex cap. 1. axiomatibus 2. et 3. exque libro primo et contemplatione quindecanguli. Cum enim semitonium contineatur numeris 15 et 16, et vero non tantum sedecangula figura demonstrationem habeat, sed etiam quindecangula: parum equidem abfuit, quin $^{15}/_{16}$ nobis definiret proportionem harmonicam, nec minus et derivatae ab ea $^{15}/_{8}$ et $^{15}/_{4}$ et $^{15}/_{2}$ et $^{15}/_{32}$ et $^{15}/_{64}$, ante omnes $^{15}/_{1}$, illae sc. quas creberrime componistae admittunt ad dissonantias legitimas conformandas; nec erat nobis exceptio alia, quam haec, quod demonstratio pentekaedecagoni non esset conformata numero angulorum figurae immediate, ut ceterae, eoque non propria, sed ex differentibus figuris, trigono et pentagono transsumta et sic mutuatitia et remotissimi gradus; item, quod angulus quidem pentekaedecagoni congrueret aliis ad implendum locum planum, at tota figura cum omnibus angulis congruentiam non admitteret. Cum igitur $^{15}/_{16}$ et sociae ratione causae conformantis tam prope consonantias accedant, quid mirum, illas etiam usu crebro inter consonantias admisceri. Contra vero toni $^{8}/_{9}$ et $^{9}/_{10}$ alteris terminis nonangulo participant, figura penitus indemonstrabili, quare non suaves, sed omnino horridae sunt dissonantiae, per illos eorumque socias proportiones ($^{4}/_{9}$ et $^{2}/_{9}$ et $^{1}/_{9}$ et $^{9}/_{16}$ et $^{9}/_{32}$, sic $^{9}/_{5}$ et $^{18}/_{5}$ et $^{36}/_{5}$ et $^{9}/_{20}$ et $^{9}/_{40}$ etc.) admissae, multoque horridiores, quae ex tritono et mutilo diapente similibusque intervallis conflantur, de quibus vide Artusium; oriuntur enim post tonos majorem et minorem et semitonium, sc. ex horum ut elementorum compositione non naturali, semper autem quantum a natura, tantum a suavitate disceditur.
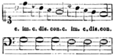
Tertio ceteras dissonantiarum leges alterum earum nomen insinuat, cum syncopae appellantur; etsi hoc est commune accidens tam dissonantiarum, quam imperfectarum consonantiarum, sed nunc de dissonantiis agimus. Ordinarie enim hoc tenent, ut ea utantur ceu fermento aut sale aut aceto in opsoniis, scilicet, ut ex illis non fiunt integra fercula, sic etiam hic non totae cantiones, nisi magnae emphaseos causa, scatent dissonantiis; nec cum ipso tactus principio vox una aliqua incipiens incurrit in ceteras consonantes, ipsa dissona, sed furtim et veluti tergiversata dissonantiam admittit, dum in uno loco systematis, quem occupavit sublato tactu et sic posteriori minusque principali parte tactus incipiens sonum certum, consentientibus reliquis, post illas finitas ipsa diutius et ultra principium sequentis tactus moratur, sic ut voces

*) Vide Joannis Mariae Artusii Bononiensis lib. II. de arte componendi, qui totus est de dissonantiis.

aliae omnes plerumque graviores ipsa (ut illa sc. parvitate et imbecillitate et celeritate, quippe acuta existens, minus obstrepat) communi concentu ad principium tactus sequentis locum occupent ab illius loco dissonum, priusquam ipsa illo suo loco excesserit indeque illam veluti lentam expellant inque inferiorem plerumque protrudant; qua occasione etiam concordantiis et clausulis, quae dissonantias absumunt, natum esse nomen cadentiarum videtur.

Quin etiam hoc observant, ut pugna dissonantium ordinarie committatur non tam crebro ex intervallo propinquo et inter secundas, quam inter septimas; ut ita vox superior, depulsa hoc pacto de illo suo loco, per semitonium aut tonum defluat ad sextam, aut evolet ad octavam cum praevertentibus designandam.

Sunt et aliae dissonantiae creberrimae, minus artificiosae, cum vox gravis continuat sonum suum, manens in unisono, at vox acuta ab illius soni gravis diapason excurrit celeribus sonitibus ad aliquam per diapente vel diatessaron illi consonam, per loca concinna intermedia omnia pervolitans, sic ut alternis consonet dissonetque; semper autem ordine prior consonat; dissonantia et brevis est, quippe in transcensu et in sono, qui est ordine posterior, ut si tactus proportionis duplae quinque discanti sonos cum uno bassi copulet, prima, tertia, quinta discanti consonabunt, secunda et quarta dissonabunt aut imperfectius consonabunt. Ecce



III. Hujus igitur rarioris mixturae ratio est eadem naturalis, quae illius alterius frequentissimae et perpetuae, dum variantur consonantiae. Quemadmodum enim in simplici melodia deductio vocis unius singularis a radice systematis per intervalla dissona sed concinna tamen tendit ad loca harmonice contemperata radici inque iis immoratur, sic concentus melodicus, ab unisono fere incipiens, per concordantias minores, vulgo imperfectas dictas, aut etiam per dissonantias has tendit ad majores et perfectas consonantias et plerumque (praesertim in fine) ad identisonantiam.

IV. Rursum sicut in cantilenis simplicibus earum linguarum, quae rhythmo constant et longitudine vel brevitate syllabarum, brevium quidem ratio habetur non magna, longas vero syllabas et fines versuum ad loca primo sono consona dirigimus, sic etiam in concentu sunt consonantiae, minores dictae et imperfectae, quas cursim pervolitamus; sunt et perfectae, ad quas tendimus, quae ideo dictae sunt clausulae.

V. Amplius, sicut ipsae consonantiae singulae, seorsim consideratae, sunt eo nomine gratae, quod non plane identice sonant, sed figuratae sunt quodammodo et diversisonae, et latitudinem aliquam qualitativam occupantes in auditu, naturam trahentes a figuris planis regularibus, a quibus et oriuntur, sic jam concentus harmonicus, seu sequela plurium harmoniarum perpetua sine earum varietate gratiam omnem perdit.

Ex hac explicatione definitionis causae tradi possunt legum, quas observant componistae in coaptandis concordantiis. Nam quaeri potest, quae sit causa naturalis, cur licitum sibi putent, tertias et sextas naturales aliquot ordinare deinceps; quartas et quintas et octavas et similes ex speciebus sin-

gulis aliquot non admittant deinceps? Respondeo, causam hanc esse, quod tertiae vel sextae, se mutuo consequentes altitudine, sint plerumque re vera diversae, una major, altera minor; et quamvis interdum duae tertiae minores proxime consequantur invicem, sunt tamen minimae consonantiae et imperfectae. Canat enim primus *Ut, Re, Mi, Fa*, secundus iisdem temporis articulis *Mi, Fa, Sol, La*, quatuor se mutuo consequuntur tertiae, quarum prima *Ut, Mi* est major, secunda *Re, Fa* et tertia *Mi, Sol* sunt minores, quarta *Fa, La* rursum est major. E contrario quartae omnes habentur vulgo pro intervallis magnitudinis ejusdem, ut et quintae et multo maxime octavae. Itaque si hae perfectae concordantiae plures ejusdem speciei ordinarentur deinceps, altitudine differentes, cantus consonantiis varius non esset.

Sed alia praecipua causa impedit, quintas aliquot ordine in altum cani, quae non impedit cani octavas; de quo quaerendum sibi putavit Aristoteles in problematibus: cur modulentur octavas (verbi causa, mares cum feminis, viri cum pueris), quintas et quartas non modulentur? Causa igitur haec est, quod cum duae tertiae faciant consonantiam diapente, duae octavae consonantiam disdiapason, contra duae quintae faciunt nonam, duae quartae septimam, intervalla dissona. Vox ergo illic per consonantias octavas et tertias decurrens aequaliter manet in tono seu modo, observans eandem speciem octavae; hic si per aequalia decurrat, modum vel tonum mutat insigniter, quod est contra definitionem.

VI. Circa delectum concordantiarum aliqua etiam sunt notanda; primo quod in genere magna intervalla magnos animi motus exprimant (ut in illis Orlandicis: *Ubi est Abel* et: *Tristis est anima mea*), parva et alta, laeta, humilia et parva, tristia.

Deinde cum cantus harmonicus plerumque desinat in identisonantiam, ut igitur magnum (pro hypothesi textus) intervallum in fine complectamur, oportet non bassum tantum descendere, sed etiam discantum, contra naturam finiendi cantum, ascendere, imitatione fistularum et chordarum pandurae. Atque tunc vel maxime enitescit vis semitonii, priori capite explicata, quod naturalis et ordinarius finis cantionis per ascensum amat in fine superare semitonium, in iis quidem tonis, qui non habent semitonium proxime supra radicem suae octavae.

Tertio quaestione dignum censuit Galilaeus, cur diapente epidiapason jucundius sonet, quam diapente simplex, et sic consequenter semper una harmonia sit jucundior alia? Causas, quas ipse attulit, non est operae examinare, cum obscurae et incertae sint. Ex meis vero principiis causae hujus rei apparent clarissimae. Nam quia per axioma 2. capitis primi gradus scientiae, quibus differunt inter se latera figurarum, transplantantur etiam in ipsas proportiones, figurarum soboles, consentaneum equidem est, ut etiam illi gradus, quibus distant et partis circuli et residui demonstratio, discriminent suavitatem et partis et residui. Ergo quae harmoniae existunt immediate per ipsam sectionem circuli, quae sc. sunt inter totum et partem rescissam, perfectiores et jucundiores sunt iis, quae sunt inter residuum et totum, quae demum derivantur ex prioribus per admixtionem identisonantiarum ex bisectione vel duplicatione chordarum. Sic $^1/_3$ primas tenet, est igitur jucundior quam $^2/_3$, et $^1/_6$ quam $^5/_6$, et $^1/_5$ quam $^4/_5$, et $^1/_4$ quam $^3/_4$, et $^2/_5$ quam $^3/_5$, et $^3/_8$ quam $^5/_8$. Prius enim pars fit consona per se ipsam, non propter residuum, posterius et sic imperfectius residuum demonstratur esse consonum, scilicet propter partem sociam vel alienam.

Reliquas artis compositoriae regulas artificibus ipsis relinquo comprobandas aut rationem earum reddendam. Mihi enim quae hucusque disputavi abunde sufficiunt, cum ad naturam cantus illustrandam, primis saltem et generalibus ejus fundamentis in natura monstratis, tum maxime ad speculationes libri V. sequentis, cujus libri materia mihi unicus in toto opere finis est propositus. Astronomus enim ego sicut de figuris regularibus disputo non tam geometrice (nisi ubi illa adhuc incompleta visa est) quam astronomice et metaphysice, sic etiam de cantus proportionibus scribo non tam musice quam geometrice, physice, denique ut prius, astronomice et metaphysice: quia sicut corporibus quinque regularibus ex geometria, sic etiam proportionibus totoque apparatu harmonico ex musica opus habeo ad explicandas causas proportionis orbium coelestium eccentricitatumque et motuum in apsidibus. Artem vero componendi cantus, quae praxis est musica, nequaquam profiteor, quam ex Artusii supra dicti exque Sethi Calvisii, amici quondam mei, libris, de arte compositoria cantus editis, rectius qui volet petet; quos ipsos tamen, non quod optimos putem, sed quia alios non vidi, nomino.

De tribus medietatibus digressio politica.

Folio 29. linea 9. (p. 147 lin. 29) paragraphus sequens loco suo exclusus est, quod operae folia exemplaris incaute distribuissent . . (quippe $^7/_{10}$) . . . . .

Neque tamen ob id reprehendendi sunt auctores, qui proportiones hujusmodi titulo harmonicarum in remp. recipiunt. (Vide locum pulcherrimum in Bodino de Republ.) Nam etsi paucae ex sic formatis meras harmonias definiunt, reliquae omnes ab harmoniis alienae sunt, omnes tamen hujus definitionis hoc habent, quod contemperatae sunt ex ambabus proportionibus, arithmetica et geometrica; ex qua contemperatione inest illis haec in Rep. aptitudo. Vicissim vero in Rep. si qua vis est harmonicarum, ut harmonicae, neque nostrae medietates harmonicae sperni poterunt, quas laxiori definitione sic trado: *Quod sit omne id, quod intercedit inter duas voces consonantes, consonans et ipsum cum illarum utraque.* In sectionibus igitur etc.

Hactenus omissa. Cum autem Bodini meminissem jamque finito libro tertio et addito superiori paragrapho, satis operatum esse mathematicis speculationibus censuissem, finita hac spinosa materia, placuit ex ipso Bodino praecipua disputationis hujus politicae capita transscribere, verbis et ordine ut plurimum ex meo loci illius captu conformatis, ut et lucis aliquid afferrem loco per se obscuro, quippe Bodinus ex mathematicis disciplinis non satis ad hanc speculationem praesidii attulit, et ut taedium morosarum demonstrationum mathematicarum, quibus totus liber constat, interpositione popularis jucundae materiae lenirem ususque ejus non nullius in cognoscenda Rep. gustum exhiberem. Incipiam autem ab explicatione rei mathematica fusiori adque lectoris non mathematici captum accommodatiori.

Quando numeris aliquot, non attenta eorum magnitudine, adduntur aequalia, tunc est proportio arithmetica. Ut:

	3,	9,	5,	10,	17,	38.
Adde	3,	3,	3,	3,	3,	3.
	6,	12,	8,	13,	20,	41.

Quantum enim 6 major est quam 3, tantum (totidem scil unitatibus) 12 est major quam 9.

Haec proportio in hoc exemplo est disjuncta: ergo proportio conjuncta

vel progressio arithmetica est, quando initio facto ab aliquo numero quocunque, adduntur illi aequalia continue.

Ut	3	vel	38
	3		3
	6		41
	3		3
	9		44
	3		3
	12		47

Cum ergo inter 3, 6, 9, 12, item inter 38, 41, 44, 47 sit progressio continua arithmetica, fit ut trium talium numerorum deinceps locatorum medius appelletur arithmetica medietas, ut inter 6 et 12 medietas est 9, inter 38 et 44 medietas arithmetica est 41.

Quando vero numeris aliquot attenta eorum magnitudine adduntur similia, tunc est proportio geometrica.

Ut	3,	9,	5,	10,	17,	38.
	9,	27,	15,	30,	51,	114.
	12,	36,	20,	40,	68,	152.

Nam sicut ad 3 additur triplum 9, sic ad 9 additur triplum 27, quod est tanto majus quam 9, quanto 9 est majus quam 3, et quanto 15 est majus quam 5 etc. Sicut ergo 3 ad 12, sic 9 ad 36, et sicut 3 ad 9, sic 12 ad 36.

Rursum haec proportio in hoc exemplo est disjuncta: ergo proportio geometrica conjuncta seu progressio est, quando, initio facto ab aliquo numero, semper additur illi vel pars vel multiplex similis.

Ut	3	10	8
	9	30	4
	12	40	12
	36	120	6
	48	160	18
	144	480	9
	192	640	27

Ad initialem additur triplum in duobus primis exemplis, dimidium in tertio, rursumque ad eum, qui hinc est natus, additur eadem multiplex vel pars. Ergo ut 8 ad 12, sic hic ipse 12 est porro ad 18, sic etiam 18 ad 27. Ubi 12 est medietas geometrica inter 8 et 18, sic 18 medium geometricum seu proportionale est inter 12 et 27 etc.

Haec prius sunt cognoscenda, ut intelligatur, quid sit proportio harmonica. Nam illa sic definitur a Bodino, quod *in ea rationes aequalium et similium sint modice confusae,* id est rationes priores arithmeticae, et posteriores geometricae.

Porro haec definitio vera non est: 1) multi enim modi sunt etiam in numeris non harmonicis, quibus modis rationes aequalium et similium possint esse modice confusae; neque tamen hoc sufficit, ut sit proportio harmonica, oportet enim accedere alias etiam numerorum habitudines, ex cap. 1, 2, 3 petendas. 2) Multae vicissim sunt copulationes numerorum harmonicae, in quibus neque aequalium neque similium rationes continentur. 3) Quin etiam sunt harmonicae proportiones, in quibus est simplex geometrica proportio, ut 1, 2, 4, etsi identicae sunt nec gratiam solae pariunt praecipuam, adeo ut Bodinus neget, illas ex se ipsis efficere concentum ullum, intellige figuratum; sunt vicissim aliae harmonicae proportiones, in quibus est simplex arithmetica proportio, ut 1, 2, 3, sic 2, 3, 4, quas etiam Bodinus sui oblitus pro harmonicis agnoscit, etsi nihil habeant analogiae geometricae admixtum. Sic 3, 4, 5, sic 4, 5, 6, sic 1, 3, 5, sic 2, 5, 8 etc., quas posteriores Bodinus perperam negat harmonicos efficere concentus, auctoritate veterum contra sensum auditus insurgens.

Est tamen assertio vera quadamtenus de ea proportione, quam veteres

falsa persuasione dixerunt harmonicam. Dico quadamtenus, si nimirum pro *rationibus aequalium* intelligas mediationes arithmeticas, in alios numeros transformatas, in quibus non sit expressa aequalitas excessuum actualis, quae erat in primis tribus. Nam veterum harmonica medietas propriissime sic definitur, quod sit *excessuum inter tres numeros eadem proportio, quae extremorum*, ut in 3, 4, 6. Quicunque tales tres numeri sunt, sive vere sint harmonici sive non sint, semper in iis verum est, *rationes aequalium* (seu potius arithmeticas) *et similium* (seu geometricas) *esse confusas* uno certo modo. Modus autem est hic. Datis extremis, ut 2, 5, datur medium arithmeticum, quod ne fractionem habeat, sumantur hic extremorum dupli 4, 10, horum medium arithmeticum est 7. Jam in tali mediatione arithmetica 4, 7, 10, excessuum 3, 3 aequalium semper constituuntur duae proportiones, una major, inter terminos minores 4, 7, altera minor, inter majores 7, 10. Qui jam vult mediationem harmonicam efficere ex hac arithmetica mediatione et ei aliquid admiscere geometricae mediationis, is ponat minorem proportionem loco priori et majorem loco posteriori (sic $\frac{7,\ 10}{4,\ 7}$) et quaerat numerum, qui sic habeat ad 10, sicut 4 se habet ad 7: erunt tres numeri sic 7, 10, $17^1/_2$ in integris inter se primis 14, 20, 35. Huic trigae est admixtum aliquid de arithmetica progressione, non manente tamen ejus aequalitate expressa. Nam utraque proportio mediationis arithmeticae inter 4, 7, 10 collata huc est, tantum situ mutato; sicut enim ibi priores termini, scilicet 4 ad 7, sic hic posteriores 20 ad 35. Et sicut ibi posteriores 7 ad 10, sic hic priores 14 ad 20. Est eidem vicissim etiam admixtum aliquid de geometrica mediatione. Nam minor proportio 7, 10 posita est ad terminos minores 14 et 20, major 4, 7 ad majores 20 et 35, et denique fit, ut sicut est minimus terminus 14 ad maximum 35, sic sit differentia minor 6 ad majorem 15. Haec omnia vero sapiunt similitudinem aliquam geometricae proportioni familiarem, quia in ea ut minimus terminus ad medium, sic est medius ad maximum.

Haec tenenda sunt ex mathematica, quae Bodinus non satis videtur percepisse, dum harmonicam proportionem proponit in quinque numeris 3, 4, 6, 8, 12 deque iis affirmat, *quod aequalia et similia spatia quodammodo temperata existant.* Nam cum videret, excessus esse 1, 2, 2, 4, aequalitatem expressam agnovit in 2, 2, similitudinem in 1, 2, 4. Atqui in definitione veterum sufficiunt tres; nulla etiam in ea continetur temperatio aequalitatis expressae cum similitudine. Nam in 3, 4, 6 nulla est aequalitas expressa excessuum.

Jam est operae pretium videre, quomodo Bodinus, qui hac in materia copiosissimus est, applicet ista ad moralia et politica varie, cui plerumque hoc accidit, ut pro harmonicis mediationibus tam veterum, quam veris, meras compositiones proportionum arithmeticarum et geometricarum arripiat, vitiosae suae definitioni innixus; quod sicut statim initio praefandum fuit, ita in sequentibus saepius erit iterandum.

I. Cum tres sint politiarum formae, popularis, optimatum et regia, popularem ille comparat arithmeticae proportioni, optimatum geometricae, regiam harmonicae. Nam sicut in arithmetica aequalia sunt incrementa numerorum omnium, tam magnorum quam parvorum, sic in rep. populus vult aequalia esse omnium onera et commoda et honores et magistratus, nec vult tolerare respectum ullum personarum; vult exempli gratia omnibus esse jus venandi,

sive nobiles sint, sive ignobiles, sive divites, sive pauperes. Quodsi qua res est, quae non patitur divisionem inter multos, eam populus vult sortiri, quia sors caeca est, non internoscens nobilem ab ignobili, divitem a paupere, bene meritum ab immerito, virtuti deditum a vitioso, ingeniosum a stupido. Tum demum enim aliquis se putat aequari ceteris, si cum iis sortitur super talibus, sive jam bona sive mala sorte adipiscatur. Ubi sortis loco possunt esse etiam alia acquirendi media, ut si electio permittatur ei, cujus nihil interest, aut qui personas non respicere creditur. Ita Romae consulatus erat communis omnium certi ordinis eumque licebat petere a populo, at non largitionibus, ne corrumperetur populus et divites praeferrentur tenuioribus. Etsi in hoc casu tacito consensu respicitur virtus deque ea et de bene meritis judicium permitttitur populo.

E contrario, sicut in geometria excessus numerorum assimilantur numeris ipsis, ut magnus numerus magnum habeat excessum, parvus parvum, sic in optimatum rep. distinguuntur personae, distinguuntur et onera, praemia, magistratus, munia, et praestantissima reservantur optimatibus, reliqua relinquuntur populo. Ubi necesse est, seorsim inter singulas factiones admitti etiam arithmeticam proportionem; de iis enim, quae sunt populi, sortientur omnes, qui sunt in populo, de iis, quae optimatum, omnes optimates. Nisi enim hoc fiat, perpetui erunt etiam in populo gradus optimatum, usque ad imam populi faecem, perpetui etiam inter optimates, usque ad reip. principem; qua ratione resp. non erit, sed regium civitatis genus.

Regius vero status, etsi vel maxime proportioni geometricae assimilatur, eo quod omnia jura majestatis regi reservantur, sicut ipse vel nobili prosapia, vel armis vel virtutibus praestat ceteris omnibus, gubernandi tamen ratio in hoc statu rectissime potest temperari ex utroque proportionis genere. Nam unus rex arbiter omnium non coeco impetu, ut sors, sed virtutis, meritorum, ordinis graduumque rationibus, qua licet, omnia inter optimates populumque dispensat, omnes justitiae distributivae et commutativae partes exsequitur, quae utriusque proportionis conjunctio Bodino sufficit ad proportionem harmonicam constituendam; at juxta omnia consilia non tam ad singulos vel ordines vel homines, quam ad totum civitatis corpus ejusque salutem mutuamque charitatem et concordiam refert, non secus ac si in numeris proportiones ab aequalitate et a similitudine nonnihil deflexae, sic ut illae destruantur, si est opus, ad communem omnium harmoniam referantur: quo modo meis medietatibus harmonicis utetur.

II. Ex Cyri paedia exemplum proponit Bodinus, quo omnia tria genera proportionis explicari possunt. Cyrus puer, cum hominem procerum curta tunica indutum conspicatus esset, pumilum juxta tunica laxa, censuit commutandas illis esse tunicas, ut cuique quod commodum esset obveniret; magister cuique suum relinquendum edixit; quodsi procero fuisset injunctum, ut pumilo aliquid pecuniae solveret et sic demum permutatio fieret, optime conciliatus fuisset magister discipulo. Hic Cyrus geometricam ursit proportionem, admensus corporibus vestes, magister arithmeticam, possessiones utrique suas tuitus; at tertius ille respexisset utrumque simul, tam corporum indigentiam, quam copias cuique suas salvas, itaque harmonicam in sensu Bodini asseruisset proportionem, quippe ex utraque priorum mixtam; harmonicam vero etiam in sensu meo, quia non dubitaret, alteri quod esset panni superfluum, alteri pecuniam eripere, ut utrique consuleretur, quia commune utriusque commodum comparatur suavitati concentus. Accidere autem dixi, ut interdum

geometrica proportio sit etiam harmonica, ut 1, 2, 4, sicut hic commodum est, ut procerus longam vestem habeat, interdum vero arithmetica proportio est etiam harmonica, ut 2, 3, 4, sicut hic commodum est, ut possessor longae vestis pumilus retineat quidem suum, sed in pecuniam commutatum, qua rectius uti potest, quam superfluo vestis.

III. Cum gubernandi rationes omnes complexa sit justitia, ex Aristotele allegat partes ejus duas, commutativam in aequalitate arithmetica versantem, distributivam in similitudine geometrica, ipse tertiam speciem justitiae suadet ex utraque priorum conflatam, quae et rerum copiam certis personis viliori pretio vendi vult quam ceteris et non semper magnis magna distribui et sic utrumque genus justi violari quadamtenus, si salus universorum id postulet aut si commodum inde publicum emergat. Non bene conflatur proportio ex speciebus duabus aliis, si utramque peremit. Est igitur applicatio haec meis medietatibus harmonicis aptior. Ut in numeris 2, 3, 5 nec arithmetica est excessuum aequalitas, nec geometrica progressio, est tamen inter eos harmonica.

Huc in fine libri poëtas accommodat, qui Themidis (quae justitia est) tres fingunt filias εὐνομιαν, ἐπιεικειαν, εἰρηνην: leges, aequitatem, pacem, quasi trium proportionum tutelares, arithmeticae, geometricae, harmonicae.

IV. Leges connubiorum, praecipuum civitatis vinculum, luculentum exemplum subministrant trium proportionum. Si patricii patricias ducere jubeantur, plebeji plebejas, geometrica similitudo est. Sin jus omnibus, promiscue connubia vel sorte quaerere vel forma, opibus, virtute, sine generis respectu, contendere quantum possis, nec ulla conditio vetita, haec erit aequalitas arithmetica. Verum ibi civium animi divelluntur in factiones, hic confunduntur ordines, utrumque perniciosum reipublicae. Suadet igitur Bodinus, patriciis tenuioribus interdum permittere connubia plebeja opulenta, plebejis divitibus patricias inopes. Hoc enim utrique ordini commodum, nobilibus quidem, ut aucti opibus tueantur locum quem obtinent, et feminae hujus ordinis maritentur; plebi vero, ut patefacto ad honores aditu virtuti dent operam, denique reip. ipsi, ut ordines mutua sese charitate complectantur.

Rursum hic peremit geometricam analogiam, ut harmonicam efficeret, neque tamen eam ad meram aequalitatem arithmeticae progressionis redegit. Ut si 1, 3, 9, geometrica, perimatur, fiatque 1, 3, 8, quantum hic recessum est ab 1, 3, 9, tantum illic derogatum patriciis, et quantum in 1, 3, 8, quorum excessus 2, 5 (cum prius essent 2, 6), accessimus ad progressionem arithmeticam 1, 3, 5 (quia horum excessus 2, 2 aequales), tantum illic datum plebi, ut in numeris quidem concordantia constitueretur inter 1, 3, 8, in rep. vero concordantia inter patricios et plebem, manente tamen distinctione ordinum. Haec commutatio 1, 9 in 1, 8 occurret libro V. etiam in coelo ipso.

V. Inepta est arithmetica aequalitas in symposiis, si promiscue omnes accumbant, nulla sexus, conditionis, aetatis habita ratione; insulsa vicissim mera similitudo geometrica. Nam si docti tantum doctis jungantur, quid proderunt imperitis? si feminae solis feminis, quae voluptas? si clamosi clamosis, quis auctor iis modestiae? At si neque caecam aequalitatem admittas, neque morosam similitudinem, sed misceas utramque, modice tamen et cum judicio rationis, proportio erit harmonica. Efficies enim, ut senes juvenum, viri feminarum aspectu gaudeant, juvenes prudentia senum, feminae virorum auctoritate regantur, tetricos urbani excitent vicissimque et vereantur,

analogiam esse in 6, 3, 4, 2, quae est in 3, 2, 4, 6. Minime 3 est ad 2 ut 4 ad 6. E contrario proportionem harmonicam putat turbari transpositione. Sane, si proportionem inter duos terminos solos agnoscit nullam, vincit.

Haec est n. nonnullorum subtilitas loquendi, conjuncta cum summa obscuritate, ut id quod Graeci λογον appellant, latine rationem velint dicere, proportionem vero, quod Graeci ἀναλογιαν. Vellem equidem id imitari posse, ut fecisse me memini antehac: at λογος Graecis nunquam in communi usu loquendi sumitur pro voce αἰτιον, Latinis vero ratio creberrime sonat causam vel modum. Oportet igitur tenere morem a barbaris Graecorum elementorum interpretibus introductum et proportionis vocem tam pro λογῳ quam pro ἀναλογιᾳ sumere, quod toto hoc libro crebro facio.

Jam igitur distincta sunt proportio et concordantia, et haec illius veluti qualitas quaedam illaque hujus subjectum. Concordantia vero inest proportionibus primo et per se, quatenus illae sunt inter duos terminos, non quatenus est inter plures terminos continuitas quaedam proportionis. Et consonant duo proportionis termini non causa situs, in quo prius est et posterius, sed quatenus simul pulsantur eodem tempore duae chordae, nec mutatur haec concordantia mutato situ characterum in scriptura aut in testudine eversa. Proportioni vero, quae est inter tres vel plures terminos, accidit concordantia secundario, propter singulares terminorum bigas, in quibus etsi mutari potest mutato situ analogia, id nempe, quod in illis est de geometrica proportione admixtum, neque tamen simul mutari qualitas harmonica. Quare quod disputat Bodinus, quatuor ista, legem, legis actionem, aequitatem, magistratum, comparari quatuor numeris, harmonica proportione colligatis, et quemadmodum transpositis numeris pereat concentus, ita si processus forenses et exsecutio potiores habeantur legibus, si magistratus prior aequitate, civitatis harmoniam turbari: id quidem nulla ratione ad id, quod in proportionibus est harmonicum, sed simpliciter ad ipsarum proportionum naturam, qua geometricam qua arithmeticam, est referendum, hoc est ad id proportionis genus, quod ex utraque temperatum veteres persuasione quadam infirma harmonicum appellarunt. Commune enim hoc est omnibus analogiis sive simplicibus sive mixtis, contra quam tradit Bodinus, ut vel mutentur in species alias transpositis terminis, vel plane destruantur. Sed ad rem redeo. Si merum arbitrium habet magistratus gubernandi sine legibus, neque legem observat naturae, neque boni et innocentis viri officio fungitur, non magistratus erit, sed tyrannus. Cumque bonorum principum numerus oppido parvus existat, non est consultum reipublicae, sese huic periculo committere, quoties renovatur magistratus. Etsi vero contingat illi bonus quandoque magistratus, diuturnus tamen esse status iste nequit; at nec salutaris reipublicae, quia ut bonus sit moderator, prudens satis non semper erit, qui, quid aequum sit, sine legum norma videat, et ut ipse videat sequaturque quod rectum, cives tamen calumniabuntur etiam optima, nisi leges sint, quibus ille facta sua tueri ad populum possit; cives legum disciplina sunt erudiendi, poenarum imagine, quae legibus praescribuntur, a malefactis absterrendi. Legibus igitur carere respublica nequit.

Vicissim leges, graeco vocabulo νομοι, distributivam justitiae partem signant, quae in statu populari sequitur arithmeticam aequalitatem. Quodsi omnia ad legum rigorem examinentur, injuria fiet plurimis. Leges enim de factis statuunt, nulla circumstantiarum varietate definitis; facta vero singula circumstantiis suis descripta sunt, quibus vel mitigantur vel aggravantur;

quarum cum sit varietas, nullis unquam legibus illae comprehendi possunt. Neutra igitur ratio per se sola tuetur respublicas, sed miscendas docet Bodinus, ut et leges sint, sed paucae, quia legum multitudo seges est uberrima litium, et multa magistratus arbitrio reserventur, non facta tantum singularia, sed etiam integrae nonnullae factorum species certaeque aliae legum materiae, imprimis poenarum intensio et remissio legumque ipsarum interpretatio et ad facti circumstantias applicatio. Hic non de triplici reip. forma, sed de uniuscujusque gubernandi forma triplici agitur; mera aequitatis ratio, soluta legibus, est aristocratica gubernandi ratio, etiam in populari inque regio statu. Legum vincula gubernationem popularem faciunt, etiam in regio. At si leges quidem sint, iis vero derogetur in loco et tempore pro arbitrio gubernatoris, a summa potestate constituti, gubernator iste, licet a populo detur, regulum quendam agit. Tales plerumque praesides provinciarum. Is igitur aut leges observat, aut ex aequo judicat, eatenus, dum reip. salus patitur; si secus, non dubitat exorbitare. Ut si quis proportionum species, quae harmoniam faciunt, admittat, ut 2, 3, 4, vel 1, 2, 4, quae dissonantiam, eas turbet inque consonantes commutet, ut 1, 3, 9 in 1, 3, 8 et 3, 5, 7 in 3, 5, 8.

X. In legibus ipsis, quae sunt de mulctis pecuniariis, ut plurimum quidem arithmetica servatur aequalitas, ut mulctam legibus statutam solvat quicunque deliquit, sive dives sive pauper. Videre tamen est, ubi et geometrica similitudo sit, ut si mulcta cuique pro ratione census irrogetur, aut si temere litigans aliquotam partem amittat aestimatae litis. Sin autem inter locupletes omnes major aliqua mulcta nuncupetur, inter tenues levior, eaque a singulis cujusque ordinis exigatur aequaliter, temperamentum id erit proportionis, Bodino dictae harmonicae. Non mutantur hic proportionum species, sed componuntur, aut distribuuntur potius in distincta subjecta, ad idem totum pertinentia.

XI. Leges vestiariae plurimum habent de proportione geometrica, ut quanto quisque altiori dignitatis gradu consistit, tanto pretiosior ei permittatur ornatus vestium; aequalitas arithmetica intolerabilis hic est. Quia tamen neque sola varietas ordinum in vestitu distinctionem postulat, sed aliqua hic ratio habenda copiarum, aliqua meritorum, neque facile omnes ordines una lege possunt enunciari: temperamentum aliquod utriusque proportionis partim legibus ipsis inseri solet, partim arbitrio moderatorum permittitur. Id temperamentum Bodinus harmonicum censet, quia harmonias conjunctione duarum specierum proportionis definit. Mihi harmonicum non est, cum affectetur proportio alia et exprimeretur perfecte, si posset.

XII. Idem fere de iis legibus dicendum, quae cum de poenis sint, personas illustres periculo capitis, nobiles suspendio eximunt poenarumque genus commutant, more a plurimis gentibus recepto. Nam reus, dignitatem quam habebat amittens, gravius hoc dedecore punitur (geometrica lege observata), quam si, qui in dignitate nulla fuit, virgis caedatur publice; itaque dissimilium poenarum aequalitas quaedam esse potest et distributio harmonica sensu Bodini, qui hic Aristotelem rejicit, qui in praemiis quidem geometricam proportionem, in poenis vero arithmeticam servandam docuerat.

XIII. Est et alia in legibus poenalibus observabilis proportio eodem temperamento, quae non delinquentem attinet, sed personae laesae honorem et vindictam. Gravius enim punitur, qui principem civitatis, quive unum e collegio electorum occidit, quam qui agricolam; gravius qui liberum, quam qui servum. Nam etsi haec varietas ad geometricam est referenda similitu-

dinem inter personam et illatae eidem injuriae vindictam, rara tamen est, plurimum vicissim in poenis homicidii aequalitatis arithmeticae, praesertim inter Christianos ex lege divina, qua homo homini aequiparatur et sanguis sanguine rependitur. Haec igitur utriusque generis rationum confusio pertinet ad Bodino dictam harmonicam, inprimis illud, quod in lege divina sicarii omnes morte puniuntur arithmetica aequalitate, at genus mortis in potestate judicis est, geometrico responsu, factis, circumstantiarum varietate dissimilibus, irrogandum; ut Bodinus refert, puto ex Rabbinis.

Neque tam personis singulis laesis haec poenarum inaequalitas tribuitur, quam saluti totius reip., quae omnes hostes patriae impune occidi permittit, civium simul omnium salutem in principis optimatumque incolumitate inque tranquillitate publica conservata tuetur. Saepius autem dictum, bonum publicum habere responsum quendam ad suavitatem concentus harmonici. Quae una summa lex, legum omnium mater, si observetur, ut id sanctum et legitimum esse jubeatur, in quo salus vertitur reipublicae: jam statim constat de similitudine cum harmonicis rationibus, ex mea ipsius etiam sententia descriptis, etiam si nihil lex illa simile praeterea contineat neque geometricae neque arithmeticae proportionum. Nam neque hi numeri 15, 20, 24, 30, qui harmoniam continent dulcissimam, proportionem observant vel unam vel alteram, excessus enim sunt 5, 4, 6, neque aequales neque similes proportiones terminorum proportionibus, sed neque eodem cum illis ordine crescentes.

XIV. Aliud exemplum, geometricae disciplinae familiarius, affert Bodinus in legum de mulctis interpretatione; ut quae antiquitus statutae sunt mulctae pecuniariae, pro ratione praesentis publicae opulentiae vel inopiae aestimentur. Hic intolerabilis aequalitas arithmetica omnium temporum, neque tamen observatu facilis proportio geometrica in omnibus. Itaque pro sua prudentia judex proque rerum circumstantiis medium sectabitur harmonicum cavebitque ne vel leges violasse videatur, vel legum interpretatione malitiosa inopes opprimantur, locupletibus ac potentioribus peccandi licentia detur. Quin etiam ejusdem harmoniae studio interdum pecuniariam, quae contemneretur, in corpoream permutabit.

XV. Legem, quae fures suspendio punit, Bodinus eatenus probat, quod nititur ratione, ne fures augeantur, ut peccata, quae frequentia futura fuerunt, gravius puniantur, quod geometricam sapit proportionem. Eandem reprehendit ob aequalitatem arithmeticam: frequentissima quippe actio furti per omnia oppida pagosque judices plerumque plebejos habet, qui dum aequaliter omnes ad supplicia rapiunt, non intelligunt, se iniquissimam inducere poenarum inaequalitatem, dum peccatis circumstantiarum varietate inaequalissimis eandem poenam irrogant. Plerisque reis deest judicii firmitudo, qua sibi magis ab infortunio, quam a magnitudine sceleris cavere deberent, quos occasio, fames, liberorum studium, fiducia latendi, alienae opulentiae opinio, fures facit; cum ipsum per se facinus ad alia comparatum naturali judicio vilipendatur, quod etiam lex divina, quae quadrupli tantum restitutione furtum punit, confirmare videtur. Si tamen aequum et sanctum est, illam hominum partem, quae dolis et tenebris nata murium naturam refert, parietes perfodit, non fortunarum tantum, sed etiam vitae securitatem publicam turbat, reip. potius causa ut ceteras feras rapaces minui, certe respectus reip., ut saepe dictum, respondet concentui harmonico, nec sine accuratissima temperatione harmonica quaestio haec exerceri debet, ne, dum reip. consulitur, multis, qui spem boni civis in posterum praebere possunt, vita temere ob hoc genus criminis eripiatur.

XVI. Etiam illud in poenis irrogandis ad geometricam pertinet aequitatem, quod pueri quam adulti, juvenis quam senis, feminae quam viri poena est lenior. Nihil hic iniquius aequalitate arithmetica perpetua, quae tamen si adimatur prudentiae judicis, pro re nata usurpanda, turbabitur nihilominus harmonica proportio.

XVII. Harmonicam proportionem Bodinus in iis legibus demonstrat, quae cum primum actum sceleris aequaliter in omnibus levi mulcta ulciscuntur, veluti admonitionis loco, relabentes postea gravius puniunt, tertio peccantes iterum gravius et denique morte plectunt. Est enim mixta aequalitas arithmetica in primo actu, geometrica proportio in repetiti eoque gravioris sceleris graviori poena. Haec Bodino compositio duarum in unam visa est harmonicam constituere proportionem.

XVIII. In genere, quod poenae sive legibus sive judicis arbitrio pro diversitate et magnitudine criminum dispensantur universumque adeo jus talionis geometricae analogiae tribuendum est, quod quidam legislatores aequaliter inaequalia generibus peccata vindicant: arithmetica haec ratio inter homines locum non habet, in Deo, cujus aequaliter omnes creatura sumus, querelis nostris ut reprehendatur fas non est. At quod legumlatores quaedam leviora per se crimina gravissimis, irrogatione poenarum, reip. causa exaequant, et quod in jure talionis non dens pro dente, sed loco dentis aestimatum pretium, de quo inter litigantes convenire potest, rependitur, nec ei, qui mihi de duobus oculis unum eruit, cum ipse unoculus esset, caecitas mera infligitur eruto suo, id harmonicae Bodino contemperationis est; sic enim et singula peccata poenas habent arithmetice aequales, et diversa poenis etiam distinguuntur.

XIX. Qui conatus animi puniunt poena non leviori, quam si voluntatem consequatur effectus, et qui factum puniunt, a quo aberat animus, plebejam arithmeticam aequalitatem vitio non levi stabiliunt, illic in dissimilibus animi conatibus, hic in dissimilibus facinoribus; qui distinguit hic inter conatuum varias formas, ut poenam sceleris habeat, qui omnia fecit, quae animus meditatus ad eventum afferre potest, sive perpetraverit, sive scopo aberraverit, non habeat, qui occasionibus quidem insidiatus est, ad rem tamen, cujus imagine conscelerata poterat absterreri, non venit, hic geometricam aequitatem observat; nec minus, qui nudam persuasionem sceleris levius punit, quam in patratore scelus ipsum, et contra, qui auctorem et impulsorem gravius quam ministrum, ut qui alienum scelus patravit; qui denique levius eum, quem vis magna libidinis vel irae transversum rapuit, quam qui quietior ab iis omnia praemeditato animo peregit. Idem de eventuum varietate tenendum. Eandem poenam meretur, qui viatorem spoliat triobolo, si animo magnae praedae inhiavit, quam qui talentum eripuit; minorem contra, qui cum totum posset auferre pondus auri, modicum abstulit, quam qui crumenam eripuit, in qua pauculi asses. Has quidem geometricas distinctiones Bodinus ad philosophicam criminum aestimationem refert, poenas vero, quibus exempla publice statuuntur, ad publicam tranquillitatem pertinentes, omnimoda illa aequalitate eximit, ut ita crebrius in facta, quae in civium oculos incurrunt, animadvertatur publice, crebrius conatus a scopo aberrantes, quippe inconspicui vulgo, impuniti, aut levius, quam geometrice par erat, puniti transmittantur, ut crudelitatis minus penes judicem reperiatur. Tot respectus boni publici harmonicum quid sapiunt.

XX. In judicio inque consultationibus arithmetica est ratio suffragiorum,

si ea numerentur, geometrica, si ponderentur seu gravitate ferentis seu bonitate argumentorum; harmonica (Bodini sensu) mixtura fuit apud Romanos, quorum consulares sententiam oratione explicarunt, ceteri pedibus in eam ibant sententiam, quam probabant. Mihi quod necessitatis lege factum (non suffecisset enim tempus audiendis omnibus) id harmonicae proportioni non videtur comparandum.

XXI. In commutativa justitia requirebat Aristoteles arithmeticam aequalitatem. Bodinus nec hic analogiam exulare dicit geometricam. Etsi exempla confusa videntur: 1) ut si quis publice scandalo dato etiam privatum laesit, privato quidem seorsim satisfaciet aequalitate arithmetica, nec plus ei pro re sua restituetur ab homine nobili, quam ab agricola, exemplum vero pessimum aliter luet ille, aliter iste, proportione servata statuum geometrica. Quo loco conciliatur Aristoteles Bodino. 2) Quod vero bona ejus, qui non est solvendo, pro crediti cujusque magnitudine distribuuntur sine creditorum respectu, dummodo tempore et qualitate crediti pares fuerint, id equidem proportione fit mere geometrica; quod ut non negavit Aristoteles, ita omissum ab illo per incogitantiam videtur recteque a Bodino suppletum, etsi hoc fundatur aequalitate arithmetica soluti et crediti, si bona sufficerent. Nec tamen vetatur penitus superior magistratus harmonica contemperatione uti et creditores inopes aliquatenus et pro re nata praeferre locupletioribus. 3) Illud etiam harmonicum quippiam (sensu Bodini) sapit, quod gentium quarundam more res furto ablatae non simplo pensantur, sed quadruplo, res aliae quintuplo; aequaliter quidem ab omnibus, inaequaliter tamen diversae res, in quibus aestimatur geometrica ratione injuriae diversa magnitudo, non nudum rei pretium. 4) Evidentior est harmonica ratio in pensatione damnorum non dolo malo illatorum: ubi plurimum situm in contrahentium utriusque factorum circumstantiis, quae aliquando vel legibus vel magistratu jubente aequalem et arithmeticam compensationem, aliquando nullam, est ubi et ex aequo et bono moderatam requirunt. Hujus generis videtur et illud, quod superior magistratus non ex aequo omnibus inter se jure experiri concedit nec in causis omnibus, sed prout circumstantiae fuerint arbitros vel ipse dat, vel eorum electionem litigantibus permittit, ut vel utriusque commodis vel reip. consulatur. 5) Etiam usurae ad commutativam justitiae partem spectant, neque tamen aequales omni hominum generi ab omnibus legislatoribus permittuntur, sed geometrica mixtura inaequales diversorum ordinum personis, aequales singulis ordinum, quae compositio Bodino harmonica est. 6) Egregiam exceptionem ab arithmetica commutationis aequalitate verbis Bodini exscribam. *Medicus ad calculum diviti detrahendum aureos saepe 500 accipit* (imo exigit), *ab egente vero 10 aut 5* (imo nihil, ex formula juramenti Hippocratis); *ac si quidem arithmeticam aut geometricam undiquaque analogiam consectarentur, alter quidem calculo, alter fame interiret, sed harmonica ratione huic quidem opes, salus illi* (non equidem eadem certitudine) *comparantur.* 7) Quam quidem ad rationem et judices suam operam et honorarium in causis disceptandis exigere consueverunt. Litium n. saepe levissimarum difficultas major est, quam si de rebus gravissimis quaeratur, judicibus tamen infructuosa. Aequum igitur est, ut ex rerum amplissimarum vindiciis adjudicatis plusculum exigatur mercedis, tunc scilicet, si judices non sufficiens a rep. salarium capiunt, sed consilio minuendarum litium ex partium litigantium tributis operae locatae compensationem quaerere jubentur. Quanquam

hunc ego concentum harmonicum auctori Bodino Gallo remitto; penes nos Germanos judicia in praecipuis civitatibus et provinciis procul arcentur ab hujusmodi sordibus nec ultra legum praescriptum quicquam licet exigere. 8) Haereditatum distributio aequabilis in capita sexus utriusque arithmeticis legibus peragitur, ut origine aequales proportionibus etiam substantiae ab eodem patre relictae aequentur. At dum reip. consulitur, praedia ad masculos, qui militiae necessariae sint apti, pecuniae ad feminas et ad personas Deo consecratas devolvuntur dumque primogeniti ceteris vel majori portione, vel totius assis possessione praeferuntur, reliquis vel portionibus inter se aequalibus, vel legato vel usufructu solo providetur, ut imago quaedam principatus, utilis reip. in familiis, statuatur; id fit rationibus harmonicis, quae interdum durae sunt admodum et dissonantes, quoad singulos, quippe turbata arithmetica aequalitate, ad conservationem tamen universae civitatis conspirant.

XXII. In populari imperio, quod ex arithmetica aequalitate conformatum est, et in optimatum, quod ex geometrica similitudine, saepe tamen aliqua contemperationis ratio habetur. Ut cum populus ipse rerum potens sponte sua patriciis potissimum honores, magistratus, sacerdotia mandat, aut cum optimates plebem honorum nonnullorum participem faciunt, fructuosissima munera solis plebejis concedunt, injurias eis ab optimatibus illatas gravissime ulciscuntur, libertatem tribuunt fruendarum voluptatum, quae per se statum popularem sapit, suffragii quoddam jus plebi permittunt in candidatis ex gente optimatum certo numero nuncupandis, ex quo numero ipsi postea optimates, quibus volunt, magistratus credunt. Quae communio quamdiu sponte ejus ordinis, penes quem summum est imperium, consistit, suavissimus concordiae civium concentus durat; at si revocetur, primum querelae emergunt partis multatae, deinde discordiae, quasi turbato concentu, denique vel transfertur imperium vel tota civitas hostibus succumbit. Idem de regio statu, cui familiaris est harmonica ratio, tenendum erit, in quo unus quantum ceteris omnibus praestat, tantum etiam solus summum jus imperii possidet; ceteri sub illo degunt arithmetica aequalitate. Hac igitur in politiae forma potest esse gubernandi ratio trium generum, quod supra etiam No. IX. tangebamus, sed illic de re, hic de personis seu ordinibus, reip. membris, agimus. Nam si omnia munia rex ex aequo communicet, nulla distinctione nobilitatis a plebe, popularis erit et arithmeticae similis moderatio, non decora majestati summae, quippe summus ipse cum infima faece copulabitur, nullo medio interjecto ordine, quod natura tamen amat. Quin imo cives generosae indolis regno excedent, si nullus generis respectus. Sin omnia conferat in nobilitatem, seclusa penitus plebe, geometrica haec imperandi forma erit, sed periculosa et harmonica suavitate carens; populus enim pollens magnitudine tandem offensus nobilitatem magistratibus et honoribus, regem ipsum imperio exspoliabit. Et quamvis argutius distinguat moderator ordines in plures gradus, distinguat et munia, si tamen cuique ordini sua soli conservet, ut Romae tribunatus plebis solius erat, consulatus patriciorum tantum, alienabuntur ab invicem ordines, nec firma inter se concordia in unum corpus coalescent. Nam munia inferiorum cum ipso ordine contemnentur, adeo ut Romae tribunatum gerere patricius non potuerit, nisi ejurata nobilitate, et cum extorsisset aliquando plebs consulatum, tamen plebeji consules ipsi pauci numero plebem exinde contemnerent.

Harum disputationum ideam Bodinus in numeris proponit, et primum in his 4, 6, 7. Hic 4 regem repraesentat, 6 nobilitatem, interque hos esse

harmoniam monet, 7 vero plebem, quem numerum recte affirmat ab utroque priorum discordare. Potuisset melius uti hisce 4, 6, 9; nam ut 6 cum 9 harmoniam facit, 4 cum eodem 9 nullam facit, ita nobilitati facilior est consociatio cum plebe, quam regi; et ut 6 est medium geometricum inter 4 et 9, concordans utrique, sic nobilitas pro vinculo interjecta est inter regem et plebem infimam. Aristocraticam vero regni gubernandi formam repraesentat numeris proportionis geometricae disjunctae 3, 6, 5, 10. Disjunctionem comparat dissidiis in civitate, ex ordinum seclusione nimium accurata; non inepte. At hoc male, quod hanc disjunctionem discordantiae ream agit. Omnes n. hi numeri 3, 6, 5, 10 communem harmoniam faciunt. Nihil enim ad harmoniae affectionem attinet analogia geometrica, ut saepe dictum; nihil illius analogiae differentia, disjunctio. Ac tametsi se veluti corrigens eadem pagina aliud numerorum exemplum subjiciat disjunctae proportionis, eidem intento destinatum, scil. 2, 4, 9, 18, in quibus vere dissident soni per 2, 4 notati a sonis 9, 18, non est tamen haec discordantia musica ab illa disjunctione geometrica, sed a suis causis propriis, ex eo sc., quod latus nonanguli non est inter ἐπιστητα. Denique temperamentum utriusque gubernandi formae in statu regio, ut sc. nobilitatis muniis misceantur aliqui plebeji, sed pauci et copiis oneri pares, aut virtute aliave re commendati, utque interdum nobilium tenuiorum unus plebejae fructuosae functioni praefectus, decus illi circumjiciat splendore generis, quo magis id sit in posterum ad plebem commendabile; ut duumviratus ex nobili et plebejo constituatur, solatio utrique ordini, ut curiae constituantur ex omnium ordinum personis, ut in deliberationibus de bono publico tenues locupletibus misceantur, ut non meri virtutis et pietatis cultores habeant omnia, sed aliqua etiam fortibus, aliqua ingeniosis, aliqua prudentibus, aliqua experientia pollentibus reserventur, cuique illa, ad quae dotes aptas et praesidii plurimum affert, hoc inquam temperamentum exprimit Bodinus numeris 4, 6, 8, 12, ratus se, ut ipse loquitur, continentis analogiae, ut geometrae vero, continuae proportionis specimen edere. Rursum fallitur; non est enim 4 ad 6, ut 6 ad 8, at hoc verum, omnium quatuor 4, 6, 8, 12 vel in minimis 2, 3, 4, 6, communem esse concordantiam, quantumvis aliter 2, 3 consonent, aliter etiam 3, 4, aliter denique 2, 4 vel 3, 6. Quicquid igitur similitudinis est in numeris cum rep., id illis inest, quatenus seorsim a musica geometricis vel arithmeticis progressionibus consociati sunt, vel mixtura utrarumque. Aut vicissim, si quam lucem politiis cognoscendis afferunt proportiones numerorum harmonicae, faciunt id per se, seorsim a respectu proportionum geometricarum.

Atque ego sane, si reip. notitiam mihi comparassem et hoc libro politicum agerem, distinctione rerum usus, totum Bodini locum sic interpolarem, ut et Aristoteli sua placita manerent inconcussa, et Bodinus ex mea hac harmonica, seorsim ab illo, disceret melius in politia philosophari. Aliud dicerem esse statum civitatis ejusque gubernandi formam, aliud justitiae administrationem, differunt enim ut pars et totum; quemadmodum in mathematica aliud sunt geometricae arithmeticaeque numerorum proportiones, aliud concentus musici numeris expressi. Judicia sane constituunt, qui rerum potiuntur, sive unus sit, sive pauci, sive omnes, at iidem tutela reip. sunt occupati, judicia raro ipsi exercent, nisi cum licet arbitrio uti soluto legibus. Contra judicibus raro superiora munia mandantur, leges potius praescriptae sunt, quibus tenentur. Itaque geometricam arithmeticamque progressiones ad judicia relegarem cum Aristotele, non admixto respectu concentuum harmonicorum,

qui iis accidunt. Nam quae Bodinus hactenus in judiciis temperamenta desideravit, ea provocationibus tandem ad ipsum reip. summum moderatorem devolvuntur. Atque tunc ille, cum proportionibus, quas Aristoteles judiciis et justitiae dedit, derogat, non jam judicat, sed officio superiori fungitur, tuens remp. et singula ejus membra. Huic sane moderatori, sive rex sit sive optimates sive populus universus, ego suaderem proportiones harmonicas, nullo geometricae analogiae, nullo arithmeticae aequalitatis, sed nudo concentuum respectu, juberemque ut subtiles illas analogias harmonicis concentibus, sic rigidam utriusque justitiae administrationem summis imperiis et saluti reip. in loco cedere. Proh Deum, quanta hic disputationum seges, si quis comparando per singula vellet ire? Considera n. naturam utriusque rei. Geometrica analogia communis est numeris et quantitati continuae, sic ut posterius in numeros veniat, tunc nimirum, cum figuratio quantitatibus hoc dat, ut numero efferri possint. Jam creberrime fit, ut ineffabiles sint termini analogiam geometricam complexi, et quo progredimur longius, hoc magis ab effabilitate degenerent. E contrario numeris effari potest omnis harmonica proportio. Quid hoc sibi vult aliud ad politica applicatum, quam sententias judicum justissimas adque legum aequitatisque normam ventilationibus jurisperitorum subtilissime exactas esse oportere; moderationem contra reip. solutam tantis necessitatibus, prout tempora fuerint, sine multo strepitu ad salutem universorum arbitratu imperantis accommodandam. Hic diducenda esset quaestio in partes, quomodo arithmeticae progressionis ratio rudis, sine nobili aliqua forma, solis materiae dimensionibus insistens, commerciis, opificiis, victui plebejo assimilaretur, geometrica similitudo (legem unam solam observans, nec quicquam pensi habens, linea, quam intuetur, latus quinquanguli sit an trianguli, effabilis an ineffabilis) simplex judicum officium adumbret; at rationes harmonicae, ex multis ortae figuris regularibus scibilibus, genere differentibus in unum compaginatae, multa distincta imperii munia repraesentent, quorum unicuique sua propria lex, secreta a ceteris. Hic cum Ptolemaeo (infra in appendice ad lib. V.) ex generibus harmoniarum et cantus, molle quidem paci daretur, durum bello, dissidiaque generum eadem, quae in civitate utrorumque temporum. Verum haec aliis curanda relinquo, quibus vitae ratione magis conveniunt; ipse nunc ad sequentes meae professionis materias propero. Itaque Bodinum prius expediam. Ad ejus enim libri finem simulque ad hujus mei tertii principium pervenio.

XXIII. Jam enim Bodinus totus ad musicam, ut est a me descripta seorsim a proportionibus geometricis, transiens eamque, ut mihi quoque placet, politiis accommodans, nihil speciosius toto libro disputat, quam de regni forma, expressa numeris 1, 2, 3, 4, qui, ut primi sunt natura et unitas quidem numerorum principium, ita quantitatum principio, puncto, indeque speciebus earum tribus, 2 lineae, 3 superficiei, 4 corpori pene eodem modo, quem initio hujus III. libri ex Pythagoricis recensui, jucundo ingenii lusu comparati sunt. Deinde unitas illi rex est, Dei praepotentis in rep. vicarius, 2 sacer ordo, 3 militaris seu equestris, 4 populus, et is quidem omnino quadruplex: agricolae, scholastici, mercatores, opifices. Hic inter hos numeros harmonias comprehensas eodem modo recenset, quo ego supra sum usus; vanam tamen metus causam habet, ad quinarium progrediendi, quasi turbetur harmonia, quod falsum esse ex toto hoc libro patet. Sint sane et valeant aliae causae subsistendi in quaternario: quin etiam in homine ipso relucere demonstrat hanc reip. formam ex Platone, in qua 1 mens, 2 ratiocinativa facultas, in

syllogismos sese diffundens, 3 irascibilis, 4 concupiscibilis facultates, quarum etiam sedes in cerebro, in pectore, in ventre Plato harmonicis etiam intervallis dislocatas demonstrat earumque primae imperium, secundae consilium, tertiae militaris ordo, quartae plebs assimilantur ejusque plurimum possident. Hinc quatuor rerump. columnae, justitia, prudentia, fortitudo, temperantia, vere cardines dicti, cuique ordini sua potissimum commendata. Adeoque musicus est factus Bodinus, dimissa geometria et arithmetica, ut ne dissonantiarum quidem fuerit oblitus; cujus rei sub imagine suadet, interdum etiam immerito alicui magistratus, honores ceteraque virtutum praemia non iniquo animo permittere, quia ut ex oppositione unius dissonantiae concentus reliquus tanto melius dignoscitur tantoque avidius hauritur, sic quicunque fucum hujusmodi commodorum reip. intuentur exsecranturque, universi ii vitia consimilia fugere, virtutes sectari magis atque magis consuescant.

XXIV. Tandem Bodinus regnum a se conscriptum mundo ipsi comparat, ostendens, quomodo Deus creator, junctis aequalium et similium rationibus in unum concentum harmonicum, opus illud suum exornaverit. In proposito illi assentior ut qui maxime; quaeque ipse aut praecedentes philosophi ne attigerunt quidem, de harmonica contemperatione accuratissima motuum certorum, ea libris sequentibus ego suppleo demonstrationibusque clarissimis in lucem profero. Non desino tamen, ne in calce quidem, obloqui Bodino hallucinanti; non existunt enim verae harmoniae ex mixtis aequalium et similium rationibus, ut saepius dictum. Ergo Bodinus, harmonias in mundo se demonstrare putans, medietates potius geometricas demonstrat et aequalitates et similitudines. 1) Harmonicas quidem in facultatibus animae; at illas symbolicas tantum, nulla demonstrationum evidentia in solidam aliquam effigiem, ut mathematica amant, expressas, quippe cum intelligi non possit, quomodo insint in anima quantitates, proximum et immediatum harmoniarum subjectum. (In quavis sc. ejus facultate numerus ille ipse, quem ei Bodinus assignat.) 2) Aequalitatem inter mundi corpus et universam vim materiae. 3) Similitudinem (qualitativam potius ex figuris, quam relativam quantorum terminorum) inter archetypum aeternum et mundi formam, quo loco Bodinus praecordia mihi tangit, materia Mysterii mei Cosmographici, quanquam per ignorantiam, attacta.

Quanto vero plausibilius in meae Epitomes Astron. Copernicanae libro IV. haec aequalium et similium commixtio de mundi partibus praecipuis est demonstrata, de motore Sole, locante sphaera fixarum, et intermedio, quod mobilibus concessum. Aequalitas enim est in partibus materiae statuta, ut tantundem sit ejus in Sole, quantum vel in extimae sphaerae orbe vel in spatio intermedio. Materiae vero, ut populo, debetur arithmetica aequalitas, vicissim geometrica proportionis similitudo in densitate trium horum corporum, et rursum alia inter diametros Solis motoris, regionis mobilium et sphaerae ultimae locantis immobilis. 4) Medietates porro geometricas quodammodo, ut inter duo genera motuum, alterum in ortum, alterum in occasum, tertium trepidationis motum, sed ex quibus duo posteriores sola visus imaginatione secundum Copernici placita constant. 5) Inter terram et tophum, argillam. 6) Inter metalla et lapides, aerosas glebas. 7) Inter stirpes et lapides, corallia. 8) Inter animalia et stirpes, zoophyta. 9) Inter quadrupedes et pisces, amphibia. 10) Inter aves et pisces, volantes pisces. 11) Inter homines et bruta, simias, aut mulieres ex Platone. 12) Inter bestias et angelos, hominem, mortalem corpore ut illas, immortalem animo ut hos. 13) Inter coelestia beatorum habitacula et elementarem regionem, coelum stellatum. 14) Quibus

adde ex principio libri hujus bina media: scilicet aërem et aquam inter ignem et terram, et cetera.

At non paulo melior admonitio de iis, quae in mundi gubernatione rationem habent dissonantiarum: in anima vitia, in animalibus monstra, in coelo deliquia, in geometria ineffabilia (quae tamen necessitate materiae quantitativae cum existant, sequentibus libris longe rectius coelestium motuum varietati comparabuntur), in providentiae operibus exempla irae et ultionis divinae, inter rationalia diabolus. Quae omnia a Deo supremo moderatore ad bonum finem rerumque omnium concentum absolutissimum diriguntur, cui omnis spirabilis creatura meritissima laudum sacrificia indesinenti pietatis exercitio deferat, ipseque adeo, si visum illi fuerit, non moriar, sed vivam librisque sequentibus narrabo Opera Domini.

Finis libri III.

JO. KEPLERI

HARMONICES MUNDI LIBER IV.

De configurationibus harmonicis radiorum sideralium in Terra earumque effectu in ciendis meteoris aliisque naturalibus.

Proclus Diadochus Libro I. Comment. in I. Euclidis

De mathematices usu in Physiologia et Politica, quae potissimum partem illius Harmonicam de radiationibus concernunt:

Ad contemplationem naturae praecipua omnia suppeditat, declarans rationum ordinem pulcherrimum, secundum quem fabricatum est totum hoc universum, proportionumque analogiam, quae omnia mundana inter se connectit, ut loquitur alicubi Timaeus, quaeque amicitiam inter pugnantia, responsum et mutuam affectionem inter longissime dissita conciliat. Et post pauca: *Inde et angulationes commodas possibile est ratiocinando venari.* Rursum: *Hoc opinor et Timaeus significare voluit, dum passim per voces mathematicas tradit contemplationem de natura totius universi ortumque elementorum numeris et figuris depingit, facultatesque et affectiones illorum etiamque effectus his* (figuris) *acceptos fert, angulorum acuta vel obtusa, laterumque aspera vel laevia etc. causas constituens omnivariarum mutationum.*

Ad politicam vero dictam doctrinam qui negari possit illam plurima et mirabilia conferre? dum opportunitates rerum gerendarum dimetitur variosque circuitus totius universi etc. numerosque harmonicos, vitae moderatores, aut incongruentiae auctores et in universum impetus aut remissionis opitulatores etc.

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AUSTRIAE. Excudebat Johannes Plancus, anno MDCXIX.

Praeambulum et ratio ordinis.

Proportiones harmonicas in abstracto consideratas tribus primis libris formavimus, quorum primus figurarum singularum proprietates geometricas, secundus junctarum congruentias exhibuit, tertius ex figuris harmonicas proportiones propagavit.

Restabat, ut harmonicas rationes hactenus descriptas in mundum introduceremus tribus libris aliis, quorum primus Deo, coelorum Conditori, secundus naturae, motuum variorum administrae, tertius homini, vocis, quae ex

motu gignitur, compoti tribueret harmonias; verum persuasit nobis conditio rerum dicendarum, ut non tantum ordinem verteremus, initio ab humano cantu facto transituri inde ad naturae opera et sic demum ad opus creationis, quod omnium primum et perfectissimum fuit, sed etiam finem speculationis abstractae cum principio concretarum harmoniarum in cantu conjungeremus eodem libro tertio. Initio igitur facto hujus in mundum introductionis libro antecedenti et transscriptis harmoniis humano cantui, quem artis generali vocabulo complecti solent alii, sequitur nunc quartus liber, qui in hoc ordine inverso secundas harmonices concretae partes naturae tribuit.

Etsi vero sparsim libro III. disputationem de harmoniarum essentia tetigi, plenam tamen hujus metaphysicae disputationis tractationem in principium hujus libri quarti eodem consilio reservandam censui. Cum enim vulgo philosophorum harmonias non alibi quaerant nisi in cantu, sitque inopinabile plerisque acroama, cum docetur, aliud quid esse sonos, aliud harmonias, quae inesse putantur in sonis, dandum aliquid fuit imbecillitati captus et harmoniarum ortus explicandus terminis potius musicis vulgo notis, nec turbanda fuit aviditas lectoris importuna subtilitate metaphysicarum quaestionum.*)

At jam porro, cum harmonias in natura inque coelorum motibus patefacere sit animus, vulgus vero philosophorum statim ad primam harmoniae mentionem concipiat siderum musicam vocalem, auditu percipiendam et cum Scipione Ciceroniano arrectis auribus adstet, excepturus *tantum et tam dulcem sonum*; cum proclive sit, rerum imperitos cum illo ipso somniatore Cicerone argumentari, *non posse silentio tantos incitari motus*, et cum Pythagoraeis ex Aristotele rationem reddere, cur coelestis sonus non exaudiatur in Terris; quae praeconceptae opiniones plurimum obstant lectoribus, ad naturae penetralia contendentibus, adeoque et absterrere possent multos judicio pollentes veritatisque sectatores, ut nugamenta ista Pythagorica, vix eminus agnita, aspernantes, librum non lectum abjicerent: his de causis idoneus mihi visus est hic ipse locus, in quem disputationem hanc summe necessariam referrem.

Movit me et Ptolemaei exemplum, qui cum libris 2 prioribus operis sui harmonici absolvisset doctrinam harmonicam, quae est de cantu, jamque libro tertio demonstrandum suscepisset, omnes naturas perfectas harmonica vi participare, disputationem et ipse incipit ab hac eadem quaestione: *Sub quod genus rerum referenda sit natura seu vis harmonica ejusque scientia.* Etsi igitur examen et censuram Ptolemaei ego in hujus mei operis appendicem rejeci, at quid ad hanc Ptolemaei quaestionem ex meis principiis respondendum videatur, id ob dictam causam hoc quarto libro praemitti debuit. Nec id tantum ad praemuniendum lectorem avertendasque sinistras opiniones pertinet, sed etiam ad explicationem fundamentalem totius quarti libri; ut quia de harmoniis radiorum sideralium dicturi sumus, quae et quot sint numero quibusque geometricis principiis formentur, prius sciamus, quae sit harmoniarum essentia, citra et sonorum, qui hic nulli sunt, et ipsorum etiam radiorum considerationem, et quodnam earum proprium subjectum, qui termini; sintne in rebus extra intellectum, an in sola anima, quo medio percipiantur introrsumque recipiantur; qua re dijudicentur, quis effectus hanc perceptionem et

*) Atqui Socrates apud Platonem, citante Proclo lib. I. in Eucl., musicum illum definit, qui ab iis harmoniis, quae insunt in sensu, progreditur ad insensiles harmonias proportionesque earum investigandas, qui tandem evadit ipsi in philosophum expergefactus harmonia utraque ad contemplandum primum verum ens veritatemque ipsam.

agnitionem, quo auctore seu primo motore consequatur. Quibus rebus tam generaliter quam specialium subjectorum collatione explicatis, postea nobis facilè erit de animorum ipsiusque naturae sublunaris essentia et proprietatibus metaphysice disserere naturaeque arcana paulo, quam erant hactenus, in majori luce locare.

Capita libri IV.

Caput I. De essentia proportionum harmonicarum, tam sensilium, quam intellectualium.

Caput II. Quot qualesque sint animae facultates secundum harmonias.

Caput III. Quae sint genera rerum seu sensilium seu immateriatarum, in quibus expressae sunt harmoniae, sive a Deo, sive ab homine, et quomodo.

Caput IV. Quid discriminis sit inter harmonias hoc libro quarto et inter illas libro tertio consideratas.

Caput V. De causis efficacium configurationum earumque numero et ordine graduum.

Caput VI. Quae sit cognatio aspectibus cum consonantiis musicis in numero et causis ejus.

Caput VII. Epilogus habet contemplationem naturae sublunaris facultatumque animae inferiorum.

CAPUT I.

De essentia proportionum harmonicarum tam sensilium, quam intellectualium.

De harmoniarum essentia disputaturo mihi dubitare contingit, utrum clarius sit, veterum sententias primum exquirere, deinde cum mea comparare, an ab expositione propriae sententiae incipere. Prior philosophandi ratio recepta est ab omnibus et crebro commendatur ab Aristotele, posterior magis convenire videtur praesenti materiae. Disputationes n. de essentia harmoniarum in specie pauci attigerunt, et si qua dixerunt de subsistentia generum et specierum mathematicarum, quod harmoniis in specie possit applicari, id necesse est in philosophia gentilium obscuritatis esse plenum, eoque lectoris animum inter amorem speciosissimorum dogmatum et suspicionem fictae rei fluctuare dubium. In coetibus Christianorum et si quis sacrosanctum Trinitatis mysterium ortumque rerum omnium ex historia Mosaica firma fide amplectitur, disputationis capita et clarius proponi possunt et procliviores inveniunt lectorum animos ad credendum. Ut igitur methodum dicendorum expediamus, a divisione incipiendum erit. Aliud enim est harmonia sensilis vel ei analoga, aliud harmonia secreta et pura a rebus sensilibus; illae multae sunt, tam ratione subjectorum, specie differentium, quam ratione individuorum, at sincera harmonia et a subjectis sensilibus secreta in qualibet specie una est et eadem. Verbi causa, est una et eadem species harmoniae, quae a proportione dupla oritur; haec si inest in sonis, diapason dicitur, si in radiationibus, aspectus oppositus nuncupatur, et in musico quidem systemate vel superior est vel inferior, vel acutior vel gravior, vel vocum humanarum vel sonorum ex organis; nec minus in meteorologia est multiplex: vel enim Saturni et Jovis vel alterius copulae, et vel ex signis aequinoctialibus vel ex tropicis.

De utroque igitur genere quaeritur, quomodo subsistant, quodque per se,

num se ipsis an in rebus aliis? Quod igitur sensiles harmonias attinet, ad earum *Esse* quatuor ista concurrunt: 1) duae res sensiles ejusdem generis, et quantae, ut inter se comparari possint causa quantitatis, 2) anima comparans, 3) receptio sensilium introrsum, 4) idonea proportio, quae definitur harmonia. Horum uno sublato, tollitur sensilis harmonia. Facile enim est intelligere, naturam harmoniae non esse definiendam per solas res sensiles, ut per sonum vel radium stellae. Aliud n. est sonus, aliud ordo certus inter diversos sonos; dico autem ordinem hoc loco, non causa situs in aliquo loco physico, nec causa temporis, sed causa acuminis et gravitatis. Possunt igitur esse soni diversi, at nisi sit inter ipsos certus ordo, qui certis proportionibus definitur, re mathematica, nulla erit inter voces harmonia. Vicissim sono sublato, quaenam confingi possit harmonia audibilis, et radiis planetarum sublatis, quaenam harmonia configurationum? Amplius, quia harmonia musica non est sonus, sed plurium sonorum ordo, hinc sequitur, illam esse in praedicamento relationis. Ordo enim, de quo hic loquimur, relatio est et ordinata sunt ad invicem relata. Qua igitur re soni sunt harmonia, id accidens est, quippe quod in subjectis inest, nec seorsim consistit potestque abesse citra subjectorum corruptionem. Deinde, sicut quantitas in universum a corporibus nequit separari suis, sed potest bene augeri et minui cum ipsis corporibus, et tamen accidens est, sic etiam ordo ipse sonorum, cui ut generi harmoniam subjecimus, tolli non potest a sonis pluribus uno, quantitate acuminis et gravitatis inter se distinctis, nam aut plures esse desinent, aut si plures, erit inter ipsos ordo secundum excessum et defectum; mutabilis ille quidem, si subjectorum relatorum alterum mutetur. Ordo igitur cum quantitatibus et in specie cum numero pari passu ambulat. Tertio, sicut numerus definitur esse multitudo ex unitatibus conflata, in quo Aristoteles agnoscit aliquid materiae analogon, unitates scilicet ejus, aliquid formale, mentis conceptum, quae unam quocunque respectu separatam a ceteris, multitudinem illarum unitatum singularium agnoscit; itaque alibi philosophus idem, sublata anima numerante, tolli ait omnem numerum, at non unitates singulas, ut ita numerus materialiter sit in rebus ipsis, nihil praeter illas, nisi accedat mens numerans; tunc demum enim numerus praeter res ipsas et a rebus abstractus est diversum aliquid ab ipsis, est sc. conceptus in mente pluralitatis rerum individuarum; sic etiam ordo ipse sonorum et aliorum sensilium, quo de hic agimus, non est quicquam aliud, quam ipsi soni plures, nisi accedat mens, comparans sonos inter se differentes acumine, et in genere relatio omnis sine mente nihil est praeterquam sua relata, quia relata non sunt id quod dicuntur, nisi mens aliqua supponatur, quae referat unum ad alterum.

Quod igitur in genere de ordine deque relatione verum est, id multo maxime subsumendum de harmonia, quae in proportione consistit inque numeratione partium quantitatis aequalium, scilicet ut subsistat et ut *esse* possit aliqua sensilis harmonia, praeter duos sensiles terminos oportere et animam esse comparantem; hac enim sublata, termini quidem erunt duo sensilia, sed non erunt una harmonia, ens rationis.

Videndum nunc etiam de tertio, sc. de receptione rerum sensilium in animum ejusque necessitate et modo. Nimirum harmonia est res una, termini sensiles foris extra animam non sunt res una, nec uspiam nisi intus in anima possunt adunari. Non possunt vero intus esse, nisi introrsum recipiantur, quod multis verbis ab experientia probari non est opus. Potest quidem

musicus symphoniarum artifex intus in animo suo meditari harmoniarum duarum pluriumve vocum, quas tamen introrsum non recipit; at illa harmonia non est illo actu sensilis, nos vero de sensilis essentia loquimur.

Qualis vero est illa receptio? nonne soni, ut exemplo notiori utar loco omnium, perstant foris extra aures in aëre, et ante sonos motus corporum, ad quorum quantitatem soni sequuntur? nonne ii manent in suis corporibus? quomodo ergo ingrediuntur? Respondeo, partim agendo, partim patiendo; agendo, dum species emittunt, pulsata motus sui, sonos, lucida luminis et coloris sui, radios, et sicut loquimur, cum objecta dicimus movere sensus; movere vero est agere, patiendo vero non ipsae res per se, sed speciebus suis, quae dum sentiuntur, memorantur, comparantur, semper aliquid pati debent ex usu loquendi. Et omnino haec ipsa duorum terminorum adunatio in animo, per quam resultat essentia harmoniae sensibilis, ipsum scilicet referri et comparari est rebus junctim sumtis tale quippiam, quale quippiam est rebus singulis videri, audiri, eoque minus etiam. Sunt quippe haec omnia passiones quaedam, sed aequivoce dictae, magno significationis ambitu.

Sed constituamus gradus passionum. Primum patitur verbi causa aqua, cum egelida existens ignibus admotis tepescit. Alter significatus pati dicit humorem, cum aliquid agit ipse, scil. humectando arida, nam pars ejus rapitur in meatus exsiccati eique miscetur, quod est pati; sic et patitur aqua cum gustatur, partem enim deglutit siticulosus digeritque. Sed tertio etiam significatu patitur aqua in gustatu, cum a lingua saltem contingitur, non tantum quia linguae calore calefit, cum ipsa suo frigore linguam frigefaciat, nec tantum ideo, quia haeret aliquid aquae in lingua, sed simpliciter quia tangitur a lingua, quod est quasi lenissime feriri aut pulsari aut impelli, unde est motus localis partium in toto; moveri vero est pati. Quartus esto significatus, quo pati dicitur aqua, cum emisso vapore ferit nares odoratuque percipitur, percipi autem est pati; et hic quidem patitur non ipsa, sed effluxus ejus corporeus, qua passione etiam absumitur ejus aliquid. Quintus gradus, quo pati intelligitur aqua, cum strepitus ejus auditur: primum enim ipsa aqua in motu est, deinde species immateriata aquae, ut movetur, diffunditur ab ipsa in omnem ambitum recipiturque in meatus aurium; haec receptio est passio non ipsius aquae, sed speciei ejus, seu defluxus ejus immateriati, et in hac receptione deperditur aliquid tempore et multiplicitate receptionum. Nam obtusior est sonus, qui magnae multitudinis auribus aut vestibus accidit, aut qui inter nives decidentes emittitur. Sexto, etiam cum videtur aqua, datitur aliquid: emittit n. a superficie vel quasi, nimirum a coloribus suis, in quantum colorata, radios ad oculum, qui radii tanguntur, repercutiuntur, refringuntur, coguntur ad punctum, excipiuntur a retiformi tunica coacti, quae fomnia sunt passiones non ipsius aquae, sed speciei immateriatae seu radiorum. Et hi radii jam in hac receptione nihil perdunt, neque locis neque tempore; remoto enim quod tangit, pergunt ulterius penitus illibati, quod non facit sonus. Septimo, postquam hae species ipsumque adeo corpus aquae in corporea sensuum instrumenta prius aliquid egerunt, illa sc. sibi conformiter affecerunt sibique assimilarunt, ut et linguae et cutis membranulae frigus et saporem, narium spiritus odorem perceperint, spiritus auditorii ejus sonitu perstrepant, visorii ejus luce colluceant, itaque typus et species ejus sensoria fuerit formata, quam oculi certe circumgestant, etiam ablata illa, saepe invito homine: jam hae species sensiles ab sensuum vestibulis seu orificiis recipiuntur introrsum per vim repraesentativam seu phantasticam, cognoscuntur per

sensum communem, conduntur per memorativam, promuntur per reminiscentiam, dijudicantur per superiorem facultatem, quae omnia pati intelligitur aqua non in se, sed in suis speciebus sensilibus et mentalibus. Tunc igitur etiam suprema facultas animae, quae numero comparationibusque praeest, ex pluribus rerum speciebus mentalibus unam sibi fabricat formatque relationis, ordinis comparationisque speciem resque foris existentes inter se comparat; quae comparatio, ut supra dicebamus, cum fiat super rebus ipsis sine ipsarum opera, passio quaedam illarum esse intelligitur, eodem fere sensu, ut cum de fama absentis et ignari in judicio agitur, aut cum is capitis damnatur aut proscribitur. Omnino quidem apta similitudo; sicut enim talis aliquis, etsi secum ipse tunc mali nihil sentit adeoque nihil patitur, tamen paulo post vim ejus, quod passus est, re ipsa experitur, sic etiam voces et quicquid omnino congruentiae particeps est, prout menti placuerint in hac comparatione, pro eo vel continuantur vel respuuntur, fugiuntur, prohibentur, impediuntur, opprimuntur, finiuntur. Etsi jam non hoc eventus consequentis respectu sonos pati dico, sed illo ipso actu, cum eos inter se mens comparat, sufficitque per longum explicasse, quo significationis aequivocae gradu hanc comparationem mentalem passionem dicam. Sed non frustra prolixus fui in recensendis his significationibus; hac enim opera jam porro mirifice adjuvabimur in agnoscenda natura facultatis harmonicae, et complenda hac parte metaphysicae, quam Aristoteles ne per transennam quidem adspexit.

Ex hisce quoque clarum est id, quod antea contendebam, sc. quod harmoniae sensilis ipsum formale, qua harmonia, accidat sensilibus, nimirum sicut eisdem accidit, videri et audiri etc. Patet secundo, harmonias etiam sensiles esse res, ab ipsis quodammodo rebus abstractas, quatenus nimirum non res ipsae foris, sed species rerum per sensus ingressae adque tribunal animae perductae fiunt termini proportionis harmonicae sensilis. At vicissim duplici nomine harmoniae istae sunt adhuc concretae: primum, quia species hae rerum sensilium non sunt earum nudae quantitatis species, sed etiam qualitatis sensilis, puta soni vel lucis etc.; deinde quia species hae sensiles, ut sensiles, intus in animo nequeunt relucere, nisi res ipsae, quarum illae sunt species, foris etiam praesto sint et maneant. Nam iis ablatis desinunt etiam earum species intus, lucis quidem, quoad suam radiationem, in ipso instanti, soni vero intra brevissimum temporis momentum. Relinquitur quidem in sensoriis instrumentis aliqua impressio, ut in oculo lucis, sed illa non est rei forinsecae, sed potius speciei species altera in corpus impressa, jam corporis momentanea qualitas facta, quemadmodum in opticis colores luce Solis pura minimeque colorata vim concipiunt radiandi quaquaversum colorate. Et hoc est, quod initio quoque contendebamus, oportere terminos sensiles et animam praesentes esse mutuasque tradere operas, agendo, patiendo, illos sc. movendo sensus, hanc comparando, ut constituatur essentia harmoniae sensilis.

Objiciat hic aliquis, animam comparando non facere, sed invenire idoneam proportionem, quod quartum supra et formale principium erat harmoniae sensilis: ergo videri animam abesse posse salva essentia harmoniae. Respondeo per inversionem: idoneam invenire in sensilibus proportionem, est detegere et agnoscere et in lucem proferre similitudinem illius proportionis in sensilibus cum certo aliquo verissimae harmoniae archetypo, qui intus est in anima. Quemadmodum igitur Athenienses virtutem aliquam invenerunt in Zenone, Prytanei sui jus in eo non invenerunt, sed illi contulerunt, quod Zeno sine Atheniensibus consequi non poterat, sic anima ordinem et propor-

tionem in sonis inque radiis invenit (etsi ne hanc quidem foris invenit, sed saltem terminos, ut dictum), at ut haec proportio sit harmonica, ipsa sui archetypi collatione facit, quae harmonica dici non posset nec vim ullam sortiretur in movendis animis, si sic archetypus non esset. Satis igitur de sensilibus harmoniis.

Jam enim transeundum nobis est ad puras et secretas harmonias, alterum sc. divisionis nostrae membrum, illas nempe, quas jam modo statuimus archetypos seu paradigmata sensilium harmoniarum. Nam si archetypi suam haberent subsistentiam extra animam, fateor equidem, magno nos argumento privari pro asserenda necessitate animae ad essentiam harmoniae constituendam. Atqui extra animam illos constituere est oppositum in adjecto, ut audiemus. Verae enim et archetypicae harmoniae, quae nulli speciei sensili confusa existit, principia sunt nihilominus divisa et numero plura. Cum enim et illa sit proportio, requirit igitur et ipsa suos terminos binos. Hi vero termini, ut libris prioribus usurpavimus, sunt circulus totus et pars ejus vel partes, aliquota vel aliquotae, demonstrative rescisso arcu. Haec est specifica proportionis harmonicae differentia, qua non tantum harmonica proportio distinguitur a proportionibus aliis, sub eodem genere locatis, sed etiam pura et archetypica a sensilibus, nisi quatenus usu vulgi tritissimo sola sonorum congruitas harmonia dicitur. Nam in hoc ipso clarissimum apparet discrimen inter puram harmoniam et harmoniam sensilem seu concretam, quod in pura termini sunt ex mathematicis generibus, circulo et arcu, certo modo formatis; habet n. circulus suam formationem seu figurationem ex se ipso, habet arcus ex subtensa terminos, ex circulo figuram; in sensilibus vero harmoniis non est opus hac speciali formatione, possunt enim esse vel rectae lineae vel aliter figuratae quantitates sensiles, dummodo sint hujus archetypicae suae harmoniae fida exemplaria, in quantitate qualibet sua, quantum quidem potest esse fidae imitationis in rebus sensilibus, quia, quod in iis vero propinquum est secundum magis et minus, id pro ipso vero recipitur. Hi sunt igitur termini harmoniae archetypicae.

Deinde praeter terminos rursum, ut prius dictum in sensilibus, requiritur etiam mens, comparans terminos et dijudicans, num ii, nimirum arcus circuli, tales sint, quos de toto circulo rescindat latus aliquod figurae demonstrabilis. Itaque tria quodammodo sunt principia harmoniae archetypicae, duo ex parte terminorum: materiale, ut analogice loquar, circulus et pars ejus, formale, rescissio partis per figuram demonstrativam; et unum ex parte ipsius relationis terminorum, scilicet efficiens (quodammodo) mens. Cumque proportio omnis et sic etiam haec partis circuli ad totum sit in praedicamento relationis, jam haec certa et descripta proportionis forma habet se ut qualitas quartae speciei. Est enim harmonia relatio quodammodo qualitativa seu figurata, quippe a figuris regularibus formata. Quodsi prius ad essentiam harmoniae sensilis pertinuit, ut sensilia per speciem influerent in animam, quanto magis etiam hic necesse est, ut quos diximus harmoniae secretae terminos, circulum et arcum ejus, ii sint in mente ipsa intus, sive id quis per species intro receptas factum esse dicat, sive cum ipsa mente perennaverint, ante omnem receptionem intus praesentes; de quo jam porro nobis omnibus ingenii viribus erit dispiciendum.

Cum autem ad hunc locum jam devenerimus, non equidem sine luculenta injuria tam lectoris philosophiae cupidi, quam veterum, qui hanc philosophiae partem ante nos triverunt, ipsorum placita de rebus iisdem dissimu-

lare possumus, quantum quidem nobis de iis constiterit. Unum tantum praemittendum censeo, distinguendum esse inter species ipsas mathematicas, circulum et arcum ejus, interque comparationem eorum, et hoc ideo, quia si species ipsae ceu termini collocandae sunt intus in anima sine receptione, multo magis harmonia, quae est inter illas partes, in mente collocanda erit, ut non habeat essentiam suam extra illam, quippe cum ejus essentia consistat in actione aliqua mentis circa species illas. Et circulus quidem cum arcubus sic sunt in anima, ut citra controversiam sint etiam in sensilibus; at harmonia, quae est inter circulum ejusque partem, quoad formale suum nullo modo est extra animam, ut supra patuit exemplo numeri. Jam veterum argumenta sunt praecipue de speciebus ipsis, re simpliciori; harmonia vero res est magis composita.

Et hoc est discriminis inter Aristotelem, Platonem, Proclum ex una parte, interque Ptolemaeum ex altera. Illi enim de *esse specierum* disputant, Ptolemaeus de *esse harmoniae*. Sed Ptolemaei textum nos in appendicem totius operis rejiciemus, ne nobis, quod initio capitis verebamur, turbas concitet; illos vero, qui appositissime ad praesentem speculationem loquuntur, jam audiemus.

Et Platonis quidem de rebus mathematicis sententia haec erat: mentem humanam omnes et species seu figuras et axiomata et conclusiones de rebus se ipsa edoctam esse; cum vero videatur erudiri, id nihil aliud esse, quam admoneri per diagrammata sensilia rerum earum, quas secum ipsa sciat. Id singulari artificio repraesentat in dialogis, introducto puero, qui, rogatus a magistro, respondet omnia ad votum.

Aristoteles contra in Metaphysicis commentum hoc appellat *λογον πλασματώδη, προς την ὑποθεσιν βεβιασμενον*; nec enim haec mathematica seorsim a sensilibus usquam subsistere, nec aliam esse illorum subsistentiam, ne quidem in mente, nisi ea ratione, qua cetera universalia sunt in mente, cum essentiae ipsius, rerum sensilium singularium species per definitionem formatur in mente, itaque priora quidem esse sensilibus et abstrahi a sensilibus, at non re, sed conceptu mentis. Ubi notandum, quod Aristoteles, quoties fere usu venit ut nominet generum mathematicorum unum aliquod exempli gratia, semper aut punctum nominet, aut lineam, aut superficiem, aut corpus, aut numerum, quae sunt in praedicamento quantitatis summa genera; quantitatum vero, in quantum sunt figurae et in quarta specie qualitatis (ubi aliud est ipsarum materiale, quantitas, aliud formale, figura) per has quidem disputationes fit mentio rarissima, in quantum relationes, plane nulla. Adeo quidem etiam harmonicam scientiam ponit speculari de nulla re, nisi de vocibus deque iis non aliter, nisi in quantum illae sunt lineae, plane ut optica. De intervallis vero linearum, quae sunt proportio (relatio nimirum, et ea quidem qualitativa et figurata), ne somniat quidem unquam Aristoteles. Nullum itaque dubium est, quin ulterius progressurus fuerit in hac speculatione, si mathematicis profundioribus (de intellectuali figurarum possibilium et impossibilium differentia, qua de nos egimus libro I.) fuisset imbutus. In quantum igitur de summis quantitatis generibus disputat, facile vincit, nemine repugnante; quod vero in universum (etiam de speciebus individuis [formaliter], ut circulo, trigono etc.) concludit et Platonem stultitiae hujus, quam ipse sibi est imaginatus, reum peragit, denique quod picturae Platonicae de puero *αὐτοδιδάκτῳ* ipse opponit picturam contrariam, mentem asserens se ipsa vacuam, non tantum cognitionis ceterae et mathematicorum generum, sed etiam spe-

cierum, et plane tabulam rasam, ut in qua inscriptum sit nihil, ne mathematicum quidem, inscribi vero possint omnia; hac inquam in parte nec in Christiana religione tolerandus est et invenit post aliquot secula cum alias multas εὐθύνας, ut loquitur Proclus, tum Proclum ipsum adversarium; quanquam hic Aristotelem ipsum nomine non citat, Platonem vero, quem defendit, nominatum aperte ducem suum profitetur.

Hujus igitur Procli philosophiam de speciebus rerum mathematicarum, quas ego terminos profiteor proportionis harmonicae purae et secretae a sensilibus, operae pretium est ex ejus libro I. in Eucl. huc transscribere de verbo ad verbum.

Sic ille: Reliquum est ut videamus, quaenam subsistentia seu essentia debeat assignari mathematicis generibus et speciebus? Concedendumne sit, illa a sensilibus subsistentiam accipere, sive per abstractionem, ut mos est loquendi, sive per collectionem eorum, quae sunt per partes dispersa, in unam communem rationem (seu definitionem), anne etiam ante haec ipsis danda subsistentia, ut Plato usurpat et universitatis rerum progressio demonstrat?

Primum itaque si affirmamus, species mathematicas a sensilibus constitui, dum anima a trigonis aut circulis materialibus speciem circularem aut trigonicam secundaria quadam genitura in se ipsa format: quaero, unde veniat rationibus (seu definitionibus) illa tanta certitudo tantaque accuratio? Erit enim aut a sensilibus aut ab ipsa anima. At impossibile a sensilibus; multo namque major subtilitas et exactio inest rationibus istis. Ab anima igitur, quae imperfectis perfectionem, minime accuratis subtilitatem illam accuratam conciliet. Dic enim, ubi inter sensilia inveniatur natura impartibilis (**puncti**) et latitudine carens (**ut linea**) et profunditate (**ut superficies**), aut ubi aequalitas linearum ex centro, aut ubi proportiones semper constantes laterum (**materia mei libri I.**) aut ubi angulorum rectitudines? Non equidem video, ut sunt commixta et confusa inter se omnia partibilia, nihil sincerum, nihil a contrario suo purum; omnia partibilia, et quae locis dissita et quae unita. Quomodo igitur immobilibus ipsam durabilem essentiam ex mobilibus aliàsque aliter habentibus conciliabimus? Quicquid enim subsistentiam suam habet a motis essentiis, habere eam mutabilem concedunt ipsi. Et quomodo accuratis et certis speciebus a non accuratis impetrabimus accuratiam suam? Omne namque, quod causa est notionis semper mutabilis, ipsum multo magis est tale. Supponendum ergo erit, animam ipsam genitricem esse mathematicarum specierum et rationum. Atqui illa continens in se, ut prima exempla seu paradigmata, secundum essentiam ipsa subsistere facit, ut ita sint generationes (**Christianus subaudit, creatio rerum sensilium**) nihil aliud, quam propagationes specierum, quae in illa prius inerant (**rationes creandorum corporum mathematicas Deo coaeternas fuisse Deumque animam et mentem esse superexcellenter, animas vero humanas esse Dei creatoris imagines, etiam in essentialibus suo modo, id sciunt Christiani**), tunc Platoni consentiemus haec dicentes, et vera essentia mathematicorum nobis inventa erit. Sin autem anima, cum non haberet nec prius alicunde accepisset rationes mathematicas (**si, cum non fuissent ipsi concreatae**), nihilominus admirabilem hunc ornatum immateriatum texit, pulcherrimam hanc speculationem enititur, quomodo ergo discernet sic genita, sintne subsistentia et constantia (*νόημα* **non** *γόημα* **lego**), an in ventos evanida et spectra potius quam vera? Quibus normis usa veritatem eorum metietur? Imo quomodo, cum essentiam eorum non haberet, gignit tantam varietatem rationum? Nam hoc pacto fortuitam illorum subsistentiam faciemus neque ad ullum scopum vel terminum tendentem. Sunt ergo animae ipsius soboles species mathematicae, nec habet illa rationes, quas constituit, a sensilibus, quin potius haec ab illis propagantur, suntque hi enixus ipsius et haec puerperia permanentium et perennium specierum evidentia.

Secundo si ab infra et a sensilibus colligimus rationes mathematum (seu definitiones), quomodo non meliores erunt demonstrationes, quas constituunt sensilia, de-

monstrationibus universaliorum et simpliciorum specierum? Dicimus enim, ad quaesitae rei investigationem ubique principia et propositiones esse demonstrationibus seu conclusionibus cognatas. Si igitur singularia universalibus, si sensilia ratiocinativis sunt causae, quomodo fieri potest, ut demonstrationis terminus ad magis universalia, non ad partialia referatur utque intellectualium quam sensilium essentiam cognatiorem demonstrationibus probemus? Sic enim loquuntur: non si quis demonstrat, aequicrurum habere angulos duobus rectis aequales, idem aequilaterum, idem scalenum, hoc scire est legitimum, sed is scientiam proprie dictam habebit, qui de omni triangulo simpliciter hoc demonstraverit. Item: universalia meliora esse ad demonstrationem, quam particularia. Amplius: magis universalium esse demonstrationes, ex quibus vero constant demonstrationes, illa priora esse et natura praecedere singularia et causas esse eorum, quae probantur. Multum igitur absunt scientiae apodicticae ab hoc, ut circa posteriora ortu et obscuriora sensilia propositiones suas mendicato colligant. Dicam insuper et hoc tertium: illos animam viliorem facere ipsis speciebus, qui haec dicunt. Nam si materia suscipit a natura illa, quae sunt essentialia et magis entia et evidentiora, anima vero posteriori actu accipit ab illis exemplaque et imagines ortu posteriori fingit in se ipsa, respiciens ad essentias viliores et abstrahens a materia, quae secundum ipsius naturam sunt inseparabilia, nonne animam ipsa materia obscuriorem indigentioremque faciunt? Nam et materia locus est materiatis rationibus, sicut anima speciebus (immateriatis). Esset vero illa locus prioribus, ista secundariis, et illa ducatum obtinentibus in essendo, ista subsistentiam habentibus ab illis; denique illa factis secundum essentiam, ista nuncupatis secundum intentionem. Quomodo igitur anima, mentis et intellectualis primae essentiae particeps et quae cognitionem inde consummatam habet, quomodo inquam etiam obscurissimarum totius vitae specierum erit receptaculum, infimi scilicet in rebus gradus omniumque imperfectissimi ad essendum? Verum hanc opinionem oppugnare pluribus, quae dudum a multis est flagellata ex merito, supervacuum existimo.

Quodsi non existunt mathematicae species per abstractionem materiatorum, neque per collectionem eorum, quae insunt in singularibus communia, neque omnino sunt ortu posteriores aut ex sensilibus, necesse utique fuerit, ut anima vel a se ipsa vel a mente transsumat illas, vel denique et a se et a mente simul.*) Verum si a se sola, quomodo erunt imagines intellectualium specierum, quomodo erunt mediae inter partibilem et impartibilem naturam, cum nullam a primis consummationem ad essendum sortiantur? quomodo denique prima exempla, paradigmata vel ideae, quae sunt in mente, sunt universorum principes? Sin vero a mente sola transsumuntur in animam, quomodo anima manebit ipsa se ipsa operans seque ipsam movens, si rationes, quae sunt in ipsa, ad normam subsistentiae illarum rerum, quae ab alio cientur, influxerunt in ipsam aliunde? Et quid differet anima a materia, quae solum potestate est omnia, nihil vero de materiatis speciebus generat?

Restat igitur, ut anima et a se ipsa et a mente transsumat ista et ut ipsa sit absoluta consummatio specierum, quae ab intellectualibus primis exemplis seu paradigmatibus a se ipsis genitis subsistentiam habent et accessum ad ipsum esse sortiuntur. Itaque nequaquam est anima tabula rasa, ab omnibus rationibus vacua, sed est scripta semper tabula scribitque et ipsa in se ipsam et scripturis impletur a mente. Est enim anima mens seu intellectus quidam, qui se ipsum secundum priorem se intellectum revolvit, imago illius et figura seu typus foris factus.**) Si igitur ille omnia intellectualiter est, erit et anima omnia animaliter; et si ille exemplariter, anima imaginis in modum; et si ille contractim et unitim, anima divisim. Quod cum et Plato intellexisset,***) animam ex omnibus constituit divisitque secundum numeros revinxitque analogiis et rationibus harmonicis, inque ipsam contulit principia prima figurarum ef-

*) Animam hic intelligit mundi praecipue, Deum creatum Platonis; mentem vero, quam Christiani dicerent ipsum Deum Creatorem, cujus imagines sunt omnes animae creatae, corporibus vivificandis praefectae.

**) Christianis et sunt animae exemplaria Creatoris, et sustentantur etiamnum ab illo per quandam velut irradiationem vultus divini in ipsas.

***) In Timaeo, qui est citra omnem dubitationis aleam commentarius quidam in primum caput Geneseos seu libri I. Mosis, transformans illum in philosophiam Pythagoricam, ut facile patet attente legenti et verba ipsa Mosis identidem conferenti.

fectricia, puta rectum et curvum, movetque circulos, qui sunt in ipsa intellectualiter. Omnia ergo mathematica primum sunt in anima, et ante numeros numeri se ipsos moventes, et ante figuras apparentes figurae vitales, et ante concordata vel concinnata ipsae rationes concordantiarum seu harmonicae, et ante corpora, quae moventur in circulum, ipsi inconspicui cycli conditi sunt: estque anima omnium rerum consummatio et haec est exornatio quaedam alia (praeter sensilem), quae et ipsa se ipsam adducit (ad res), et a familiari et cognato principio adducitur, quaeque vita et se ipsam implet et a Creatore impletur incorporeo et indistanti modo. („Non longe abest ab unoquoque; in ipso vivimus, movemur et sumus.“) Et cum profert explicatque rationes ejus, tunc et scientias detegit omnes et virtutes. Essentiatur igitur in hisce speciebus anima, nec existimandum, numerum, qui in ipsa inest, esse multitudinem unitatum, neque forma et idea eorum, quae locis sunt dislocabilia, subaudienda est corporea, sed omnia vitaliter et intellectualiter supponenda et prima exempla apparentium numerorum et figurarum et rationum et motuum; et sequendus hic Timaeus, qui omnem ipsius ortum et fabricam a generibus mathematicis consummat et perficit inque ipsa rerum omnium causas reponit. Septem enim illi termini numerorum omnium (puto 1, 2, 4, 8; 3, 9, 27) secundum causam in ipso praeexstiterunt. Rursum figurarum principia architectonico seu fabrili modo in ipsa reposita sunt, et motuum omnium primus et principalissimus, qui motus reliquos omnes circumdat incitatque, una cum ipsa exstitit; omnium enim quae moventur principium est circulus et motus circularis. Sunt igitur essentiales et se ipsas moventes mathematicarum rerum rationes, quae consummant animas: quas anima proferens et propagans evolvensque omnem varietatem scientiarum mathematicarum facit subsistere. Neque erit unquam, ut desinat illa progignere et eruere semper alia post alia, dum rationes suas impartibiles simplicitate exuit. Omnia enim prius accepit, specierum principum et primaevarum in modum et secundum infinitam suam facultatem ex principiis anticipatis omnis generis speculationum propagationes architectatur. Hactenus Proclus.

Totum locum exscribere volui, quia non tantum genuinos harmoniarum terminos, circulos et arcus a figuris rescissos, inter cetera mathematica in anima inque mente statuit essentialiter, sic ut haec mathematica fiant ipsi animae vicissimque anima ipsis (in quantum sunt secreta a singularibus) quaedam velut essentia, sed etiam quia mihi similia proferenti demit invidiam rejecti hinc inde Aristotelis, totamque hanc philosophiam eximie commendat.

De numeris quidem haud contenderim, quin Aristoteles recte refutaverit Pythagoricos; sunt enim illi secundae quodammodo intentionis, imo et tertiae et quartae et cujus non est dicere terminum; nec habent in se quicquam, quod non vel a quantitatibus, vel ab aliis veris et realibus entibus, vel etiam a variis mentis intentionibus acceperint; itaque nec Platonicis numeris, conversioni rerumpublicarum tributis, quos Bodinus in methodo historiarum usurpat, nec climactericis dictis propter quidem se ipsos quicquam tribuo, nisi in quantum ii revolutiones astrorum configurationumque numerant; ut nuper in prolegomenis Ephemeridum non obscure significavi.

At quod attinet quantitates continuas, omnino assentior Proclo, etsi oratio fluit ipsi torrentis instar, ripas inundans et caeca dubitationum vada gurgitesque occultans, dum mens plena majestatis tantarum rerum luctatur in angustiis linguae, et conclusio, nunquam sibi ipsi verborum copia satisfaciens, propositionum simplicitatem excedit. Opinor igitur, si meas ego rationes, cur harmoniis insensilibus circulum intellectualem ejusque partes terminos constituam, jam subjunxero (conceptas prius quam Proclum legissem), me non tantum consentanea Proclo dicturum, sed etiam compendium quoddam loci descripti facturum, quantum quidem ille meo servit instituto.

Non dicam inter rationes, quod, cum primum foris, deinde in sensu fuissent illa, quae comparantur, ultimo et a rebus et a sensilibus rerum speciebus abstracta fuerint, quem sensum proprie vox abstrahendi gignit; nam ut supra dictum, haec abstrahendi ratio pertinet ad sensiles harmonias sonorum et radiorum habetque locum tunc tantum, cum, uti civium bene vel male facta ex legibus antiquitus latis, ita soni et radii ex archetypica harmonia jam antea intus praesente dijudicantur. Sed haec est causa, cur quantitas intellectualis esse dicatur, quae terminos praebet harmonicis proportionibus, quia oportet illam quantitatem demonstrationis longe subtilissimae capacem esse; demonstratio vero illa ex sensilibus diagrammatis nunquam habetur, etsi iis adjuvetur, nec ex collectionibus oritur multorum singularium sensilium in unum axioma, sed a priori comparatur. Quod cum supra Proclus vere objecerit Aristoteli, sic in genere intellectum possum ego in specie luculentissimis argumentis ex libro primo petitis reddere munitissimum. Figurarum enim, quae harmonicum arcum circuli rescindunt, differentia specifica, qua ut parte definitionis explicatur earum essentia, est ista, quod oportet illas esse scibiles. Jam vero quae scibilitas sine mente, scientiae capace? Neque dixeris, rem esse posse, ut scientia ipsa rei non sit. Nam scientia consistit in comparatione, ut cum latus figurae est aequale semidiametro; jam aequalitas, quae sit sine mente, praesertim in iis, quae loco seclusa sunt, id intelligi non potest revolvimurque ad argumentum jam supra pro harmoniis etiam sensibilibus allatum. Neque tantum scibiles, sed etiam scitas oportet esse, ut archetypalis harmonia luceat actu intus in animo. Nam possibilitas ad sciendum nobis ad criterium harmoniarum sensilium non sufficit. Cujus igitur pars essentiae est intus in animo adeoque in ejus operatione seu energia, illam ipsam rem intus oportet statui, terminos scilicet harmoniarum, circulum ejusque partem.

Quaeras, qui possit inesse scientia rei, quam nunquam mens didicit nec fortasse discere potest, si sensu rerum externarum destituatur? Ad hoc respondit supra Proclus, verbis in sua philosophia tritis; nos hodie, ni fallor, vocabulo instinctus rectissime utemur. Menti quippe humanae ceterisque animis ex instinctu nota est quantitas, etiamsi ad hoc omni sensu destituatur; illa se ipsa lineam rectam, ipsa intervallum aequale ab uno puncto intelligit, ipsa per haec sibi circulum imaginatur. Si hoc, potest multo magis in eo demonstrationem invenire itaque oculi officium in adspiciendo diagrammate (si tamen opus eo habet) supplere. Quippe mens ipsa, si nullius unquam oculi compos fuisset, posceret sibi ad comprehensionem rerum extra se positarum oculum legesque ejus formandi ex se ipsa petitas praescriberet (siquidem pura et sana et sine impedimentis, hoc est si id solum esset, quod est), ipsa enim quantitatum agnitio, congenita menti, qualis oculus esse debeat dictat, et ideo talis est factus oculus, quia talis mens est, non vicissim. Et quid multis? Geometria ante rerum ortum menti divinae coaeterna, Deus ipse (quid enim in Deo, quod non sit ipse Deus?) exempla Deo creandi mundi suppeditavit et cum imagine Dei transivit in hominem, non demum per oculos introrsum est recepta.*)

Cum igitur demonstrabilitas quantitatibus insit, non quatenus figurae subjiciuntur oculis, sed quatenus mentis oculis patent, id est quatenus non

*) Eadem pene Proclus paulo post locum prius adductum: essentiis mathematicis assimilari veritatem circa deos, et opificem totius universi usum archetypis mathematicis sibi coaeternis in conformatione mundi.

tam abstractae a sensilibus, quam nunquam iis concretae fuerint, abstractam igitur quantitatem jure terminos statuimus proportionibus harmonicis archetypicis, quippe quae sunt ex circuli divisionibus demonstrabilibus. Est alia causa, cur abstractas quantitates eligam, quia circulus, qui figura est, quartae nempe qualitatis species, quamvis sit quantitas, tamen in hoc negotio pure ut figura consideratur, sine magni vel parvi discrimine, adeo ut etiam ab ipsa quantitate veluti a suo subjecto abstrahatur quodammodo possitque vel in puncti angustia ejus agnosci natura. Hoc opinor Proclus voluit, dum mathematicas res in anima dixit inesse incorporeo et indistanti modo.

Est denique et haec summa et decumana ratio, quod quantitatum est mirabilis quaedam et plane divina politia rerumque divinarum et humanarum communis in iis symbolisatio. De sacrosanctae Trinitatis adumbratione in sphaerico scripsi passim, in Opticis, in Commentariis Martis, in doctrina sphaerica, quae hic repetita volo.[14]) Sequitur igitur recta linea, quae ex fluxu puncti in centro in punctum unicum superficiei prima rudimenta creationis delineat, aemula aeternae generationis filii (egressu centri versus infinita puncta totius superficiei, lineis infinitis sub aequalitate omnibus perfectissima figuratae et depictae), quae recta linea elementum scilicet est formae corporeae. Haec in latum ducta jam ipsam formam corpoream adumbrat, planum creans; plano vero sectum sphaericum circulum sectione repraesentat, mentis creatae, quae corpori regendo sit praefecta, genuinam imaginem, quae in ea proportione sit ad sphaericum, ut est mens humana ad divinam, linea scilicet ad superficiem, utraque tamen circularis, ad planum vero, in quo et inest, se habet ut curvum ad rectum, quae sunt incommunicabilia et incommensurabilia, inestque pulchre circulus tam in plano secante, circumscribens illud, quam in sphaerico secto, mutuo utriusque concursu, sicut animus et in corpore inest, informans illud connexusque formae corporeae, et in Deo sustentatur, veluti quaedam ex vultu divino in corpus derivata irradiatio, trahens inde nobiliorem naturam. Quae causa sicut stabilit proportionibus harmonicis circulum pro subjecto et terminorum fonte, sic vel maxime abstractionem commendat, cum neque in certae quantitatis circulo, neque in imperfecto, ut sunt materiales et sensiles, insit divinitatis animi adumbratio, et quod caput est, tantum a corporeis et sensilibus deceat esse abstractum circulum, quantum curvi rationes, animi symbolum, a recto, corporum umbra, secretae et velut abstractae sunt. Satis igitur muniti sumus ad hoc, ut harmonicis proportionibus, animi solius objectis, terminos ex abstractis potissimum quantitatibus petamus.

Ut igitur hunc locum concludamus, praecipua fasciculo colligemus. Commune enim habent harmoniae sensiles cum archetypalibus, quod terminos requirant eorumque comparationem, ipsius animae energiam; in hac comparatione utrarumque essentia consistit. Sed sensilium termini sensiles sunt extraque animam praesentes adesse debent; archetypalium termini sunt antea intus in anima praesentes. Sensilibus igitur opus insuper est receptione per speciem ex se emissam, quae receptio fiat a sensibus animae ministris opus est et alia comparatione singulorum terminorum sensilium cum singulis archetypalibus, puta circulo ejusque parte scibili; at harmoniae archetypali neutra re est opus, cum termini antea sint in anima praesentes, ei congenitae ipsaque adeo anima, nec imago sint veri sui paradigmatis, sed ipsum suum veluti paradigma. Ita simplex tantum comparatio, quam instituit anima, suarum ipsius veluti partium inter se, absolvit archetypicae harmoniae essentiam

omnem. Denique anima ipsa, versans in hac energia, est proposita nobis harmonia, sicut sine respectu hujus energiae est circulus ejusque pars, termini sc. harmoniae; tandemque harmonia penitus animificatur adeoque deificatur.

CAPUT II.

Quot qualesque sint animae facultates secundum harmonias.

Diximus hactenus de proportionibus harmonicis, quid illae sint et ubi consistant; neque dum nobis videmur attigisse quaestionem instituto nostro convenientem, quod non tam in ipsis proportionibus harmonicis, quam in facultate animae harmonica, scilicet agendi secundum proportiones, versatur. Hactenus igitur de proportionibus egimus causa ipsarum essentiae, nunc de iisdem agendum causa ipsius animae.

Duplex autem facultas circa harmonicas proportiones existit, altera per discursum, mentalis vel quasi, altera operativa; et mentalis quidem rursum duplex: aut enim inventiva proportionum ipsarum ex abstractis quantitatibus, aut agnitiva seu animadversiva electarum proportionum in rebus sensilibus. Facultas igitur, quae indagat rationes harmonicas, est eadem, quae et reliquas scientias artesque complectitur, animi scilicet humani pars superior. De Deo enim hic nihil, ut qui non discursu et studio quippiam indagat, sed scit ab aeterno.

Facultas illa, quae proportiones nobiles in sensilibus vel etiam in aliis rebus extra se constitutis animadvertit agnoscitque, est inferior animae facultas, sensus proxime informans aut adhuc inferior, scil. tantum facultas animae vitalis, quippe quae nec discurrit, ut philosophi solent, methodove ad hoc utitur, nec in solo inest homine, sed etiam in feris et pecudibus inque anima sublunari. Quaeras, si illa non compos discursus eoque non possit apprehendere scientiam harmonicarum proportionum, unde ergo hoc habeat, ut agnoscat forinsecus oblatas? Nam agnoscere est, externum sensile cum ideis internis conferre eisque congruum judicare. Quod pulchre exprimit Proclus vocabulo suscitandi, velut e somno. Sicut enim sensilia foris occurrentia faciunt nos recordari eorum, quae antea cognoveramus, sic mathemata sensilia, si agnoscuntur, eliciunt igitur intellectualia ante intus praesentia, ut nunc actu reluceant in anima, quae prius veluti sub velo potentiae latebant in ea. Quomodo igitur irruperunt intro? Respondeo, omnino ideas seu formales rationes harmonicarum, ut de iis supra disserebamus, inesse iis, quae hac agnoscendi facultate pollent, sed non demum introrsum recipi per discursum, quin potius ex instinctu naturali dependere iisque connasci, ut formis plantarum connascitur numerus (res intellectualis) foliorum in flore et cellularum in pomo. Quod experimentum in plantis, simile rationibus harmonicis (numerus enim et proportio res cognatae sunt, ut supra patuit), efficit, ut ne vegetativae quidem animae facultati plantisque ipsis facultatem agnoscendi harmonicas proportiones radiorum sideralium confidenter possim adimere; etsi sine experimentis propriis nihil statuo. Sic igitur fit, ut pueri, ut rudes, agricolae, barbari ipsaeque adeo ferae percipiant harmonias vocum, etsi nihil sciunt de scientia harmonica. Si quaeras, unde illis hic instinctus? aut ad Deum confugiam, qui has corporibus formas, omnes sui ipsius imagines, secundum magis tamen et minus, efformat et praeficit secumque ipsis harmonicas rationes circumgestare facit, uti ipse eas ab aeterno mente complexus

est inque creatione expressit, ut supra dictum, aut, quod eodem redit, allegabo cognationem, cap. 1. tactam, animarum harum, etiam inferiorum, cum circulo, ad quem velut ad normam legemque compositae et conformatae sint cumque ipso circulo ejusque demonstrabilitate ideam etiam proportionum harmonicarum inde dependentium induerint. Valde enim confirmant hanc philosophiam geneses, cum videamus, characterem confluentiae radiorum coelestium ad idem punctum, velut ex circulo communi, imprimi in nascentis animum; de quo infra cap. 7. plura.

Porro media, quibus utuntur istae facultates animae inferiores ad percipiendas harmonias externorum, sunt eadem, quibus et externa ipsa objecta introrsum recipiunt. Si sensilia sunt, sensibus etiam percipiuntur, facultatibus sc. animae sensus informantibus, quae et ipsa non minus quam superior in comparatione versantur rerum certarum, sed id instinctu, non discursu. Sic soni auditu eique praefecta potestate consonantes discernuntur a dissonantibus, sic proportiones architectonicae oculis percipiuntur et facultate illa, quae visui est praefecta, pulchrae et congruae ab incongruis discernuntur. Sin autem res ipsae, in quibus est harmonica ratio, sensiles non sunt, sed forte alia facultate perceptibiles, eadem et ipsae proportiones rerum in anima relucent, uti comparatum est cum proportionibus radiorum sideralium, quae quomodo ab anima sublunari percipiantur, infra capite 7. disquiremus.

Est tamen obtusa et obscura haec harmoniarum perceptio in facultatibus animae inferioribus et quodammodo materialis et sub nube quasi ignorantiae; nec enim sciunt se percipere, ut cum videntes aliquid non tamen animadvertimus, nos id videre. Tales sunt motus illi et pavores, a Stoicis celebrati, naturales sine consilio praeterque voluntatem, talis etiam affectus odii vel amoris naturalis, miro cumprimis ingenio, qui membrorum commensu vocisque et temperamenti qualitatibus bonitatem vel similitudinem aestimans animae alterius cum sua, mirifice in illam exardescit. Amat igitur insanus adolescens puellam, nec scit cur, aut quid in ea potissimum amet, quod ei non possit praestare quaevis obvia meretrix, si inhonestus amor, aut quaecunque nubilis puella, si legitimus. At physiognomicus superveniens invenit in utraque persona similitudinem aliquam morum; qui si vitiosi, litigiis perpetuis in conjugio praebent occasionem, si boni, tranquillitati vitae. Adeoque huc referendus est universus instinctus physiognomicus, qui quamvis mutus et quodammodo brutus (minime vero arte comparatus, etsi per eam excoli potest), rerum tamen humanarum interpres et arbiter est unicus. Tantum enim quilibet prosperitatis (naturaliter loquendo) obtinet, quantum ejus facies, commensus corporis, incessus motusque membrorum arridet rerum potientibus quantumque iis irrepit, nullo etiam super ea re consilio usis, veluti latens, ut saepe testentur, se amare vel odisse quempiam, nescientes ob quam causam. Talis inquam est in animae facultatibus inferioribus sensus proportionum sine sensu. Adeo neque distinguunt proportionem a terminis seu subjecto suo (ut cum audita jucunda cantilena praeter sonos ipsos nihil de artificio ipso cogitamus) nec plane distinguunt inter se diversas harmonias; tantum n. quod sint, animadvertunt, quid vel quam variae sint, nesciunt. Quippe ipsae etiam ideae harmoniarum, quas hae inferiores animae facultates secum habent intus, non plane purae ipsis sunt instinctae, sed cum involucris speciei subjectae, ejus sc. quae cujusque facultatis sit objectum. Nimirum facultas auditus (ut exemplo sonorum concordantium utamur loco omnium), corpori

proxime adstans, crassa nimis eoque et inhabilis fuit ad recipiendam purissimam proportionis ideam, ut jam statim pluribus explicabo.

Nunc enim ad energeticas facultates venio, quae circa proportiones harmonicas occupantur. Est n. haec quoque duplex, nam aut in se ipsa est operosa, aut in rebus extra se, utrinque assimilans opera sua proportionibus, aut inducens has in illa. Et illa quidem passivae similis est, ista citra controversiam in agendo exercetur, illa igitur inferiorum animae facultatum rursum est soboles, ista superiorum; illa naturae viribus subest, haec voluntati hominis, illa sane motu pollet alterationis, quam corpori suo inferat, ut omnino facultati subsit vitali. Quod enim delectamur harmoniis sonorum, speciem passionis habet, quippe delinitionis demulsionisque, unde etiam a philosophis a patiendo sympathia dicitur animorum cum cantu; est tamen re vera operatio animae, naturali motu agentis in se ipsam seseque exsuscitantis, ad quod illa non consilio nec voluntate, sed instinctu naturali fertur habetque jam ab ipso ortu connexas et in unum quasi conflatas ideas et harmoniarum in sonos incorporatarum, et affectionum animi respondentium, ut non aliter ipsi sit implantata idea harmoniae, quam quatenus laetificat estque delectabilium aliquid et quatenus est ideae motus conformis implexa. Hoc opinor Proclum supra voluisse, cum affirmaret, paradigmata rerum mathematicarum (et sic etiam multoque magis harmoniarum) inesse in mente intellectualiter (νοερῶς), in anima vero vitaliter (ζωτικῶς); sic n. inerunt etiam in facultate auditus sonore, in vitali sublunarium radiose et operative, sc. non sunt ipsa paradigmata pura interna, sed icones illorum, foras derivati.

Quod vero non tantum delectamur harmonia cantus, sed etiam digitorum, oris, pedum corporisque motus accommodamus, id jam praestamus facultate animali, juncta voluntate. At cum etiam vocem ad harmonias intelligibiles accommodamus, meditantes concinnum cantum, antea non auditum, hic supremis infimisque omnibus facultatibus utimur; supremis quidem, quod et volumus et consilio utimur, inferioribus vero, quod possumus et quod etiam sine intellectione proportionum solas ideas intervallorum, natura inplantatas, cantu exprimimus, inconcinnis omnibus exclusis, per sola intervalla concinna divagantes.

Hactenus igitur explicatas facultates harmonicas essentialis illa harmonia Deus ipse exspiravit creando, ut qui est οὐσία ἐνεργεία, inspiravitque hanc particulam suae imaginis in animas omnino omnes, secundum magis tamen et minus, qua inculcatione finem impono et huic capiti.

CAPUT III.

Quae sint genera τῶν ἡρμοσμένων, hoc est rerum seu sensilium seu immateriatarum, in quibus expressae sunt harmoniae sive a Deo, sive ab homine et quomodo.

Distinctas esse quaestiones facile patet: 1) cui insint harmoniae tanquam agenti, formanti, seu opifici, 2) cui insint tanquam operi formato. De priori egimus hactenus, de posteriori nunc porro agendum accuratius.

Res igitur omnes vel sunt immateriatae vel materia participant. Immateriata est anima (respectu quidem corporis) atque haec, ut hactenus usurpavimus, tota respectu suae essentiae descripta est a Deo in has proportiones harmonicas, quaeque prius inerant animae ut opifici, sc. ut est energia, nunc

insunt eidem, ut operi Dei. Quae vero materia participant, illa simul et numero et magnitudine participant. At magnitudinem sequitur earum situs in loco; quibus denique accidit motus localis. Numerus igitur est aliquid natura prius harmonia, quia oportet terminos harmoniae cujusque esse numero plures uno. Habet tamen et numerus primorum mundi corporum suas ex geometria causas, quas infra lib. V. ex Mysterio meo Cosmographico repeto. Quantitatem sequitur figura, individua ejus proprietas, quae cur globosa sideribus ipsique adeo mundo deberetur, sc. ex sphaerici archetypo, id alibi passim solet explicari. Figuras corporum diversorum statim sequitur certa proportio eaque triplex: una diametrorum, altera superficierum, tertia spatii seu corporum. Igitur si causae harum proportionum aliae non suppeterent, probabiliter possemus affirmare, ex harmoniis esse desumtas. Quaecunque tamen eae sunt, illas globi coelestes sine ulla mutatione custodiunt, quippe qui nullo motu temporisve decursu majores minoresve fiunt. Secus est cum iis proportionibus, quae insunt corporibus causa situs et causa motuum localium; illae enim retinent ingenium motus ipsius, qui ut in continuo *fieri*, nunquam in *esse* versatur, sic etiam proportiones motuum inconstantes sunt aliisque temporibus aliae. Verum quidem est, si motus corporum coelestium non variaret eorum intervalla a communi meta seu basi mundi, h. e. si nullus esset eorum motus in altum et profundum, sed omnis in merum circulum concentricum, tunc non tantum intervallorum proportio constans, sed etiam mere harmonica futura fuisset, si causae aliae non suppetiissent. Idem de motu dicendum causa suae essentiae, id est causa suae celeritatis verae per aetherem; quae si constans singulis esset et perpetua, dubium nullum est, quin hae diversorum celeritates et tarditates ad leges harmonicas fuissent attemperatae. Idem denique de eodem motu dicendum etiam causa confecti spatii, sub zodiaco apparentis. Nam si omnes planetae eodem motu apparenti sub zodiaco debuissent incedere, nec unquam longius alter ab altero separari, non est dubium, quin Deus talem illorum situm ad se mutuo sub zodiaco constituisset inde ab initio (siquidem libera et non aliis necessitatis legibus nexa fuisset illorum dispositio), qui undiquaque zodiacum rationibus dispesceret harmonicis. Id adeo et in principio motuum (cum principium temporis consideretur sine tempore) fuisse consentaneum est, ut ex communi situ et configuratione harmonica (qualis vel ex Terra, vel potius ex Sole apparere potuit) velut a carceribus in sua quilibet spatia seu itinera excurrerit. At quia planetae moventur in altum et profundum, situs intervalla mutantes, et quia ad hunc motum necessitate physica sequitur etiam realis intensio et remissio motuum causa celeritatis, denique quia per inaequales diversorum celeritates apparentes zodiaci spatium, quod videntur illi trajicere, dividitur alias aliter: hisce tribus nominibus tam sitibus, quam motibus idem contingit causa temporis, quod quantitatibus ipsis sine respectu temporis. Sicut enim non in toto circulo vel recta inque omnibus ejus punctis sunt termini seu metae rationum harmonicarum, sed saltem in certis aliquibus, sic etiam hic non toto tempore motus existere possunt harmoniae, neque in intervallis neque in motuum celeritate neque in spatiis zodiaci inter planetas interceptis; possunt tamen omnino in certis temporis momentis et possunt hoc citra ulteriorem Dei operam, semel initio motus dato. Nam qui extrema praescripsit motibus, et mutationem indulsit ab uno extremo in alterum, idem etiam intermedia largitus est omnia, tam incongrua, quae sunt infinita, quam etiam congrua et harmonica, certo numero incongruis interjecta. Neque enim haec

mutabilia Deus reliquit sine omni cura ornatus harmonici, quin potius eorum aliqua (ut motus planetarum proprios) extremorum ipsorum praescriptione in ordinem harmonicum redegit, quae materia libri V. erit; in aliis, ubi non dantur extrema, sed quantitas motionis circulo connexa est secum ipsa, satis habuit Creator, sic conformare animas, creaturis mundanis praefectas, ut et exspectarent et observarent et animadverterent harmonias, per totum circulum suis temporum momentis provenientes, et operationes suas ad illarum praescriptum accommodarent. Sic fit cum motibus planetarum ex Terra apparentibus sub zodiaco, materia hujus IV. libri propria.

Igitur cum operibus Dei nobis notis res sic habet; ad quae si jam comparemus ea, quae homines ad harmonicas leges ordinant, partim eadem nobis dicenda erunt, partim diversa. Primum in cantibus etsi non minus quam in coelo datur continua quantitatis augmentatio et diminutio, haec tamen in coeli motibus certis naturae legibus est necessaria, in voce humana neque necessaria est neque etiam facilis. Guttur n. distinctione circulorum ad voces articulatas factum est, faciliusque ab acuto in grave et vicissim per saltuum veluti intervalla sonitusque discretos pervenimus, quam si juberemur uti intensione continua. Nihil igitur mirum, in motibus coelestibus cum ipsa augmentatione et diminutione continua, quae vitari non potuit, mansisse etiam intervalla inconcinna, mixta concinnis et consonis, in cantu humano, eliminatis omnibus inconcinnis, sola concinna et consona observari. Neque habet ideo, quo glorietur cantus prae motionibus coelestibus; illis n. aliud officium, quod peragant, est demandatum; harmonica contemperatio ipsis est accessoria tantum, cantus praeter harmonias nihil quod spectet habet, nihil extra requirit, in unum solum finem delectationis intentus est.

Sunt et alia opera humana, in quae mens proportiones harmonicas, obscurius tamen et vilius, introducit, ut cum cantus non qualitate tantum acuminis et gravitatis, sed insuper etiam mensura tactus, proportionis duplae et triplae participe, informatur; et rursum in motu corporum, cum saltatur in choreis, primum in aequalitatis, posterius in dupla proportione. (Vide lib. III. fol. 137.) Quod idem et poetae imitantur concinnatione pedum ex syllabis, longa et brevi, quarum illa ponitur esse dupla hujus: ubi jambus ⏑–, trochaeus –⏑ vel tribrachis ⏑⏑⏑ ad spondaeum ––, dactylum –⏑⏑, anapaestum ⏑⏑–, vel amphibrachyn ⏑–⏑, vel proceleusmaticum ⏑⏑⏑⏑ est ut 3 ad 4; ad bacchios ⏑––, ––⏑, creticum –⏑– et paeonas –⏑⏑⏑, ⏑–⏑⏑, ⏑⏑–⏑, ⏑⏑⏑– ut 3 ad 5; ad molossum –––, choriambum –⏑⏑–, jonicos et compositos suos ut 1 ad 2; ad eosdem spondaeus, dactylus et qui totidem cum iis tempora habent, ut 2 ad 3; et hi iidem ad paeonas, ut 4 ad 5. Paeones vero ad choriambum et socios, ut 5 ad 6.

Adeoque delectantur poetae et grammatici etiam nominibus proportionum, usu peculiari pedes quadrisyllabos, una brevi, epitritos, h. e. sesquitertios appellantes, quia ut in proportione 4 ad 3, lineis parallelis expressa, tres quidem primae unitates duplici linea repraesentantur, quarta tantum simplici excedente, sic in pede tres syllabae sunt duorum temporum, quarta unius tantum. Cumque vox ipsa pedum ad choros alludat, partem comoediarum et tragoediarum, videntur histriones etiam motu pedum proportiones istas omnes expressisse, non minus quam hodie dupla et tripla exprimitur. In architectonica quaecunque proportiones longitudinis ad latitudinem vel crassitiem plurimum probantur, etiam a non-mathematicis spectatoribus, eae quam proximae harmonicis inveniuntur. Quod vero his omnibus exactiores sunt

sonorum proportiones iisque natura hominis delectatur impensius exprimendis, fit inde, quia sonos vel maxime in potestate habet animans omnis, quippe intra se formatos, ab ipsis praecordiis emissos, ad omnem mentis nutum, omnem cordis motum promtissimos, et quod prius dictum, quia instrumentum etiam nactus est aptissimum, guttur in longum porrectum, instar chordae seu potius fistulae, qua in longitudine rectilinea vox sursum deorsum errat expeditissime.

Generaliter autem in omnibus rebus, in quibus quantitas et secundum eam harmoniae quaeri possunt, insunt illae multo evidentiores per motum, quam sine motu. Nam etsi inest in unaqualibet linea recta ejus dimidium, tertia, quarta, quinta, sexta earumque multiplices, latent tamen eae inter partes alias, toti incommensurabiles, in una et eadem confusione cum tota sic absconditae, ut si maxime secunda linea aequalis aliquotarum partium alicui stet juxta totam, verbi causa trabs superliminaris trium pedum juxta postem quinum, ejus tamen proportio ad totam non ita facile innotescat, ac si motus aliquis comparabiles longitudines discernat, constituat et determinet. Causa haec est, quod ubi quantitas est sine motu secundum eam, ibi omnia, quae insunt in quantitate, simul sunt eodem tempore, omnes sc. partium omnium proportiones ad totum; at si quantitas aliqua motu quodam pertransitur, tunc (ut est motus essentia) quae pertransitae sunt proportiones, eae non sunt amplius, quae nondum sunt pertransitae, nondum etiam sunt, et una quaevis proportio sola est, cum motus in ejus vestigia pervenit. Ita fit successione motuum, ut enucleentur proportiones harmonicae ab inconcinnis, et secretae a mixtura illarum, veluti purae in luce constituantur adque comprehendendum sensibus exporrigantur. Adeoque ne mens ipsa quidem in data quantitate proportiones harmonicas sine quadam motus imagine discernit ab inconcinnis infinitis, ante et post stantibus, sed pertransitis (verbi causa in circulo) subtensis infinitis, in subtensa tertiae aut quartae partis circuli et similibus operosa est ejusque demonstrationem exquirit praestatque cogitatu, quod praestat manus ducta linea, ut eam hoc actu secernat ab infinitis non cogitatis et non ductis, ut ejus congruentiam aut incongruitatem seorsim a ceteris mens intueatur.

Mens quidem ista potest, quia voluntate utitur suoque arbitratu saltat in illa quantitatum infinita divisione, quae tota menti simul praesto est ad cogitandum, sensiones vero perceptionesque aliae naturales, motus denique corporum, per quos adjuvantur perceptiones, non sic in animantis potestate sunt, ut, si infiniti soni aut binorum planetarum infinitae angulationes per totum circuli ambitum simul eodem tempore inter se confusae essent, possint se subducere a rejecticiis inque solos placentes sese recipere; opus igitur habent motu, quo intercedente omnia, quae quantitatis causa confusae essent, per tempora succedentia evolvantur, ut singula sola sensibus accidant. Quodsi oculi simile quid menti possunt, ut ex confusione infinita una praesentium sine motu eligant praestantiora (ut si manuum usae ministerio, ex infinitis circuli subtensis possibilibus eligant delineentque subtensam tertiae parti, latus sc. trianguli), id ipsum non tam oculi, quam mens ipsa per oculos censenda est facere, nec hoc plane sine motu, ut dixi, manuum.

Ut igitur hanc observationem prioribus pronunciatis applicemus, oportet, si res aliqua genuinum debet esse subjectum proportionis harmonicae, oportet inquam et quantitatem, longitudinem sc. in illa re inesse et signa esse ad bina minus, si longitudo est circulus, vel trina, si recta linea, quorum vel

unum vel omnia motu quodam longitudinem rei percurrant terminique fiant partium longitudinis, inter quas sit proportio, et hoc ad minimum. Atque id fit ex parte in configurationibus, hujus lib. IV. proprio subjecto. Nam ut dicetur capite sequenti, harmoniae quidem in angulis, quos metitur zodiacus, considerantur sine motu, anguli tamen ipsi alii ex aliis corporum radiantium motu per zodiacum constituuntur. Sunt tamen modi praestantiores, ad eundem finem tendentes, ut cum corpora, quae habent longitudinem, ipsa et determinantur talibus signis, sursum deorsum errantibus, et trunci qualibet vice intercepti simul moventur; ut ita non jam corpora, sed motus ipsi corporum causa longitudinis et brevitatis non temporalis sed corporeae (quippe species motuum incorporatorum, seu corporum in motu constitutorum) inter se comparentur. Quemadmodum se res habet cum sonis: nam sonus est species emissa e corpore, et ut quantum illud, et ut figuratum quadamtenus, et ut in motu constitutum est; quia pro aptitudine figurae est et motus et sonus.

Atque haec jam altera magis evidens causa est, cur natura hominis sonorum potissimum proportionibus harmonicis sit dedita. Fit n. hoc rursum ob conformationem sui corporis, in quo guttur illud corpus est, quod pro superioris vel inferioris circuli cartilaginei in aspera arteria constrictione nunc longum nunc breve est quodque impulsum spiritu ex pulmonum follibus expresso cavitate sua (figura nempe) motum edit similem, cujus et species accidit auribus, et sensio (arteriae ipsius, ut est in motu constituta) animae sentienti praesto est; quipe hoc communi sensu sentire est, frui speciebus membrorum corporis, ut sunt illa variis affecta et quasi formata motibus; quae species, ut in Dioptricis explicavi, spirituum continuitate feruntur a membris corporis, etiam remotis, ad sedem sensus communis. Fit igitur, ut quia homo crebra sensione asperae suae arteriae in motu constitutae combibit ideam quandam conformationis corporum quomodolibet sonantium, idem tanto facilius agnoscat et dijudicet quasi conformationes corporum extra se motorum eoque motu sonitus emittentium eosque inter se comparatos ad leges harmonicarum proportionum examinet.

CAPUT IV.

Quid discriminis sit inter harmonias quarto, et inter illas tertio libro consideratas.

Quanti res momenti sit ad bene philosophandum, distinguere rerum fines, inter se cognata conferre, ne pro iisdem habeantur, opposita committere, ut illustrentur, id nihil attinet longiori sermone praefari. Quare operae pretium fuerit, omnia, quae hactenus ad hoc utilia vel sparsim vel obscurius vel obiter dicta sunt, sub unum aspectum proponere et sicubi opus est amplius illustrare adque praescriptum capitis lemma ex professo accommodare. Quintuplex igitur discrimen est inter hujus et praecedentis libri contemplationes harmonicas: unum in re ipsa harmonica, causa suae amplitudinis, alterum in terminis ejus sensilibus, tertium in causa, quae conciliat harmoniae suam essentiam, quartum in modo inessendi, quintum in ordine causarum, quae formant terminos proportionis harmonicae.

I. Quod rem ipsam attinet, quae harmonica proportio dicitur, illae libro tertio primum ortae a sectionibus circuli per figuras regulares planas demonstrabiles, mox ad rectas lineas translatae interque se commissae et conjugatae,

copiam non mediocrem harmonicarum partium (ut sunt sectiones harmonicae, toni, genera, modi, systemata et similia) interque eas admirabilem quandam politiam progenuerunt; atque illa pene tota suppellex, quantaquanta est, etiam infra libro V. erit perscrutanda et adhibenda; at nunc hoc libro quarto ab iisdem quidem circuli sectionibus initio facto, non tamen ad rectas lineas progressuri sumus, sed intra circuli metas toto disputationis ambitu consistemus; causa dicta est cap. praecedenti diceturque amplius infra cap. 6, ubi et de cognatione et de effectu hujus discriminis agemus pluribus.

II. Quantum ad terminos harmoniarum istarum seu subjectum earum sensile, illud libro III. erant soni acumine et gravitate differentes; itaque et sub motus genus referebantur et figurati quodammodo motus erant. Hoc quarto vero libro non sunt voces, ut in praeambulo dictum, non aliqui motus, inter quos quis agnoscat harmonias, sed insunt illae in angulis, quos bini planetae radiis lucidis emissis formant in Terra, quatenus talis angulus cum angulis rectis quatuor, unum punctum concursus circumstantibus, comparari potest. Atque hic opus habet lector aliqua luculenta admonitione. Possum enim hos quidem terminos explicare clarius ad percipiendum, sed non possum sine periculo confusionis in bene philosophando, nisi diligenter lectorem philosophum praemuniam. Cum enim termini proportionis debeant differre quantitate, angulorum vero quantitas, hoc est mensura, sit arcus circuli, ex concursus angularis puncto descripti, ut in geometria docemur, in toto quidem mundi spatio, quod est hinc a Terra usque ad fines rerum, non possumus uspiam describere aut descriptum sensibus percipere circulum, radiorum angulis dimetiendis idoneum magis, nisi illum ipsum sensibilem circulum in summo aethere, creberrimis fixis stellis expressum, a quibus in certas animalium formas redactis ille nomen adeptus est zodiaci; quippe et sub quo ipso planetae semper versantur locumque ejus unum singuli nobis corporum suorum objectu tegere videntur, et in ejus centrum Tellus domicilium nostrum non suo tantum centro, quod punctum est, sed totius mole corporis, per cujus superficiem dispositi sumus homines, abditum esse videtur. Nihil igitur est perceptu facilius, quam si dicamus, ut capite praecedenti, proportiones harmonicas, de quibus hoc libro sumus acturi, esse inter totum circulum zodiacum et inter ejus arcum, quem duo planetae visibili illo corporum objectu designare, terminare vel resecare videntur.

Hoc etsi sic est comparatum exque geometricis et astronomicis rationibus optime pronunciatum, diligentissime tamen cavere debet lector philosophus, ne animo praesumat, harmoniam hanc (libri quidem quarti materiam) in coelo ipso inque zodiaco circulo, aut etiam in planetis inesse. Minime gentium; inest enim haec harmonia zodiaci partibus non propter se ipsas, cum planetae radiantes immenso intervallo consistant infra hunc circulum, sed propterea, quod illae mensurant angulos radiorum in Terra concurrentium, imo propterea, quod non ipsae actu mensurant, sed illarum loco icon exactus zodiaci coelestis in anima sublunari hoc mensurandi officium subit; inest radiis planetarum non quatenus ii singuli vel a planeta descendunt suo, vel lucis sunt soboles (etsi non sine hoc), sed quatenus binorum planetarum bini juncti hic in Terris certum aliquem harmonicum formant angulum. Utroque nomine Terrestre est hoc harmoniae subjectum (formaliter et in quantum radii fiunt termini proportionis harmonicae), minime vero coeleste, nisi tantum materialiter et respectu sui *esse* proprii, sine consideratione harmoniarum, scilicet quatenus angulos in Terra factos, proprium scil. hujus harmoniae subjectum,

conformant radii lucidi, res coelo oriunda, sed in Terram jam delapsa. De vere coelestibus vero harmoniis libro V. ex professo agemus. Breviter: termini harmoniarum libro tertio fuerunt hominis seu artis opus, hoc libro IV. erunt naturae opus, libro denique V. erunt opus Dei Creatoris.

III. Quantum jam ad rationalem causam, quae harmoniis suum *esse* conciliat, discrimen librorum tertii et quarti in genere nullum est, sed saltem in specie. Influebant enim libro III. harmoniae ratione sui subjecti materialis (sonorum) in sensus, recipiebantur et dijudicabantur ratione suae formalis essentiae, qua harmoniae sunt (id est formabantur), ab instinctu menti concreato, rationis sine discursu participe. Et hactenus harmoniae tantummodo se ipsis considerabantur. Deinde vero per occultum, sed confessum tamen commercium facultatum animae transfundebantur harmoniae introrsum receptae in affectus cordis varios, per quasdam sui similitudines seu icones; transfundebantur et in locomotivam, ut homo conceptam animo speciem harmoniae non voce tantum exprimeret, sed etiam motu corporis imitaretur. Ita harmoniae vices alicujus causae subierunt.

Similiter et hic animam supponere necesse est, cui inde a creatione rerum sit instinctum hoc proportionum harmonicarum κριτήριον et quae angulum duorum radiantium siderum, quomodocunque intro receptum (seu id fiat aliqua re sensuum analoga, sive suae essentiae, qua anima est, proprietate; de quo et dictum capite praecedenti et dicentur in sequentibus plura) secum ipsa aestimet, ad quatuor rectos comparet, harmonicum a non harmonico dijudicet, et sic harmoniae suum *esse* intellectuale conciliet, quod anguli hi foris extra mentis limina nondum habebant.

Quodsi quaeratur, cujusmodi haec anima sit, ubi vel in quo corpore collocetur, respondeo, primum tales esse omnium hominum animas. Sed libro tertio erat facultas, quae praeest auditui et sic sensibus, hic non est sensitiva facultas. Oculi enim, quorum objectum sunt lux et radii lucidi, nullum faciunt idoneum indicium harmonicae radiationis binorum planetarum. Nec est ratiocinativa facultas; etsi enim ex observationibus astronomicis per oculos administrandis ratio invenit et computat, qui quovis tempore sint aspectus, id tamen non agit naturaliter, quippe non apud omnes promiscue homines, sed voluntarie, apud paucos astronomiae singulariter deditos. Sed sunt animae humanae subjectum harmoniarum illarum primum ratione instinctus naturalis, in quantum animae sunt exemplaria creatoris, ut dictum cap. 4, secundo ratione facultatum, vitalis et naturalis motuumque vitalium et naturalium, seu Platonico more concupiscibilis et irascibilis partium; ratione quidem illius, in quantum harmoniae sunt, ratione vero harum, in quantum species harmoniarum imprimuntur in has facultates fiuntque causae operum naturae, tam in animo quam in corpore, impultrices et stimulatrices. Deinde praecipua anima, in quam hae radiationum harmoniae influunt, est illa philosophis dicta natura sublunaris, per totum Telluris, alumnae nostrae, corpus diffusa inque ejus aliqua certa parte non aliter, quam anima humana in corde, radicata, ex quo ceu foco, fonte vel penetrali per speciem sui exit in circumfusum Terris oceanum et superfusum utrisque aërem. Quemadmodum vero, qui melodo suaviter canenti auscultat, is laetitia frontis, voce, plausu manuum pedumve, ad melodiae mensuram attemperato, testatur, se quod est in melodia harmonicum percipere et approbare, non aliter natura sublunaris commotione insigni et evidenti viscerum Telluris, ad illos potissimum dies, quibus errantia sidera radiis suis harmonice configurantur in Terris, testatur

de eo, quod jam praemisimus, se scilicet non minus instinctu quodam naturali valere ad percipiendum proportiones angulorum harmonicas, quam pollet facultate naturali, vitalis nostrae simili, ad corpus Telluris officinasque subterraneas in montanis certis harmoniarum temporibus calefaciendas exagitandasque, ut illae magnam vaporum nebularumque copiam exhalent, ex qua, per antiperistases frigoris superni, omnis generis meteora conformantur.

In Terrae enim corpore ponenda est haec anima, quia nec anguli harmonici radiorum in ulla alia parte mundi quam in Terra existunt, et opera naturae, quae ad configurationes radiorum sequuntur, ex Terrae visceribus montiumque cavernis ortum trahunt.

IV. Quartum discrimen consistit in modis, quibus harmoniae diversae in suis insunt subjectis.

Nam libro III. cum in cantu inessent, in illo toto inerant, toto scilicet tempore, quo durabat cantus. Et quamvis intervalla vocum, ut omnia quantitate participantia, continuam admittant divisionem, non erat tamen ibi transitus cantui a sono inferiori per intermedios infinitos usque ad eum, qui primo consonus aut concinnus esset, sed cum saltu et silentio trajiciebantur intermedia omnia, omnis vero vocalis commoratio erat in sonis inter se concinnis. Eodem modo in concentu, quamvis inter diapason et dihex intersint infinita intervalla, non fiebat tamen intensio vocum continua per omnia intermedia, quoad ex diapason fieret sexta, sed saltu ferebantur voces a mera diapason in meram sextam, intermediis omnibus silentio transmissis. Et in organis quidem saltabatur ab una canna ad aliam, in tensis, ut instrumento et harpe, ab una chorda ad aliam, vel si multisonae chordae usurparentur, ut in clavichordio, pandura, chely, cythara, ab uno tactu, aut in fistulis ab uno foramine ad aliud, in gutture humano ab uno circulo arteriae asperae ad alium. Non sic in libro IV. Nam quas in eo considerabimus harmonias, illae, ut dici coeptum capite praecedenti, non semper existunt inter binorum planetariorum radiorum angulum et inter quatuor rectos, sed fit continua separatio planetarum, quibus quidem hoc datum est, sub zodiaco circulo per intervalla ἀνάρμοστα omnia in harmonica, quorum extremum, duo recti, semicirculus seu oppositio, indeque retrogrado ordine per intervalla rursum inconcinna et dissona omnia usque in conjunctionem; nullus hic saltus fit ex uno angulo harmonico in alium, verbi causa ex trigono in quadratum, sed transitus ab illo ad hunc continuus est per intermedia omnia. Propterea tempus universum motuum coelestium occupant configurationes radiorum inconcinnae, dispungunt vero saltem certis momentis configurationes binorum aut interdum trinorum aut etiam quaternorum harmonicae, reliquis in incongruentia pergentibus; ut si septem cannae organicae sonos totidem dissonos continua tensionis alteratione emitterent fieretque tensionum obviatione mutua, ut interdum binae vel trinae consonarent, ceteris dissonantibus. Ita vere et proprie loquendo ipsissimae harmonicae configurationes non sunt in tempore, sed in momentis indivisibilibus perficiuntur. Etsi verum juxta et hoc est, commotiones, quae ex hisce harmoniis in animis existunt, non esse momentaneas, movent enim harmonicae configurationes, quatenus sunt in *fieri*, et in ipso momento, quo perfectae fiunt, rursum remittit earum stimulus; opera vero naturae, quae per hos stimulos sollicitantur, jam a conditionibus materiae mensuras accipiunt sui temporis durantque saepe longe ultra momentum, quo perficitur radiatio. Sic machina aenea explosa vi succensi pulveris pyrii ignescit, nec statim, consumta materia ignis, a calore remittit; sic corpus animalis, ut exemplum sit

accommodatius, jactatum febrili paroxysmo, quamvis facultas animae vitalis, auctor inflammationis, a conatu suo remittat, quippe defuncta suo munere et materia febrili vel colliquata vel ejecta ex intimis sedibus versus exteriora, non tamen statim omni calore liberatur; haeret enim is in materia corporis, carne, ossibus, nervis diu, quoad ipse quoque tractu temporis exspiret.

Sunt igitur hae harmoniae ex earum numero, quas supra cap. 2. diximus non subjacere providentiae liberae, sed necessitate motuum misceri cum infinitis sui generis incongruis, quibus Deus mentes ordinavit, quae illas, cum incidunt, agnoscerent. Atqui longe felicior est natura sublunaris in his, quam aures in cantu, dignoscendis. Auditus enim non valde delectatur harmonia binarum vocum, si quinque aliae dissonantes obstrepant, natura sublunaris, assueta perpetuis incongruis configurationibus, eas pro nullis habet, quia novi nihil animadvertit, in harmonicum vero angulum sic est intenta, ac si is solus esset. Sic cum prognosticum aliquod millies errat, negligitur tamen hoc, at si semel scopum attingit, hoc memoria dignum censetur, hoc omnium sermonibus celebratur.

Ex his igitur intelligi datur, harmonias in vocibus quidem arbitrio constitui consilioque canentis, in angulis vero radiosis nullo naturae sublunaris consilio, sed mera necessitate geometrica motuum provenire. Nam quia duo planetae separari debent per totius semicirculi seu graduum 180 longitudinem, fit necessario, ut suis certis momentis etiam particulis ejus harmonicis, scil. 30, 60, 90, 120 etc. graduum distent. Itaque harmoniae cantus quaeruntur intus a canente, harmoniae radiorum exspectantur deforis a natura sublunari, observantur cum incidunt, dignoscuntur a non harmonicis (et sic ab illa suum *esse* accipiunt) excipiunturque et applicantur. Breviter: configurationes praecinunt, natura sublunaris saltat ad leges hujus cantilenae.

V. Quintum discrimen est quodammodo annectendum primo. Nec enim latitudine tantum differunt harmoniae hujus et praecedentis libri, sed etiam ordine respectuum diversorum, quibus figurae geometricae gignunt utrumque genus harmonicarum proportionum, tertio namque libro potior fuit respectus scibilitatis, quarto isto potior erit congruentiae. Sed de hoc quinto discrimine jam cap. 5. ex professo agemus, in explicatione axiomatum.

CAPUT V.

De causis efficacium configurationum, earumque numero et ordine graduum.

Definitio I. Configurationis vox sumitur pro binorum radiorum, cujusque a planeta suo descendentis, angulo illo, quo angulo radii hic in Terra (quae puncti rationem habet) coëunt; vel quod eodem redit, sumitur pro arcu circuli magni, in zodiaco descripti, qui arcus mensura sit dicti anguli, seu quem arcum bini planetae corporum suorum objectu terminare et quasi praecidere nobis terricolis videntur.

Notandum primo de nomine: Ptolemaeus in quadripartito, in Opere magno inque Harmonicis σχηματισμους appellat, quod Arabes aspectus verterunt; quasi schema sit idem quod vultus, facies; quod etiam noster Teutonismus habet, qui faciem solet nominare das Angesicht, aspectum et personatorum schemata, faciei obtenta, Gesichter, quae Itali Mascaras. Invenitur tamen et vox προσβλεψεις, quas non tantum ex Arabicis aspectus vertimus, sed etiam boni auctores latine intuitus et signa intuentia di-

cere solent. Sed hoc sensu vox non tam planetis competit, quam signis seu dodecatemoriis zodiaci; quae cum longitudines habeant, iis cavis sibi mutuo obverti secundum magis et minus possunt. Nam contigua signa se mutuo nequeunt intueri, quippe vultibus non in se mutuo, sed juxta invicem in eandem plagam versis.

Deinde nota, quod quo tempore duo planetae angulum in terra faciunt, eodem et in aliis locis mundi faciant alios angulos; at nuspiam tantos, quam in arcu circuli per ipsorum et Terrae corpora traducto, aut circa lineam, quae ipsorum corpora connectit, veluti circa axem circumacto. Extra haec loca radiationes eorum coëunt angulis longe aliis, sive ii sint etiam harmonici, sive incongrui, ut fere per totum reliquum mundum. Inprimis nota, quod in alterutro corporum planetariorum nullus constituatur angulus. Ad angulum enim requiruntur duo radii; at radius omnis extra corpus est, nullus in ipso corpore. Quod ideo notandum, quia angulationem in Terra sequitur effectus in Terra etiam, ex qua sub tempus aspectuum exspirat materia pluviarum et ceterorum meteororum; ut de sede causae, moventis meteora, disputare possimus, quod illa non sit in planeta vel uno vel altero, nec in loco alio mundi vacuo, sed in ipsa Terra.

Tertio non frustra addita est mentio, quod Terra puncti rationem habeat; ex eo enim sequitur, etsi animantes in Terra innumeri radiique ex quolibet planeta in illos et reliqua Terrae puncta infiniti, eundem tamen ad sensum esse angulum radiorum a binis planetis venientium eodem tempore per omnia Terrae puncta, sive in centro, sive in superficie, sive in cavernis montium; omnes illi aspectus, licet numero infiniti, pro uno aspectu habentur. Omnes quippe ad sensum inter se aequales sunt.

Definitio II. **Efficax configuratio dicitur, cum binorum planetarum radii talem faciunt angulum, qui sit aptus ad stimulandam naturam sublunarem facultatesque inferiores animantum, ut circa opus quaeque suum fiat operosior sub tempus configurationis.**

Tribuitur efficacia configurationi, quae formaliter ens rationis est, sed non efficacia in rem ipsam immediata, quasi pluviae et similia ex ipso coelo, scilicet a planetis configuratis delaberentur, quae vulgi stulta persuasio est; sed mediata et objectiva. Nam sicut objecta movent sensus, sonus auditum non oculos, et color visum non auditum, sic etiam hic certa qualitas relationis hujus, quae configuratio dicitur, movet non sensus corporis, sed facultatem animalem, rationis ex instinctu capacem sine discursu. Facit igitur hoc configuratio vi non propria, sed vi animae, quae pati dicitur, cum re vera potius agat, ipsa in se ipsam. Postea anima seu natura sublunaris, sic mota seu stimulata ab aspectu suique admonita, se ipsam exsuscitat ad eliciendam ex Terrae visceribus materiam omnis generis tempestatum. Si nulla esset in anima, quam dicimus naturam sublunarem, planetae ipsi neque per se neque per commodum aspectum quicquam in Terram possent. Absurdum enim est cogitatu et joci lususque poëtici simile, quod ex coitu binorum radiorum harmonico, velut ex maris et feminae concubitu, concipiatur vapor, materia venti vel pluviae, quasi vero, ut semen est de substantia parentum, sic humor et cetera, quae ex Terra exspirant, sit de substantia vel harmoniae, quae est relatio, vel anguli, quae est qualitativa quantitas, vel lucis adeo ipsius, quae qualitas est, nequaquam vero substantia. Quemadmodum vero ex nihilo nihil fieri dicimus, sic etiam ex immateriato aliquo, naturaliter, materiatum nihil educi potest. Vide plura cap. 7.

Axioma I. **Arcus circuli zodiaci, quem rescindit latus figurae vel stellae congruae et scibilis, metitur angulum configurationis efficacis.**

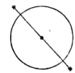
Axioma II. **Angulus figurae vel stellae scibilis et congruae est modulus anguli configurationis efficacis.**

Duobus axiomatibus totum negotium nititur, quae ideo duo feci, quia duo sunt modi probabiles, quibus animae et naturae sublunares in notitiam configurationum, quae sunt quovis tempore, venire possunt.

Aut enim figuram illam percipiunt, cujus latus de circulo zodiaco rescindit arcum, configurationis seu anguli radiosi mensuram, aut figuram illam, cujus elementum

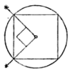
fit ille ipse configurationis angulus. Quas inter figuras quodnam sit discrimen, quae vicissim cognatio, ex hisce schematibus, quae hinc ordine se mutuo consequuntur, ad oculum patet. Bina namque schemata sunt ἀντιπεπονθότα, primum diameter sibi ipsi, seu bisecet circulum ducta per centrum, seu tangat, cum duo radii pro angulo duos rectos seu potius angulum nullum faciunt, in lineam unam rectam ordinati. Idem cogitandum de conjunctione (☌ vel ☌) planetarum, quae improprie configuratio dicitur. Nam si duo planetae fuerint sub eodem puncto zodiaci, tunc in centro angulus nullus est, in circumferentia infiniti et latera figurae sunt puncta; circulus scilicet est veluti figura infinitangula. Haec configuratio non habuit opus repraesentatione oculari.

Fig. 24.



Deinde tetragonus etiam sibi ipsi ἀντιπέπονθε, quia angulus, quem duo latera formant in circumferentia, aequatur angulo in centro, quem subtendit unum latus. Ex eo trigonus hexagono, pentagonus stellae quinquangulae, octogonus stellae octangulae, decagonus stellae decangulae, dodecagonus duodecangulae ἀντιπεπόνθασιν; ut si unius ex sociis anguli omnes inscripti sunt in circumferentiam, latus ejus subtendit angulum, reliqui unum in centro collocatum. Centra autem circulorum omnium adumbrant Terram, velut in medio sitam; circuli ipsi vel zodiacum, ex Terra imaginatum, repraesentant, vel quemcunque alium circulum zodiaco subordinatum, metiendorum angulorum causa imaginatum; quales circuli potestate sunt animae ipsae, quae moventur aspectibus, circuli scil. ab ipsa veluti quantitate abstracti inque puncti qualitativi et plagarum capacis angustias redacti.

Fig. 25.



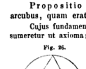
Posui autem stellas duas radiantes extra hunc circulum, alium alia altiorem, ut oculari repraesentatione monerem, nihil referre ad configurationem in Terra, altus an humilis planeta sit in coelo, et posse unum alio multis vicibus esse altiorem, manente eadem configuratione in Terra.

Porro, quod in axiomate primo vox congrua praecedit, in secundo vox scibilis, id non fortuito, sed studio factum est. Nam quod aliquis aspectus est efficax, in causa est utraque figura, tam illa quae inscripta est in circumferentiam, quam illa, cujus unus angulus formatur per radios in centro, utraque tam propter scibilitatem, quam propter congruentiam, non id tamen aequaliter. Quae omnia indigent explicatione paulo prolixiori, quae cur tam sit spinosa, causa est unica, ut aspectuum numerus philosophicis rationibus minui, vel saltem in gradus certos distingui possit. Nam si ad usitatos octo quatuor insuper admittere voluissem sine omni discrimine, potuisset haec disputatio carere aliquot sequentibus quasi propositionibus, quippe tantum in comparatione occupatis.

Propositio I. Major est radiationum cognatio cum circulo ejusque arcubus, quam erat consonantiarum.

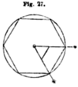
Cujus fundamenta libro III. praemissa sunt, id jam in librum IV. merito transsumeretur ut axioma; probatur tamen sic. 1) Consonantiae sunt sonorum, soni consistunt in motibus, illorumque acumina et gravitates, quibus consonantiae exprimuntur, oriuntur a celeritate et tarditate motuum, per demonstrata libri III. Atqui sonitus celeres et tardi eliciuntur ex tensis pulsatis, non tantum si circularis sit tensio, sed etiam et multo magis si rectilinea. Non respiciunt igitur consonantiae immediate circulum ejusque arcus causa suae figurae circularis, sed causa longitudinis partium, proportionis sc. illarum mutuae habentque, quod habent, a circulo, etiam tunc, si circulus destructus inque rectum extensus est. Aspectus contra per definitionem 1. sunt anguli,

Fig. 26.



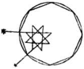
quos metitur circulus suis cum arcubus, non aliter, nisi maneat id, quod esse dicitur, quatenus sc. et figuram habet circularem et eam integram retinet. 2) Consonantiae non omnes aequali propinquitate propagabantur a circulo ejusque partibus; nam aliquae ortum suum referebant ad partes circuli, quatenus ipsis non ut circuli partibus, sed ut rectis lineis accidebat aliquid, eadem sc. divisio, quae circulo toti, ut ostensum libro III. Contra est in aspectibus, ejus enim, quod tantum circulo respondet, mensura nullo modo potest habere respectum rectitudinis.

Fig. 27.



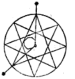
Propositio II. Major est radiationum cognatio cum figuris regularibus, quam erat consonantiarum.

Fig. 28.



Probatur primum a circumferentiali figura. Nam ubi circulus integer, ibi et figura regularis integra: sed magis est circulus integer in dimetiendis radiationum angulis, per 1, ergo et figura respectu radiationum magis ut integra considerari potest. Contra in consonantiis, ut circulus ejusque partes in rectum poterant extendi salvis consonantiis, sic etiam omnia figurae latera in eandem et unam rectam extendi poterant eaque cum uno figurae latere rectilineo facere consonantiam. Hoc vero pacto uti circulus, sic etiam figura rectilinea suam figurationem amittit, ut figura amplius non sit.

Fig. 29.



Probatur secundo a centrali figura. Anguli sunt figurarum elementa; jam duo radii faciunt angulum in centro, qui aliquoties repetitus consummat figuram, ut apparet ex schematibus hisce. Id autem non fiebat in ortu consonantiarum; nullus enim ibi fuit respectus anguli in centro. Magis igitur familiares sunt figurae aspectibus, quam consonantiis.

Propositio III. Congruentia figurarum plus potest in constituendis configurationibus efficacibus, quam in consonantiis.

Argumenta hujus rei multa suppetunt. 1) Congruentia est proprietas figurae, quatenus figura tota est speciemque habet; atqui figura, quatenus hanc speciem tota habet, primum ipsa per se magis est cognata configurationibus quam consonantiis, per pr. 2, deinde dividit circulum ut totum harmonice, circulus vero etiam magis est configurationibus cognatus, quam consonantiis, per pr. 1. Quare utroque, et privato figurae nomine et communi figurae et circuli, congruentiae quoque figurarum in configurationibus quam in consonantiis vis est major. 2) A numero figurarum. Usurpavimus enim hoc per axiomata praemissa, figuras esse efficaces per suas proprietates. Ubi ergo magis respondet numerus efficiendorum, ibi major causae cognatio cum effectu, saltem probabiliter. Atqui ut congruae figurae paucae sunt, ita etiam aspectus pauci, quod experientia testatur; nisi enim pauci essent, magna esset confusio illorum, magna frequentia, ita ut anguli seorsim suis diebus observari non possent; at possunt observari, non sunt igitur infiniti numero; contra consonantiae possunt infinitae esse, augmentatione intervallorum per diapason; ut scibiles figurae infinitae sunt. 3) Ab essentia terminorum, in quibus consistunt proportiones hinc et inde. Motus, quorum affectio soni, in *fieri* considerantur et quatenus tempus occupant; radiationes magis in *esse* momentaneo. Sicut enim hoc momento est aliquod corpus, sic etiam hoc momento est aliqua radiatio; de motu vero, quod praeteriit, id non est amplius, quod sequitur, id nondum est, in momento nihil est. Congruentia vero magis videtur eorum esse quae *sunt*, quam

Fig. 30.

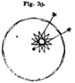
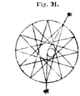


Fig. 31.



eorum quae *fiunt*. Congruunt enim latera seu parietes domus, ut sit domus, non ut demum et perpetuo quidem aedificetur. 4) A cognatione congruentiae, ut causae, cum configurationibus. Sunt enim eae anguli, at congruentia quoque inest figuris propter angulos.

Hactenus fuerunt inter se oppositae consonantiae et configurationes; in sequenti fiet oppositio alia in solis configurationibus congruentiae et scibilitatis.

Propositio IV. Ad configurationum efficaciam plus potest congruentia figurarum, quam scibilitas.

Probatur a conditione animae sublunaris facultatumque etiam humanae animae, quae percipiunt aspectus. Hae igitur omnes sunt inferiores facultate discurrente et intellectu, et cognatiores facultati sensitivae et praefectae operibus sensilibus, quin etiam instinctus illius, ut cap. 3. diximus, tanto est obtusior instinctu humano, quanto rudius est corpus Terrae corpore hominis. Atqui etiam congruentia est posterius aliquid scibilitate et quasi porrectum foras in aliquod opus, quod habet ideam operum sensilium. Par igitur est credi, facultates has animales congruentia potius quam scibilitate figurarum moveri afficique.

Opponebantur congruitas et scientia in eodem genere configurationum. Jam opponentur figurae duae inter se, primum causa solius congruentiae, postea causa configurationum.

Propositio V. Congruentia est proprietas magis figurae circumferentialis, quam centralis.

Habet enim potiorem locum in illa figura, quae potest fieri tota, ratione loci a quo denominatur, quia congruentia est figurarum totarum, ut ex libro II. apparet. At de centrali non plus uno angulo in centro stare potest, per def. 1. In circumferentia vero potest esse tota circumferentialis: ergo etc.

Propositio VI. Ex duabus figuris, quas sibi vindicat aspectus quisque, potior est circumferentialis centrali.

Fig. 32.

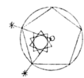
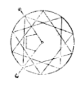


Fig. 33.



Est enim congruentia potior in hoc negotio scibilitatis, per prop. 4. At illa potior est in figura circumferentiali, per prop. 5, quare in quo id quod praepollet plus inest, id ipsum etiam praepollere facit, circumferentialem scilicet figuram.

Idem etiam sic probatur ex intimis animae proprietatibus, cap. 3. tactis. Cum enim anima sit, quae configurationum harmoniis suum conciliat *esse* formale, certe quo discrimine anima vel circulus est vel punctum, centrum circuli, eodem discrimine etiam familiares illi erunt figurae, circumferentialis et centralis. Etsi vero omnis anima circuli quandam ideam gerit, abstracti quidem illius non tantum a materia, sed etiam a magnitudine quodammodo, ut dictum cap. 3, eoque circulus et centrum hic fere coincidunt ipsaque vel circulus potentialis, vel punctum plagis distinctum et sic quodammodo qualitativum dici potest; tamen discrimen hoc videtur observandum, quod aliae facultates animae potius ut circulus considerandae sunt, aliae potius ut punctum. Quemadmodum enim circulus sine centro cogitari nequit, omne vicissim punctum circa se habet regionem scribendo circulo, sic in anima quoque operatio nulla est sine impressione imaginativa, omnis vicissim interna receptio vel meditatio est propter motum externum, omnis animae facultas

interior propter magis exteriores. Ipsa princeps et suprema animae facultas, mens dicta, quid est nisi centrum? quid ratiocinativa, nisi circulus? Nam sicut centrum intus est, circulus exterius, sic mens secum ipsa manet, ratiocinatio telam quandam exteriorem texit; et sicut centrum circuli, sic mens ratiocinationum basis, fons et origo est. Rursum omnis haec animae facultas tam intellectus, quam discursus, denique etiam sensitiva, sunt centrum quoddam, at facultates animae motrices, circulus; quia rursum ut circulus externus circumponitur centro, sic operatio ad extra est, cognitio meditatioque perficitur intus, et ut circulus ad punctum, sic quodammodo se habet actio externa ad contemplationem internam, motus animalis ad sensionem. Punctum enim, quia undique oppositum circumferentiae, aptum natum est repraesentando patienti, et anima sensitiva vel hic radiationum perceptiva, quid aliud sentiendo et percipiendo, quam patitur? sc. quia movetur objectis. Comparando etiam utramque comparationem: ut idem utrinque centrum, sic etiam eadem quodammodo cognitionis forma est, mentalis princeps et sensitiva vel ei analoga, perceptiva radiationum; neutra discursu in se ipsa, quatenus talis, utitur, sed cognoscit citra illum. Ut ita sit haec illius, natura dico sublunaris aut etiam sensitiva mentis humanae principis tenuis quaedam imago, sicut ille discursus rationis harum actionum aut operationum animae imago est, utraque circulus.

Fig. 34.

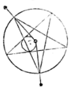
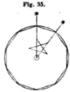


Fig. 35.



Quatenus igitur animae percipiunt radiationes coelestes et sic iis quasi moventur secum ipsae intus, nobis puncta sunto, quatenus vero vicissim movent, hoc est quatenus perceptas radiationum harmonias transferunt in opera sua iisque stimulantur ad agendum, considerari debent ut circulus. Sequitur igitur, ut in quantum cognoscit harmonias radiorum, occupetur potissimum circa centralem figuram; in quantum vero operatur, ciens meteora (et quae similia in homine), circumferentiali sese accommodet. Et vero in aspectu prior est nobis cura efficaciae quam modi, quo is percipiatur ab anima operante, prior igitur et circumferentialis quam centralis figurae respectus.

Hic figura figurae in uno et eodem respectu fuit collata; in sequenti gemina, supposita eadem figura, opponetur ejus congruitas scibilitati.

Propositio VII. In figura circumferentiali praestat congruentia scibilitati lateris; in centrali vicissim praestat scibilitas lateris congruentiae figurae.

Pertinet haec propositio ad consummationem rei, prop. 3. inchoatae. Etsi enim potior in 4. quam in 3. est congruentia, potior etiam libro III. fuit demonstrabilitas, haec tamen a constitutione aspectuum non penitus est separanda, cum nulli congruentiae sua desit scientifica determinatio adeoque ab illa dependeat cum lateris, tum praecipue areae comprehensae a figurae lateribus; ab angulis enim, in quibus residet aptitudo ad congruendum, arcessitur demonstratio.

Quod igitur propositionem hanc ipsam attinet, videtur contrarium ejus verum esse, tam in uno, quam in altero. Nam quod figuram centralem attinet, ejus unus angulus per radios actu ipso est expressus, circumferentialis nullus exprimitur angulus, sed tantum latus quadamtenus, congruentia vero est angulorum; ergo videtur illa potissimum in centrali spectanda. Nam si natura sublunaris percipit quantitatem anguli, quem duorum planetarum radii formant in Terra, videtur etiam percipere posse ejus anguli aptitudinem, quam habet cum aliis, ad congruendum. Quod vicissim in circumferentiali potius sit spectanda scibilitas lateris quam congruentia figurae, id sic patere videtur. Scientia enim, quae scitur figura, ut libro primo demonstratum est, consistit in aequalitate vel lateris cum parte effabili diametri, vel quadrati de latere cum parte effabili de quadrato diametri, vel areae figurae cum eadem, vel in alia connexione et determinatione sive lateris, sive ejus

quadrati areaeve ad diametrum vel ejus quadratum. Posito igitur, quod natura sublunaris habeat sensum circuli zodiaci, circuli nimirum sensibilis, foris stantis, quem ipsa examinet ad ideam circuli abstracti intellectualis, quam ipsa secum habet intus connatam seu concreatam, tunc sane sequitur, quod ordine naturae prius sentiat, quantus arcus zodiaci sit a duobus planetis interstinctus et quanta recta illi subtendatur, cujus qualitatis, sitne effabilis longitudine an sola potentia quadrati, anne cum alia quadam effabilem faciat summam quadratorum et rectangulum effabile, in qua proprietate fundatur effabilitas areae, haec inquam prius innotescere naturae sublunari videntur ordine naturae, quia latus prius est figura, ex lateris multiplicatione descripta, postea demum, ubi tota figura descripta fuerit in zodiaco circulo, patescunt ejus anguli eorumque quantitas, et an ii sint ex congruis, et an figura omnibus angulis concurrat ad eandem congruentiae speciem, et an continuabilis sit congruentia. Breviter, congruentia est affectus angulorum, scibilitas laterum. Ubi ergo prius innotescit figurae angulus quam latus, ibi priores et potiores videntur esse partes congruentiae quam scibilitatis, ubi posterius posteriores. At figurae ad centrum pertingentis prius innotescit angulus, figurae vero in superficie descriptae (per duos puta solos planetas) prius innotescit latus; recte ergo fieri videtur, si in figura centrali potior habeatur congruentiae ratio, in superficiali potior scibilitatis.

Haec igitur in contrarium nostrae propositioni allata sunt nobis dissolvenda, eademque opera veris argumentis roborandus ordo proprietatum congruentiae et scibilitatis.

Primum igitur, etsi verum est, de figura centrali formari per duorum planetarum radios unum angulum, non tamen inde sequitur, ut mens percipiens quantitatem anguli percipiat naturae ordine prius figurae, cujus futurus est angulus, congruentiam. Causa patet, quia congruentia, in quantum est unius anguli ejusque aequalium aliquot, in unum locum planum, nimis est generalis; sunt enim infinitae angulorum sic congruentium formae, tanto semper plures numero, quanto singuli sunt minores. Non est igitur haec illa congruentia, de qua nos disputamus libro II, quae angulis non seorsim accidit, sed figuris integris propter angulos, nec figuris singulis, sed pluribus inter se junctis. Itaque non tantum dissolvitur, sed etiam retorquetur objectio; quod enim illa de circumferentiali usurpaverat, possumus nos aequo jure de centrali usurpare, congruentiam, quae nobis hic est proposita, in ea posteriorem esse scibilitate, quare potiores esse oportere hujus quam illius partes, concessu quidem adversarii. Prius enim figuram oportet fieri, quam tota congruere possit. Jam vero nisi latus figurae scibile sit, figura fieri non potest. Nam etsi verum est, dato uno figurae angulo, quem radii duorum planetarum formant in centro, dari numerum omnium et per illos figurae totius aptitudinem ad congruendum, nec in hanc demonstrationem ingredi lateris naturam; at non datur ille unus figurae angulus, id est non agnoscitur pro angulo figurae congruae, nisi per latus scibile. Prius ergo (ordine naturae) anima scit latus, quam agnoscat, sibi dari angulum congruum. Quodsi comparemus hic figuram utramque, minus equidem datur latus vel area figurae centralis, ipso radiationis actu, quam latus figurae circumferentialis; hoc enim semper determinant radii ipsi, illa non semper, sed in quibusdam tantum figuris, ut in trigono, quia latera circumferentialis anguli singula subtendunt arcum aequalem intercepto. Remotior igitur est figura centralis ab actu sciendi, quam circumferentialis, remotior igitur etiam congruentiae notificatio; objectio vero nitebatur contrario, quasi congruentia centralis esset propior notitiae, quam congruentia circumferentialis.

Amplius, si anguli quantitas percipitur, qua re percipietur, nisi mensura sua, id est arcu circuli illius, qui ex anguli propositi puncto, quod Terra est, describitur? non vero primo circuli illius, qui figurae centrali circumscribitur, per Terram transiens. Quare in perceptione quantitatis anguli de figura centrali oportet ut anima potentiam illam exserat, qua circulus est, non illam, qua exile punctum est, ad quod pertingit angulus. Atqui eodem typo circularis suae essentiae percipit etiam circumferentialis figurae latus ejusque arcum, idque primo; postea demum, duplicato hoc arcu, emergit etiam arcus circuli minoris, qui figurae centrali circumscribitur, per prioris cen-

trum ductus, qui arcus servit inscriptioni centralis figurae in circulum. Nam ordo, qui est in ratiocinatione, idem etiam in instinctu est. Rursum igitur demonstratur via ad perceptionem figurae centralis longior et sic etiam ad ejus congruentiam. Quare se ipsam evertit objectio, quae praepollentiam collocabat in perceptione priori.

Ad rationes pro altero membro sic respondendum: vere quidem etiam in circumferentiali figura priorem esse scibilitatem lateris congruentia figurae totius, ob argumenta dicta, quae hic etiam valent. At non sequitur, ut ex duabus rebus, quarum altera alterius est causa, illa quae causa est porro etiam fortius moveat tertium aliquid. Nam pro captu animae, quae debet moveri, saepe minus in illam valet causa, quam effectus; ut hic animam sublunarem, in quantum quidem perceptiva est, plus movet scibilitas figurae centralis, in quantum vero operativa, plus congruentia figurae circumferentialis.

Argumenta vero mea propria ad propositionem probandam sunt ista: prius enim usurpavimus prop. 6, centrum esse quandam ideam mentis theoreticae seu intellectus, circumferentiam facultatis practicae seu operativae; quia ut centrum circuli basis est et origo, sic meditatio actionis. Figura igitur, quae porrigit angulum ad centrum, se ad Terram, ubi anima sedet figurae perceptrix, porrigit se quasi ad sciendum et dijudicandum, cum centrum tribunal scientiae repraesentet. Igitur in centrali figura potius spectari debet scientia, non obstante, quod illa per circulum tanquam instrumentum comparetur, ut paulo ante dictum. Contra figura, quae ordinat angulos in circumferentia, magis se applicat ad imitandum exprimendumque in opere animae, veluti ad ideam operum concurrens. Atqui potius congruentia quam scibilitas habet operum sensilium aedificationumque ideam, quia sequitur figuras totas, cum latus, quo figura scitur, sit ejus saltem elementum. Quare in figura circumferentiali potius congruentia est respicienda, quam scibilitas.

Alterum argumentum pro hac secunda parte nititur eadem consideratione animae, praestat id, propter quod sunt cetera; at propter opus naturae sublunaris adeoque etiam animae humanae facultatum inferiorum percipiuntur configurationes, scilicet in id percipiuntur, ut opere exprimantur; major est igitur dignitas facultatis motoriae in hoc negotio. Sed scibilitas figurae circumferentialis perceptioni servit, congruentia operationi, ut hactenus; igitur et congruentia figurae circumferentialis praestat ejusdem scibilitati.

Propositio VIII. Arcus circuli, qui constituitur a figura incongrua, nullam conciliat efficaciam radiationibus binorum planetarum, arcum determinantium.

Nam si congruentia est causa potissima efficaciae, per prop. 3, 4 et 7, hac igitur deficiente non erit sufficiens causa hoc loco vilior scibilitas. Etsi enim haec praepollet congruentiae in centrali figura, per alteram partem pr. 7, at vicissim circumferentialis figura est centrali potior, per 6, et in illa potior congruentia, per primam partem pr. 7. Adhuc igitur congruentia figurae circumferentialis praepollet scibilitati figurae centralis.

En causam, cur, cum figurae scibiles sint infinitae, diversorum quidem graduum, aspectus tamen pauci sint.

Axioma III. Arcus circuli, quorum figurae pluribus potioribusque congruentiae scibilitatisque gradibus pollent, efficaciores etiam recipiunt configurationes.

Si duo prima axiomata sunt consentanea vero, erit et hoc, quia, propter quod unumquodque est tale, illo intenso, istud etiam magis erit tale. Sic autem intellige, quod in figura circumferentiali prior sit comparatio graduum congruentiae, in centrali prior graduum scibilitatis, denique potiores partes circumferentialis figurae.

Propositio IX. Configurationes efficaces sunt, quae intercipiunt arcus circuli zodiaci istos: Gr. 180 oppositio, ex diametro circuli, ut in fig. 24. Gr. 90 quadratus, ex tetragono, ut in fig. 25. Gr. 120 trinus, et 60°

sextilis, ex trigono et hexagono, ut in fig. 26. 27. Gr. 45 octilis vel sesquadri, et 135° trioctilis vel sesquadri, ex octogono et stella ejus, ut in fig. 28. 29. Gr. 30 semisexti, et 150° quinquuncis, ex dodecagono et stella ejus, ut in fig. 30. 31. Gr. 72 quintilis, et 108° tridecilis seu sesquintilis, ex pentagono et stella decagonica, ut in fig. 32. 33. Gr. 144 biquintilis, et 36° semiquintilis seu decilis, ex stella pentagonica et decagono, ut in fig. 34. 35.

Quod hae figurae sint scibiles et demonstrabiles, ostensum est libro I, quod et congruae, libro II. Quod vero configurationes expressorum a talibus arcuum sint efficaces, id habent axiomata 1. 2. praemissa.

Propositio X. Efficacitatis aspectuum gradus primus et fortissimus est conjunctionis et oppositionis.

Nam in conjunctione congruunt radii duo in eandem lineam et ab eadem plaga descendunt; in oppositione a plagis quidem diversis descendentes, nihilo tamen minus fiunt partes unius continuae lineae. Haec vero perfectissima est congruentia et principium quoddam omnis congruentiae Sic cum conjunctionem repraesentet punctum signatum in circumferentia circuli, oppositionem vero diameter, haec certe sunt principia, illa et mensura omnis in hoc genere scientiae, cum omnis in circulo lineae rectae scientia contineatur determinatione demonstrativa per diametri vel longitudinem vel potentiam, ut libro primo patuit. Ergo per axioma 3. principium etiam efficacitatis in his est aspectibus.

Propositio XI. Secundus in aspectuum efficacitate gradus est quadrati.

In quadrato enim concurrunt praerogativae multae, quarum prima, quod similis est centralis figura circumferentiali; quare quoscunque illa gradus obtinet in congruentia et scibilitate, ii quodammodo duplicati intelliguntur, respectu ceterorum aspectuum. Sicut enim quadratus primus post oppositum ab exilitate lineae explicatur in aliquam latitudinem seu amplitudinem superficialem areae tetragonicae, sic ceteri aspectus ab identitate figurarum aspectus quadrati discedunt in aliquam figurarum alteritatem. Cum igitur alias in physicis unita virtus sit fortior, erit etiam in hac ideali et objectiva impressione major gradus fortitudinis, ubi figurae locis distinctae, altera sc. centralis, altera circumferentialis, specie eaedem fuerint. Deinde quantum ad congruentiam, illa in tetragono perfectissima est et omnifaria, nam secum ipsa congruit haec figura in solido ad cubum formandum, qui mensura est omnis soliditatis et congruit simplicissime, ternis tantum angulis adscitis; congruit et in plano secum ipsa quaternis angulis; congruit rursum in solido cum trigono, pentagono, hexagono, octogono, decagono varie ad formandas figuras solidas, congruit cum iisdem omnibus insuperque et cum dodecagono et icosigono quadamtenus ad planitiem sternendam, qua in proprietate illa a nulla alia superatur.

Tertio area tetragoni est effabilis, quod principium est singularis alicujus et eximiae congruentiae in plano; ut certus arearum hujus figurae numerus absumat certum quadratorum diametri numerum et sic figurae non tantum ipsae inter se angulis et lateribus congruant, sed quodammodo, certis sc. suis lineis, etiam cum quadrati diametri lateribus. In hac proprietate quadratus aspectus solum semisextum habet ex parte socium. Vide lib. II. Quarto nec ignobilis est gradus scientiae lateris, quod est effabile potentia, quo gradu praecellit ceteris figuris omnibus excepto sexangulo; neque tamen illi propterea loco cedit, cum scibilitas non sit comparanda congruentiae, ut explicatum est supra, et vero valeat accumulatio praerogativarum ad augendam efficaciam, per axioma 3. hujus.

Propositio XII. Tertius efficacitatis gradus est trini, sextilis et semisexti.

Quod trinum, sextilem et semisextum in eodem gradu colloco, facit proprietatum non identitas, sed aequipollentia. Primum eorum figurae principales in congruentia plana tradunt mutuas operas, coëunt n. et inter se varie et cum aliis, ut quadrato. Praecellunt quidem hic trigonus et hexagonus, quia etiam secum ipsae singulae spe-

cies congruunt; praecellit trigono hexagonus, quia perfectissimam obtinet in plano congruentiam, solis sc. ternis angulis; praecellunt ambo dodecagono, quia etiam in solido congruunt illi cum figuris aliis, quod non potest dodecagonus. At vicissim praecellit reliquis dodecagonus effabilitate areae, cum illorum areae sint mediales et sic ignobiliores; quae arearum differentia, ut jam modo dictum, redundat in congruentiae perfectionem. Sic etiam trigonus praecellit rursum hexagono, eo quod secum ipsa trigonica species in solido congruit varie gignitque tria corpora regularia; hexagonus tantum cum figuris aliis congruit. Ita pensatis inter se diversarum proprietatum ponderibus, congruentia, quae primum et praecipuum elementum est efficaciae, penes hos tres propemodum ad aequilibrium perducitur. In scibilitate primas tenet sexangulum, cujus latus effabile, secundas trigonus, occupat enim eundem cum tetragono gradum, habens latus effabile potentia, viliori tamen proportione; ultimus hic est dodecagonus, habens latus ineffabile. Verum scibilitas nec praecipuum est ad efficaciam argumentum, nec in figura praecipua, hoc est circumferentiali, consideratur, sed tantum in centrali minus praecipua. Quae si quid potest, trinum paulo reddit efficaciorem sextili, quia trinum format angulus hexagoni in centro; paulo minus utrisque efficacem semisextum, quem metitur angulus stellae dodecagonicae in centro. Est tamen ceteris sequentibus nobilior scientia semisexti, quia latus centralis figurae in ineffabilibus nobilissimae est speciei, sc. binominum, et in earum subdivisione duplici semper priores tenet, adeo ut cum socia sua, latere circumferentialis figurae, rectangulum effabile formet, quod est nota perfectionis pene absolutae; adeoque etiam cum trigono et hexagono hanc figuram scibilitate facit contendere, propter hanc pensationem ineffabilitatis suae, ponderosam admodum.

Propositio XIII. **Quartus in efficacitate configurationum gradus est quintilis, biquintilis et quincuncis.**

His enim communis est congruentia figurarum primariarum totarum in plano, non tamen singularum specierum secum ipsis, sed primarum duarum inter se mutuo, ultimae cum aliis sibi cognatis. Praecellunt duo priores aspectus eo, quod congruunt figurae, pentagonus et stella ejus etiam in solido faciuntque duas figuras solidas regulares, qua nobilitate pene associant aspectus suos trino et quadrato; stella dodecagonica in solido non congruit, at vicissim praecellit et dodecagonica congruentia plana, quam habet continuabilem in infinitum, cum illae non longe continuari possint sine mixtura irregulari. Vide haec omnia libro II.

Quod scibilitatem attinet laterum in figuris centralibus, hic etiam medio loco consistunt latera decagoni et tridecilis et dodecagoni, quae sunt hac in classe centrales, inter latus trigoni praecedentis et latera pentagoni stellaeque pentagonicae, centralium figurarum in classe sequenti. Nam libro I. demonstratum est, prius esse in scientia decagonicum latus pentagonico, tridecile stellari pentagonico. Itaque et scibilitas eodem ducit, quo et congruentia, per pr. 7, quae hujus potissimum demonstrationis causa fuit praemittenda, ne decilis vel tridecilis praeferrentur quintili et biquintili. Si vero quis missa figura centrali scibilitatem potius in circumferentiali quaerere velit, non minus quam congruentiam, etsi fatendum est, hoc pacto praelatum iri decilem quintili, tridecilem biquintili, at meminerit is, praecipuas esse partes congruentiae, ut ostendimus pr. 4. majus igitur est et plus ad efficacitatem potest, creare figuram solidam (quae est veluti idea quaedam mathematica efficacitatis physicae), quam latus habere perfectiori gradu scibile. Latus quidem dodecagoni hoc pacto confert aspectum suum in eandem classem cum subtensis decimae parti circuli tribusque decimis, quia contendunt inter se praestantia scibilitatis. Nam sicut sociantur inter se duae illae subtensae fitque minor majoris pars in proportione divina sectionis secundum extrema et medium, sic etiam latus dodecagoni et latus ejus stellae sociantur et hoc etiam respectu sectionis et compositionis alicujus, non tamen proportionalis. Et haec quidem biga posterior cadit in primam speciem ineffabilium, quae complectitur binomines et apotomas; at vicissim illa prior biga acquirit novam proprietatem sectionis secundum extrema et medium, ut videre est lib. I. Quare non tantum pensantur hi gradus, sed etiam praecellit nonnihil decanguli latus. Recte igitur

factum, quod aspectum quincuncem seu 150° cum quintili 72° et biquintili 144° eodem gradu locavi, prima tamen sede his data.

Propositio XIV. Quintus, ultimus et imbecillissimus aspectuum gradus est decilis et tridecilis, octilis et trioctilis.

Quintum locum feci decili et trideccili (Maestlinus semiquintilem et sesquiquintilem appellat), quos in Ephemeridibus hactenus omisi, quibus associavi octilem et trioctilem seu sequadrum et sesquadrum, quos calendariographi ex mea quidem suggestione et nonnulla Ptolemaei auctoritate, sed nimis calide et inconsiderate arripuerunt. Probandum igitur est utrumque, primum imbecilliores esse hos quatuor quintili et biquintili, deinde decilem et tridecilem fortiores octili et trioctili, parum admodum.

Cum igitur propositiones nostrae praecipuum ad efficaciam momentum collocent in congruentia figurae praecipuae, hoc est circumferentialis, manifestum est, pentagonum et stellam ejus congruere cum suae quamque speciei figuris ad solidum perfectum formandum, ut jam modo dictum, congruere etiam inter se pulchre ad planum sternendum. Decagonus vicissim et octogonus cum stellis suis, quaeque cum suae speciei aliis, in solido congruere non possunt. Congruunt quidem decagonus et octogonus, sed cum aliis non omnibus sui generis; stellae vero inchoant aliquam congruentiam in solido, at non absolvunt; etiam in plano ignobilior est earum congruentia, quia nec mutuas tradunt operas quaevis figura cum sua stella solitarie, ut pentagonus cum sua, sed cum illis suis stellis et octogonus cum tetragono in societatem veniunt congruentiae alienae, illamque quo minus continuari possit ipse decagonus impedit; stella etiam ejus hiulcam in mediis interceptis spatiis facit congruentiam. Octogonus vero et stella ejus alternis juvant continuationem congruentiae, admixtis quadratis, congruentia fit diversiformis. Ita pene pares sunt hae quatuor in congruentia plana, praesertim cum areas utraeque figurae habeant ineffabiles. At in scibilitate multum praecellit secta pentagonica. Primum si centrales figuras consideremus, quae sunt hic jam pentagonus et stella ejus, illarum quidem latera sub eandem speciem ineffabilium cadunt cum lateribus octogoni et stellae, existentia elasson et mizon; sin circumferentiales, quae hic sunt latera decagoni et stellae ejus, illa non tantum sunt ex specie nobiliori binominum et apotomarum, cum octogonicae lineae sint ex quarta specie, quae est mizonum et elassonum, sed acquirunt etiam omnia latera pentagonicae sectae nobilissimam proprietatem sectionis secundum extrema et medium, quae plane nihil attinet lineas octogonicas. Quodsi octogonica secta nonnihil praepollere visa est in congruentia, hic jam vicissim multo fortius deprimitur a pentagonica. Recte igitur utrasque, ut de praestantia contendentes, in unam classem redegi, praemissa tamen pentagonica. Consulatur de his identidem liber I.

Est et peculiaris praerogativa biquintilis prae tridecili et trioctili etiamque quincunce, quod stella pentagonica, primaria sc. illius figura, aptissimum et trigonici aemulum habet angulum; quia ut tres anguli trigoni, sic etiam quinque anguli stellae pentagonicae junctim utrinque aequantur duobus rectis, ut sic latera angulos formantia circuli arcus quaeque suos intercipiant, non vero bina et bina portionem aliquam circuli communiter, quod in stella octo, decem, duodecim radiorum, ob paris numeri conditionem, inque ceteris figuris primigeniis ob anguli magnitudinem fieri non potest.

Excussi omnes loculos, ut argumentis idoneis fidem facerem, ne nimius fiat numerus aspectuum, confusionem in experiundo pariturus; intra quadratum igitur et quintilem biquintilemque subsistendum esse nec ad eorum derivatos quatuor ultimi gradus utpote imbecillimos progrediendum, licet hos quoque prima propositio admittat. Si tamen ista non satisfaciunt et si tanta est primae propositionis dignitas, ut intercessio omnis sublata sit: age, cuique per me liberum esto, respicere ad hos etiam aspectus, praesertim iis temporibus, quibus ceteri omnes defuerint. Par enim est, super his quoque audiri testificantem experientiam, ut quae et ceteris primam fidem fecit ante rationes.

Propositio XV. Sunt aliquae configurationes, quae inter efficaces et non efficaces ambigunt; nimirum arcus 24° ex pentekaedecagono et 18° ex icosigono.

Nam scibiles sunt figurae, sed illa improprie, haec remoto gradu, ut libro I. prop. 44. demonstratum. Et congruae sunt, sed illa non omnibus angulis aequaliter, in eadem forma congruentiae; haec omnibus quidem angulis, sed congruentia plane non continuabili, quod ostensum libro II. prop. 29. Rudimentum igitur quoddam est efficacitatis et veluti conatus, at effectus vel nullus vel imperfectus.

Multas habent hac figurae stellas, illa quidem quinque, quarum latera subtendunt arcus circuli hos, 48°, 96°, 112°, 156°, 168°, hae vero quatuor, quarum latera subtendunt arcus circuli 54°, 126°, 162°, 171°. At cum hae stellae cavos habeant angulos, in quos non recipiuntur anguli alii congrui (sic ut in cavos angulos pentagonicae et decagonicae recipiuntur anguli pentagonici, in octogonicae angulus tetragoni, in dodecagonicae angulus trigoni), restat igitur iis sola acutorum, quos radios dicimus, congruentia: sunt igitur viliores ipsis suis primigeniis.

CAPUT VI.

Quae sit cognatio aspectibus cum consonantiis musicis in numero, et causis ejus.

Quibus occasionibus detectae sint configurationes efficaces auctusque earum numerus, non est hujus loci commemorare, pertinet enim hoc ad astrologiam egique de ea re ante annos 12 in libro de Stella Nova et Trigono Igneo cap. 8, 9, 10, ubi non tantum discrimen ingens ostendi inter aspectus et inter cetera commenta, vere vanitates astrologicas, sed etiam Joh. Pici Mirandulae Comitis rationes philosophicas, huic etiam astrologiae parti oppositas, solide ut opinor dissolvi, qua dissolvenda et refutanda fuerunt. Cumque ante novem annos Helisaeus Röslinus M. D. et philosophus non incelebris libro Teutonica lingua edito novam hanc philosophiam, ipse veteri astrologiae deditus, impugnandam sumsisset, itemque alius medicus, Philippus Feselius, in contrarium astrologiae capita promiscue omnia interque ea et doctrinam de configurationibus oppugnasset, ego utrique restiti, editis duobus libellis Teutonicis, quorum alteri titulus: *Responsio ad objecta Röslini*, alteri: *Tertius Interveniens.* Et in hoc quidem veritatem defendi aspectuum, in illo vero modum causae, quo aspectus sint efficaces, asserui. Itaque viri docti scriptis ad me literis testati sunt, nunc demum astrologos a me puriorem philosophiam doceri. In omnibus libellis cognationis memini, quae musicis consonantiis intercedat cum aspectibus, sed in primo adhuc haesi circa numerum aspectuum, quosdam spurios vel certe imbecilles observans inter praecipuos, quosdam fortiores penitus negligens, in Teutonicis vero coepi hos defectus speculationis meae detegere, quod paulo pleniori declaratione, loco sic postulante, repetendum censui nuper in prolegomenis Ephemeridum, fol. 33, 34, 35, 36.[15]) Quae vero ibi loci propter institutam brevitatem explicari fusius non potuerunt, ea jam hic, ordine sic ferente, supplebo. Axioma, quod anno 1606. usurpatum, loco citato Ephemeridum sumsi examinandum et refutandum, hoc erat: *Creatorem Deum aut ex harmon.is cantus infra octavam, libro III. descriptis, desumsisse leges ordinandorum aspectuum, aut ad coelestes aspectus attemperasse aures hominis, concordantiarum illarum judices.* Hoc axioma si verum undiquaque esset, oporteret esse totidem numero aspectus, quot sunt concordantiae usque ad diapason. Nam sextilis respondet tertiae molli, quintilis tertiae durae, quadratus diatessaron, trinus

diapente, sesquadrus sextae molli, biquintilis sextae durae, oppositus diapason; quia si auferas a chorda tota tantam portionem, quantam portionem de circulo aufert quilibet aspectus, residuum chordae facit cum tota illam consonantiam, quae hic cuilibet aspectui est adscripta. Cum igitur numerus iste septenarius concordantiarum, seu potius sectionum harmonicarum, quas singulas singulae concordantiae infra diapason insequuntur, certus sit et demonstrativus, non minus quam est in geometria numerus quinarius corporum regularium, ut libro III. cap. 2. patuit: esset igitur ratio demonstrandi numerum aspectuum facilis et expedita per susceptum hoc axioma, nec fuisset opus operoso isto novorum axiomatum libri IV. apparatu.

Et sane si observationes meteorologicae huic septenario aspectuum fuissent astipulatae ex asse, acquievissem ego in supra posito axiomate, nec de iis, quae ex rationum harmonicarum ortu exque metaphysicae causae consideratione poterant objici, valde fuissem sollicitus. Sed quia crebro deprehensum est, naturam sublunarem stimulari etiam a semisexto, qui duodecimam partem circuli intercipit, cum tamen, ablata portione duodecima de chorda, residuum partium undecim non consonet cum tota, et quia infidae deprehensae sunt exstimulationes tempestatum per sesquadrum, qui dispungit tres octavas circuli, cum tamen, ablatis tribus octavis de chorda, residuum 5 octavarum omnino consonet cum tota 8, hinc orta mihi fuit necessitas, causas dissensus et diversitatis hujus hoc IV. libro rimandi profundius. Quod etsi recte peractum et causas clarissimas erutas existimo, summam tamen disputationis totius iterato inculcare non nocuerit, cum id requirat instituta hoc loco explicatio eorum, quae in praeambulo Ephemeridis concisius sunt dicta.

Causa igitur, cur non, quot sunt in musica sectiones harmonicae, totidem etiam sint aspectus, uti usque ad annum 1608. credideram, est haec, *quia musica septenarii sui principia nonnulla ex ipsa rectitudine chordae trahit, cum circulus, in quo notamus aspectus, in se ipsum redeat, nec possit ut ex chordae sic etiam ex zodiaci residuo fieri circulus alius.* Verba sunt dictorum prolegomenon fol. 35, quae sic explicanda sunt. Nam ut cap. 4. hujus dictum, aliter oriuntur sectiones harmonicae, aliter aspectus, licet ex eodem circulo oriantur utrique. Nam libro III. sic comparata sunt axiomata, ut quaelibet chorda chordaeque pars, seu longa seu brevis, possit iterum comparari toti circulo, non minus quam tota seu longissima chorda eidem circulo comparabatur; at hoc libro IV. non potuit arcus circuli, seu major semicirculo seu minor, comparari toti. Dicam clarius: quotcunque modis circulus dividitur demonstrative, omnes illi modi possunt transferri in lineam rectam, hoc est chordam ejusque partem quamcunque. At non sic divisio circuli totius demonstrativa, verbi causa in tria aut in quinque, potest ideo etiam in arcum ejus quemcunque transferri, quod satis est demonstratum in propositionibus ultimis libri primi. Causa est in figura: recta enim manet recta, sive truncetur sive prolongetur; at circulus truncatus non manet circulus. Datur igitur sectio proportionalis binarum quarumcunque rectarum, datur et binorum quorumcunque circulorum, sed non datur binorum quorumcunque arcuum unius circuli. Haec sic ad propositum accommodantur: si dividatur chorda in partes octo, divisione sc. circuli demonstrativa, una octava consonat cum tota, consonant et tres octavae, propterea, quia una octava circuli demonstrative rescindi potest, ut et tres octavae. Eadem demonstrativa determinatio est etiam inter causas, cur octilis et trioctilis sint efficaces. At hoc est discrimen, quod illic nondum est constituta sectio harmonica, nisi etiam

residuum, septem octavae et quinque octavae, consonent tam cum tota, partium octo, quam etiam cum partibus rescissis, 7 cum 1 et 5 cum 3. Atqui demonstrativa determinatio partis 1 et partium 3 non dat illarum residuis 7 et 5, ut sint et ipsae consonae, nam 5 quidem est consona, 7 vero est dissona. Itaque sectio totius 8 in 5 et 3 est harmonica, in 7 et 1 non est harmonica. Unde igitur habet residuum 5 suam consonantiam cum tota 8, residuum 7 suam ab illa dissonantiam? Nimirum inde, quia circulus in 5 divisus habet subtensam duabus quintis, demonstrativam; unde est, quod chorda in quinque divisa (ut hic pars proposita de chorda 8) consonat cum parte, quae est 2 portiones longa; quare etiam cum 4 et 8, quae sunt cum 2 in proportione continue dupla. Contra circulus in 7 divisus non facit chordam unius septimae portionis demonstrativam, quare residuum illud chordae, quod habet 7, dissonat ab 1 et sic etiam a 2, 4, 8. Ecce ut sectio harmonica totius 8 in 3, 5 unam tantum consonantiam habeat ex octogono, alteram vero ex pentagono, quin et tertiam habet ex alia figura, sc. ex decagono. Non consonaret enim pars 3 cum residuo 5, nisi consonaret antea cum ejus duplo 10; idque ideo, quia circulo in 10 diviso, subtensa tribus decimis est demonstrativa. Haec vero copulatio plurium figurarum locum non habet in circulo ejusque partibus. Nam si primo scripseris in toto circulo octangulum regulare, posito, quod possis arcum, qui habet tres octavas, dividere in quinque (quanquam impossibile est, ut id fiat demonstrative), certe quinquangulum illi inscribi ad divisiones factas non poterit; fieret enim et irregularissimum, et potius sexangulum, cum arcus habeat duos terminos ante sui divisionem. Cum ergo ingens sit diversitas residuorum, hinc chordae, inde circuli, patet, quod nisi a circulo progrediamur etiam ad lineam rectam, residui ratio haberi nulla possit. Atqui aspectus est angulus, cujus mensura non est aliqua recta, sed arcus circuli, ex concursus radiorum puncto descriptus; non metitur ergo circulus aspectum, nón format eum, non efficacem reddit ratione residui, sed tantum ratione arcus ab aspectu intercepti. Si non ratione residui, non igitur ratione sectionis harmonicae chordae, ex illa divisione circuli ortae, quia sectio harmonica sine residuo definiri non potest.*) Et sic profligatum est axioma illud, quod proportiones harmonicae cantus sint aspectuum causae. Nec sequitur: respondet trioctilis seu sesquadrus sectioni harmonicae, quae gignit tertiam mollem, et est efficax, ergo ejus efficacia est a sectione harmonica circuli, ut talis. Sed hoc verum est, *magnam*, ut habent prolegomena dicta, *cognationem esse harmoniis cum aspectibus, eundem utrique generi originem ex figuris nobilibus, circulo inscriptilibus,* id est, demonstrativam scibilitatem subtensae trium octavarum circuli inter elementa esse, ex quibus et harmonica sectio in musica, et aspectus efficax in physica constituitur. Loquor autem ex hypothesi, quasi sola scibilitas figurae sufficeret ad efficaciam, sicut sufficit ad simplicem partis consonantiam cum toto. Nam si accurate agamus, etiam illud discrimen est, quod in consonantiis quidem plurimum valet scibilitas, in aspectibus vero congruentia figurarum praecellit, estque semiquadrus et sesquadrus efficax non tantum, quia latus octogoni et stellae scibile, sed etiam et maxime, quia octogonus et stella ejus sunt figurae congruae.

---

*) Eodem ex fundamento etiam sic ratiocinabimur: aspectus est angulus, quem metitur arcus semicirculo minor; residuum est majus semicirculo, nullum igitur metitur angulum, nullum aspectum; quare residuum non consideratur in constitutione aspectuum. At consideratur in constitutione sectionis harmonicae. Non igitur cohaerent inter se sectio chordae harmonica, quae residuo utitur, et sectio zodiaci efficax, quae non utitur.

Haec adeo causa est, cur dodecagonus potissimum gignat aspectum validum, at non gignat sectionem harmonicam, id est consonantiam triplicem, licet gignat simplicem. Nam residuum 11, ablata duodecima, impedit sectionem harmonicam, non impedit efficacitatem partis duodecimae. Sed de hoc jam paulo post plura dicam.

Nam ut vera, mathematica et causalis existat comparatio concordantiarum cum aspectibus, plane evertendum est axioma, quippe quod non tantum est insufficiens, sed etiam veritati e diametro contrarium. Nullus enim aspectus proprie respondet ulli concordantiae minori, praeterquam oppositus concordantiae diapason, sed respondent singuli concordantiis majoribus, minorum sociis, ex triga sectionis uniuscujusque. Nimirum aspectus quidem definiuntur segmentis circuli iisdem, quibus et majores concordantiae, minores vero concordantiae circuli residuis. Verbi causa, trigonus aspectus non respondet concordantiae diapente, sed diapason epidiapente; quadratus non respondet diatessaron, sed disdiapason; quintilis non tertiae durae, sed compositae ex hac et ex disdiapason; sextilis non tertiae molli, sed disdiapason epidiapente; biquintilis non sextae durae, ut supra opinabamur, sed compositae ex tertia dura et ex diapason; sesquadrus non sextae molli, sed compositae ex diatessaron et ex diapason, ut patet ex eadem utrinque proportione partis ad totum.

In hac igitur correspondentia nullus occurreret finis aspectuum, cum majores concordantiae infinitae sint; et qui hac sola causa nituntur, ex qua stabiliant semiquadrum aspectum, quia nimirum ille respondet concordantiae trisdiapason, excusationem nullam habent, quin et decilem recipiant et tridecilem et vigintilem et plurimos alios, quos tamen rejiciunt; respondent enim et hi suis concordantiis majoribus, quae toties accumulant unam octavam ulterius, quoties divisio circuli duplicat numerum portionum.

Quid igitur est illud, quod metam ponit numero aspectuum? et cur nullus semiquadratus vel octilis, nullus decilis vel tridecilis, nisi tantum post principia, introducitur? cur sesquadrus musica cognatione nobilitatus vel omittitur vel vilis habetur, semisextus, in musica peregrinus, non inseritur tantum, sed et inter primos ostentatur? Quia non musica format aspectus, sed geometria utrumque genus, aliis tamen legibus illam, aliis hos. Est enim et harmonicum in musica, et efficax in meteoris, quicquid est a figura nobili, quae singularia aliqua habet in geometria privilegia. Sed sunt diversae veluti gentes, meteorologia et musica, ex eadem patria geometria oriundae, quarum altera, hoc est proportiones harmonicae lib. III, patriam quidem circulum fatebantur eique suam originem ferebant acceptam, non minus quam hic aspectus, sed tamen illae egressae velut ex circulo, coloniam propriam deduxerunt suisque legibus degentes sese propagarunt; aspectus intra circulum patriam suam manentes, legibus non aliis utuntur, quam quas circuli rotunditas ipsis praescribit, desumtas ex figuris planis regularibus congruis et circulo inscriptis.*)

Nam in musica septemviratus ille sectionum constituitur ex matrimoniis certis, accensitis etiam feminis. Verbi causa, subtensa tribus octavis seu stella octangularis ex civibus quidem est in geometria et classe figurarum regularium, at praecipuae nobilitatis non est. In musica vero arcus ejus (tres octavae circuli) locum est nactus, quia natus est ex connubio, quo ple-

*) Hinc corrige libro de Stella Nova, cap. IX. fol. 38 et 40 (II. 644), quippe ex hoc libro, quem ibi fol. 41 (645) vides promissum. Hinc etiam supple in meo Tertio Interveniente numerum LIX sub finem. (I. 602.)

beia femina, cui nomen est residuum (sc. tres quartae circuli) juncta erat patricio (parti sc. quartae circuli), cujus nobilitas in geometria est ex tetragono. Nam ex hac matre (tribus quartis) per generationem musicam (per additionem unius diapason) nata est pars, tres octavae, cui, salvo honore senatorio, licet jam ducere aliam plebeiam, cui nomen quinque octavae, cujus ortus eadem est conditio; nam mater illi quoque residuum, scilicet quatuor quintarum, pater patricius, una quinta, cujus nobilitas geometrica est ex quinquangulo. Duodecima vero circuli pars, etsi jus civitatis habet in musica, cum ejus subtensa sit in geometria praecipuae nobilitatis, tam sua virtute partae (ob congruentiam) quam a parentibus acceptae (sunt enim figurae nobiles sexangulum et triangulum, ex quarum laterum duplicatione est dodecagonus, praestantior illis ob aream effabilem), at quia haec pars duodecima uxorem habet, undecim duodecimarum residuum, quae in musica adeoque et in geometria peregrinae est originis, genus ad undecangulum referens, figuram non demonstrabilem, eoque civitatis jus adipisci non potest: nullum igitur maritus in musica jus habet septemviratus ad constituendum numerum divisionum monochordi. Contra in meteorologia mos est alius. Nam ut quisque ipse nobilis seu ortu seu meritis (scibilitate sc. aut congruentia), ita plurimum valet auctoritate, reliqui volitant velut umbrae; feminarum ratio habetur nulla. Hic igitur octilis vel sesquadrus et sequadrus, posthabito suo jure in musica, quia subtensas habent ignobiles, sunt de populo, cujus potestas nulla, nisi per absentiam magistratuum, urgente mole negotiorum. Hoc est, si diu nulli essent aspectus primarii, facerent fortassis aliquid etiam hi aspectus, praesertim si Terra humore plena sit, quo casu se ipsam exonerat quandoque sine omni configurationum stimulo. At quia plerumque praesto sunt primarii, natura sublunaris ab iis fatigata non sentit stimulos hos minores. Decilis vero et tridecilis, ex illustri quidem sunt familia, divisionis circuli denariae, quae utitur proportione divina, genus tamen suum factis non illustrarunt (quia in solido non omnimode congruunt), nec capita sunt familiae, et si quid etiam possunt (congruentes aliquatenus in plano etiamque cum aliis in solido), id omne praeripitur ipsis ab optimatibus ex aliis familiis, aut offuscatur eorum gloria splendore majori. Nam si natura per aspectum 30° satis fuit exercita, Terra satis per illum exhausta, parum relinquitur aspectui vicino 36° imbecilliori, quod operetur. Semisexto denique 30° nobilitas est praecellens ex dodecagono, et scibili et congruo eximie, nec connubium peregrinum, quod in musica praestruxerat illi aditum ad honores, in meteorologia ullatenus obstat. Post hunc dodecagonum quae sequuntur figurae, tam in tribus secretis familiis, tetragonica, trigonica, pentagonica, quam in mixtura quindenaria, praeterquam quod omnes jam sunt nobilitatis inferioris, nulla etiam plane habent merita propria (congruentiae); itaque lege civitatis inviolabili honoribus et potestate constituendi aspectus arcentur.

Ex his apparet id, quod in prolegomenis Ephemeridum dixi, *in aspectuum constitutione valere causas diversas earumque concursum, et naturam habere delectum eorum, qui pluribus sunt instructi praerogativis, et semisexto quaedam jura esse communia cum quadrato*, nimirum effabilitatem areae in figura; *quaedam cum sextili*, sc. multifariam congruentiam in plano; *quibus junctis copiis semisextus* quodammodo *potentior evadit ipso sextili*, quatenus nimirum potior est dodecagonicae areae effabilitas effabilitate lateris hexagonici, quia illam sequitur perfectior in plano congruentia. Etsi hoc libro IV. semisextum ego sequi jussi sextilem, sed eodem in gradu.

Trinum etiam et quadratum et quintilem et biquintilem prolegomena Ephemeridis faciunt *aequales in prima et validissima causa*, puta congruentiae purae in solido, ad constituendas figuras solidas regulares; *trinum et quadratum* dixi *addere causam secundam, non multo leviorem,* intellige congruentiam puram figurarum in plano. Haec quidem etiam sextili communis est, verum eam ille non addit primae, sed separatam ab illa possidet. Quemadmodum *quadratus et tertiam causam addere* perhibetur, puta effabilitatem plani, non quod ea non etiam semisextus participet, sed quia, quae sunt in ceteris singulae, illae in quadrato cumulantur, ut fiat omnium potentissimus.

Sic in colligendis suffragiis pro sextili *aliquam nobilitatem ei communem cum opposito esse* dixi, effabilitatem innuens lateris figurae, quia est dimidium diametri circuli. Rursum eidem *aliqua nobilitas est communis cum trino et quadrato,* nimirum congruentia pura in plano, de qua prius. Nam *ejus aliqua solum particula*, hoc est congruentia cum aliarum specierum figuris, *competit semisexto et ceteris ignobilioribus. In hac vero* congruentiae *particula primum gradum obtinent semisexti et octilis* figurae, cui posset associari etiam semisexti stella, quia congruentia, quam inchoant, continuabilis est, sine mixtura formarum diversarum; secundum gradum habent quintilis et biquintilis, nisi quod iidem nobiliorem habent congruentiam in solido; item trioctilis, decilis et tridecilis, quia eorum figurae continuant quidem congruentiam, sed non sine mixtione diversarum formarum; et omnes istae congruunt quadamtenus etiam in solido secundum magis et minus, excepta quincuncis stella dodecagonica, quae ideo in tertium gradum refertur, cui etiam sesquadrus, seu octogoni stella adjungi potest, propter obscuritatem scientiae.

Extendi quidem gradus etiam ulterius, ad vigintilem et quindecilem, hoc est ad figuras 15 et 20 angulorum, quibus quartum gradum (in dicta congruentiae particula sola) dedi: causam continet nostra pr. 3. hujus libri. Stellis vero earum quintus gradus fuit assignatus, quia scibilitate pares sunt figuris suis primaevis, congruentia longissime posteriores, ut quae tantum eorum angulos singulos attinet. Verum id non erat necesse ut facerem, cum ne quidem ad tertium gradum usque gignantur aspectus plane indubii, possimusque speciose metam figere pullulantibus aspectibus in solidi congruentia et in perfecta lateris vel plani effabilitate. Quare potius ex finibus librorum I. et II. petantur gradus nobilitatis figurarum, ex quibus hoc libro distincti sunt gradus aspectuum.

CAPUT VII.

Epilogus, de natura sublunari facultatibusque animae inferioribus, praesertim iis, quibus Astrologia nititur.

Multa de hac contemplatione capite secundo, multa toto hoc libro IV, nonnulla etiam libro III. sunt dicta, et ante annum in prolegomenis Ephemeridum inque Epitomes Astronomiae Copernicanae libro I. fol. 125, rursum anno 1610, in Tertio Interveniente, numeris a 40 in 43, et a 59 in 72 et 113 etc. inque responsione ad objecta Röslini (I. 582 ss., 599 ss., 630.); et anno 1606. in libro de Stella Nova, cap. VIII. IX. X. et XXIV. XXVIII. praesertim a fol. 171. in 175. (II. 719 ss.) et anno 1604. in Astronomiae parte Optica fol. 26, 27 et fol. 224. (II. 143 s. 270.) Nam prognostica, quibus de funda-

mentis astrologiae certioribus subinde vel praefatus vel interfatus sum, consulto praetereo, ut quae non late sparsa sunt.

Cum autem celeberrimis nonnullis philosophiae et medicinae professoribus visus sim novam philosophiam condere eamque verissimam, omni cura fovenda et educanda est tenella plantula, ut sunt nova omnia, ut radices agat in animis philosophantium, neque suffocetur humore nimio vanarum sophisticationum, neve vulgatarum opinionum torrentibus eluatur, aut negligentiae publicae frigoribus obrigescat: quod si mihi cavere contigerit, non ego illi a ventis calumniarum, ne frangatur, non a solidae censurae Sole, ne exuratur, quicquam metuo.

Cum igitur cap. 1. animae quidem tetigerim essentiam, sed propter solas harmonias, cum secundum caput non ex professo de anima sit, sed de harmoniis propter animam: lubet nunc jam hoc capite disserere de anima propter se ipsam paulo generalius, lubet ex epilogo syllogum facere omnium, quae ad praesentem materiam spectant, quaeque sparsim, quae obiter, quae latenter dicta, hic sub unum aspectum referre totamque rei naturam continuo orationis filo explicare.

Esse aliquam totius universi animam, praefectam motibus astrorum, generationi elementorum, conservationi animantum et stirpium, denique sympathiae superiorum inferiorumque mutuae, Timaeus Locrensis ex Pythagoricis placitis apud Platonem defendit, Proclus vero cum alias, tum praesertim verbis in cap. 1. hujus libri IV. transscriptis, stabilivit. Hanc diversam a mente fecerunt, et quod mens simplex esset, anima ista multiplex facultatibus, et quod ideae omnium sensilium in mente inessent primo per se, purae et identicae, in anima secundario propter mentem et ab ea acceptae, magis ad materiam inclinantes; unde et nominum distinctione usi, intellectuales quidem vel mentales paradigmata appellarunt, animales vero paradigmatum illorum icones. Summa eo redit, ut Christianus aliquis facillime pro mente Platonica Deum creatorem, pro anima naturam rerum intelligere possit.

Quibus illi potissimum ventis contemplationis agitati ad haec dogmata appulerint, aliis relinquo excutiendum, ego de me ipso dicam. Et primum quidem de anima totius universi etsi non repugno, nihil tamen hoc libro IV. dicam: videtur enim (si est talis aliqua) in centro mundi, quod mihi Sol est, residere, indeque in omnem ejus amplitudinem commercio radiorum lucis, qui sint loco spirituum in corpore animali, propagari. (Vide Epilogum lib. V.) De natura vero, quae praeest elementis quamque usitato epitheto sublunarem appello, jam a viginti annis ego non dissimilia statuere coepi; motus vero sum ad hoc non lectione vel admiratione Platonicorum, sed sola et unica tempestatum observatione aspectuumque, quibus illae cientur, contemplatione. Vidi enim, magna constantia turbari statum aëris, quoties planetae vel conjungerentur, vel aspectibus, vulgo astrologorum celebratis, configurarentur; vidi tranquillitatem plerunque esse in aëre, si nulli vel si pauci inciderent aspectus, vel si celeriter conficerentur transigerenturque. Hoc vero negotium ego non ita leviter considerandum esse censui, uti vulgus prognostarum solet, qui sic describunt siderum apotelesmata, ac si illa Dii quidam essent, coeli terraeque potentes omniaque ex arbitrio agentes, securissimi, quo medio illa unumquodque perficiant apud nos in Terris, cum ipsa in coelo maneant, nec quicquam, quod sensibus pateat, ad nos praeter radios lucidos demittant. Haec praecipua scaturigo est foedissimarum superstitionum astrologicarum. At non valde prognostas miror, genus hominum plerumque populare, puerile

et somniatorium; magis increpandi videntur philosophiae professores celebres, qui cum recipiant hoc ab Aristotele suo, vitam animantum plantarumque foveri virtute Solis, non perpendunt, percipi ergo ab illis creaturis virtutem Solis. Iners omnino et somnolenta philosophia, quae patitur Solem in haec inferiora agere, ut statuarius agit in materiam exanimem, cum sculpra Soli et caela et dolabrae desint et omnia instrumenta corporea. Quanto vigilantior philosophis hisce poëta Virgilius, quanto et sapientior? qui ne pluviis quidem, quae sunt tamen et ipsae pars materiae, transscribit omnia, sed Terrae sinus comparat *gremio conjugis* et quidem *laetae*, hoc est percipientis, quid sibi fiat, cum voluptate motuque idoneo maritum adjuvantis, quae omnia vitae sunt indicia animamque supponunt in corpore patienti. Nec enim facile fuerit Soli, militibus idoneis destituto, invadere arcem hanc viscerum Terrae, nisi concurrat anima qualiscunque, sedens intus, cum hoste colludens eique portas aperiens. Videas, laborare hujus considerationis neglectu ceu veterno quodam plerosque, qui vel minimum astrologiae tribuunt; adeo quidem, ut cum exorirer ego, qui modum demonstrabam, quo sequeretur ex aspectu mutatio tempestatum, existeret vir celeber, qui ut me refutaret magna asseveratione contendebat, pluviarum materiam (quod supra fol. 235 in vulgo etiam ridebamus) coelestem esse, neque tamen, ne sic quidem, docebat, quo pacto fiat, ut cum semper in Terra coëant planetarum radii, pluviae tunc potius decidant, si radii binorum planetarum faciant angulum 60°, quam si 59° aut 61°.

Ego vero ante omnia Jo. Pici Mirandulae Comitis libros XIV. contra astrologiam mihi legendos censui rationesque, quas is cuique capiti opponeret, excutiendas; qua re factum, ut non tantum confirmarer in damnatione plurimarum superstitionum, sed etiam in quibusdam nova mihi lux oriretur, dum vim objectionum ingenii contentione discutiens rem ipsam penitius introspiciebam. Denique fecit liber ille refutando nonnulla, ut iis ego fidem adhiberem, quibus antea ut fidem derogarem, astrologi defendendo effecerant. Sic fuit cum aspectibus. Cum enim ex una parte respicerem ad constantissimam experientiam, non quidem nivibus, aut ventis, aut tonitrubus aliisque, quae praedicere solent astrologi, sic in specie inhians, sed generaliter animadvertens, statum aëris quocunque modo commoveri, si essent aspectus, verbi causa, si essent conjuncti Mars et Jupiter, quiescere, si non essent;*) ex altera vero parte Mirandulanum audirem, quaerentem: quare potius credat, Jovem et Martem, cum videntur simul esse, majora facere, quam cum sunt separati? quippe conjunctione non augeri lumina, quantum enim possederant separati, tantum afferre in congressum, quodsi diversarum qualitatum planetae coirent, videri alterum ab altero potius impediri; hic inquam ego responsionem quaerens, ut aspectus tuerer, ad quos meteora sequi videbam, primum illos ut causam, deinde haec ut effectum diligentius considerare coepi. Aspectus enim forma, quae ex configuratione vel angulatione promiscua aspectum facit, quantitas qualitativa erat, imo relatio talium quantitatum erat, ens sc. rationis. Ut igitur commoveret aërem, oportebat, ut rationem aliquam prius moveret, quae vel aërem, vel id, quo is turbatur, in potestate habet. Simul ob oculos versabatur comparatio aspectuum cum concordantiis musicis, a Ptolemaeo tradita, a Cardano explicata, a Mirandulano vero nimis temere explosa, qua analogia plurimum sum adjutus in causarum indagatione. Nam pleraque,

*) Cave ambiguitátem. Ad effectus meteoros generaliter concurrunt aspectus inter causas; at aliquam longam partem anni ejusque qualitatem continuam et generalem aspectus quotidiani non causantur, sed agunt in dies tantum singulos, in quos incidunt. Vide infra.

quae Mirandulanus aspectibus opponebat, opponi posse videbam et contemperationi duarum vocum. Nihil sane efficit ne sonorum quidem duorum tripla proportio vel sesquialtera, causa acuminis, et tamen grati sunt soni, si sunt in tripla vel sesquialtera, contra abhorrent, si sunt in septupla vel sesquisexta. Cum igitur rationalem oporteat esse rem, quae triplam a septupla dijudicat, animam sc. auditui praefectam, oportebit et in radiationum negotio rationalem esse creaturam, quae discernit inter 60 graduum interque 59 vel 61 subtensas, sive illa discursu ad hoc utatur, ut homo intelligens geometriam, seu a solo instinctu concreato id habeat, ut formae plantarum, quae numerum certum foliorum inde a rerum ortu sibi creditum custodiunt semperque architectantur. Nulla hic vis est mixtionis, velut ad mensuras medicas exactae, nulla corporis instrumentorum; nec delectant soni animantve radii, quia sic sunt contemperati, ut cum calidae frigida miscetur, quoad resultet qualitas, corpori loturo respondens, nam in talibus mixturis optima temperatura esse solet unica, ceterae illi omnes secundum magis et minus appropinquant. At inter configurationes interque sonorum intervalla plures sunt metae, et in solis his metis est ratio hinc consonantiarum, inde aspectuum; ab iis metis si vel parum digrediaris, jam statim periit ratio in solidum. Ut primum enim Sol, verbi causa, Saturni quadratum superavit, jam omnis naturae exstimulatio deferbuit cessatque per triginta dies totos (quoad Saturni quidem et Solis radios) eousque dum Sol ad trinum Saturni venerit, tunc iterum incitantur tempestates unico die cessantque iterum, illo transmisso. Tales non sunt alterationes corporum, ut quae tempus omne ab initio ad finem occupant, nunquam intermittentes, sed cum augmento causae cumque tempore crescentes, iterumque diminuta illa remittentes. Uno verbo, sicut se habet linea ad numerum, sic vulgo notae corporeae commotiones se habent ad hos configurationum stimulos. Quae si quis diligenter perpendit, nulla is difficultate secum concludere poterit, ut numerum, sic has quoque commotiones momentaneas, ab aspectu, rationis ente, profectas, non corporis esse, sed animalium facultatum, animam itaque esse oportere, quae ab aspectu admonita et velut excitata cieat meteora et tempestates.

Quae vero aut cujusmodi haec esset anima, potissimum ab ejus sede in mundo colligere potui. Cum enim aspectus, ad quos moventur tempestates, sint anguli duorum radiorum, non ii, qui in uno vel altero se mutuo adspicientium planetarum, non qui in Sole, quantitatis longissime diversae, sed qui hic in Terra formantur, neque planetae ipsi habeant notitiam angulorum, quos illorum radii hic in Terra formant, nisi illos astronomos faciamus: sequitur igitur, ut anima, quae ad praescriptum aspectuum ciet aërem, hic in Terris sit. Cumque vis illa, comitans aspectus, per totum orbem Terrarum sentiatur, anima illa aeque late fusa erit; et cum materia pluviarum, ventorum, nebularum, tonitruum, chasmatum, quae tempore aspectuum eliciuntur, sit vapor humidus vel spiritus, alius siccus et igneus, ex Terra ebulliens et exhalans (nam cur hic solum Aristotelem audiat philosophus, spreto Rodolpho Agricola, imo agricolis omnibus suisque adeo propriis sensibus? cum quotidie videat, ingruentibus pluviis montium cacumina nebularum vim magnam evomere), erit igitur anima ista non in superficie tantummodo Telluris, sed intus etiam in cavernis subterraneis, in meatibus montium; denique Terrae globus tale corpus erit, quale est alicujus animalis, quodque animali est sua anima, hoc erit Telluri haec, quam quaerimus, natura sublunaris, quae ad praesentiam aspectuum movet tempestates.

Hic valde me confirmavit id ipsum, quod alium aliquem absterrere potuit, scilicet quod non semper ad amussim respondent commotiones tempestatum aspectibus; sed Terra subinde segnis videtur et contumax, alio tempore (scilicet post graves et diuturnas configurationes) exacerbata, indulget evaporationibus, etiam sine aspectuum continuatione. Non est quippe Terra animal tale, quale canis, ad omnem nutum promptum, sed tale, quale bos aut elephas, tardum ad iram tantoque violentius, cum excanduit.

Quae analogia cum succederet effecit, ut eandem ulterius prosequerer, comparans etiam corpora animantum cum corpore Terrae: videbam pleraque omnia, quae ex corpore animantis provenientia testantur animam in illo inesse, provenire etiam ex Telluris corpore. Ut enim corpus in cutis superficie pilos, sic Terra plantas arboresque profert inque iis ibi pediculi, hic erucae, cicadae variaque insecta et monstra marina nascuntur; et ut corpus lacrymas, blennam auriumque recrementa, est ubi et gummi ex faciei pustulis, sic Tellus electrum, bitumen; utque vesica urinam, sic montes flumina fundunt; et ut corpus excrementum sulphurei odoris crepitusque, qui etiam inflammari possunt, sic Terra sulphur, ignes subterraneos, tonitrua, fulgura: utque in venis animantis generatur sanguis et cum eo sudor, extra corpus ejectus, sic in venis Terrae metalla et fossilia vaporque pluvius.

Oportet igitur, ut sicut animantia reliqua cibum potumque hauriunt, sic etiam Tellus canalibus certis aliquid materiae trahat, ex qua illa tam multiplicia excoquat, quia ex nihilo nihil fit; trahit autem sorbetque aquam marinam, quae causa est, cur aeternis tot fluminum infusionibus mare nunquam redundet. Hic quam absurdi sint, qui metalla solius Solis operationi tribuunt citra Telluris operam, ex antedictis colligere potes.

Respondi etiam in libro de Stella Nova ad vulgarem illam objectionem, quod Terra, si animam haberet, etiam crescere debere videatur membraque motui apta habere. Nam prout corpus est, pro eo et anima respondet facultatesque ejus; cum haec anima sit ob Terrae corpus, non vero hoc corpus sic sit ob animam, sicut corpus hominis est ob mentem, principem animae facultatem: si igitur incrementis Terra opus habuisset, si pastu alio, quam dixi, velut ex venatu, fuissent et ista munia huic animae commissa et idonea instrumenta data; quae Socratis morituri philosophia fuit in Phaedone, omnia menti gubernatrici, omnia deliberationi de eo, quod optimum, tribuens. Itaque si quis argumentetur: quatuor solas esse facultates animae, quarum nulla huic animae Terrenae competat, non esse ergo aliquam in Terra animam, hunc ego jubebo hanc quintam ad numerum addere, eodem exemplo iisdemque argumentandi legibus, quibus illae numero quatuor, in homine scilicet, inventae sunt.

Ut autem Terrae tanto confidentius animam tribuerem, moverunt me etiam alia, quae, passim per libros meos ceteros inculcata, in Epitome Astronomiae Copernicanae fol. 125. fasciculo collegi, praecipue hoc, quod formatrix facultas est in visceribus Terrae, quae feminae praegnantis more occursantes foris res humanas, veluti eas videret, in fissilibus lapidibus exprimit, ut militum, monarchorum, pontificum, regum et quicquid in ore hominum est, novos insolentesque habitus. Hoc quidem rarius, illud perpetuo, quod in gemmis et fossilibus exprimit quinque corpora regularia geometrica: nam de opifice testatur opus. Quibus addat, qui Copernicum sequitur, volutionem globi Telluris diurnam, perpetuam et aequabilissimam, quam inter hujus animae munia rectissime accensebit.

Quid quod et sensus quidam vel tactus vel auditus Telluris globo inesse videtur, argumento hoc, quod constanti plurimarum provinciarum traditione confirmatur, si quis in altissimorum montium cacumina enisus, lapillum in hiatus, quos habent illi profundissimos, conjiciat, unde solet excitari sonitus, aut si in lacum montanum (qui procul dubio et ipsi fundo carent), e vestigio tempestates excitari. Sic enim et animalia, si quis in teneros aurium nariumve meatus titillans aliquid inserat, horrore correpta caput quassant aut in cursus se praecipitant.

Sunt et sui certis Telluris tractibus languores et internae viscerum vicissitudines; interdum enim humore nimio abundant, interdum cruditate aut concoctionis imperfectione laborant, quando loco pluviarum tempestivarum meri venti proveniunt, interdum veluti causa correpta nihil humoris, sed pro eo sulphureos halitus aut madores pestilentes exsudant. Itaque non injuria in libro de Nova Stella fol. 173. (II. 721.) omnes concoctionis facultates, attractricem, retentricem, epultricem, in illa quaerendas admonui, quippe harum affectiones sunt morbi illi.

Quid vero similius est respirationis animalium terrestrium et imprimis reciprocationis illius piscium, dum sorbent aquas ore exprimuntque vicissim per branchias, quam ille mirabilis fluxus et refluxus oceani semidiurnus, qui etsi ad Lunae motus se accommodat, sic ut probabile mihi sit visum in praefatione Commentariorum Martis, undas a Luna trahi, ut ferrum a magnete, virtute corporea unitionis corporum, quod et nuper in prolegomenis Ephemeridum, quo loco Davidis Fabricii opinionem examino, repetii (II. 116.): tamen si quis disputet, Tellurem ad Solis et Lunae motum accommodare suam veluti respirationem, sicut animalia somni vigiliarumque vicissitudines cum diei noctisque habent easdem: hunc ego non iniquis auribus audiendum in philosophia censuerim, praesertim si accederet aliquod indicium flexibilium in profundo Terrae partium, quae vicem sustineant pulmonum aut branchiarum. Nam si talis aliqua natura sit illarum, qualis est aëris nostri, condensabilis et extensilis, jam non opus erit ad hanc respirationem motu superficiei Terrae, analogo scilicet motui musculorum diaphragmatis, in corpore humano respirante. Quae vero possit aptior esse ratio receptionis aquarum marinarum introrsum in culinam veluti metallorum, nisi haec ipsa per euripos istos semidiurnos perpetuos? Quid aliud suspicari facit casus ille mirabilis, quando paucis annis ante quam frequentia mercatorum Antverpiam desereret, fluxus et refluxus oceanum die quodam deseruit (exterruitque civitatem non mediocriter), Luna cursum suum non deseruit? Nimirum Terra ipsa compos hujus reciprocationis, licet illa motu naturali participet, continuit unam illius diei respirationem, sicut animantes interdum continent animam, quamvis motus diaphragmatis ipse etiam naturali mixtus sit. Quanquam rectius forte respirationem aliquam, Terrae necessariam, ex animae praesentia, quam animam ex respiratione, probaverimus.

Nam ut jam velut re certa, quod sit in Tellure anima, ad contemplationem ejus essentiae veniamus, equidem illa non tantum aliqua lux est, qualis est ignium et cincindularum, a se ipsa pendens, non ab illuminatione ex Sole, argumento hoc, quod lucidos planetarum radios quodammodo persentiscat; sed plane flamma quaedam esse videtur (respiratione scilicet seu sorbitione fovenda), argumento caloris subterranei perpetui et sensibilis, cujusmodi sine anima nullus actu in materia nuda perennat; at ne potentia quidem inest in rebus ab animalium stirpiumque substantia exeuntibus, nisi ab anima

formisque, quae igneum quid sunt, progenitus. Vide Optica mea, fol. 25, 26, 27. (II. 143 s.)

Hanc animae Telluris veluti materiam assignabimus, in quam jam sit impressa loco formae imago vultus divini, cum ideis tam circuli rationumque ejus omnium, quam corporis sui sensilis, cui regendo praefecta est, mundique adeo totius, in quo corpus ejus futurum erat. Habet enim Deus non exemplaria tantum geometrica secum, sed etiam conceptus creandarum omnium rerum sensilium, quae omnia simul transeunt in animas, Dei exemplaria, pro cujusque vel captu vel usu. Relucet igitur in anima Telluris imago quaedam circuli zodiaci sensibilis totiusque adeo firmamenti, vinculum sympathiae rerum coelestium et terrestrium; relucent multo maxime in illa archetypi omnium ipsius muniorum omniumque motuum, quibus corpus suum quocunque sensu moveat, quam alii δυναμιν, ego ἐνεργειαν lubentius nominaverim. Est enim animarum essentia haec, est veluti φυσις quaedam hujus flammae ista, quod semper ita sunt comparatae secum animae ipsae intus, ac si agerent id, cui peragendo factae sunt, sive actu potiantur instrumentis corporis, sive impediantur. Deus quippe est substantialis energia et ipsa hac energia subsistit (ut de divinis humano more balbutiam), et imaginis igitur divinae essentia ἐν τῳ ἐνεργειν consistit, ut flammae ἐν τῳ φυειν: ut nisi Deus aeternum illam sustentasset irradiando ejus veluti materiam, subito desitura exstinguendaque fuerit. Quanquam ad individuationis suae principium non tantum corpus, cui regendo praeficitur, sed etiam haec ipsa materialis (quam prius descripsi) particula sui requiratur, distinguens illam a ceteris animabus.

Quatenus igitur haec anima circuli zodiaci seu potius ejus centri gestat ideam, persentiscit etiam, qui planeta quovis tempore sub quo zodiaci gradu versetur angulosque radiationum, coëuntium in Terra, metitur; quatenus vero ex Divinae essentiae irradiatione rationes circuli geometricas et (per circuli comparationem cum certis suis partibus) harmonias archetypales suscepit, non pure quidem geometricas, sed radiationum lucidarum veluti saccaro quodam inductas, imo penitus imbutas, mensuras etiam angulorum jam agnitas, has congruas seu harmonicas, illas incongruas judicat; quatenus denique eadem anima complexa est ideas suorum operum (quorum uniuscujusque causa illa est veluti circulus quidam operativus), in illa etiam sua opera semper fertur, insignius tamen tunc, si tres hi circuli concurrerint et conspiraverint in unum, hoc est si anima, per aspectus sui ipsius admonita, operi suo cum aliquo excessu institerit. Nunquam quidem illa cessat a coquendo, nec unquam haec coctura est sine fumo et vapore, quin ex fumo fossilia fiunt (ut ex fumis fornacum metallicarum consistit arsenicum), ex vapore vero tepido, intus in lapidosis Terrae crustis refrigerato inque guttas coacto, flumina ad suas destillant origines, ex eodem, foras supra Terrae superficiem exspirante, aër spirabilis, qui per noctem in rores coiens deciderat, quotidie renovatur. Hoc vero animae Terrae opus etsi perpetuum est, opus tamen fuit excessibus aliquibus in evaporando, non continuis toto aliquo tempore, sed ad certos dies redactis, ut ex copia vaporum foras emissae pluviae tempestivae, solibus tamen intercurrentibus, suppeditarentur, superficiei Terrae refocillandae humectandaeque causa, unde fruges et pabula animantibus succrescere possent.

Objicere quis mihi posset Africae et Peruanae penitissima, lineae aequinoctiali subjecta, quibus locis continuae pluviae per totam aestatem decidunt; ubi igitur hic distinctio aspectuum a configurationibus inefficacibus? ubi vicissitudines solium et imbrium? et an non cursus Solis, planetae solitarii,

sine respectu configurationis cum aliis, solus facit omnia? eaque non ut ens rationis, sed ut causa naturalis, quatenus sc. intendit iis partibus calorem et aestum, ut ad partes sic tostas ex terrae visceribus exspiret attenuatus humor? Respondeo, actionem hanc naturalem Soli non esse negandam; at ea non est solius zonae torridae propria, sed etiam penes nos spectari potest. Nam Sole in nostro hemisphaerio per aestatem obversante, plerumque copiosiores imbres decidunt, quam per hiemem, absente Sole, solet esse ulla nix. Quod autem nobis augentur flumina liquescentibus nivibus, quae imbribus decidentibus non adeo videntur augeri, certe non adeo diuturnis incrementis, id partim inde fit, quia nivium minutatim decidentium singulae tunicae cumulantur et in promtuario per multos menses vi frigoris asservantur, cum imbres aestivos, etiam largissimos, terra solibus arens potissima parte hauriat statim; partim vero inde fit, quia nix in Alpibus, nisi aestivis imbribus copiosissimis decidentibus, dissolvi non potest, ut sic continua illa fluminum incrementa non sint solarum nivium, sed etiam junctorum imbrium. Quare si omnia expendas, major humoris copia plerumque per aestatem exsudat etiam penes nos, quam per hiemem. Hoc igitur impetrat objectio, ut sit concursus causarum coelestium, quarum sit alia naturalis, calor Solis, alia rationalis, aspectus; sit etiam concursus causarum sublunarium, ut non tantum una zona plus habeat humoris quam alia, sed etiam in eodem climate una regio plus quam alia, suis de causis. Interim etiam in torrida plus pluere potest sub tempus aspectuum, quam diebus ab aspectibus vacuis.

Hanc vero, quam secundo loco dixi, characterisationem animae Terrenae, factam a zodiaco sensili totaque adeo sphaera fixarum, illud etiam confirmat, quod magno temporum omnium consensu constat, si novi quid in coelo existat, seu secundum ordinarium coeli cursum, ut sunt rariores congressus plurium siderum, ut eclipses luminarium insigniores, sive praeter naturam communem, ut cometae aut stellae fixae novae: simul etiam naturam sublunarem turbari non usitatis affectibus, ut sunt ingens et continua vis pluviarum praeter modulum aspectuum, aut contraria siccitas et squalores Terraeque motus comites; denique madores aëris insueti, qui catarrhos pestilentes aliasque lues epidemicas iis potissimum locis inferunt, unde exspirant majori vi aut quorsum crebrioribus ventis deferuntur.

Adeoque etiam aliquid simile memoriae animalium huic animae inesse, monui in libro de Stella Nova cap. X. fol. 44. (II. 647.) Nam haec est natura rerum omnium, quae luci sunt cognatae, ut excitae a luce Solis aut saltem diei, affectionem aliquam concipiant, ad certum tempus durabilem. Sic in oculis spiritus visorii, lucis soboles, imbuti ab improvido conspectu Solis, quocunque aversis oculis, gerunt circumferuntque hanc imaginem, etiam inviti. Sic inter chymistarum arcana est mirabile hoc et imprimis commemorabile experimentum, quod gemmas, ut nuper admodum rescivi a quodam αὐτοπτῃ, apparant, quae cum lateant in tenebris, ut alia lumine cassa, si quis tamen illas luci solius diei exponat, incenduntur ea ut candelae splendoremque secum in tenebras etiam deferunt, lucentes ut oculi felium, qui brevi tempore iterum exstinguitur. Tale quid accidit huic animae, quam luci et igni cognatam dixi, ut illa in plaga (punctum enim est illa, plagis distinctum, seu circulus zodiacus potentialis), in qua congressi fuerunt superiores planetae aut eclipsis apparuit, concipiat characterem conjunctionis, durabilem in aliquod tempus, itaque quoties planetarum aliquis, praecipue Sol vel Luna, locum transit, ipsa vim suam talem exserat, qualem ad ipsam conjunctionis exsti-

mulationem exsereret. Totum hoc negotium, inquam, simile est memoriae animalium. Nam hominis semel visi speciem animo circumgesto, nec tamen eum praesentem semper habeo cogitationibus; at ubi rursum apparuerit ille aut similis aliquis, hic jam de novo elicitur et in actu cogitandi constituitur species illa pristina per reminiscentiam. Etsi nobilior in hoc est hominis memoria, quod rei memoratae non tantum ab occursu forinseco admoneor, sed etiam me ipsum quoties volo admoneo: quia nimirum discurrendi facultas adest homini, quae deest huic animae. Verum haec in contemplatione animae humanae erunt evidentiora.

Nunc una difficultas, supra etiam tacta, sed leviter, est dissolvenda, de modo et mediis receptionis. Nam quod nos homines sensilium species introrsum in animam recipimus, res videtur expedita et plana; sunt enim in propatulo foramina pupillarum, per quas ingrediuntur, est oculus, speciei formator, est crystallinus humor, penicilli radiosi temperator, est retiformis optici nervi tunica, picturae rerum exteriorum exceptrix. Nihil tale apparet in corpore Telluris, nullus hic oculus, quo anima Terrae videat radiationes planetarum eorumque angulos: quomodo igitur lucem sentiet sine visione, quomodo percipiet aut excipiet angulos sine instrumento? Difficultas est aliqua, fateor, at si penitius rem intuearis, communis illa est et hic et illic. Adi meae Optices Astr. partis pag. 169 (II. 232.), videbis antiquam querelam etiam de visu humano. Nam etsi loco illo modum videndi a me tandem post tot frustraneos aliorum conatus solidissime demonstratum fatentur diligentiores optici et medici anatomici (quanquam Fr. Aquilonius, cujus magnum opus Opticorum ante 4 annos prodiit, librum meum non vidit eoque in antiquo errore circa modum visionis novam sane quam pulchram irrito struxit pergulam): tamen ille videndi modus non ultra retiformem tunicam sese porrigit, qua perspicui sunt humores oculi; superest adhuc quaestio, necdum a physicis, ad quos provocavi, discussa, quomodo pictura rei videndae, a me formata in retiformi tunica, inde porro per opaca corporis introrsum recipiatur ad animae penetralia? anne foras anima progrediatur in ejus occursum? et quae his adhaerent. Atque ego, ut ingenue fatear, plus in visione haereo, quam in hac perceptione anguli radiorum, de qua videor mihi balbutire aliquid non inepte posse, cum in illa omnino sim mutus. Possem quidem salva rerum summa subterfugere speculationis laborem, et quaerenti, quibus oculis anima Terrae videat radios siderum, respondere: iisdem, quibus vidit militem cum laciniosis caligis, cujus imaginem plantavit in lapide fissili. Verum inertia mors est philosophiae, vivamus nos et exerceamur.

Primum anima puncti rationem sortita est actu (saltem ratione alligationis ad corpus suum), circuli figuram potestate; quae cum sit energia, didit sese ab illa sede puncti in circulum; sive enim sentire debeat res externas, illae sphaericum in modum sese circumstant, sive corpus regere, corpus quoque circumjectum habet, ipsa latet intus, radicata in puncto ejus certo, unde exit per speciem sui in corpus reliquum. At qui exeat, nisi per lineas rectas? hoc enim vere est exire; qui alium exeundi morem habeat, ipsa et lux existens et flamma, quam a fontibus suis exeunt alia lumina, lineis sc. rectis? Egreditur igitur versus exteriora corporis iisdem legibus, quibus circumstantia firmamenti lumina versus illam in puncto residentem ingrediuntur. Cum autem tota dimidii globi Terreni superficies omniaque adeo puncta superficiei aëris, quo amictus est ille, ab uno et eodem planeta irradientur radiis infinitis, ex iis omnibus unus solus tendit versus punctum illud, quod est sedes

animae. Et vicissim, cum anima in omnia superficiei corporis sui puncta lineis infinitis exeat (instar radiorum Solis, quia et ipsa lux quaedam est et spiritus vulgo celebrati videntur nihil aliud esse, quam hi radii rectilinei et hae animae species): una tamen sola linea ex omnibus est, quae ex centro in illud superficiei punctum tendat, quod feritur a planetae illo unico radio, qui versus sedem animae tendit. Ponamus igitur, in hoc consistere perceptionem unius planetae radiorum, quando hujus incursus et illius occursus in unam lineam rectam geometricam congruunt, exemplo visionis simillimo, quae in solo et unico perpendiculari, medio totius oculi radio, est perfecta et accurata. Ponamus et hoc, quod in Dioptricis prop. 45. ut singulare arcanum sensionum omnium inculcavi, nullam fieri sensionem rei externae, nisi quatenus ea re sensorium instrumentum afficiatur. Anima enim per illos excursus specierum sui fidam habet notitiam omnium membrorum corporis sui eorumque, quae in illorum unoquoque nova fiunt quovis tempore. Quibus positis sequitur, ut si fiat a planeta talis impressio in aliquod punctum aëris, quae non tendat versus sedem animae, sed praeter illam, ad latus, anima illius quidem puncti sic affecti speciem per suae speciei recursum excipiat, sed ut rem nihili vilipendat: sin autem in aliquod superficiei aëris punctum fiat impressio talis, quae tendat versus animae sedem, etiam hoc punctum sic affectum animae nuncietur et haec sensio ut ad animam pertinens aestimetur, a ceteris distinguatur, eoque in illo solo puncto anima stellam sibi imaginetur, in ceteris jam dictis minime. Actuatur n. et veluti illuminatur radius animae a radio stellae, in eandem rectam congruente, sicuti actuatur color rerum visibilium a lucis adventu, et sicut actuatur visio, cum nos colligimus et perpendimus nos videre. Hoc cum sic habeat non in uno tantum, sed et in duobus planetis, duo etiam signa inveniet anima in duabus partibus sui corporis, sive jam rotundum sit ejus corpus, sive inaequale et asperum, anima illud in sphaerae modum sibi in uno puncto sedenti circumjectum habet radiisque seu speciebus sui immateriatis, aut ut alii, actibus secundis de se circum emissis exspirat veluti perfectum sphaericum, quousque corpus ejus patet, eoque illud ad ideam circuli et quidem zodiaci circuli, circa suam sedem ut centrum descripti, examinat et partes ejus interstinctas dimetitur. Ita neque Terram opus est concedere pellucidam usque ad centrum, neque animam exire usque ad sidera, nihilo tamen minus modus patet, quo configurationum anguli sentiantur ab anima.

Hac quidem suppositione dissolvuntur omnia argumenta, quae Picus Mirandulanus ad evertendam doctrinam de conjunctionibus magnis deque aspectibus attulit. Nam quia anima omnia mundi corpora circa suae sedis punctum disponit (imaginando) in formam sphaerici, omnes planetas in forma circuli, idque lege rectarum, ex uno puncto eductarum, nihil igitur interest, magna stella sit an parva, multum an parum itineris in coelo conficiat, alta an vicina Terris sit. Haec enim omnia sic movent animam, uti percipiuntur; percipiuntur autem iisdem legibus, quibus et a nobis videntur, sc. omnes ut aequealti et ut motu secundo carentes, motu vero primo diurno aequeceleres, nec magno quantitatis aspectabilis discrimine. Cetera, quae ad Pici argumenta responderi possunt, require loco saepe allegato libri mei de Stella Nova. Satis in praesens de anima Terrae, quam naturam sublunarem dicunt.

Quicquid hactenus de anima Telluris est dictum, id similiter etiam ad facultates animae humanae applicari potest; pleraque tamen in his sunt evidentiora tantoque magis multiplicia, quanto quam illa pluribus muniis istae

praefectae sunt. De principe quidem animae facultate, quae mens dicitur, praeter illa, quae supra cap. 1. ex Proclo attuli, nihil admonet negotium radiationum, quod dicam amplius. Est illa punctum, ut mens; est circulus, ut ratiocinatio; est imago, vultus divini; est harmonia, quoad energiam unam; sunt in ea ideae et species mathematicae, per circulum; dat illa hisce, dat et harmoniis *esse* suum intellectuale. Haec omnia requirat lector ex superioribus, hic pluribus non est opus. Unum hoc moneo de Procli argumentatione: non videri illam niti bonis exemplis, dum inculcat, ideo lineas, superficies et puncta in anima statuenda, quia in sensilibus nullae purae et separatae superficies, lineae vel puncta sint. Atqui nec in anima est linea pura, se ipsa subsistens, sed inexistit in superficie mentali, cujus est extremitas, non minus quam in sensilibus quantitatibus corporeis inest superficies mera in extremitate corporis, linea mera in extremitate superficiei, punctum merum in extremo lineae: imperfectarum enim quantitatum *esse* est *inesse* in perfectis. Scilicet genera quidem mathematica non sunt aliter in anima, quam universalia cetera conceptusque varii, abstracti a sensilibus, at specierum mathematicarum illa, quae circulus dicitur, longe alia ratione inest animae, non tantum ut idea rerum externarum, sed etiam ut forma quaedam ipsius animae, denique ut promtuarium unicum omnis geometricae et arithmeticae scientiae, quorum illud in doctrina sinuum, hoc in mirabili logarithmorum negotio est evidentissimum, ut in quibus ex circulo ortis abacus quidam inest omnium multiplicationum et divisionum, quae unquam fieri possunt, veluti jam confectarum. Sed satis de principe animae facultate; veniamus nunc ad inferiores.

Facultas itaque vitalis in homine non harmonias tantum radiis lucidis involutas secum habet, sed etiam harmonias, sonorum speciebus incrustatas. Et sonos quidem auribus haurit ut objectum proprium, radios vero siderum non ut oculis eos, sed ut illo ipso perceptionis paulo superius explicatae obscuriori modo admittit, ad harmoniae connatas ideas examinat. Nam ea, quae videntur oculis, serviunt discursui, harmoniarum agnitio sine discursu est. Sic innatam esse pullo gallinaceo ideam milvi, sciscit J. C. Scaliger; non eam quidem simplicem, sed cum nota fugiendae perniciei. Hinc igitur habent hoc animae humanae, quod sub tempus aspectuum coelestium praecipuos capiunt impetus ad negotia, quae sub manibus habent, peragenda. Quod enim est bovi stimulus, equo calcar aut celetismus, militi tympanum et classicum, auditoribus oratio incentiva, turbae rusticorum modulatio per fistulam, utriculos et panduram, hoc est universis, praecipue vero in unum congregatis, configuratio coelestis idoneorum planetarum; ut et singuli in suis meditationibus operisque incitentur, et universi ad conspirandum sociandasque dexteras promtiores fiant. Itaque in militia videas plerumque proelia, pugnas, invasiones, assultus, expugnationes, tumultus, panicos terrores sub tempora aspectuum Martis et Mercurii, Jovis et Martis, Solis et Martis, Saturni et Martis etc. existere; in epidemicis morbis plures tempore validorum aspectuum decumbere, gravius torqueri, aut etiam mori, natura sc. deficiente in lucta cum morbo, ad quam luctam (non vero ad mortem) incitatur ab aspectu. Quae omnia non coelum ipsum facit sine medio, sed animae facultas vitalis, cum coelestibus harmoniis opera sua consocians, principatum tenet in hoc, vulgo sic dicto, influxu coeli. Scilicet haec vox influxus fascinavit philosophos nonnullos, ut cum ineptiente vulgo ipsi insanire, quam mecum sapere mallent. Quorum sane quam infirma est catena: astra agere in aërem, hunc in temperamentum corporis, hoc jam in animam. Esto hoc in quibusdam, at quid

hoc ad aspectum, ens rationis? quomodo hunc capiet elementum aëris, quomodo corpus? nisi sua uterque anima, quae aspectum primo per se percipiat, modo a me dicto. Flammam aliquam esse vitalem hanc facultatem, incensam in corde (eoque mori, absumto pabulo, cum mens perennet), probavi in Opt. Astronomiae parte, fol. 26 (II. 144) luculenta comparatione cordis ejusque reciprocorum motuum, systoles et diastoles, cum clausa lampade, in qua flamma sit fovenda oleo, ventilatione, effumatione.

Hac igitur essentiae ejus proprietate nititur imprimis admirabile illud negotium genethliacum. Cum enim vitalis facultas, incensa in corde flagransque quamdiu vita superest, sit quidam circulus zodiacus, cum consistat ejus essentia in energia et veluti fluxu flammeo, hinc fit, ut totius zodiaci sensilis figura influat in illam, recens a partu incensam, inque illam inolescat penitus (coelo licet post partus momentum in alia omnia eunte et transfigurato), in hac idea animali circuli zodiaci loca omnia signet, quae planetae sub fixis, quae ortus, occasus, aut medium coeli obtinuerunt. Prae reliquis vero rebus astronomicis multo maxima necessitudo intercedit harmoniis radiosis cum ortu primo et formatione hujus vitalis in homine facultatis. Diximus enim, quamlibet animae facultatem esse circulum, ratione essentiae, ut essentia, ut vero agit aliquid in se ipsam ex instinctu, ut scilicet comparat circulum suum cum partibus ejus, esse harmonias archetypicas. Jam vero facultas vitalis tunc incipit agere, tunc in actum perducitur, cum per partum inflammatur intus in cordis lampade, sic ut ipsi porro sit opus respiratione, quippe ad fovendam flammam vitae. Quando igitur incipit esse id, quod est tunc, cum harmonias architectatur, tunc maxime in illam influit harmonia radiosa planetarum sensilis.

Haec adeo causa est, cur qui nascuntur sub tempus multorum aspectuum inter planetas, ii plerumque et laboriosi evadant et industrii, sive ad opes cumulandas inde a pueris assuefiant, sive rerum publicarum moderatores vel nati vel delecti fuerint, seu denique in studia incubuerint. Quo in genere vitae si cui videor ego exemplo esse posse, ei genesis meae notitiam non invidi, libro de Stella Nova fol. 43 (II. 646), quam etiam hac vice explicare commodum fuerit. Jactantiae crimen non moror; criminentur licet ii, qui totum hoc scriptionis genus stultitiae damnant, seu ratione seu vitae instituto, idiotae, semidocti, titulorum et phalerarum ad populum dementandum institores, theologi etiam, ut Picus appellat, plebeji; apud veros sapientiae amatores cujuscunque ordinis crimen hoc facile diluo, utilitate lectoris mei, quia nullius neque genesin, neque internam animi dispositionem aeque certo exploratam habeo. Jupiter igitur nonagesimo proximus quatuor gradibus superaverat trinum Saturni, Sol et Venus juncti defluebant ab isto, applicabant ad illum utrobique sextilibus, defluebant et a quadrato Martis, ad quem Mercurius proxime applicabat; Luna ad ejusdem trinum ibat, oculo Tauri proxima, etiam in latitudine; oriebatur autem 25° Geminorum, culminabat 22° Aquarii. Triplicem configurationem ejus diei partilem, sextilem Saturni et Solis, sextilem Jovis et Veneris, quadratum Mercurii et Martis prodebat aurae mutatio; nam post gelu dierum aliquot eo ipso die tepor ortus glaciem solvit, pluvias dedit.

Neque tamen hoc uno exemplo omnes astrologorum aphorismos defensos et confirmatos volo, neque coelo transscribo rerum humanarum gubernacula, immane quantum adhuc abest philosophica haec observatio ab illa stultitia, seu malis insaniam dicere. Nam ut hujus exempli vestigia premam, novi feminam iisdem pene natam aspectibus, inquietissimo sane ingenio, sed quo non tantum nihil proficit in literis (non mirum hoc est in femina), sed etiam to-

tum turbat municipium suum sibique auctor est miseriae deplorandae. Primum itaque accessit aspectibus planetarum imaginatio diuturna matris praegnantis, cui socrus, avia mea, medicinae popularis a patre etiam exercitae studiosa, erat admirationi; accessit secundo, quod vir natus sum non femina, quod sexus discrimen frustra quaerunt astrologi in coelo; tertio corporis temperaturam a matre traho, studiis magis aptam, quam aliis vitae generibus; quarto res erat parentibus non ampla, gleba sc. aberat, cui adnascerer adhaeresceremque; quinto aderant scholae, aderant exempla liberalitatis magistratuum in pueros studiis aptos.

Hic intersere, rursum ex genesi, planetarum discrimina in qualitatibus. Nam si anima lux quaedam est, discernet etiam Martis ruborem a Jovis candore Saturnique livore; itaque fatendum est, magnum auxilium ex Marte, non tantum ut prius ad industriam, sed etiam ad acrimoniam ingenii, quae consistit in vi ignea, videasque praecipuos philosophiae naturalis et medicinae peritos sub aspectus idoneos Martis cum Sole Mercurioque nasci; quia nimirum majus requiritur acumen, major solertia ad eruenda naturae arcana, quam ad reliqua vitae negotia studiaque iis deservientia. Largiar etiam amplius aliquid, ex Jove esse in coeli medium elevato, quod magis delector geometria in physicis rebus expressa, quam abstracta illa et Saturni siccitatem prae se ferente, magis inquam physica, quam geometria, et quod Luna gibba in clara frontis Taurinae constellatione impleat animae phantasticam facultatem imaginibus, quarum tamen multas naturae rerum consentaneas re ipsa expertus sum, velut ex Procli paradigmatibus delapsas.*) At si jam de eventu studiorum meorum loquar, quid quaeso porro invenio in coelo, quod ad illum vel leviter alludat? Philosophiae partes non contemnendas a me vel de novo erutas, vel emendatas, vel plane perfectas esse, fatentur periti: at mea hic sidera fuere non Mercurius orientalis in angulo septimae, in quadrato Martis, sed Copernicus, sed Tycho Braheus, sine cujus observationum libris omnia, quae nunc a me sunt in clarissima luce collocata, sepulta jacerent in tenebris; non Saturnus dominus Mercurii, sed Caesares Augusti, Rudolphus et Matthias, Domini mei; non planetarum hospitium, Capricornus Saturni, sed Austria superior, Caesaris domus ejusdemque Procerum petenti mihi promta liberalitas, exempli non usitati. Hic ille angulus est, non thematis occiduus, sed Terrarum, in quem Imperatoris Domini mei concessu ex aula nimium inquieta me recepi et in quo per hosce annos, jam ad occasum vitae vergentes, harmonica ista et quae alia sub manibus habeo enitor. Frustra ex themate genethliaco causas quaeret astrologus inventarum a me anno 1596 proportionum inter orbes coelestes, anno 1604 modi videndi, anno hoc 1618 causarum, ob quas cuilibet planetae contigit tanta eccentricitas, nec minor nec major; annis intermediis demonstratae physicae coelestis modorumque, quibus moventur planetae verorumque motuum ipsorum, denique fundamentorum efficaciae coelestis in haec inferiora, metaphysicorum; non influxerunt ista cum charactere coeli in flammulam illam facultatis vitalis nuper incensae inque actum productae, sed partim intus in penitissima animae essentia latebant, secundum Platonicam doctrinam supra ex Proclo allegatam, partim alia via, per oculos nimirum, introrsum recepta sunt; sola et unica thematis genethliaci opera fuit ista, quod et emunxit illos ingenii judiciique igniculos et in-

*) Stipem hic aliquam satyricis nostris. Nam, ut apparet, egestas ipsos premit, qui jocum meum unum hujus similem ex libro de Stella Nova jam aliquoties intra 12 annorum curriculum ruminarunt.

stigavit animum ad laborem indefessum auxitque desiderium sciendi; breviter: non inspiravit animum, non ullam dictarum hic facultatum, sed excivit. [16])

Ex quo exemplo facile cuivis patet, quam procul absit ab eo astrologia, ut ad capita illa, vulgo proponi solita: *de Parentibus, de Sexu, de Substantia, de Liberis, de numero Uxorum, de Religione, de Magisterio, de Amicis, de Inimicis, de Haereditatibus, de Familia, de Regionibus*, de infinitis aliis ex uno solo themate genethliaco respondere exacte possit.

De vitae quidem longitudine, quatenus pronunciare possit astrologus, hoc est, quae sit vis directionum, dicam paulo post. De Fortuna vero nati nunc seorsim aliquid dicendum video, consentaneum supra dictis. Tria sunt, quibus niti videtur hominis fortuna, quoad naturalia: animus, physiognomia corporis et genius tutelaris; quorum de primo nemo dubitat, alterum occultius nec ita vulgo notum est, de tertio nihil nisi conjecturas afferre possum. De primo hactenus egimus, de animo scilicet, ex quo mores dependent, de quibus vulgi proverbium tritum est, quod quilibet sit fortunae suae faber, quo dicto summa totius hujus philosophiae partis continetur. Age enim, unum genus actionum morumque, prius etiam exemplo feminae tactum, loco omnium ob oculos statuamus. Sic enim sunt comparatae res humanae, ut crassorum et populariter sapientium hominum, non in vulgo tantum, sed etiam in magistratibus inque sacro ordine, semper magna copia sit, quibus discreti, critici, reformatores molesti sunt proque vitilitigatoribus habentur. Ut igitur prospera quis utatur fortuna, ea dico, quae est ex hominum coetibus, huic etsi et judicio de moralibus recto et labore industriaque in rebus propriis, a vulgo secretis, opus omnino est, oportet tamen animo pinguedinis aliquid esse admixtum, oportet mores ei populares modumque agendi talem esse, qui crasso populo placeat; animi nimium subtiles et inquieti, nisi se recipiant in aliquem secessum studiorum (hoc ipso despecti et contemti), creare sibi solent infortunia. Itaque si quis ex figura coeli genethliaca conjecturas habet sufficientes de qualitatibus animi, conjecturam is etiam de fortuna hominis in genere faciet non ineptam, sed conjecturam solam praetereaque nihil; scilicet falli etiam ille potest, propter interventum plurium causarum, tam supernaturalium, quam naturalium. Nam ut alterum fortunae hominis fundamentum ex superioribus accersam, dignationem sc. vultus, imaginatio quidem matrum plurimum hujus confert foetui toto gestationis tempore, ut saepe infelicium parentum (adeoque et aliorum hominum animaliumve, crebro et cum emphasi praegnantibus obversantium) et vultus et mores et illis fundamentis innixa fortuna consimilis transferatur in foetum. Sed tamen ut supra paradigmata mentalia Procli multiplicabantur in animalia, vitalia, mobilia, complicata sc. ideis vitae motuumque, sic etiam hic character coeli genethliacus immergitur in speciem vultus occulta vi facultatis formatricis agnosciturque ex nati vultu occultiore adhuc spectantium instinctu, videasque ad eos, qui sub copulas plurium planetarum ante Solem nascuntur (δορυφορίας appellant astrologi) copulari etiam, veluti fascino quodam, coetus hominum popularium. Cujus rei exemplum ad omnem posteritatis memoriam commendatum videre est apud Hier. Cardanum in genesi Lutheri: [17]) quanquam causae motus publici plures concurrerunt. Qui sic nascuntur (quanquam non una certa forma praescribi potest), plurimum ii valent auctoritate apud populum, plurimum suffragiis in consilio, plurimum gratia apud principes reip., quorum quidem et natura respondet, itaque saepe fortuna stat a partibus immeriti, neque aliis idoneis

animi virtutibus praediti. Refer huc reliqua, quae supra de physiognomia dixi dicique amplius possent.

De genio tutelari testantur divina oracula (Iob. 33. Matth. 18. Luc. 15.), singulis iis singulorum hominum custodias esse attributas datamque et admonitionem et intercessionem ad tribunal providentiae Dei. Nullam hic possessionem habet natura rerum sensilium; si tamen astrologi ex themate genethliaco praenunciare possunt casus plane fortuitos (naturaliter loquendo), hoc est tales, qui neque ex malis hominis moribus, ex temeritate, ex intemperantia irae libidinisve acciderunt, neque a vultus dedignatione dependent, quae duo fortunae fundamenta hactenus explicata sunt, ut quod tegula de tecto delapsa ferit praetereuntem, quod reptantem in silvis ferit globus aut sagitta improvisa, quod navis demersa miseros vectores mediis exponit in undis, quod flammis hic interceptus exstinguitur, ille ruina domus vel montis opprimitur, et in contrarium, quod insperatam hic haereditatem adit, ille thesaurum fortuito invenit, si inquam thema genethliacum continet horum casuum indicia, qui pertinent ad angeli custodis munia citra controversiam, oportet et huic custodiae impedimenta ex astro genethliaco provenire promotionesque contrarias; quod num impiam sententiam in se contineat, viderint theologi, praesertim ii, qui magno numero scribunt geneses et prognostica. Experientiam ego habeo, qualem dicam nescio, duorum hominum, qui cum essent nati sub constellationibus violentissimis moresque sequerentur non diversi, adeo ut alteri eorum ludus esset, saltu per praecipitia ferri medioque volatu funem arripere, a quo si aberrasset, jam actum de ejus vita fuisset, perniciem tamen sibi temeritate sua non accersivisse sunt visi; nam alter eorum fulmine, alter globo plumbeo a venatore ictus est, cum is feris insidiatus visu et auribus aberrasset. Nec video, qui coelum ista possit in hominem citra genios, quod cetera, quae potest, omnia per hominis animum corpusve (quibus ad ista nulla vis inest) posse deprehenditur. Illud mihi non semel accidit, quod cum diu multumque me excruciassem commiseratione quorundam fortuito pereuntium, qui mihi visi sunt innocentissimi, tandem ex fide dignis rescivi, vitam illorum prae ceteris talem fuisse, qua facile bonus angelus, ut apes fumo, abigatur, et homo caecis casibus, ut sine rectore currus, permitti soleat, velut emancipatus a patria Dei creatoris sui potestate suoque permissus arbitrio, imo tyrannidi Satanae. Cujusmodi aliquid num etiam de prius positis exemplis sit statuendum illique casus nemesi divinae tribuendi, solus is novit, qui corda scrutatur, qui visitat iniquitatem patrum in filios in tertiam et quartam generationem. Verum de omnibus fortuito pereuntibus absit ut eandem feram sententiam. Sed vitae talem impietatem conjectores ex astris videre non possunt, nec enim in coeli figura descripta sunt divina auxilia contra pravas animorum inclinationes, in quas coeli influxus post lapsum degenerat, non corrumpens, sed corruptum incitans animum; multo minus in Saturni livore, Martis rubore sunt inscripta velut in pandectis poenarum genera, peccatis singulis debita. Itaque cum connexio naturalis harum rerum cum coelo immediata nulla sit, jam semel atque iterum per hos 20 annos dedi publice considerandum, an sicut spirituales illi provinciarum populorumque praesides a spiritibus insidiatoribus impediri se cap. 9. Danielis queruntur, sic etiam singulorum hominum genii ab astris naturaliter quidem impediantur, quo minus commode resistere possint potestatibus aëris, παιδημει nobis insidiantibus, illaque impedimenta praevideantur ex themate nati, quod fortasse etiam in genium influxit, non minus quam in nascentis

animum, atque ad ea consequatur aliqua generalis nati infelicitas, ut hinc natum sit proverbium: *nulla calamitas sola;* Deus vero hunc naturae invisibilium cursum non frequenter impediat, quia plerumque etiam ex illo impedimento tutelae boni aliquid procurare novit, quod periclitanti, si is placet, bono cedat, sin displicet, justae vindictae modum impleat. Sane si malum imminens non potest impedire angelus custos, monet saltem occultis modis, ut imparatum perire non sinat clientem. Qualia praesagia monitionesque etiam ruinam illam montis nuperam in Rhetis praecesserunt. (Comp. I. 490.)

Sit igitur hoc tertium fortunae hominis fundamentum saltem conjecturale, nihil enim affirmo. Redeundum nunc nobis est ad considerationem essentiae facultatis animae vitalis. Quaeri n. potest, si character coeli in puncto demum nativitatis influit, an igitur foetus in partu demum concipiat animae vitalem facultatem et utrum eum ante partum inanimem dicam? Omnino propriam vitalem energeticam facultatem tunc demum actu concipit, cum a matre separatur; antea maternae flammulae vitalis radiis illustrabatur per venam et arteriam umbilicales, quae arteria in cor foetus inseritur, separato meatu ab iis duobus, quibus postea propriam vitae flammam alens intus hinc sanguinem inde aërem ex pulmonibus haurit, qui separatus cordis meatus cum primo vitae die concidat penitusque evanescat, ut mihi Pragae in sucula recens edita monstravit Georgius Horstius, Hassiae Landgravii medicus, naturae totius consultissimus;[15]) hinc igitur argumenta duco, cor foetus, dum est in utero, non minus illo motu systoles et diastoles, quam respiratione carere eoque vitae propriae flammam in eo nondum incensam esse. Et ut insistam analogiae fidissimae firmius, uti se habet fumus tecti lignei, propter incendium tosti, ad flammam, quae illud subito corripit, ita se habet et id, quod in foetu praecedit, ad vitalem facultatem, ab ipso partu aut paulo antea incensam.

In hac igitur facultate hominis vitali, sic incensa in partu, praecipue relucet illud instar memoriae, quod supra etiam in anima Terrae ostendi; cum tanta sit constantia characteris coelestis omniumque thematis genethliaci partium, tanta durabilitas ejus in anima, ut ante vitae finem non deponatur, cum ad omnes planetarum transitus per loca thematis praecipua sese commoveat haec facultas, perinde ac si loca illa non essent imagines nudae, superstites in anima, rerum quae dudum transierunt, sed vera sidera et sic non unus, sed duo, verbi causa, Soles in coelo essent inque unum coirent eoque coitu natura facultatis vitalis modo supradicto commoveretur. Testimonium hujus rei clarissimum omnique exceptione majus est in cognatione geneseon, sub quibus parentes et sub quibus eorum liberi nascuntur. Cum enim foetus est maturus, facultas animae formatrix et generationi praefecta tunc potissimum se accingit ad extrudendum foetum eaque extrusione accendendam novam animae vitalem facultatem, cum sidera, in sedes maternae paternaeve geneseos aut in configurationes easdem reversa, admonent animam sui ipsius suique characteris coelestis. Vide lib. de Stella Nova fol. 43. (II. 646.)

Quid quod non tantum veros transitus planetarum per loca nativi thematis haec facultas observat, sed etiam successiones partium coeli, quae in genesi planetas habebant, in loca praecipua thematum, quae constituuntur exactis a partu diebus integris, proportionem observans diei ad annum (ut cujus utraque revolutio Terrae a Copernico tribuitur) eaque proportione opera sua per totam vitam hominis dispenset, ut quanto longior est annus die, tanto tardius effectus suum in directione signum sequatur, quam signum in direc-

tione partum insequitur. Ut ita impressio haec coelestis non quiescens tantum duret, sed etiam durando sese motu extensionis in longiora vitae tempora propaget. Nimirum haec facultas non tantum circulus est, sed motus est circularis idealis, et is geminus; est denique, per motum, etiam tempus ideale. Vide supra fol. 220 Procli verba. Cujus rei exemplum rursum a memoria, quae paulo superior est facultas, petere possumus. Nam in tabula quidem pinguntur res tantum cum circumstantia loci, in memoria vero conservantur res gestae etiam cum charactere temporis; denique in hoc negotio directionum character situum et motuum tempore decursorum multiplicatur in operationes, observata proportione sensili mundana revolutionis diurnae ad translationem sub zodiaco annuam; sic ut operationes jam distent ratione temporis a suis stimulis. Dixeris, cum ipso corpore nati crescere et tempus characteris genethliaci motuum.

Quicquid igitur astrologi de vitae longitudine praedicere ex themate praesumunt, totum illud in hoc caput contrahitur: directionum praeludiis ex thematis genethliaci veluti pulpito vitalem facultatem informantibus, quo potissimum anno vitae humorum unus vel alter redundans ex corpore exturbari aut sollicitari debeat, stimulus is est naturae ad peragendum opus suum extraordinarium, quod vitae prorogandae cedat, mors in astris, in themate, in directione nulla, nedum variae mortis formae; materia corporis est, quae flammam vitae vel inundans opprimit, vel deficiens deserit, quae naturae conatus impedit adque perniciem detorquet; peccatum est, quod genus humanum concesso olim immortalitatis remedio privavit, quod etiamnum angelum custodem a tutela vitae contra daemonum, hominum elementorumque insultus abigit, impedit, repellit. Sed de hac re pluribus agendum esset in astrologia egique non concise nimium in libro de Stella fol. 43. et in Tertio Interveniente num. 65. et seq., et forte erit, ut libros Joh. Pici Mirandulani cum commentario edam, si me rem studiosis philosophiae gratam facturum intelligam nec mediis necessariis fuero destitutus.

Nunc, quia ad finem propero, comparationem subjungam vitalis in homine facultatis cum anima Telluris, causa influxus coelestium, videturque haec esse, quod anima Terrae circulus talis, qui nuspiam habeat initium vel finem nec ab aliqua sui parte sit nexus, at hominis facultas vitalis circulo comparatur, a pluribus punctis veluti nexo; causa est, quia characterem geneseos anima Terrae nullum habet, cum semper eadem maneat, nunquam nascatur aut incendatur, hominis vero nativitas recens mortique propinqua characterem ortus sui recepit, qui zodiacum certis initii finisque punctis interpungit. Et Telluri quidem, quamvis characterem genethliacum ex prima die creationis tribuas, totum tamen coeli spatium semper illi est obvium, nihil in illo rationem habet principii finisve, ortus occasusve; homini superficies Telluris dimidium coeli occultat, ortus et occasus signa distinguit. Patet igitur comparationis ratio. Adeoque vera est haec comparatio vitalis in actu constitutae facultatis cum circulo nexo ex certis punctis, ut etiam sub principium morbi (qui nova quasi vita est, nova sc. energia vitalis facultatis seu actio ejus extraordinaria, naturalis, praeter naturam tamen constitutionis usitatae, humorem noxium e corpore exturbare nitens) locus, quem Luna possedit, influat in animam vimque concipiat veluti verae alicujus Lunae, in hoc suo gradu immobilis; ad cujus quadrata et opposita loca si Luna vera in coelo pervenerit, natura hominis exstimulatur ad agonisandum cum morbo. Hac

re nititur doctrina crisium, de qua satis accurate egi in Tertio Interveniente num. 70. et sequentibus.

Satis in praesentia dictum esto de humanae etiam animae facultate inferiore deque universa hac materia.

Porro haec ego de anima disputavi hactenus, non equidem hoc consilio, ut philosophiae divinae studiosos penitus avocem a lectione metaphysicorum auctorum, utve tot Platonis et Aristotelis interpretibus profundissimae indaginis, Graecis, Arabibus, Latinis, Plotino, Themistio, Simplicio, Porphyrio, Alexandro, Averroi et quos ille allegat suae gentis non paucos, Boetioque et recentissimo subtilissimoque J. C. Scaligero, de anima deque intelligentiis disputantibus, oculos configerem; sed ut haec ex mea professione exque intimo hujus operis Harmonici penu depromta necdum tacta ab iis, quod sciam, considerationibus illorum veluti supplementi loco adjicerem, unde ab iis, qui post me sese huic contemplationi metaphysicae dedituri, auctores dictos lecturi, nostra haec veluti experimenta cum illorum ratiocinationibus collaturi et utrumque ad alterius limam liberrima rationis censura exacturi sunt (quod fateor a me hac vice factum esse minime), haec metaphysicae scientiae pars denique illustrior et locupletior omnibusque numeris absolutior constitui possit, quod ut ad gloriam Nominis superbenedicti, Dei Creatoris visibilium et invisibilium, inque augmentum sanctimoniae et innocentiae vitae contemplatorum, denique in salutem aeternam plurimarum animarum cedat, illum ipsum Deum Triunum supplex precor.

Finis libri IV.

JO. KEPLERI

HARMONICES MUNDI LIBER V.

De harmonia perfectissima motuum coelestium ortuque ex iisdem eccentricitatum semidiametrorumque et temporum periodicorum.

Ad normam doctrinae astronomicae hodiernae emendatissimae hypothesesque Copernici, sed et Tychonis Brahei, quarum alterutrae hodie, Ptolemaicis antiquatis, ut verissimae publice recipiuntur.

Galenus de usu partium libro III.

Ἱερον λογον ἐγω, του δημιουργησαντος ἡμας ὑμνον ἀληθινον συντιθημι, και νομιζω, τουτ᾽ εἰναι την εὐσεβειαν, οὐχι εἰ ταυρων ἑκατομβας αὐτῳ παμπολλας καταθυσαιμι, και τα ἀλλα μυρια μυρα θυμιασαιμι και κασιας· ἀλλ᾽ εἰ γνοιην μεν αὐτος, ἐπειτα δε και τοις ἀλλοις ἐξηγησαιμην, οἱος μεν ἐστι την σοφιαν οἱοςτε την δυναμιν, ὁποιος δε την χρηστοτητα, το γαρ κοσμειν ἐθελειν ἁπαντα τον ἐνδεχομενον κοσμον, και μηδενι φθονειν των ἀγαθων, της τελειοτατης χρηστοτητος ἐγω δειγμα τιθεμαι: και ταυτῃ μεν ὡς ἀγαθος ἡμιν ὑμνεισθω, το δ᾽ ὡς ἀν μαλιστα κοσμηθειη, παν ἐξευρειν, ἀκρας σοφιας, το δε και δρασαι πανθ᾽ ὁσα προειλετο, δυναμεως ἀηττητου.

Id est:

Sacrum sermonem, hymnum Deo Conditori verissimum ordior, pietatem hanc esse ratus, non ut hecatombas illi taurorum plurimas immolem, odores innumeros adoleam et casiam, sed ut primum ipse discam, post et ceteros doceam, et quantus ille sit sapientia, quantus potentia, et qualis bonitate. Velle enim omnia quanto posset ornatu decorare, nec ulli bona sua invidere, id ego bonitatis consummatissimae documentum statuo, hactenusque ut bonum celebro; omnia vero invenire, quibus quam maxime exornarentur, eminentissimae sapientiae; omnia denique, quae statuerat, in opus producere, potentiae insuperabilis.

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AUSTRIAE. Excudebat Johannes Plancus, anno MDCXIX.

PROOEMIUM.

Quod ante duos et viginti annos, primum atque figuras quinque solidas inter orbes coelestes reperi, sum auguratus, quod firmiter animo persuasi meo, priusquam Ptolemaei Harmonica vidissem, quod titulo libri hujus quinti nuncupato, priusquam de re ipsa certus essem, pollicitus sum amicis, quod ante sedecim annos publico scripto quaerendum inculcavi, cujus causa vitae partem optimam astronomicis contemplationibus impendi, Tychonem Braheum

conveni, Pragam sedem elegi, id tandem, Deo Opt. Maximo, qui mentem inspiraverat, desiderium ingens excitaverat, vitam etiam et vires ingenii prorogante mediaque cetera per duorum Imperatorum hujusque provinciae Austriae Supr-Anisanae Procerum liberalitatem suppeditante, defunctus prius astronomica provincia quantum sufficiebat, tandem, inquam, in lucem protuli supraque quam sperare unquam potui verissimum deprehendi, totam harmonices naturam, quantaquanta est, cum omnibus suis partibus libro III. explicatis, inter motus coelestes reperiri; non eo quidem modo, quem ego conceperam animo (pars haec est non postrema mei gaudii), sed diversissimo alio simulque et praestantissimo et perfectissimo. Accessit hoc intermedio tempore, quo me suspensum tenuit motuum restitutio laboriosissima, praecipuum et cupiditatis meae incrementum et propositi incitamentum, lectio Harmonicorum Ptolemaei, quae manuscripta mihi transmisit vir eximius adque philosophiam omneque adeo genus eruditionis promovendum natus, Johannes Georgius Herwardus, Bavariae Cancellarius, ubi praeter exspectationem et summa cum admiratione inveni totum fere librum ejus tertium in eadem contemplatione harmoniae coelestis insumtum ante mille et quingentos annos. Verum id aetatis multum adhuc deerat astronomiae potuitque Ptolemaeus, re infeliciter tentata, desperationem aliis objicere, ut qui cum Scipione Ciceroniano potius suave quoddam somnium Pythagoricum recitasse, quam philosophiam adjuvisse videretur; at me cum illa veteris astronomiae ruditas, tum hic ipse meditationum utriusque ex quindecim seculorum intervallo consensus ad amussim exactus, vehementer confirmavit in urgendo proposito. Nam quid multis opus? Ipsa rerum natura sese proditum ibat hominibus per diversos distantium seculorum interpretes, digitus Dei erat, ut cum Hebraeis loquar, hic in animis duorum, qui se totos contemplationi naturae dedidissent, de conformatione mundi conceptus idem, cum neuter alteri dux fuisset ad hoc iter ingrediendum. Jam postquam a mensibus octodecim prima lux, a tribus dies justa, a paucissimis vero diebus Sol ipse merus illuxit contemplationis admirabilissimae, nihil me retinet, lubet indulgere sacro furori, lubet insultare mortalibus confessione ingenua, me vasa aurea Aegyptiorum furari, ut Deo meo tabernaculum ex iis construam, longissime ab Aegypti finibus. Si ignoscitis, gaudebo, si succensetis, feram; jacio en aleam librumque scribo seu praesentibus seu posteris legendum, nihil interest; exspectet ille suum lectorem per annos centum, si Deus ipse per annorum sena millia contemplatorem praestolatus est.

Capita hujus libri sunt ista:

IX. Demonstratio, quod ad obtinendam hanc dispositionem harmonicam eccentricitates planetarum illae ipsae, quas quilibet pro se habet, et non aliae constitui debuerint.

X. Epilogus de Sole, ex conjecturis praegnantissimis.

Appendix habet: I. Versionem libri tertii Harmonicorum Ptolemaei a capite III, qui tractat eandem materiam. II. Suppletionem textus Ptolemaici, in tribus ultimis Ptolemaei capitibus, quarum lemmata sola posuit Ptolemaeus. III. Notas ad hanc partem Harmonicorum, quibus auctorem explico, refuto ejusque vel inventa vel attentata cum meis comparo.

De his acturo mihi lubet lectoribus inculcare Timaei, gentilis philosophi, de iisdem exordientis, adhortationem sanctissimam, a Christianis hominibus summa cum admiratione et pudore, nisi imitentur, cognoscendam, quae talis est: *Ἀλλ' ὠ Σωκρατες, τουτο γε δη παντες, ὁσοι και κατα βραχυ σωφροσυνης μετεχουσιν, ἐπι παση ὁρμη και σμικρου και μεγαλου πραγματος Θεον ἀει που καλουσιν, ἡμας δε τους περι παντος λογους ποιεισθαι πη μελλοντας, εἰ μη παντα-πασι παραλλαττομεν, ἀναγκη θεους τε και θεας ἐπικαλουμενους εὐχεσθαι παντας, κατα νουν ἐκεινοις μεν μαλιστα, ἑπομενως δε ὑμιν εἰπειν.* Enim vero Socrates, cum omnes, qui vel minimum mentis habent, quoties negotium aliquod seu leve seu arduum aggrediuntur, Deum semper invocent: nos utique, quibus de rerum universitate disserere animus est, nisi plane ab omni sana ratione aberramus, necesse est, Deos Deasque votis conceptis precari unanimes, ut talia dicamus, quae primum ipsis maxime, tum deinde et vobis sint grata et accepta.

CAPUT I.

De quinque figuris solidis regularibus.

Fig. 36¹.

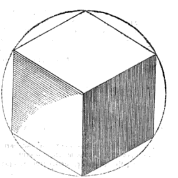


Fig. 36².

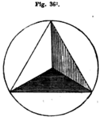


Fig. 36³.



Fig. 36⁴.



Fig. 36⁵.



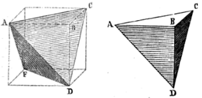
Circuli angulis circumscripti adumbrant sphaerica, sed illa paulo majora his circulis sunt concipienda, praeterquam in 5, ut scilicet vere omnes figurae angulos stringant.

Magnitudinis ratio in hoc schemate haec fuit observata, ut sphaericum ipsius 5 possit inscribi in 4, hujus iterum sphaericum in figura 3, et hujus in 2, et hujus denique sphaericum in 1 cubum, tangens omnia ejus sex plana in centris suis.

Quomodo figurae planae regulares congruerent ad formandas solidas, dictum est libro secundo; de quinque nimirum solidis (inter ceteras) propter planas ibi locuti sumus. Numerus tamen illarum quinarius ibi demonstratus fuit additumque, cur illae mundanae a Platonicis denominatae et cui quaelibet elemento quamque ob proprietatem comparata sit. Jam in hujus libri vestibulo rursum de his figuris, ob se ipsas, non ob planas, agendum erit, quantum quidem sufficit ad harmoniam coelorum, cetera reperiet lector in Epitomes Astronomiae parte altera libro quarto.

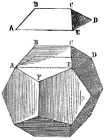
Igitur ex Mysterio Cosmographico hic breviter inculco ordinem quinque figurarum in mundo, quarum tres primariae, duae secundariae. *Cubus* enim (1) extimus et amplissimus, quia primigenius et rationem habens *totius*, ipsa generationis suae forma. Sequitur *tetraëdron* (2), tanquam *pars* sectione cubi constituta, primaria tamen et ipsa, angulo solido trilineari, ut cubus. Intra tetraëdron est *dodecaëdron* (3), ultima primariarum, similis scilicet compositae ex cubi partibus, tetraëdri similibus, id est ex tetraëdris irregularibus, quibus tegitur cubus intus. Huic succedit *icosaëdron* (4) ob similitudinem, ultima secundariarum, angulo solido plurilineari utentium. Intimum est *octoëdron* (5), cubi simile et prima figura secundariarum, cui ideo primus locus interiorum debetur, quippe inscriptile, uti cubo circumscriptili primus exteriorum.

Fig. 37.



In priori figura (N. 37) apparet tetraëdron ACDF, latens in cubo, sic ut quodlibet tetraëdri planum, ut ACD, tegatur ab uno cubi angulo ACDB.

Fig. 38.



In secunda figura (N. 38) apparet cubus AED, latens intus in dodecaëdro, sic ut quodlibet cubi planum, ut AED, tegatur a duobus dodecaëdri angulis seu pentaëdro ABCDE, quod est sectile in tria tetraëdra dissimilia per duo plana DCA et ABD.

Fig. 39.

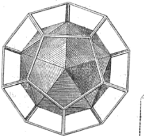


Fig. 40.

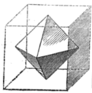
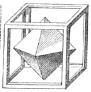


Fig. 41.



Hic vides octoëdron inscriptum cubo (fig. 40. 41), icosiëdron dodecaëdro (fig. 39.).

Fig. 42.

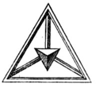
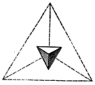


Fig. 43.



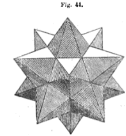
Inscriptum tetraëdron tetraëdro.

Sunt autem notabilia duo veluti conjugia harum figurarum, ex diversis combinata classibus, mares, cubus et dodecaëdron ex primariis, feminae, octoëdron et icosiëdron ex secundariis, quibus accedit una veluti coelebs aut androgynos, tetraëdron, quia sibi ipsi inscribitur, ut illae femellae maribus inscribuntur et veluti subjiciuntur, et signa sexus feminina masculinis opposita habent, angulos scilicet planitiebus. Praeterea, ut tetraëdron est elementum, viscera et veluti costa cubi maris, sic octaëdron femina est elementum et pars tetraëdri alia ratione, ita mediat tetraëdron in hoc conjugio.

Praecipua connubiorum seu familiarum differentia in hoc consistit, quod cubicae quidem *effabilis* est proportio; nam tetraëdron est triens de corpore cubico, octaëdron semissis de tetraëdrico, sexta pars cubi; dodecaëdrici vero conjugii proportio est *ineffabilis* quidem, sed *divina*.

Harum duarum vocum copulatio jubet cavere lectori de earum significatu. Vox enim *ineffabilis* hic non denotat per se nobilitatem aliquam, ut alias in theologia et rebus divinis, sed denotat conditionem deteriorem; sunt enim in geometria, ut libro primo dictum, ineffabilia multa, quae non ideo participant et divina proportione. Quid autem sit divina proportio (sectoria potius dicenda), ex libro primo petendum est. Aliis enim proportionibus suppetunt sui quatuor termini, et continuae terni, divina requirit etiam singularem terminorum habitudinem, praeterquam proportionis ipsius, ut scilicet duo termini minores, ut partes, constituant majorem, ut totum. Huic igitur conjugio dodecaëdrico quantum decessit ex eo, quod proportione utitur ineffabili, tantum ex eo vicissim accedit, quod ineffabilis proficit in divinam. Habet hoc conjugium et stellam solidam, cujus genesis est ex continuatione quinorum planorum dodecaëdri ad concursum omnium in puncto unico; vide genesin ejus libro II.

Fig. 44.



Ultimo notanda est proportio orbium eis circumscriptorum ad inscriptos, qui est in tetraëdro effabilis, ut 100000 ad 33333, vel ut 3 ad 1, in cubico conjugio ineffabilis, inscripti tamen semidiameter potentia effabilis, radix de tertia parte potentiae diametri, scilicet ut 100000 ad 57735; in dodecaëdrico conjugio plane ineffabilis, ut 100000 ad 79465; in stella, ut 100000 ad 52573, dimidium latus icosaëdri, seu dimidium distantiae duorum radiorum.

CAPUT II.

De cognatione proportionum harmonicarum cum quinque figuris regularibus.

Varia et multiplex est haec cognatio, sunt tamen quatuor potissimum gradus. Nam aut desumitur indicium cognationis ab externa solum specie, quam habent figurae, aut cum ipsa lateris constructione nascuntur proportiones eaedem, quae et harmonicae, aut resultant ex figuris jam constructis, singulis vel junctis, aut denique vel aequales vel vicinae sunt proportionibus orbium figurae.

Primo gradu proportiones, quarum character seu major terminus est 3, familiaritatem habent cum plano tetraëdri, octaëdri, icosaëdri triangulari; quarum vero major terminus 4, cum quadrato plano cubi, quarum 5, cum quinquangulo plano dodecaëdri. Potest haec similitudo plani etiam extendi ad minorem proportionis terminum, ut ubicunque ternarius juxta unum ex continue duplis invenitur, illa proportio habeatur familiaris tribus figuris primo nominatis, ut $^1/_3$ et $^2/_3$ et $^4/_3$ et $^8/_3$ etc., ubi vero quinarius, ea proportio absolute vindicetur conjugio dodecaëdrico, ut $^2/_5$ et $^4/_5$ et $^8/_5$, sic $^3/_5$ et $^3/_{10}$ et $^6/_5$ et $^{12}/_5$ et $^{24}/_5$. Minus probabilis erit cognatio, si summa terminorum exprimat hanc similitudinem, ut in $^2/_3$ juncti termini faciunt 5, quasi ideo $^2/_3$ sit familiaris dodecaëdro. Similis est cognatio ob externam speciem anguli solidi, qui est primariis trilinearis, octoëdro quadrilinearis, icosaëdro quinquelinearis; itaque si proportionis alter terminus communicat cum ternario, proportio erit cognata primariis corporibus, sin cum quaternario, octaëdro, denique cum quinario, icosaëdro. Sed in femellis haec cognatio est speciosior, quia speciem anguli sequitur etiam figura characteristica, latens intus, in octaëdro tetragonus, in icosaëdro pentagonus, itaque $^3/_5$ propter utrumque esset icosiëdricae sectae.

Secundus gradus cognationis, qui in ortu consistit, sic est concipiendus. Primum sunt aliquae proportiones numerorum harmonicae familiares uni conjugio seu familiae, scilicet perfectae proportiones singulae familiae cubicae; est vicissim proportio, quae nunquam plenis numeris exprimitur, nec aliter per numeros demonstratur, nisi longa illorum serie, paulatim ad illam accedentium, quae proportio *divina* dicitur, cum perfecta est, regnatque varie per conjugium dodecaëdricum; illam igitur proportionem incipiunt adumbrare istae harmoniae: $^1/_2$ et $^2/_3$ et $^3/_5$ et $^5/_8$, nam imperfectissime est in $^1/_2$, perfectissime in $^5/_8$, perfectior futura, si etiam 5 et 8 junctis in unum 13 superponamus 8, nisi haec jam desineret esse harmonica.

Porro ad constituendum latus figurae secanda est globi diameter; et postulat octaëdron ejus bisectionem, cubus et tetraëdron trisectionem, dodecaëdricum conjugium quinisectionem. Distribuuntur igitur proportiones inter figuras secundum hos numeros, qui illas exprimunt. Secatur vero et quadratum diametri, seu formatur lateris figuralis quadratum ex certa ejus parte. Et tunc laterum quadrata cum diametri quadrato comparantur constituuntque sic proportiones: cubicum $^1/_3$, tetraëdricum $^2/_3$, octaëdricum $^1/_2$; quare et juncta bina, cubicum et tetraëdricum $^1/_2$, cubicum et octaëdricum $^2/_3$, octaëdricum et tetraëdricum $^3/_4$. Dodecaëdrici conjugii latera sunt ineffabilia.

Tertio figuras jam constitutas harmonicae proportiones varie consequuntur. Aut enim numerus laterum plani comparatur cum numero laterum figurae

totius, et oriuntur hae proportiones: cubica $^4/_{12}$ seu $^1/_3$, tetraëdrica $^3/_6$ vel $^1/_2$, octaëdrica $^3/_{12}$ vel $^1/_4$, dodecaëdrica $^5/_{30}$ vel $^1/_6$, icosaëdrica $^3/_{30}$ vel $^1/_{10}$. Aut numerus laterum plani comparatur cum numero planorum; tunc cubus dat $^4/_6$ vel $^2/_3$, tetraädron $^3/_4$, octaëdron $^3/_8$, dodecaëdron $^5/_{12}$, icosaëdron $^3/_{20}$. Aut numerus laterum vel angulorum plani cum numero solidorum angulorum comparatur, et dat cubus $^4/_8$ vel $^1/_2$, tetraëdron $^3/_4$, octaëdron $^3/_6$ vel $^1/_2$, dodecaëdron cum conjuge $^5/_{20}$ et $^3/_{12}$, id est $^1/_4$. Aut numerus planorum cum numero solidorum angulorum, et dat cubicum conjugium $^6/_8$ vel $^3/_4$, tetraëdron aequalitatis proportionem, dodecaëdricum conjugium $^{12}/_{20}$ vel $^3/_5$. Aut numerus laterum omnium cum numero angulorum solidorum, et dat cubus $^8/_{12}$ vel $^2/_3$, tetraëdron $^4/_6$ vel $^2/_3$, octaëdron $^6/_{12}$ vel $^1/_2$, dodecaëdron $^{20}/_{30}$ vel $^2/_3$, icosaëdron $^{12}/_{30}$ vel $^2/_5$.

Comparantur vero et corpora inter se, si tetraëdrum in cubo sit abditum, octaëdrum in tetraëdro et cubo, inscriptione geometrica; tetraëdron est triens cubi, octaëdron semissis tetraëdri, sexta pars cubi, ut et id octaëdron, quod est inscriptum globo, est sexta pars de cubo, qui globo circumscribitur. Reliquorum corpora sunt ineffabilia.

Quarta species seu gradus cognationis est hujus operis magis proprius, quod proportio exquiritur orbium figuris inscriptorum ad orbes iis circumscriptos, et expenditur, quaenam proportiones harmonicae iis approximent. Nam in solo tetraëdro diameter inscripti est effabilis, pars sc. tertia circumscripti; at in cubico conjugio proportio, quae unica ibi est, similis est lineis sola potentia effabilibus. Nam orbis inscripti diameter est ad diametrum orbis circumscripti in proportione semitripla. Et si proportiones ipsas inter se compares, tetraëdricorum orbium proportio est dupla proportionis cubicorum orbium. In dodecaëdrico conjugio proportio orbium rursum est unica, sed ineffabilis, paulo major quam $^4/_5$. Igitur cuboctaëdricae proportioni orbium approximant ex harmonicis istae: $^1/_2$, ut proxime major, et $^3/_5$, ut proxime minor; dodecaëdricae vero proportioni orbium approximant harmoniae $^4/_5$ et $^5/_6$, proxime minores, $^3/_4$ et $^5/_8$, proxime majores.

Quodsi ob certas causas vindicentur cubo $^1/_2$ et $^1/_3$, erunt ut proportio cubicorum orbium ad proportionem tetraëdricorum, sic hae harmoniae $^1/_2$ et $^1/_3$, cubo tributae, ad $^1/_4$ et $^1/_9$, tetraëdro tribuendas, siquidem utendum fuerit hac analogia; sunt enim et hae proportiones illarum harmoniarum duplae. Et quia $^1/_9$ non est harmonica, succedet illi proxima harmonica $^1/_8$ pro tetraëdro. Dodecaëdrico vero conjugio per hanc analogiam venient fere $^4/_5$ et $^3/_4$. Nam sicut cubicorum orbium proportio est fere tripla dodecaëdricorum, sic etiam harmoniae cubicae $^1/_2$ et $^1/_3$ sunt fere triplae harmoniarum $^4/_5$ et $^3/_4$. Nam $^4/_5$ triplicata fit $^{64}/_{125}$, et $^1/_2$ est $^{64}/_{128}$. Sic $^3/_4$ triplicata fit $^{27}/_{64}$, et $^1/_3$ est $^{27}/_{81}$.

CAPUT III.

Summa doctrinae astronomicae, necessaria ad contemplationem harmoniarum coelestium.

Initio sciant hoc lectores, hypotheses astronomicas antiquas Ptolemaei, quemadmodum illae sunt explicatae in Theoriis Purbachii ceterisque epitomarum scriptoribus, penitus esse removendas ab hac consideratione exque

animo ejiciendas; non tradunt namque veram et corporum mundi dispositionem et motuum politiam.

In earum locum, etsi facere aliter non possum, quin *Copernici* de mundo sententiam unice et substituam et si possibile esset omnibus persuadeam, at quia res apud vulgus studiosorum etiamnum nova est et dogma auditu plerisque absurdissimum, Terram ex planetis unum esse interque sidera ferri circa Solem immobilem: sciant igitur, qui hujus sententiae insolentia offenduntur, speculationes has harmonicas etiam in hypothesibus *Tychonis Brahei* locum obtinere, propterea quod auctor ille cetera omnia, quae dispositionem corporum et contemperationem motuum attinent, cum Copernico habet communia, solum Terrae motum annuum Copernicanum transfert ipse in totum systema orbium planetariorum inque Solem, qui ejus medium obtinet, consensu auctoris utriusque. Nam ex hac translatione motus fit nihilominus, ut Terra, si non in vastissimo illo et immenso spatio sphaerae fixarum, at saltem in systemate mundi planetarii locum obtineat quovis tempore eundem apud Braheum, quem ei dat Copernicus, adeoque, sicut qui super papyro circulum scribit, is pedem circini scriptorium circumfert, qui vero papyrum seu tabulam affigit torno volubili, is immoto pede circini seu stilo circulum describit eundem super decurrente tabula, sic etiam hic Copernico quidem Tellus circulum metatur motu sui corporis reali, medium incedentem inter circulos Martis exteriorem et Veneris interiorem; at Tychoni Brahe totum systema planetarium (in quo inter ceteros sunt etiam Martis et Veneris circuli) convertitur velut tabula in torno, applicans ad Terram immobilem ceu ad stilum tornatoris interstitium inter Martis et Veneris circulos, fitque hoc systematis motu, ut Tellus in eo signet eundem circulum circa Solem, Martii et Venerii intermedium, ipsa perstans immobilis, quem signat apud Copernicum motu vero sui corporis, quiescente systemate. Cum igitur harmonica contemplatio consideret motus planetarum eccentricos, velut ex Sole visos, facile datur intelligi, si quis contemplator in Sole esset, quantumvis mobili, Terram illi, quamvis quiescentem (ut hoc jam concedatur Braheo), nihilominus visum iri decurrere circulum annuum, medium inter planetas, temporis etiam intermedio spatio. Quare etsi quis est imbecillis fidei homo, qui motum Terrae inter sidera capere non potest, is nihilominus gaudere poterit divinissimi hujus machinamenti contemplatione praestantissima, si, quicquid de motibus diurnis Telluris in suo eccentrico audit, id ad apparentiam eorum in Sole applicet, qualem apparentiam etiam Tycho Brahe exhibet, Terra quiescente.

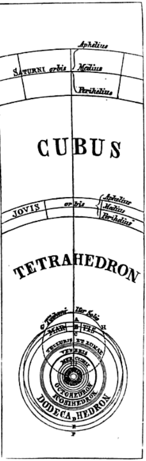
Neque tamen causam habent justam veri Samiae philosophiae cultores, invidendi talibus communicationem hanc delitiosissimae speculationis, ut quorum gaudium multis partibus erit perfectius, quippe ex speculationis consummata perfectione, si etiam Solis immobilitatem, Terrae vero motum acceptaverint.

Primum igitur hoc teneant lectores, rem hodie penes astronomos omnes esse certissimam, quod omnes planetae Solem circumeant, excepta Luna, quae sola Terram habet pro centro; cujus quidem orbis seu curriculi quantitas non est tanta, ut in hac charta delineari possit in justa proportione ad ceteros. Accedit igitur quinque reliquis sexta Terra, quae seu suo proprio motu, quiescente Sole, seu immota ipsa et converso toto planetarum systemate sextum et ipsa circulum circa Solem designat.

Secundo certum et hoc est, planetas omnes fieri eccentricos, id est mutare intervalla sua a Sole, sic ut in una parte circuli fiant a Sole remotis-

18*

Fig. 45.



simi, in opposita proxime Solem veniant. In adjecto schemate pro singulis planetis facti sunt circuli terni, quorum nullus indicat viam ipsam planetae eccentricam, sed medius quidem, ut in Marte BE, est aequalis orbitae eccentricae, quoad longiorem ejus diametrum; orbita vero ipsa, ut AD, tangit AF superiorem ex tribus ab una plaga A, inferiorem CD ex opposita D. Circulus GH, punctis abumbratus et per centrum Solis descriptus, indicat viam Solis apud Tychonem Brahe; qui si hanc viam movetur, omnia omnino puncta totius systematis planetarii, hic depicti, viam incedunt aequalem, quilibet suam propriam. Et uno ejus puncto, scilicet centro Solis, in una sui circuli parte stante, ut hic in infima, omnia omnino puncta systematis stabunt in imis partibus suorum quodque circulorum. Veneris etiam tres circuli propter angustiam spatii coierunt in unum praeter voluntatem.

Tertio repetat lector ex Mysterio meo Cosmogrrphico, quod edidi ante 22 annos: numerum planetarum seu curriculorum circa Solem desumtum esse a sapientissimo Conditore ex quinque figuris regularibus solidis, de quibus Euclides jam ante tot secula librum scripsit, qui Elementorum dicitur, eo quod ex propositionum serie sit constructus. Quod autem plura corpora regularia nequeant esse, hoc est, quod figurae planae regulares nequeant saepius quam quinquies in solidum congruere, id libro secundo hujus operis patuit.

Quarto, quod attinet proportionem orbitarum planetariarum, illa quidem inter binas orbitas vicinas semper est tanta, ut facile appareat, unamquamque illarum appropinquare proportioni unicae orbium unius ex quinque solidis figuris, scilicet orbis circumscripti ad orbem inscriptum figurae; at non tamen plane aequalis est, ut olim ausus fui de perfecta denique astronomia polliceri. Nam post absolutam demonstrationem intervallorum ex observationibus Brahei deprehendi hoc: cubi quidem angulis

intimo Saturni circulo applicatis, centra planorum fere tangere medium circulum Jovis, et tetraëdri angulis intimo Jovis circulo insistentibus, centra planorum tetraëdri tangere fere Martis circulum extimum; sic octaëdri angulis, ex Veneris quocunque circulo surgentibus (sunt etenim omnes tres in angustissimum intervallum redacti), centra planorum octaëdricorum penetrare et profundius descendere infra Mercurii circulum extimum, neque tamen venire usque ad medium Mercurii circulum; denique dodecaëdricorum quidem et icosaëdricorum orbium proportionibus, inter se aequalibus, omnium proximas esse proportiones seu intervalla inter Martis et Telluris interque Telluris et Veneris circulos, easque ipsas inter se similiter aequales, si ab intimo Martis ad medium Telluris, a medio vero Telluris ad medium Veneris computemus; Telluris enim medium intervalium est medium proportionale inter minimum Martis et medium Veneris; attamen has duas proportiones inter planetarum circulos adhuc esse majores, quam sunt binorum illorum in figuris orbium, sic ut planorum dodecaëdri centra non tangant circulum extimum Telluris, neque icosaëdricorum planorum centra circulum extimum Veneris; sed nec expleri hunc hiatum per semidiametrum orbis Lunae, supra additam Telluris intervallo maximo, infra vero ademtam ejusdem minimo. Sed aliam quandam deprehendo proportionem figuralem, si nempe auctum dodecaëdron (fig. 44), cui nomen echino feci (conformatum scilicet ex duodecim stellis quinquangularibus eoque proximum quinque corporibus regularibus), hoc, inquam, si duodecim mucrones suos collocet in circulo Martis intimo, tunc latera pentagonorum, qui singuli singulorum radiorum seu mucronum sunt bases, attingere medium circulum Veneris. Breviter: cubus et octaëdron conjuges penetrant suos planetarios orbes nonnihil, dodecaëdron et icosaëdron conjuges non plane assequuntur suos, tetraëdron praecise tangit utrumque; illic minus, istic plus, hic aequale est in planetarum intervallis.

Ex qua re patet, proportiones ipsissimas intervallorum planetariorum a Sole ex solis figuris regularibus desumtas non esse; non aberrat enim ab archetypo suo Creator, geometriae fons ipsissimus, et, ut Plato scripsit, *aeternam exercens geometriam.* Et potuit sane hoc ipsum colligi vel ex eo, quod planetae omnes intervalla per certas temporum periodos mutant, sic ut unusquisque duo habeat insignia intervalla a Sole, maximum et minimum, daturque inter binos planetas comparatio intervallorum a Sole quadruplex, vel maximorum vel minimorum vel contrariorum remotissimorum inter se vel proximorum; ita fiunt binorum et binorum vicinorum planetarum comparationes numero viginti, cum e contrario figurae solidae solum quinque sint. At vero consentaneum est, Creatorem, si curam habuit proportionis orbium in genere, curam etiam habuisse proportionis, quae est inter singulorum in specie intervalla variantia, eamque curam utrinque eandem esse alteramque ex altera necti, quo perpenso obtinebimus sane et hoc, quod ad constituendas orbium et diametros et eccentricitates junctim pluribus sit opus principiis, praeter quinque regularia corpora.

Quinto, ut ad motus veniamus, inter quos constitutae sunt harmoniae, rursum inculco lectori, demonstratum esse a me in Commentariis de Marte ex certissimis Brahei observationibus, quod arcus diurni aequales in eccentrico uno et eodem non aequali permeentur celeritate, sed quod hae diversae *morae in partibus aequalibus eccentrici observent proportionem suorum intervallorum a Sole*, fonte motus; et vicissim, quod suppositis temporibus aequalibus, puta uno die naturali utrinque, respondentes iis *diurni veri ar-*

cus eccentricae orbitae unius habeant inter se proportionem eversam proportionis intervallorum duorum a Sole. Simul autem demonstratum est a me, *orbitam planetae esse ellipticam, et Solem, fontem motus, esse in altero focorum hujus ellipsis, itaque fieri, ut planeta, absoluto totius circuitus quadrante a suo aphelio, praecise mediocre habeat intervallum a Sole, inter maximum in aphelio et minimum in perihelio.* Ex his vero duobus axiomatibus conficitur, *ut diurnus planetae medius motus in eccentrico idem sit et verus ejus eccentrici arcus diurnus illis momentis, quibus planeta est in fine quadrantis eccentrici ab aphelio computati, licet ille quadrans verus adhuc minor appareat justo quadrante.* Sequitur amplius, *quod duo quicunque arcus eccentrici diurni verissimi, aequaliter vere distantes, alter ab aphelio, alter a perihelio, juncti aequent duos diurnos medios;* et per consequens, *cum sit eadem circulorum proportio, quae diametrorum, quod eadem sit proportio unius diurni medii ad junctos medios omnes inter se aequales, quot sunt in toto circuitu, quae est medii diurni ad junctos veros omnes arcus eccentricos, totidem numero, sed inter se inaequales.* Et haec de veris eccentrici arcubus diurnis deque veris motibus sunt praecognoscenda, ut jam ex iis intelligamus motus apparentes, oculo in Sole supposito.

Sexto. Quantum vero attinet arcus apparentes velut ex Sole, notum est ex antiqua etiam astronomia, quod ex motibus veris, etiam aequalibus inter se, is qui longius a centro mundi recessit (ut qui est in aphelio) appareat esse minor spectanti ex illo centro, qui propior sit, ut qui est in perihelio, idem et major. Cum igitur insuper etiam majores sint veri arcus diurni in propinquo, propter motum celeriorem, minores in aphelio remoto, propter motus tarditatem, hinc ego demonstravi in Martialibus, *proportionem apparentium arcuum diurnorum unius eccentrici satis praecise duplam eversam esse proportionis suorum intervallorum a Sole.* Ut si planeta in una suarum dierum, quando est in aphelio, distaret a Sole partibus, quacunque mensura, 10, in opposita die, quando est in perihelio, partibus consimilibus 9: certum est, quod ex Sole apparens ejus promotio in aphelio futura sit ad apparentem in perihelio, sicut 81 ad 100.

Hoc autem verum est cum his cautionibus: primo, ut arcus eccentrici non sint magni, ne communicent cum distantiis diversis multum differentibus, hoc est ne causentur sensibilem varietatem distantiae terminorum suorum ab apsidibus; deinde, ut eccentricitas non sit valde magna, nam quo major eccentricitas, sc. quo major fit arcus, hoc magis augetur ejus apparentiae angulus ultra modulum appropinquationis suae ad Solem, per theorema 8. Opticorum Euclidis; quod tamen in arcubus parvis et magna distantia nullius est momenti, ut in meis Opticis capite 11. monui. Sed est alia causa, cur hoc moneam. Nam arcus eccentrici circa medias anomalias inspiciuntur oblique ex centro Solis, quae obliquitas minuit apparentiae magnitudinem, cum ex adverso arcus circa apsidas aspectui, velut in Sole collocato, objiciantur recte. Quando igitur eccentricitas est valde magna, tunc sensibiliter nocetur proportioni motuum, si motum medium diurnum sine diminutione applicemus distantiae mediocri, quasi is ex distantia mediocri tantus appareret, quantus est, ut infra in Mercurio apparebit. Haec omnia prolixius traduntur in Ep. Astr. Copernicanae Lib. V, fuerunt autem hic etiam commemoranda, quia attinent ipsissimos terminos harmoniarum coelestium, per se singulos seorsim consideratos.

Septimo. Si cui forte occurrant ii motus diurni, qui non apparent velut

ex Sole, sed ex Terra spectantibus, de quibus agit lib. VI. Ep. Astr. Cop., is sciat, eorum rationem in hoc negotio plane nullam haberi; sane neque debet, cum Terra non sit fons motus ipsorum, neque potest, cum motus ii non tantum in meram quietem seu stationem apparentem, sed plane in retrogradationem, quantum ad fallacem apparentiam, degenerent, qua ratione omnis proportionum infinitas omnibus planetis simul et ex aequo tribuitur. Ut igitur certum habeamus, quales proportiones proprias constituant diurni motus singularum verarum orbitarum eccentricarum (licet et ipsi adhuc apparentes sint, veluti spectanti ex Sole, fonte motus), removenda prius est ab iis motibus propriis haec phantasia communis omnibus quinque motus annui adventitii, sive ille ex ipsius Telluris motu oriatur secundum Copernicum, sive ex motu systematis totius annuo secundum Tychonem Brahe, motusque cuique planetae proprii enucleati sub conspectum subjiciendi sunt.

Octavo. Hactenus egimus de diversis moris vel arcubus unius et ejusdem planetae. Jam etiam de binorum planetarum motibus inter se comparatis agendum. Ubi nota definitionem terminorum, qui sunt nobis futuri necessarii. Apsidas proximas duorum planetarum dicemus perihelium superioris et aphelium inferioris, non obstante, quod illae vergunt in plagam mundi non eandem, sed diversas et forte contrarias. Motus extremos intellige tardissimum et velocissimum totius circuitus planetarii; convergentes extremos seu conversos, qui sunt in binorum apsidibus proximis, scilicet in perihelio superioris et aphelio inferioris; divergentes vel diversos, qui in apsidibus oppositis, scilicet aphelio superioris et perihelio inferioris. Rursum igitur hic aliqua pars mei Mysterii Cosmographici, suspensa ante 22 annos, quia nondum liquebat, absolvenda et huc inferenda est. Inventis enim veris orbium intervallis per observationes Brahei plurimi temporis labore continuo, tandem, tandem genuina proportio temporum periodicorum ad proportionem orbium — — *sera quidem respexit inertem,*

Respexit tamen et longo post tempore venit;

eaque, si temporis articulos petis, 8. Mart. hujus anni millesimi sexcentesimi decimi octavi animo concepta, sed infeliciter ad calculos vocata eoque pro falsa rejecta, denique 15. Maji reversa, novo capto impetu expugnavit mentis meae tenebras, tanta comprobatione et laboris mei septendecennalis in observationibus Braheanis et meditationis hujus in unum conspirantium, ut somniare me et praesumere quaesitum inter principia primo crederem. Sed res est certissima exactissimaque, quod proportio, quae est inter binorum quorumcunque planetarum tempora periodica, sit praecise sesquialtera proportionis mediarum distantiarum, id est orbium ipsorum; attento tamen hoc, quod medium arithmeticum inter utramque diametrum ellipticae orbitae sit paulo minus longiore diametro. Itaque si quis ex periodo, verbi causa Telluris, quae est annus unus, et ex periodo Saturni triginta annorum sumserit tertiam proportionis partem, id est radices cubicas, et hujus proportionis duplum fecerit, radicibus quadrate multiplicatis, is habet in prodeuntibus numeris intervallorum Terrae et Saturni a Sole mediorum proportionem justissimam.*) Nam cubica radix de 1 est 1, ejus quadratum 1; et cubica radix de 30 est major quam 3, ejus igitur quadratum majus quam 9. Et Saturnus, mediocriter distans a Sole, paulo altior est

*) Nam in Commentariis Martis cap XLVIII. fol. 232. (III. 333) probavi, medium hoc arithmeticum vel ipsam esse diametrum circuli, qui longitudine aequat ellipticam orbitam, vel ea proxime minus.

noncuplo mediocris distantiae Telluris a Sole. Hujus theorematis usus infra cap. 9. necessarius erit ad demonstrationem eccentricitatum.

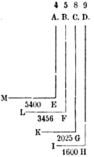
Nono. Si jam ipsa verissima itinera diurna cujusque planetae per auram aetheream eadem veluti decempeda volucris metiri, conjungendae erunt proportiones duae, una diurnorum arcuum eccentrici verorum (non apparentium), altera intervallorum cujusque a Sole mediocrium, quia eadem est et amplitudinis orbium, hoc est, multiplicandus cujusque planetae arcus verus diurnus in sui orbis semidiametrum: quo facto prodibunt numeri idonei ad exquirendum, num illa itinera faciant proportiones harmonicas.

Decimo. Ut vero habeas, quantam quodlibet talium diurnorum itinerum faciat apparentiam, oculo velut in Sole collocato, etsi hoc idem ex astronomia potest immediate peti, tamen etiam sic patebit, si addideris itinerum proportioni proportionem eversam intervallorum non mediorum, sed verorum, quae sunt quovis loco eccentricorum, multiplicato itinere superioris in intervallum inferioris a Sole et vicissim itinere inferioris in intervallum superioris a Sole.

Undecimo. Nec minus etiam ex datis motibus apparentibus, aphelio unius et perihelio alterius, vel vicissim alternisve, proportiones eliciuntur intervallorum aphelii unius ad perihelium alterius; ubi tamen medios motus oportet esse praecognitos, sc. proportionem periodicorum temporum eversam, ex quibus elicitur orbium proportio, per num. VIII. praemissum: tunc sumto medio proportionali inter motum alterutrum apparentem et suum medium, fit ut hoc medium proportionale ad semidiametrum orbis, jam patefactam, sic medius motus ad distantiam vel intervallum quaesitum. Sint duorum planetarum periodica tempora 27 et 8, ergo medii motus diurni illius ad hunc est illa, quae 8 ad 27, quare erunt semidiametri orbium ut 9 ad 4. Nam radix cubica 27 est 3, de 8 est 2, harum radicum 3 et 2 quadrata sunt 9 et 4. Sint jam motus apparentes, aphelius unius 2 et perihelius alterius $33\frac{1}{3}$. Media proportionalia inter motus medios 8 et 27 et hos apparentes erunt 4 et 30. Si ergo medium 4 dat mediocrem distantiam planetae 9, tunc medius motus 8 dat aphelium intervallum 18, respondens apparenti motui 2; et si medium alterum 30 dat mediocrem distantiam alterius planetae 4, tunc medius illius motus 27 dat perihelium illius intervallum $3\frac{3}{5}$. Dico igitur, distantiam apheliam illius esse ad periheliam hujus, ut 18 ad $3\frac{3}{5}$. Ex quo patet, quod inventis harmoniis inter motus extremos binorum et periodicis temporibus utrique praescriptis, necessitentur intervalla extrema et mediocria, quare etiam eccentricitates.

Duodecimo. Datur etiam, ex unius et ejusdem planetae motibus extremis diversis invenire motum medium. Hic enim non praecise est arithmeticum medium inter motus extremos, nec praecise medium geometricum, sed tanto minor geometrico medio, quanto medium geometricum minus est quam medium inter utrumque. Sint duo motus extremi 8 et 10, medius motus erit minor quam 9, minor etiam quam radix de 80, dimidio ejus, quod est inter utrumque, 9 et rad. de 80. Ita si sit aphelius 20, perihelius 24, motus medius erit minor quam 22, minor etiam quam radix de 480, dimidio ejus, quod est inter hanc radicem et 22. Hujus theorematis usus est in sequenti.

Decimotertio. Ex praemissis demonstratur haec propositio, nobis valde necessaria futura, quod quemadmodum proportio mediorum motuum in binis planetis est sesquialtera eversa proportionis orbium, sic proportio duorum apparentium convergentium extremorum motuum semper deficiat a sesquialtera proportionis intervallorum, illis extremis motibus respondentium; et quantisper quidem duae proportiones duorum intervallorum respondentium ad intervalla duo media seu ad semidiametros duorum orbium junctae faciunt minus quam dimidiam proportionis orbium, tantisper proportio motuum duorum extremorum convergentium est major proportione respondentium intervallorum; si vero illa summa superaret dimidiam proportionis orbium, tunc motuum convergentium proportio fieret minor proportione suorum intervallorum.



Sit orbium proportio DH, AE, motuum mediorum proportio HI, EM, prioris sesquialtera eversa. Sit intervallum illic minimum sui orbis, sc. CG, hic maximum sui, sc. BF, et junctae proportiones DH ad CG et BF ad AE sint primo minores dimidia ipsius DH ad AE. Sitque motus superioris perihelius apparens GK, inferioris aphelius FL, ut sint extremi convergentes. Dico proportionem GK ad FL esse majorem proportione CG ad BF eversa, minorem tamen ejus sesquialtera. Nam proportio HI ad GK est dupla proportionis CG ad DH, et proportio FL ad EM dupla proportionis AE ad BF; junctae igitur duae proportiones, HI ad GK et FL ad EM duplum efficiunt junctarum CG ad DH et AE ad BF. Sed junctae CG ad DH et AE ad BF sunt minores dimidio proportionis AE ad DH, defectu certo, ut est in suppositis, ergo et junctae HI ad GK et FL ad EM sunt minores duplo dimidii, id est minores tota proportione AE ad DH, defectu prioris duplo. Sed HI ad EM est sesquialtera proportionis AE ad DH, per 8. praemissum. Ergo minus toto defectu duplicato ablatum a sesquialtero, scilicet proportiones HI ad GK et FL ad EM a proportione HI ad EM relinquunt plus quam semis proportionis AE ad DH, excessu duplicato; relinquunt vero proportionem GK ad FL, ergo proportio GK ad FL est plus quam dimidia proportionis AE ad DH, excessu duplicato. At proportio AE ad DH est composita ex tribus: ex AE ad BF, ex BF ad CG et ex CG ad DH. Et CG ad DH cum AE ad BF est minus dimidio ipsius AE ad DH, defectu simplo, ergo BF ad CG est plus dimidio ipsius AE ad DH, excessu simplo. Sed proportio GK ad FL erat etiam plus quam dimidia ejusdem AE ad DH, verum excessu duplicato; duplicatus vero excessus est major simplo, ergo proportio motuum GK ad FL est major proportione intervallorum respondentium BF ad CG.

Eodem plane modo demonstratur etiam e contrario, si planetae appropinquent invicem in G, F ultra distantias medias in H, E, sic ut proportio mediarum distantiarum DH ad AE amittat plus dimidio, tunc motuum GK ad FL proportionem fieri minorem proportione suorum intervallorum BF ad CG. Nihil enim ultra faciendum, quam ut mutes voces, *major* in *minor*, *plus* in *minus*, *excessus* in *defectus* et vicissim.

In appositis numeris, quia dimidia de $\frac{4}{9}$ est $\frac{2}{3}$, et $\frac{5}{8}$ est adhuc major quam $\frac{2}{3}$ quantitate excessus $\frac{15}{16}$, et vero proportionis 8 ad 9 dupla facta

est proportio 1600 ad 2025, id est 64 ad 81, et proportionis 4 ad 5 dupla est facta proportio 3456 ad 5400, id est 16 ad 25, denique proportionis 4 ad 9 sesquipla est facta proportio 1600 ad 5400, id est 8 ad 27: ideo etiam proportio 2025 ad 3456, hoc est 75 ad 128, adhuc major est, quam 5 ad 8, hoc est 75 ad 120, quantitate excessus itidem (120 ad 128, id est) 15 ad 16: ut ita proportio motuum convergentium 2025 ad 3456 tanto superet proportionem eversam intervallorum respondentium 5 ad 8, quanto haec superat dimidium proportionis orbium 4 ad 9. Vel quod eodem redit, proportio duorum intervallorum convergentium est media inter dimidiam proportionis orbium et inter eversam motuum respondentium. [19])

Ex hoc autem datur intelligi, motuum divergentium proportionem esse multo majorem sesquialtera proportionis orbium, cum ad sesquialteram accedant duplae proportionum intervalli aphelii ad intervallum medium et medii ad perihelium.

CAPUT IV.

Quibus in rebus, ad motus planetarum pertinentibus, expressae sint a Creatore proportiones harmonicae et quomodo?

Igitur ablata phantasia retrogradationum et stationum, et enucleatis planetarum propriis motibus in suis genuinis orbitis eccentricis, restant adhuc haec in planetis distincta: 1) Intervalla a Sole. 2) Tempora periodica. 3) Arcus eccentrici diurni. 4) Morae in iis arcubus diurnae. 5) Anguli ad Solem, seu arcus diurni apparentes veluti spectantibus ex Sole. Rursumque omnia haec (exceptis temporibus periodicis) sunt variabilia toto circuitu, plurimum quidem in longitudinibus mediis, minimum vero in extremitatibus, quando, conversione facta ab earum una, revertuntur ad oppositam; ut cum est planeta humillimus et Soli vicinissimus, eoque in uno gradu eccentrici moratur quam minimum et vicissim in una die maximum arcum eccentrici diurnum conficit et velocissimus ex Sole apparet: tunc illius motus manet aliquamdiu in hoc vigore sine sensibili variatione, donec superato perihelio planeta paulatim inceperit a Sole discedere in linea recta longius; tunc simul et in gradibus eccentrici moratur diutius; aut si unius diei motum consideres, sequenti quoque die proficit minus multoque etiam tardior ex Sole apparet, donec summae apsidi appropinquaverit, faciens intervallum a Sole maximum, tunc enim et diutissime omnium moratur in uno gradu eccentrici, aut contra in una die minimum ejus arcum conficit multoque etiam minorem et totius ambitus sui minimam facit apparentiam.

Denique haec omnia sunt vel unius alicujus planetae per diversa tempora, vel sunt in planetis diversis, sic ut supposita temporis infinitate omnes affectiones circuitus unius planetae cum omnibus affectionibus circuitus alterius planetae eodem temporis momento concurrere et comparari possint, et tunc integri quidem eccentrici, inter se comparati, proportionem habent eandem, quam ipsorum semidiametri seu intervalla mediocria; arcus vero eccentricorum duorum, aequaliter vel eodem numero denominati, habent tamen inaequales veras longitudines in proportione totorum eccentricorum. Verbi causa, gradus unus in sphaera Saturni duplo fere major est, quam gradus unus in sphaera Jovis. Et vicissim arcus diurni eccentricorum, expressi numeris astronomicis, non exhibent proportionem verorum itinerum, quae globi in una die confi-

ciunt per auram aethercam, quia singulae unitates denotant in ampliori circulo planetae superioris itineris particulam majorem, in angustiori vero circulo inferioris particulam minorem. Ut sic haec jam accedat considerationis pars sexta, de itineribus binorum planetarum diurnis.

Primum igitur sumamus secundum ex positis, tempora scilicet periodica planetarum, quae continent summas collectas ex omnibus moris omnium graduum totius ambitus, longis, mediocribus, parvis. Et deprehensum est ab antiquo ad nos usque, quod planetae circa Solem reditus suos absolvant, ut sequitur in tabella.

	Diebus	Diei scrupulis.	Ergo diurni medii Min.	Sec.	Tert.
Saturnus	10759.	12	2.	0.	27.
Jupiter	4332.	37	4.	59.	8.
Mars	686.	59	31.	26.	31.
Tellus cum Luna	365.	15	59.	8.	11.
Venus	224.	42	96.	7.	39.
Mercurius	87.	58	245.	32.	25.

In his igitur periodicis temporibus harmonicae proportiones nullae sunt, quod facile apparet, si periodi majores continue bisecentur, minores continue duplicentur, ut dissimulatis diapason intervallis ea, quae sunt intra unum diapason, exquirere possimus.

	Saturni.	Jovis.	Martis.	Telluris.	Veneris.	Mercurii.	
	10759. 12						
dimi-	5379. 36	4332. 37				87. 58	Du-
dia.	2689. 48	2166. 19			224. 42	175. 56	pla.
	1344. 54	1083. 10	686. 59	365. 15	449. 24	351. 52	
	672. 27	541. 35					

Omnes ultimi, ut vides, abhorrent a proportionibus harmonicis videnturque similes ineffabilibus. Capiat enim numerus dierum Martis 687 mensuram 120, quae est divisionis chordae, venient in hac mensura Saturno pro parte sedecima paulo plus quam 117, Jovi pro parte octava minus quam 95, Telluri minus quam 64, Veneri pro duplo plus quam 78, Mercurii quadruplo 61 plus. [20]) Atqui hi numeri cum 120 non faciunt ullam proportionem harmonicam, sed eorum vicini 60, 75, 80, 96. Ita qualium Saturnus habet 120, Jupiter habet fere 97, Tellus supra 65, Venus plus quam 80, Mercurius minus quam 63. Et qualium Jupiter habet 120, Terra habet minus quam 81, Venus minus quam 100. Mercurius minus quam 78. Qualium item Venus habet 120, Terra habet minus quam 98, Mercurius plus quam 94. Qualium denique Terra habet 120, Mercurius habet minus quam 116. Quodsi valuisset hic libera proportionum electio, omnino perfectae harmoniae, non vero excedentes et deficientes sumtae fuissent. Non deprehenditur igitur Creator Deus inter has morarum summas collectas in tempora periodica voluisse introducere proportiones harmonicas.

Ac cum sit conjectura probabilissima (quippe nixa demonstrationibus geometricis et doctrina de causis motuum planetariorum, tradita in Commentariis Martis) planetarum moles corporum esse in proportione periodicorum temporum, sic ut Saturni globus sit trigecuplo circiter major globo Telluris, Jupiter duodecuplo, Mars minus duplo, Terra globi Veneris sesquialtero major, Mercurialis globi quadruplo major: non erunt igitur neque hae proportiones corporum harmonicae.

Cum autem Deus nihil sine geometrica pulchritudine constituerit, quod non ab alio priore quadam necessitatis lege sit nexum, facile colligimus, temporibus periodicis suas venire prolixitates adeoque et corporibus mobilibus suas moles ab aliquo, quod est in archetypo prius, ad quod exprimendum istae, ut videntur improportionatae moles et periodi, sunt in hunc modulum aptatae. At collectas esse dixi periodos ex moris longissimis, mediocribus et tardissimis: oportet igitur vel in his moris, vel si quid est iis prius in mente Opificis, inveniri concinnitates geometricas. Morarum vero proportiones nexae sunt ab arcuum diurnorum proportionibus, quia arcus proportionem eversam habent proportionis morarum. Rursum et morarum et intervallorum unius alicujus planetae proportiones diximus esse easdem. Quod igitur attinet planetas singulos, una et eadem erit consideratio trium horum: arcuum, morarum in arcubus aequalibus et remotionis arcuum a Sole seu intervallorum. Et quia jam variabilia sunt haec omnia in planetis, dubium nullum esse potest, quin si quid fuerint sortita pulchritudinis geometricae, certo summi Opificis consilio id suis extremis acceperint, ut apheliis et periheliis intervallis, non ita mediis interjectis. Nam datis extremorum intervallorum proportionibus, jam non opus est consilio, ut intermediae proportiones certo aptentur numero; sequuntur enim ultro, necessitate motus planetarii, ab uno extremo per intermedia omnia ad extremum alterum.

Igitur extrema intervalla sunt ista, per accuratissimas Tychonis Brahei observationes, methodo in Commentariis Martis tradita, exquisita pertinacissimo septendecim annorum studio.

Comparata intervalla cum harmonicis

Binorum: Converg.	Binorum: Diverg.			Singulorum propr.
$\frac{a}{d} = \frac{2}{1}$,	$\frac{b}{c} = \frac{5}{3}$	Saturni aphelium perihelium	10052. a. 8968. b.	Plus tono minore $\frac{10000}{9000}$ Minus tono majore $\frac{10000}{8935}$
$\frac{c}{f} = \frac{4}{1}$,	$\frac{d}{e} = \frac{3}{1}$	Jovis aphelium perihelium	5451 c. 4949 d.	Nulla concinna proportio, sed fere $\frac{11}{10}$. Inconcinna vel dim. de harmonica $\frac{6}{5}$
$\frac{e}{h} = \frac{5}{3}$,	$\frac{f}{g} = \frac{17}{20}$	Martis aphelium perihelium	1665. e. 1382. f.	Hic $\frac{1662}{1385}$ esset harmonica $\frac{6}{5}$ et $\frac{1665}{1332}$ esset $\frac{5}{4}$.
$\frac{g}{k} = \frac{2}{1\frac{1}{2}}$ sc. $\frac{1000}{710}$,	$\frac{h}{i} = \frac{27}{20}$	Terrae aphelium perihelium	1018. g. 982. h.	Hic $\frac{1025}{984}$ esset diesis $\frac{25}{24}$, non possidet ergo diesin.
		Veneris aphelium perihelium	729. i. 719. k.	Minus quam sesquicomma, plus quam tertia pars dieseos.
$\frac{i}{m} = \frac{12}{5}$,	$\frac{k}{l} = \frac{243}{160}$	Mercurii aphelium perihelium	470. l. 307.m.	Plus quam diapente, abundans $\frac{243}{160}$, minus quam harmonica $\frac{8}{5}$.

Nullius igitur planetae unius intervalla extrema ad harmonias alludunt, praeter Martis et Mercurii. [21])

At si diversorum planetarum intervalla extrema inter se compares, jam affulgere incipit aliqua lux harmonices. Nam extrema ♄ et ♃ divergentia faciunt paulo plus quam diapason, convergentia medium inter sextas majorem et minorem. Sic extrema ♃ et ♂ divergentia complectuntur fere disdiapason, convergentia fere diapente cum diapason. Telluris vero et ♂ divergentia plus aliquanto sunt complexa quam sextam majorem, convergentia diatessaron abundans. In sequenti copula Telluris et ♀ rursum inter convergentia est idem diatessaron abundans, at inter divergentia destituimur harmonica proportione: minor enim est quam hemidiapason (si ita licet loqui), hoc est minor quam semidupla. Denique inter ♀ et ☿ divergentia paulo minus interest composita ex diapason et tertia minore; inter convergentia est diapente abundans, paulo plus.

Etsi igitur unum intervallum paulo longius abit ab harmonicis, fuit tamen hic successus invitamentum ad progrediendum ulterius. Erant autem hae meae ratiocinationes. Primum intervalla haec, in quantum sunt longitudines sine motu, non apte ad harmonica examinantur, quia harmoniis magis familiare subjectum est motus, causa celeritatis et tarditatis. Deinde in iisdem, in quantum sunt diametri orbium, credibile est potiorem esse habitam rationem corporum regularium quinque ex analogia, quia quae ratio est corporum geometricorum solidorum ad coelestes orbes, undiquaque vel clausos coelesti materia, ut vult antiquitas, vel claudendos successive plurimarum gyrationum agglomeratione, eadem est et planarum figurarum, circulo inscriptilium (quae figurae harmonias gignunt), ad circulos coelestes motuum ceteraque spatia, in quibus fiunt motus. Ergo si quaerimus harmonias, quaeramus eas non in his intervallis, ut sunt semidiametri orbium, sed in illis, ut sunt mensurae motuum, hoc est in ipsis potius motibus. Sane intervalla non alia possunt accipi pro semidiametris orbium, quam mediocria, nos vero hic de extremis agimus intervallis. Non agimus igitur de intervallis respectu suorum orbium, sed respectu motuum.

His igitur de causis cum ad motuum extremorum comparationem transivissem, primum manserunt magnitudine eaedem motuum proportiones, quae prius erant intervallorum, tantummodo eversae; quare etiam inter motus inventae sunt proportiones aliquae, ut prius, inconcinnae et ab harmoniis alienae. Id vero rursum ratus sum merito mihi evenire, quippe qui comparem inter se arcus eccentrici, qui neque sint expressi et numerati mensura magnitudinis ejusdem, sed numerentur gradibus et minutis, quae sunt in planetis diversis magnitudinis diversae, neque etiam faciant apparentiam ullibi tantam, quantum dicit numerus cujusque, nisi tantum in centro eccentrici cujusque, quod nullo corpore est suffultum, ac proinde etiam incredibile est, sensum vel instinctum naturalem in illo mundi loco ullum esse, apparentiae hujus capacem, imo et impossibile, siquidem comparabam diversorum planetarum arcus eccentricos causa suae apparentiae in centris suis, quae diversi obtinent diversa; comparatae vero diversae apparentes magnitudines in uno debebant mundi loco sic apparere, ut id, quod facultatem habet comparandi illa, sit in illo communis apparentiae loco praesens. Aut igitur removendam ex animo censui apparentiam horum arcuum eccentricorum, aut aliter informandam. Quodsi removerem apparentiam et mentem ad ipsa diurna planetarum itinera attenderem, vidi utendum esse praecepto illo, quod superiori capite numero 9. tradidi. Multi-

plicatis igitur arcubus eccentricorum diurnis in orbium intervalla mediocria, prodierunt haec itinera.

	Diurni.	Intervalla mediocria.	Itinera diurna.
Saturni aphelii	1′ 53″	9510.	1065
perihelii	2 7		1208
Jovis aphelii	4 44	5200.	1477
perihelii	5 15		1638
Martis aphelii	28 44	1524.	2627
perihelii	34 34		3161
Telluris apheliae	58 6	1000.	3486
periheliae	60 13		3613
Veneris apheliae	95 29	724.	4149
periheliae	96 50		4207
Mercurii aphelii	201 0	388.	4680
perihelii	307 3		7148

Ita Saturnus vix septimam partem conficit itineris Mercurialis fitque, quod Aristoteles lib. II. de Coelo rationi consentaneum censuit, ut semper is, qui Soli propior, majus spatium conficiat, quam qui remotior, quod in antiqua astronomia obtineri non potest.

Quod igitur attinet singulorum itinera diurna, proportiones iis comprehensas oportet easdem magnitudine esse, quae prius fuerunt in intervallis, sed specie eversas: quia arcus eccentrici, ut dictum, habent suorum intervallorum a Sole proportionem eversam. Itinera vero binorum extrema vel diversa vel conversa si consideremus, multo minus harmonicum quicquam apparet quam prius, cum ipsos arcus considerassemus.

Et sane si rem pensitemus diligentius, apparebit, non valde verisimile esse, Creatorem sapientissimum harmonias inter ipsa potissimum itinera planetaria procurasse. Nam si sunt harmonicae proportiones itinerum, erunt reliqua omnia, quae habent planetae, coacta et ex itineribus nexa, ut non sit locus alibi procurandi harmonias. At cui bono harmoniae inter itinera, aut quis has harmonias percipiet? Duo sunt, quae nobis harmonias in rebus naturalibus patefaciunt: vel lux vel sonus, illa per oculos sensusve occultos oculis analogos, hic per aures recepti; quas species occupans mens, sive instinctu (de quo lib IV. abunde) sive per ratiocinationem astronomicam vel harmonicam dijudicat concinnum ab inconcinno. Jam soni in coelo nulli existunt, nec tam turbulentus est motus, ut ex attritu aurae coelestis eliciatur stridor. Restat lux; si haec docere debet de itineribus planetarum, docebit vel oculos vel sensorium iis analogon, situm in certo loco, et ut statim ipsa per se lux edoceat, coram videtur adesse oportere sensum. Erit igitur sensus in toto mundo, scilicet ut unus et idem omnium planetarum motibus simul adsit. Nam illa via, ab observationibus per longissimas geometriae et arithmeticae ambages, per proportiones orbium et cetera antea discenda usque ad itinera haec ipsa traducta, nimis est longa pro instinctu aliquo naturali, cujus movendi causa harmonias introductas esse consentaneum videtur.

Omnibus igitur in unum conspectum coactis, conclusi recte, dimissis veris

itineribus planetarum per auram aethercam, oportere nos oculos convertere ad apparentes arcus diurnos et apparentes quidem omnes ex uno certo et insigni mundi loco, scilicet ex ipso corpore Solari, fonte motus omnium planetarum, videndumque, non quam altus a Sole sit planetarum quilibet, nec per quantum spatium in una die trajiciat (hoc enim ratiocinativum est et astronomicum, non instinguibile), sed quantum angulum in ipso Solis corpore diurnus cujusque motus subtendat, vel quantum arcum sub uno communi circulo ex Sole descripto, qualis est ecliptica, quolibet die conficere videatur, ut ita haec apparentia, beneficio luminis ad corpus Solis perlata, cum ipso lumine recta in creaturas, instinctus hujus participes, sic influere possit, sicut libro quarto schema coeli in foetum beneficio radiorum diximus influere.

Docet igitur astronomia Tychonica (remotis a planetario motu proprio parallaxibus orbis annui, quae speciem ipsis induit stationum et retrogradationum), motus diurnos planetarum in suis orbitis (apparentes veluti spectantibus ex Sole) esse hosce.

Harmoniae binorum.		Apparentes diurni.					Harmoniae singulorum propriae.
Diverg.	Converg.	♄ aphelius	1′ 46″	a.	Inter	1′ 48″	est $\frac{4}{5}$ tertia major.
$\frac{a}{d}=\frac{1}{3}$,	$\frac{b}{c}=\frac{1}{2}$	perihelius	2 15	b.	et	2 15	
		♃ aphelius	4 30	c.	Inter	4 35	est $\frac{5}{6}$ tertia minor.
$\frac{c}{f}=\frac{1}{8}$,	$\frac{d}{e}=\frac{5}{24}$	perihelius	5 30	d.	et	5 30	
		♂ aphelius	26 14	e.	Inter	25 21	est $\frac{2}{3}$ diapente.
$\frac{e}{h}=\frac{5}{12}$,	$\frac{f}{g}=\frac{2}{3}$	perihelius	38 1	f.	et	38 1	
		Telluris aphelius	57 3	g.	Inter	57 28	est $\frac{15}{16}$ semitonium.
$\frac{g}{k}=\frac{3}{5}$,	$\frac{h}{i}=\frac{5}{8}$	perihelius	61 18	h.	et	61 18	
		♀ aphelius	94 50	i.	Inter	94 50	est $\frac{24}{25}$ diesis.
$\frac{i}{m}=\frac{1}{4}$,	$\frac{k}{l}=\frac{3}{5}$	perihelius	97 37	k.	et	98 47	
		☿ aphelius	164 0	l.	Inter	164 0	est $\frac{5}{12}$ diapason cum tertia minore.
		perihelius	384 0	m.	et	394 0	

Nota, quod Mercurii magna eccentricitas faciat motuum proportionem nonnihil differre a duplicata distantiarum proportione. Nam si feceris ut 100, mediocrem distantiam, ad 121 apheliam, duplo tantam proportionem motus aphelii ad motum medium 245′ 32″, tunc prodit motus aphelius 167, et si ut 100 ad 79, distantiam periheliam, duplo tantam proportionem motus perihelii ad mediocrem eundem, perihelius motus fiet 393, utrinque major, quam hic posui, [22]) quia scilicet medius motus in anomalia media, valde ex obliquo inspectus, non apparet tantus, sc. non 245′ 32″, sed minor circiter 5 scrupulis; ergo etiam aphelius et perihelius minores elicientur. Minus autem aphelius et plus perihelius, propter th. 8..Opt. Eucl., ut cavi capite praecedenti, numero 6.

Quod igitur inter hos apparentes motus singulorum extremos essent harmoniae et concinna intervalla, id vel ex proportionibus diurnorum arcuum eccentricorum, supra relatis, potui praesumere animo, cum viderem, ibi passim semisses regnare proportionum harmonicarum, scirem vero, apparentium motuum esse duplam proportionem proportionis motuum eccentricorum. Sed datur experientia ipsa vel sine ratiocinatione quod affirmatur comprobare, ut vides

tabella proxima. Valde n. prope ad harmonias accedunt proportiones apparentium motuum singulorum, sic ut Saturnus et Jupiter paulo admodum plus quam tertias complectantur, majorem et minorem, excessus illic $^{53}/_{54}$, hic $^{54}/_{55}$ aut minus, sc. sesquicommata fere; Terra paulo admodum. (scilicet $^{137}/_{138}$ vix semicommate) plus quam semitonium; Mars aliquanto (scilicet $^{29}/_{30}$, quod ad $^{34}/_{35}$ vel $^{35}/_{36}$ accedit) minus quam diapente; Mercurius supra diapason, propius obtinet tertiam minorem, quam tonum, minus sc. habet per $^{38}/_{39}$ circiter, quod est circiter duo commata, scilicet fere $^{34}/_{35}$ vel $^{35}/_{36}$. Sola Venus minus aliquid obtinet, quam sunt omnia concinna ipsaque adeo diesis: est enim proportio ejus inter duo et tria commata superatque bessem dieseos, existens circiter $^{34}/_{35}$, fere $^{35}/_{36}$, commate diminuta diesis.

In hanc considerationem etiam Luna venit. Nam deprehenditur ejus apogaeae motus horarius in quadris, omnium sc. tardissimus, 26′ 26″, perigaeae in copulis, omnium scilicet velocissimus, 35′ 12″, qua ratione formatur exactissime diatessaron. Nam pars tertia de 26′ 26″ est 8′ 49″, cujus quadruplum est 35′ 16″. Et nota, quod harmonia diatessaron inter motus apparentes alibi nuspiam inveniatur; nota etiam analogiam quartae in harmoniis cum quadra in phasibus. Haec itaque inveniuntur in motibus singulorum.

At in binorum inter se collatorum planetarum motibus extremis clarissimus Sol harmoniarum coelestium statim ad primum aspectum enititur, sive diversos motus extremos inter se compares, sive conversos. Nam inter conversos Saturni et Jovis proportio est exactissime dupla seu diapason, inter diversos paulo admodum amplius quam tripla, seu diapason cum diapente. Nam de 5′ 30″ tertia pars est 1′ 50″, cum Saturnus pro eo habeat 1′ 46″. Igitur planetaria habet plus unam diesin aut paulo quid minus, sc. $^{26}/_{27}$ vel $^{27}/_{28}$, et minus unico secundo ad aphelium Saturni accedente, excessus erit $^{34}/_{35}$, quanta est motuum extremorum Veneris. Inter Jovis et Martis diversos et conversos regnant trisdiapason et disdiapason epidiatrion, non perfecte. Nanr pars octava de 38′ 1″ est 4′ 45″, cum Jupiter habeat 4′ 30″, quos inter numeros adhuc interest $^{18}/_{19}$, quod est medium inter $^{15}/_{16}$ et $^{24}/_{25}$, semitonium et diesin, scilicet proxime perfectum lemma $^{128}/_{135}$. (Vide librum III. cap. 4. fol. 154.) Sic pars quinta de 26′ 14″ est 5′ 15″, cum Jupiter habeat 5′ 30″, deest igitur hic proportioni quintuplae circiter $^{21}/_{22}$, quantum prius altera abundabat, fere sc. diesis $^{24}/_{25}$. Propius accedit harmonia $^{5}/_{24}$, quae ad disdiapason pro majori sexta adsciscit minorem. Nam de 5′ 30″ quinta pars est 1′ 6″, quae sumta vicies quater constituit 26′ 24″, cum quo 26′ 14″ non plus quam semicomma facit. Mars cum Tellure minimam proportionem sortitus est, exactissime sesquialteram seu diapente: nam pars tertia de 57′ 3″ est 19′ 1″, cujus duplum 38′ 2″, quem ipsissimum numerum habet Mars, sc. 38′ 1″. Majorem illi proportionem sortiti sunt diapason cum tertia minori $^{5}/_{12}$ paulo imperfectius. Nam pars duodecima de 61′ 18″ est 5′ 6$^{1}/_{2}$″, quae sumta quinquies fit 25′ 33″, cum pro eo Mars habeat 26′ 14″. Deest igitur diminuta diesis circiter, sc. $^{35}/_{36}$. Tellus vero et Venus communes sortiti sunt harmonias, maximam $^{3}/_{5}$, minimam $^{5}/_{8}$, sextas, majorem et minorem, rursum non perfectissime. Nam pars quinta de 97′ 37″ est 19′ 31″ et hujus triplum fit 58′ 33″, quod est motu Telluris aphelio plus per $^{34}/_{35}$, quod est fere $^{35}/_{36}$; tantum superat harmonicam planetaria. Sic pars octava de 94′ 50″ est 11′ 51″ +, cujus quintuplum est 59′ 16″, quod est quam proxime aequale medio motui Telluris, quare hic minor est planetaria harmo-

nica per $^{29}/_{30}$ vel $^{30}/_{31}$, quod est rursum fere $^{35}/_{36}$, diesis diminuta, adeoque appropinquat haec minima illorum proportio harmoniae diapente; pars enim tertia de 94′ 50″ est 31′ 37″, cujus duplum 63′ 14″, a quo deficit perihelius Telluris motus, 61′ 18″, particula $^{31}/_{32}$, ut exacte planetaria medium teneat inter vicinas harmonicas. Denique Venus et Mercurius sortiti sunt proportiones, maximam disdiapason, minimam sextam duram, nec has plane perfectissime. Nam pars quarta de 384′ est 96′ 0″, cum Venus habeat 94′ 50″, accedit igitur quadruplae unum comma circiter. Sic quinta pars de 164′ est 32′ 48″, quae ter sumta facit 98′ 24′, cum Venus habeat 97′ 37″, superat igitur planetaria besse commatis circiter, hoc est $^{126}/_{127}$.

Hae sunt igitur harmoniae planetis inter se distributae, nec est ulla ex praecipuis comparationibus (convergentium scilicet et divergentium extremorum motuum), quae non adeo prope harmoniam aliquam veniat, ut, si vel chordae sic essent tensae, aures imperfectionem haud facile discreturae fuerint, excepto illo excessu unius inter Jovem et Martem.

Sequitur autem, ut neque tunc multum aberraturi simus ab harmoniis, si motus ejusdem plagae comparemus. Addita namque Saturni $^{4}/_{5}$ cum $^{53}/_{54}$ ad intermediam $^{1}/_{2}$, conflatur $^{2}/_{5}$ cum $^{53}/_{54}$, quod est inter aphelios motus ♄, ♃.[23]) Adde Jovis $^{5}/_{6}$ cum $^{54}/_{55}$, colligitur $^{5}/_{12}$ cum $^{54}/_{55}$, quod est inter perihelios ♄ et ♃. Sic adde Jovis $^{5}/_{6}$ cum $^{54}/_{55}$ ad intermediam sequentem $^{5}/_{24}$ minus $^{157}/_{158}$, prodit $^{1}/_{6}$ minus $^{35}/_{36}$ inter aphelios; adde ad eandem $^{5}/_{24}$ minus $^{157}/_{158}$ ♂ $^{2}/_{3}$ minus $^{29}/_{30}$, prodit $^{5}/_{36}$ minus $^{24}/_{25}$ circiter, id est $^{125}/_{864}$ vel $^{1}/_{7}$ fere, inter perihelios; hoc quidem inconcinnum adhuc solum est. Ad tertiam ex intermediis $^{2}/_{3}$ adde Martiam $^{2}/_{3}$ minus $^{29}/_{30}$, provenit $^{4}/_{9}$ minus $^{29}/_{30}$, id est $^{40}/_{87}$, inconcinnum alterum inter aphelios; si pro Martia Terream $^{15}/_{16}$ addideris plus $^{137}/_{138}$, creabis $^{5}/_{8}$ plus $^{137}/_{138}$ inter perihelias. Et ad quartam intermediarum $^{5}/_{8}$ minus $^{30}/_{31}$, vel $^{2}/_{3}$ plus $^{31}/_{32}$, si Telluris $^{15}/_{16}$ cum $^{137}/_{138}$ addideris, colliges quam proxime $^{3}/_{5}$ inter aphelios motus Telluris et Veneris. Nam pars quinta de 94′ 50″ est 18′ 58″, cujus triplum est 56′ 54″, cum Tellus habeat 57′ 3″; ad eandem si Veneris $^{34}/_{35}$ addideris, accumulas $^{5}/_{8}$ inter perihelios. Nam pars octava de 97′ 37″ est 12′ 12″+, quae sumta quinquies foenerat 61′ 1″, cum Tellus habeat 61′ 18″. Denique ad ultimam intermediarum $^{3}/_{5}$ cum $^{126}/_{127}$ si addideris Veneriam $^{34}/_{35}$, componetur $^{24}/_{25}$ ultra $^{3}/_{5}$ et fit dissonum intervallum ex utroque compositum inter aphelios. Sin autem addideris Mercurialem proportionem $^{5}/_{12}$ minus $^{38}/_{39}$, jam de $^{1}/_{4}$ seu disdiapason decedet quam proxime diesis integra, pro proportione inter motus perihelios.

Perfectae igitur inveniuntur harmoniae inter Saturni et Jovis convergentes, diapason; inter Jovis et Martis convergentes, diapason cum tertia molli fere; inter Martis et Telluris convergentes, diapente; inter eorum perihelios, sexta mollis; inter Telluris et Veneris aphelios, sexta dura, inter perihelios, sexta mollis; inter conversos extremos Veneris et Mercurii, sexta dura, inter divergentes vel etiam inter perihelios, disdiapason; adeo ut sine damno astronomiae, omnium subtilissime ex observationibus Braheanis exstructae, residua exilissima discrepantia consumi posse videatur, praesertim in motibus Veneris et Mercurii.

Notabis autem, ubi non est harmonia major perfecta, ut inter Jovem et Martem, ibi solum proxime perfectam deprehendi interlocationem figurae solidae, cum perihelia Jovis distantia sit proxime tripla apheliae Martis, ut ita haec biga perfectam harmoniam, quam non habet in motibus, affectet in inter-

vallis. Notabis amplius, planetariam Saturni et Jovis majorem excedere harmonicam, scilicet triplam, quantitate fere tanta, quanta est Veneris propria; et tantundem fere deesse communi majori Martis et Telluris, convergentium et divergentium. Notabis tertio, fere in superioribus esse harmonias stabilitas inter convergentes, at in inferioribus inter motus ejusdem plagae. Nota et quarto, inter Saturni et Telluris aphelios esse proxime quinque diapason; nam pars tricesima secunda de 57′ 3″ est 1′ 47″, cum aphelius Saturni habeat 1′ 46″.

Porro magnum discrimen interest inter explicatas singulorum planetarum harmonias et inter junctorum. Nam illae quidem eodem temporis momento existere non possunt, hae vero omnino possunt, quia idem planeta, versans in suo aphelio, non simul potest esse et in opposito perihelio, at duorum planetarum alter in suo aphelio, alter in suo perihelio possunt esse eodem temporis momento. Adeoque quae proportio est cantus simplicis seu monodiae, quam choralem musicam dicimus et quae sola veteribus fuit cognita, ad cantum plurium vocum, figuratum dictum, inventum proximorum seculorum, eadem est proportio harmoniarum, quas singuli designant planetae, ad harmonias junctorum. Itaque jam porro cap. 5. et 6. singuli planetae comparabuntur cum musica chorali veterum ejusque proprietates in planetarum motibus ostendentur; at capitibus sequentibus juncti planetae cum figurata moderna musica paria facere demonstrabuntur.

CAPUT V.

In proportionibus motuum planetariorum apparentium (ex Sole veluti spectantibus) expressa esse loca systematis, seu claves scalae musicae, et genera cantus, duri et mollis.

Quod igitur inter hos duodecim terminos seu motus planetarum sex, Solem circumcurrentium, sursum deorsum et quaquaversum stent proportiones harmonicae, aut talibus intra insensilem partem concinni minimi proximae, probatum est hactenus per numeros hinc ex astronomia, inde ex harmonica petitos. Quemadmodum vero libro tertio primum harmonicas proportiones seorsim singulas eruimus capite primo, tunc demum capite secundo eas omnes, quotquot erant, in unum commune systema seu scalam musicam compegimus, imo potius unam earum diapason, quae ceteras potestate complectitur, per illas ceteras in gradus seu loca sua divisimus, eaque re, ut scala esset, effecimus, sic nunc quoque, inventis harmoniis, quas Deus ipse in mundo incorporavit, sequitur ut videamus, num ita singulae stent seorsim, ut nullam cum reliquis cognationem habeant, an vero omnes inter se consentiant. Quanquam facile est vel sine ulteriori inquisitione concludere, harmonias istas summo consilio sic invicem aptatas esse, ut intra unam veluti compagem sese mutuo ferant, nec una aliam elidat; quippe cum videamus, in tam multiplici comparatione eorundem terminorum nuspiam non occurrere harmonias. Nisi enim omnes omnibus aptatae essent in unam scalam, facile fieri potuisset (et factum est passim, necessitate sic urgente), ut plures dissonantiae existerent. Ut si quis inter primum et secundum terminum constitueret sextam majorem, inter secundum et tertium tertiam itidem majorem, sine respectu prioris, hic inter primum et tertium admitteret dissonantiam et intervallum inconcinnum $^{12}/_{25}$.

Age vero videamus, an quod jam ratiocinando collegimus, id re ipsa sic

inveniatur. Cautiones tamen aliquas praemittamus, quo minus impingamus in progressu. Primum superfluitates illas vel defectus semitonio minores in praesens dissimulare oportet; nam quas illae causas habeant, postea videbimus. Deinde duplicatione vel contraria bisectione continua motuum redigemus omnia intra systema unius octavae, propter identisonantiam omnium diapason.

Igitur numeri, quibus systematis octavae loca seu claves omnes exprimuntur, capite octavo libri tertii fol. 163 in tabella expositi sunt; quos numeros scilicet intellige de binarum chordarum longitudine. Per consequens igitur celeritates motuum erunt inter se in proportionibus eversis.

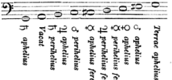
Comparentur nunc motus planetarum in partibus continue subduplis. Est igitur

Motus	Perihelii	☿	septimum subdupla, seu 128va	3′ 0″
»	Aphelii	☿	sextum subdupla, seu 64ta	2′ 34″
»	Perihelii	♀	quintum subdupla, seu 32da	3′ 3″
»	Aphelii	♀	quintum subdupla, seu 32da	2′ 58″
»	Perihelii	♁	quintum subdupla, seu 32da	1′ 55″
»	Aphelii	♁	quintum subdupla, seu 32da	1′ 47″
»	Perihelii	♂	quartum subdupla, seu 16ta	2′ 23″
»	Aphelii	♂	tertium subdupla, seu 8va	3′ 17″
»	Perihelii	♃	subdupla	2′ 45″
»	Aphelii	♃	subdupla	2′ 15″
»	Perihelius	♄		2′ 15″
»	Aphelius	♄		1′ 46″[24])

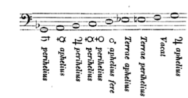
Signet jam Saturni tardissimi motus aphelius, id est tardissimus, locum systematis gravissimum *G*, numero 1′ 46″. Eundem igitur signabit et Telluris aphelius, sed quinque diapason altius, quia ejus numerus est 1′ 47″, et quis ausit in Saturni aphelio motu de uno secundo contendere? Esto tamen; differentia non erit major, quam $^{106}/_{107}$, quod est commate minus. Hujus 1′ 47″ quartam partem 27″ si addideris, conficietur 2′ 14″, cum Saturni perihelius habeat 2′ 15″; Jovis aphelius similiter, sed altius uno diapason. Igitur hi duo motus signant clavem *h*, vel paulo admodum altiores fiunt. Sume de 1′ 47″ tertiam 36″ et adde toti, procreabis 2′ 23″ pro clave *c*; et ecce perihelium Martis ejusdem magnitudinis, sed per quatuor diapason altius. Eidem 1′ 47″ adde et dimidium 54″, confiet 2′ 41″, pro clave *d*, et ecce hic praesto perihelium Jovis, sed uno diapason altius, numerum enim proximum obtinet, sc. 2′ 45″. Si duas tertias addideris, sc. 1′ 11″, proveniunt 2′ 58″: et ecce aphelium Veneris 2′ 58″. Signat igitur hic locum seu clavem *e*, sed per quinque diapason altius; nec multum superat perihelius Mercurii, habens 3′ 0″, sed 7 intervallis diapason superius. Denique divide duplum ipsius 1′ 47″ sc. 3′ 34″ in novem, et partem unam 24″ aufer a toto, restat 3′ 10″ pro clave *f*, quam signat fere aphelius Martis 3′ 17″, sed per tria diapason altius, et ipse numerus paulo major justo, appropinquans clavi *f*♮ (fis). Nam pars sedecima de 3′ 34″ sc. 13½″ ablata a 3′ 34″, relinquit 3′ 20½″, cui proximus est 3′ 17″. Et sane etiam in musica loco *f* crebro adhibetur *f*♮, ut videre est passim.

Omnes igitur claves cantus duri intra unam octavam (excepta clave *a*, quae neque per sectiones harmonicas libro III. cap. 2. signabatur) signantur ab extremis planetarum motibus omnibus, exceptis periheliis Veneris et Tel-

luris et aphelio Mercurii, cujus numerus 2′ 34″ appropinquat clavi *eϱ*. Nam aufer a *d* 2′ 41″ partem sedecimam 10″, restat 2′ 30″ clavi *eϱ*; ita soli perihelii Veneris et Terrae exulant ab hac scala, ut vides in tabella.



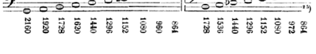
Contra si a Saturni motu perihelio 2′ 15″ fiat initium scalae jubeaturque iis repraesentare clavem *G*: tunc clavi *A* veniunt 2′ 32″, qui appropinquat valde aphelio Mercurii; clavi *b* veniunt 2′ 42″, qui est proxime perihelius ♃, per aequipollentiam octavarum; clavi *c* veniunt 3′ 0″, perihelius Mercurii et Veneris proxime; clavi *d* veniunt 3′ 23″, nec multo est gravior aphelius Martis, sc. 3′ 17″, ut sit hic fere tanto minor numerus sua clavi, quanto prius itidem sua major erat; clavi *dϱ* veniunt 3′ 36″, quam obit aphelius motus Telluris fere; clavi *e* veniunt 3′ 50″ estque perihelius Telluris 3′ 49″, Jovis vero aphelius rursum tenet *g*. Hoc pacto claves omnes intra unam octavam cantus mollis, excepta *f*, exprimuntur ab apheliis et periheliis plerisque planetarum motibus, praesertim iis, qui prius erant omissi, ut vides in tabella:



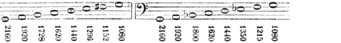
Erat autem prius *fϱ* signata, *a* omissa; jam *a* signatur, *fϱ* omittitur; nam sectiones harmonicae cap. 2. clavem *f* etiam omiserunt.

Est igitur in coelo duplici via et in duobus quasi generibus cantus expressa scala musica seu systema unius octavae cum locis omnibus, per quae in musica traducitur cantus naturalis. Sola in hoc est differentia, quod in sectionibus quidem nostris harmonicis utraque via conjunctim incipit ab uno et eodem termino *G*; hic vero in motibus planetarum qui prius erat *h* jam in molli genere fit *G*.

In motibus coelorum sic:



Per sectiones harmonicas (cfr. p. 172) sic:



Nam sicut in musica se habet 2160 ad 1800, vel 6 ad 5, sic in illo systemate, quod coelum exprimit, se habent 1728 ad 1440, scilicet etiam ut 6 ad 5 et sic de ceteris plerisque 2160 ad 1800, 1620, 1440, 1350, 1080, ut 1728 ad 1440, 1296, 1152, 1080, 864.

Jam igitur non amplius miraberis, excellentissimum ordinem sonorum seu graduum in systemate vel scala musica constitui ab hominibus, cum videas, ipsos hac in re nihil aliud, quam Dei Creatoris simias agere et ludere veluti drama quoddam ordinationis motuum coelestium.

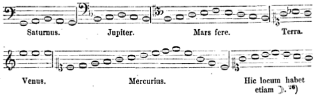
Verum superest etiam alius modus, quo duplicem intelligamus in coelo scalam musicam, ubi systema quidem idem, tensio vero gemina concipitur, altera ad aphelium motum Veneris, altera ad perihelium, quia hujus planetae motuum varietas est minimae quantitatis, ut quae se continet intra magnitudinem dieseos, concinni minimi. Et aphelia quidem tensio, ut supra habet aphelios motus Saturni, Telluris, Veneris et fere Jovis in *G*, *e*, *h*, perihelios vero Martis et fere Saturni et, ut prima fronte apparet, etiam Mercurii in *c*, *e*, *h*; perihelia contra tensio locum dat etiam apheliis Martis, Mercurii et fere Jovis, periheliis vero Jovis, Veneris et fere Saturni, quadamtenus vero etiam Telluris et procul dubio etiam Mercurii. Nam esto, ut jam non aphelius Veneris, sed perihelius 3′ 3″ locum *e* capiat; ei proxime accedit etiam perihelius Mercurii 3′ 0′ per disdiapason, per finem capitis 4. Hujus vero perihelii ♀ 3′ 3″ pars decima 18″ ablata, relinquit 2′ 45″, perihelium Jovis, obtinentem locum *d*, et pars quindecima 12′ addita, cumulat 3′ 15″, aphelium Martis fere, obtinentem locum *f*, et sic in *h* sequentur eandem fere tensionem etiam perihelius Saturni et aphelius Jovis. At pars octava 23″ sumta quinquies, dat 1′ 55″, qui est perihelius Telluris, qui etsi in eandem cum praemissis scalam non quadrat, ut quae non ordinat intervallum $^5/_8$ infra *e*, nec $^{24}/_{25}$ supra *G*, tamen si jam perihelius Veneris et sic etiam aphelius Mercurii extra ordinem pro *e* capiant locum *dϱ*, tunc hic perihelius Telluris capiet locum *G*, et consentiet etiam aphelius Mercurii, quia pars tertia 1′ 1″ de 3′ 3″ sumta quinquies fit 5′ 5″, cujus dimidium 2′ 32″ proxime accedit ad aphelium Mercurii, qui in hac extraordinaria accommodatione obtinebit locum *c*. Sunt igitur hi omnes inter se quidem tensionis ejusdem, aliter tamen scalam dividit Veneris perihelius cum tribus (vel quinque) prioribus, eodem sc. genere harmonico, quo aphelius ejusdem in tensione sua, puta genere duro; aliter etiam ejusdem Veneris perihelius cum duobus posterioribus eandem dividit, puta non in concinna, sed saltem in diversum concinnorum ordinem, qui scilicet proprius est generis mollis.

Sufficit autem hoc capite, quid in causa versetur, ob oculos posuisse, quare vero unumquodque sic fuerit factum et quae causae non tantum conspirationem, sed etiam dissidentiae per minima, id luculentissimis demonstrationibus patefiet cap. 9.

CAPUT VI.

In extremitatibus motuum planetariorum expressos esse quodammodo modos seu tonos musicos.

Sequitur hoc ex antedictis nec opus est multis verbis, singuli enim planetae singula quodammodo signant loca systematis motu perihelio, quatenus datum est singulis, percurrere certum aliquod intervallum in scala musica, certis ejus clavibus seu locis systematis comprehensum, cujusque ab illa clave seu loco inceptum, qui capite praecedenti contigit illius motui aphelio, Saturno quidem et Terrae *G*, at Jovi *h*, quae in *G* altius transponi potest, Marti *f*ϱ, Veneri *e*, Mercurio *a* in altiori systemate. Vide singulos in notis usitatis. Non formant quidem intermedios locos, quos hic vides notis impletos, articulate, sicut extremos, quia ab uno extremo non saltibus et intervallis, sed continua tensione nituntur ad oppositum, media omnia (infinita in potentia) permeantes actu, id quod aliter a me non potuit exprimi, quam per continuam seriem notarum intermediarum. Venus fere manet in unisono, non aequans tensionis amplitudine vel minimum ex concinnis intervallis.



Atqui signatura duarum in communi systemate clavium et formatio sceleti octavae per comprehensionem certi intervalli concinni est rudimentum quoddam distinctionis tonorum seu modorum, sunt ergo modi musici inter planetas dispertiti. Scio equidem, ad formationem et definitionem distinctorum modorum requiri plura, quae cantus humani, quippe intervallati, sunt propria; itaque voce *quodammodo* sum usus.

Liberum autem erit harmonistae, sententiam depromere suam, quem quisque planeta modum exprimat propius, extremis hic ipsi assignatis. Ego Saturno darem ex usitatis septimum vel octavum, quia si radicalem ejus clavem ponas *G*, perihelius motus ascendit ad *h*; Jovi primum vel secundum, quia aphelio ejus motu ad *G* accommodato, perihelius ad *b* pervenit; Marti quintum vel sextum, non eo tantum, quia fere diapente assequitur, quod intervallum commune est omnibus modis, sed ideo potissimum, quia redactus cum ceteris ad commune systema, perihelio motu *c* assequitur, aphelio ad *f* alludit, quae radix est toni seu modi quinti vel sexti; Telluri darem tertium vel quartum, quia intra semitonium ejus motus vertuntur, et vero primum illorum tonorum intervallum est semitonium; Mercurio vero ob amplitudinem intervalli promiscue omnes modi vel toni convenient, Veneri ob angustiam intervalli plane nullus, at ob commune systema etiam tertius et quartus, quia ipsa respectu ceterorum obtinet *e*. (Tellus canit *MI*, *FA*, *MI*, ut vel ex syllaba conjicias, in hoc nostro domicilio *MI*seriam et *FA*mem obtinere.)

CAPUT VII.

Harmonias universales omnium sex planetarum veluti communia contrapuncta quadriformia dari.

Nunc opus, Uranie, sonitu majore, dum per scalam harmonicam coelestium motuum ad altiora conscendo, qua genuinus archetypus fabricae mundanae reconditus asservatur. Sequimini, musici moderni, remque vestris artibus, antiquitati non cognitis, censete! Vos his seculis ultimis prima universitatis exempla genuina, bis millium annorum incubatu, tandem produxit sui nunquam non prodiga natura, vestris illa vocum variarum concentibus perque vestras aures sese ipsam, qualis existat penitissimo sinu, menti humanae, Dei Creatoris filiae dilectissimae, insusurravit.*)

Quas harmonicas proportiones bini planetae vicini motuum suorum extremitatibus complecterentur, id explicatum fuit supra. Verum contingit rarissime, ut duo, praesertim tardissimi, simul in sua incidant extrema intervalla; verbi causa, Saturni et Jovis apsides distant circiter 81°, igitur interea, dum haec illorum distantia certis vicenorum annorum saltibus totum zodiacum emetiatur, anni labuntur 800, neque tamen saltus, qui octavum claudit seculum, praecise fertur ad ipsissimas apsidas, et si paulo longius aberret, exspectandi sunt alii 800 anni, ut saltus illo felicior cum ratione quaeri possit, idque toties iterandum, quoties modulus aberrationis in unius saltus dimidiati prolixitate continetur. Tales periodos efficiunt etiam ceterae bigae singulae, quanquam non ita prolixas. Interim vero contingunt etiam aliae harmoniae binorum planetarum, inter motus non extremos utrosque, sed intermedium, vel unum vel utrumque, eaeque in diversis veluti tensionibus. Nam quia Saturnus ex *G* in *h* et paulo ulterius tenditur, Jupiter ex *h* in *d* et amplius, possunt igitur contingere inter Jovem et Saturnum harmoniae etiam istae supra diapason, tertia utraque et diatessaron; illarum quidem alterutra per tensionem, quae habet amplitudinem reliquae, haec vero per amplitudinem toni majoris. Diatessaron enim erit non tantum a *G* Saturni in *cc* Jovis, sed etiam ab *A* Saturni in *dd* Jovis et per intermedia omnia inter *G*, *A* illius et *cc*, *dd* hujus. Diapason vero et diapente in solis apsidum punctis contingit. Mars vero, majus nactus intervallum proprium, hoc obtinuit, ut etiam diapason cum superioribus per aliquam tensionis amplitudinem faciat. Mercurius tantum obtinuit intervallum, ut plerumque omnes harmonias cum omnibus constituat intra unam periodum suam, quae non prolixior est trium mensium spatio. Tellus e contra Venusque multo magis angustia propriorum intervallorum restringunt harmonias suas non tantum cum ceteris, sed maxime inter se mutuas, ad paucitatem spectabilem. Quodsi tres in unam harmoniam conspirare debeant, multae quidem vices sunt exspectandae, multae tamen harmoniae sunt, ut ita tanto facilius contingant, dum vicinam suam proxima quaeque excipit, videnturque inter Martem, Tellurem et Mercurium triplices contingere saepiuscule. Quatuor vero planetarum harmoniae jam incipiunt spargi in secula, quinque planetarum in myriadas annorum. Ut vero sex omnes consen-

*) Anne flagitium fecero, si a singulis hujus aetatis componistis artificiosam aliquam motetam pro hoc elogio exigam? Textum huc aptum Psaltes Regius ceterique Sacri libri suppeditare poterunt. Verum heus vos, in coelo plures quam sex non concordant. Nam Luna seorsim suam monodiam cantillat, Terris ut cunis assidens. Conferte symbolas, ego, ut liber fiat, sex partibus curatorem me sedulum polliceor. Qui propius musicam coelestem exprimet hoc opere descriptam, huic Clio sertum, Uranie Venerem sponsam spondent.

tiant, id longissimis aevi spatiis interseptum, et nescio an penitus impossibile sit bis contingere per exactam evolutionem, potiusque principium quoddam temporis demonstret, a quo omnis mundi aetas defluxerit.

Quodsi unica sola contingere posset harmonia sextuplex, aut inter plures unica insignis, ea procul dubio pro charactere creationis haberi posset. Quaerendum igitur, an et quot omnino formis redigantur omnium sex planetarum motus in unam communem harmoniam? Methodus inquisitionis haec est, ut incipiamus a Terra et Venere, quia hi duo faciunt consonantias non plures duabus et (quod hujus rei causam continet) per intensiones motuum brevissimas.

Age igitur praefigamus duo veluti sceleta harmoniarum, singula binis numerorum (quibus termini tensionum signantur) extremitatibus contenta, quidque iis congruat ex varietate motuum, cuique planetae concessorum, conquiramus. Primum sceleton habeat inter Terram et Venerem $^3/_5$ et in gravissima tensione motum diurnum Telluris aphelium 57′ 3″, in acutissima Veneris perihelium 97′ 37′, ceteri ergo sic erunt:

Harmoniae planetarum omnium seu universales generis duri.

Ut *h* concordet.

		In tensione gravissima.	Acutissima.
☿	e^7	380′20″	
	h^6	285 15	292′48″
	g^6	228 12	234 16
	e^6	190 10	195 14
♀	e^5	95 5	97 37
♁	g^4	57 3	58 34
♂	h^3	35 39	36 36
	g^3	28 32	29 17
♃	h		4 34
♄	H	2 14	
	G	1 47	1 49

Ut *c* concordet.

		In tensione gravissima.	Acutissima.
☿	e^7	380′20″	
	c^7	204 16	312′21″
	g^6	228 12	234 16
	e^6	190 10	195 14
♀	e^5	95 5	97 37
♁	g^4	57 3	58 34
♂	c^4	38 2	39 3
	$g_,^3$	28 32	29 17
♃	c^1	4 45	4 53
♄	G	1 47	1 49
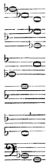
Ad hanc universalem concurrit Saturnus motu aphelio, Terra aphelio, Venus aphelio fere; in altissima tensione concurrit Venus perihelio; in media tensione concurrit Saturnus perihelio, Jupiter aphelio, Mercurius perihelio. Ita Saturnus duobus motibus potest concurrere, Mars duobus, Mercurius 4. Hic ceteris manentibus, Saturni perihelius et Jovis aphelius non feruntur, at eorum loco concurrit Mars perihelio motu.

Ceteri singulis motibus concurrunt, solus Mars duobus, Mercurius quatuor.

Secundum igitur sceleton erit, in quo inter Terram et Venerem est altera possibilis harmonia $^5/_8$. Ubi de Veneris aphelio motu diurno 94′ 50″ pars octava 11′ 51″ +, sumta quinquies, occupat de motu Telluris 59′ 16″ et de perihelio Veneris 97′ 37″ pars consimilis occupat de motu Telluris 61′ 1″. Ceteri igitur planetae concordant sequentibus motibus diurnis.

Harmoniae planetarum omnium seu universales generis mollis.

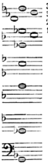
Ut ♄ concordet.



		In tensione gravissima.	Acutissima.
☿	$d\varrho^{7}$	379′ 20″	
	b^{7}	284 32	295′ 56″
	g^{6}	237 4	244 4
	$d\varrho^{6}$	189 40	195 14
♀	$d\varrho^{5}$	94 50	97 37
♁	g^{4}	59 16	61 1
	b^{4}	35 35	36 37
♂	g^{3}	29 38	30 31
♃	b^{1}		4 35
♄	b	2 13	
	G	3 51	1 55

Rursum hic in tensione media concurrunt Saturnus motu perihelio, Jupiter aphelio, Mercurius perihelio. In tensione altissima fere concurrit perihelius Telluris motus.

Ut *c* concordet.



		In tensione gravissima.	Acutissima.
☿	$d\varrho^{7}$	379′ 20″	
	c^{7}	316 5	325′ 26″
	g^{6}	237 4	244 4
	$d\varrho^{6}$	189 40	195 14
	c^{6}		162 43
♀	$d\varrho^{5}$	94 50	97 37
♁	g^{4}	59 16	61 1
♂	g^{3}	29 38	30 31
♃	c^{1}	4 56	5 5
♄	G	3 51	1 55

Et hic extritis aphelio Jovis et perihelio Saturni, admittitur Mercurii aphelius proxime praeter perihelium. Cetera manent.

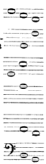
Testatur igitur experientia astronomica, posse contingere universales omnium motuum harmonias easque duorum generum, duri et mollis, et in utroque genere formae, seu (si ita licet) toni duplicis, et in uno quolibet quatuor casuum cum aliqua tensionis latitudine et cum aliqua etiam varietate particularium harmoniarum Saturni, Martis et Mercurii, cujusque cum ceteris; nec id praestari solis motibus intermediis, sed omnino extremis omnibus, praeterquam aphelio Martis et perihelio Jovis; quia cum ille obtineat *fϱ*, hic *d*, Venus, obtinens intermedium *dϱ* vel *e* perpetuo, non fert illos suos vicinos dissonos in harmonia universali, quod faceret, si nacta fuisset spatium excedendi ex *e* vel *dϱ*. Hoc impedimenti habet conjugium hoc Telluris et Veneris, ceu maris et feminae, qui duo planetae genera harmoniarum distinguunt, in duras scilicet et masculas, mollesque et femininas, prout alter conjugum alteri fuerit gratificatus, Terra scilicet vel in aphelio suo fuerit, tanquam

dignitatem tuens maritalem et opera urgens viro digna, Venere in perihelium suum velut ad colum semota et detrusa, vel eam in aphelium ascendentem blande admiserit, ipsave Tellus, suum in perihelium versus ♀ inque ejus veluti complexus descenderit, voluptatis causa, positis clypeo paulisper et armis operibusque viro convenientibus: tunc enim harmonia mollis est.

Quodsi hanc oblocutricem ♀ silere jubeamus, hoc est si consideraverimus, quaenam esse possint harmoniae non omnium, sed quinque saltem reliquorum planetarum, excluso motu ♀, adhuc quidem Tellus oberrat chorda sua *g*, nec ascendit ab ea ultra semitonium; possunt igitur cum *g* conspirare *b, h, c, d, dϱ, e*, ubi Jupiter, ut vides, chordam *d* signans motu perihelio, admittitur; superest igitur de Martis aphelio difficultas. Nam Telluris aphelius, obtinens *g*, non fert illum in *fϱ*, perihelius vero, ut supra dictum cap. 5, ab aphelii Martii consensu abhorret circiter dimidia diesi.

Harmoniae planetarum quinque, dissimulata Venere.
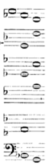
Generis duri.



		In tensione gravissima.	Acutissima.
☿	d [7]	342′ 18″	351′ 24″
	h [6]	285 15	292 48
	g [6]	228 12	234 16
	d [6]	171 9	175 42
♀ hic obstrepit	e [5]	95 5	97 37
♁	g [4]	57 3	58 34
♂	h [3]	35 39	36 36
	g [3]	28 31	29 17
♃	d [1]	5 21	5 30
	h [1]		4 35
♄	H	2 13	
	G	1 47	

Hic in gravissima tensione concurrunt Saturnus, Terra apheliis; in media Saturnus perihelio, Jupiter aphelio; in acutissima Jupiter perihelio.

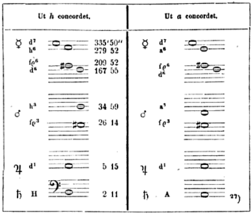
Generis mollis.



		In tensione gravissima.	Acutissima.
☿	d [7]	342′ 18″	351′ 24″
	h [6]	273 50	280 57
	g [6]	228 12	234 16
	d [6]	171 9	175 42
♀ obstrepit	e [5]	95 5	97 37
♁	g [4]	57 3	58 34
♂	h [3]	34 14	35 8
	g [3]	28 31	29 17
♃	d [1]	5 21	5 30
♄	H	2 8	2 12
	G	1 47	1 50

Hic non toleratur aphelius Jovis, at in acutissima tensione concurrit Saturnus perihelio proxime.

Quatuor vero planetarum, Saturni, Jovis, Martis, Mercurii, potest et haec esse harmonia, in qua sit etiam aphelius Martis, sed est sine tensionis latitudine.



Nihil igitur aliud sunt motus coelorum, quam perennis quidam concentus (rationalis, non vocalis) per dissonantes tensiones, veluti quasdam syncopationes vel cadentias (quibus homines imitantur istas dissonantias naturales), tendens in certas et praescriptas clausulas, singulas sex terminorum (veluti vocum) iisque notis immensitatem temporis insigniens et distinguens; ut mirum amplius non sit, tandem inventam esse ab homine, Creatoris sui simia, rationem canendi per concentum, ignotam veteribus, ut scilicet totius temporis mundani perpetuitatem in brevi aliqua horae parte per artificiosam plurium vocum symphoniam luderet Deique Opificis complacentiam in operibus suis suavissimo sensu voluptatis, ex hac Dei imitatrice musica perceptae, quadamtenus degustaret.

CAPUT VIII.

Quis in concordantiis coelestibus discanti, quis alti, quis tenoris, quis bassi vicem obeat?

Etsi haec sunt vocabula vocum humanarum, nec in coelo voces aut soni existunt, ob summam motuum tranquillitatem, at ne subjecta quidem, in quibus harmonias deprehendimus, sub motus veri genere comprehenduntur, quippe cum solum apparentes ex Sole motus consideremus; etsi denique causa nulla talis est in coelo, quae voces certo numero advocet ad faciendam harmoniam, qualis est in cantu humano: prius quippe erat numerus planetarum sex, Solem circumeuntium, ex numero quinque intervallorum a figuris regularibus desumtorum, postea demum (ordine naturae, non temporis) de motuum congruentia statuendum fuit; nescio tamen, quo pacto mihi vim faciat haec admirabilis congruentia cum humano cantu, ut hanc quoque partem comparationis etiam sine solida causa naturali prosequi cogar. Quas enim libro tertio ca-

pite 16. proprietates basso tribuit usus vindicatque natura, easdem quodammodo Saturnus et Jupiter obtinent in coelo, quas tenori, nos in Marte invenimus, quas alto, eae insunt in Tellure et Venere, quas discanto, easdem habet Mercurius, si non aequalitate intervallorum, at certe proportione. Utcunque enim propriis ex causis capite sequenti deducantur cujusque planetae eccentricitates et per eas propria cujusque motuum intervalla, illud tamen inde resultat admirabile, nec scio an non juxta procuratum nec mere necessitatum temperamentum, quod 1) ut alto bassus opponitur, sic duo planetae sunt, qui alti naturam habent, duo qui bassi, velut in quolibet genere cantus utrinque unus, ceterarum singularum vocum singuli; quodque 2) ut altus pene supremus in angustiis est, necessariis et naturalibus de causis, lib. III. explicatis, sic pene intimi planetae, Terra et Venus, angustissima motuum habent intervalla, Tellus non multo plus semitonio, Venus ne diesin quidem; 3) et ut tenor liber est, modeste tamen incedit, sic Mars, uno Mercurio excepto, maximum intervallum, scilicet diapente, facere potest; 4) et ut bassus harmonicos saltus facit, sic Saturnus et Jupiter intervalla obtinent harmonica ipsique inter se a diapason usque ad diapente epidiapason veniunt; 5) et ut discantus liberrimus est, plus quam omnes reliqui, idemque et celerrimus, sic etiam Mercurius plusquam diapason brevissimo reditu perambulare potest. Sed sit hoc sane per accidens; audiamus nunc eccentricitatum causas.

CAPUT IX.

Ortus eccentricitatum in planetis singulis ex procuratione harmoniarum inter eorum motus.

Cum igitur videamus, harmonias universales omnium sex planetarum non temere posse evenire, praesertim per extremitates motuum, quas vidimus omnes concurrere ad universales harmonias, exceptis duabus, quae ad proximas universalibus concurrebant, cum multo minus temere possit accidere, ut omnia loca systematis octavae, constituta libro tertio per sectiones harmonicas, signentur extremitatibus motuum planetariorum, omnium vero minime, ut subtilissimum negotium distinctionis harmoniarum coelestium in duo genera, durum et molle, casu proveniat, sine cura singulari opificis: sequitur igitur ut Creator, sapientiae omnis fons, approbator ordinis perpetuus, scaturigo geometriae et harmonices aeterna et superessentialis, ut hic, inquam, coelestium Opifex ipsissimus harmonicas proportiones, ortas ex figuris planis regularibus, adjunxerit ad solidas quinque figuras regulares exque utraque classe unum perfectissimum archetypum coelorum conformaverit, in quo, sicut per solidas quinque figuras, ideae relucerent orbium, quibus sex stellae vehuntur, sic etiam per planarum figurarum soboles, harmonias (libro tertio ex iis deductas), eccentricitatum in singulis orbibus mensurae ad motus corporum proportionandos continerentur, exque his duabus rebus contemperatio una fieret et majores orbium proportiones minoribus eccentricitatum, ad harmonias procurandas necessariarum, nonnihil concederent, et vicissim ex proportionibus harmonicis illae potissimum planetis accommodarentur, quae cum solida quaque figura cognationem majorem haberent, qua id per harmonias fieri potuit; eaque tandem ratione et proportiones orbium et singulorum eccentricitates ex archetypo simul enascerentur, ex orbium vero amplitudine et mole corporum periodica tempora singulorum resultarent.

Quam methodum dum per usitatam geometris stoecheiosin in lucem intellectus humani proferre nitor, faveat Auctor ipse coelorum, Pater intellectuum, Largitor sensuum mortalium, ipse immortalis et superbenedictus, impediatque, ne quid indignum ipsius Majestate de hoc opere suo nostrae mentis tenebrae proferant, efficiatque, ut perfectionem ipsius operum sanctitate vitae, ad quam ecclesiam suam in Terris elegit et sanguine filii sui a peccatis mundavit, ope Spiritus sui sancti nos Dei imitatores aemulemur, procul habentes omnes dissonantias inimicitiarum, omnes contentiones, aemulationes, iras, rixas, dissensiones, sectas, invidiam, provocationes, irritationes per dicteria ceteraque carnis opera; quod mecum omnes, qui spiritum Christi habent, non optabunt tantum, sed et factis exprimere vocationemque suam certam facere studebunt, spretis omnibus omnium partium pravis moribus, obtentu zeli aut amoris veritatis aut singularis eruditionis modestiaeve erga contentiosos praeceptores, aliove quocunque specioso praetextu velatis et fucatis. Pater sancte, serva nos in consonantia dilectionis mutuae, ut simus unum, sicut et tu cum filio tuo, Domino nostro, et Spiritu sancto unum es, et sicut omnia opera tua per suavissima consonantiarum vincula unum fecisti; et ut ex reducta gentis tuae concordia sic aedificetur corpus ecclesiae tuae in his Terris, sicuti tu ex harmoniis Coelum ipsum extruxisti.

Rationes priores.

Axioma I. Consentaneum est, ubicunque omnino fieri potuit, harmonias inter extrema motuum tam singulorum quam binorum planetarum constitui debuisse omnifarias, ut varietas ista mundum exornaret.

Axioma II. Intervalla quinque orbium sex oportuit magnitudine quadamtenus respondere proportioni orbium geometricorum, qui figuris quinque regularibus solidis inscripti sunt et circumscripti; idque ordine eodem, qui figuris ipsis naturalis est.

De hoc vide cap. 1. et Mysterium Cosmographicum et Epitomes Astron. lib. IV.

Propositio III. Inter Tellurem et Martem, eandemque et Venerem intervalla debuerunt esse proportione ad orbes suos minima eaque proxime aequalia; mediocria et rursum fere aequalia inter Saturnum et Jovem, interque Venerem et Mercurium; maximum inter Jovem et Martem.

Nam per ax 2. quae figurae minimam faciunt orbium geometricorum proportionem, iisdem planetae respondentes in situ debent itidem minimam facere; mediocrem vero ii, qui figuris mediocris proportionis respondent, et maximam ii, qui figurae maximae proportionis. Sed quo ordine est inter figuras dodecaëdron et icosaëdron, eodem est inter planetarum bigas, una ♂ et ♁, altera ♁ et ♀; et quo ordine cubus et octaëdron, eodem biga ♄ et ♃ et biga ♀ et ☿; quo denique ordine tetraëdron, eodem et biga ♃ et ♂, vide cap. 3. Ergo minima erit inter orbes planetarios primo dictos proportio, inter vero ♄ et ♃ fere aequalis ei, quae inter ♀ et ☿; denique maxima inter ♃ et ♂ orbes.

Axioma IV. Planetae omnes debent habere suas eccentricitates, non minus quam latitudinis motum, et secundum eas etiam distantias a Sole, fonte motus, diversas.

Sicut essentia motus consistit non in esse, sed in fieri, sic etiam species seu figura regionis, quam planeta quilibet motu permeat, non fit statim ab initio solida, sed successu temporis acquirit demum suam non longitudinem tantum, sed etiam latitudinem et profunditatem, perfecto dimensionum ternario, fitque sic paulatim connexione et accumulatione plurimarum circulationum, ut repraesentetur species orbis

concavi, idem cum Sole centrum habentis; sicut ex fili serici plurimis inter se connexis et conglomeratis circulis struitur aedicula bombycis.

Propositio V. Cuique bigae vicinorum planetarum fuerunt attribuendae duae harmoniae diversae.

Nam per ax. 4. quilibet planeta habet distantiam a Sole longissimam et brevissimam, quare per cap. 3. hujus habebit et motum tardissimum et celerrimum. Duae ergo sunt primariae comparationes extremorum motuum, una divergentium in duobus planetis, altera convergentium. Diversae autem inter se ut sint necesse est, quia major erit proportio divergentium, minor convergentium. Sed et per diversas planetarum bigas oportuit esse harmonias diversas, ut haec varietas ad exornationem mundi proficeret (per ax. 1.), etiamque ideo, quia intervallorum inter binos sunt proportiones diversae, per prop. 3. At cuique proportioni orbium certae respondent proportiones harmonicae, cognatione quantitativa, ut hujus libri cap. 5. demonstratum.

Propositio VI. Harmoniae duae minimae $^4/_5$ et $^5/_6$ locum non habent inter planetas binos.

Est enim 5 ad 4 ut 1000 ad 800, et 6 ad 5 ut 1000 ad 833. At orbes circumscripti dodecaëdro et icosaëdro majorem habent proportionem ad inscriptos, scilicet eam, quam 1000 ad 795 etc., et hae duae proportiones indicant intervalla inter orbes planetarios proximos inter se seu spatia minima; in ceteris enim figuris regularibus orbes distant longius a se invicem. Jam vero proportio motuum adhuc major est proportionibus intervallorum, nisi ingens sit proportio eccentricitatum ad orbes, per capitis 3. numerum 13. Ergo proportio motuum minima major est quam sunt $^4/_5$ et $^5/_6$. Igitur hae harmoniae, a figuris quidem regularibus impeditae, locum inter planetas nullum sortiuntur.

Propositio VII. Harmonia diatessaron inter convergentes motus binorum planetarum locum nullum habere potest, nisi sint illis propriae extremorum proportiones junctae plus quam diapente.

Sit enim $^3/_4$ inter convergentes, et sit primo nulla eccentricitas, nulla planetis singulis propria motuum proportio, sed iidem motus et convergentes et medii: tunc sequitur, ut intervalla respondentia, quae per hanc suppositionem erunt orbium semidiametri, constituant hujus proportionis bessem, scilicet $^{4480}/_{5424}$, per cap. 3. Atqui haec proportio jam est minor, quam cujuscunque figurae regularis orbium proportio, itaque orbis interior totus secaretur a planis regularis figurae cuicunque orbi exteriori inscriptae. Hoc vero est contra axioma 2.

Sit secundo aliqua summa propriarum proportionum inter motus extremos, et sit convergentium motuum proportio $^3/_4$ vel $^{75}/_{100}$, intervallorum vero respondentium sit proportio $^{1000}/_{795}$, cum nulla figura regularis faciat minorem orbium proportionem. Et quia superat illa motuum eversa hanc intervallorum excessu $^{250}/_{795}$, auferatur igitur hic excessus etiam a proportione $^{1000}/_{795}$, secundum doctrinam cap. 3, restat $^{9434}/_{7950}$, dimidium proportionis orbium. Ergo duplum hujus, sc. $^{8901}/_{6320}$, id est $^{10000}/_{7100}$ est proportio orbium. Huic aufer proportionem intervallorum convergentium $^{1000}/_{795}$, restabit $^{7100}/_{7950}$, circiter tonus major. Tanta debet esse ad minimum summa binarum proportionum, quas medii habent ad convergentes utrinque, ut inter motus convergentes possit esse diatessaron. Divergentia igitur extrema intervalla ad convergentia extrema summam proportionum faciant hujus circiter duplam, id est duos tonos, et motus convergentes rursum duplum hujus, id est quatuor tonos, quod est plus quam diapente. Si igitur duorum vicinorum planetarum summa propriorum est minor quam diapente, inter eorum convergentes non poterit esse diatessaron.

Propositio VIII. Saturno et Jovi debebantur harmoniae $^1/_2$ et $^1/_3$, id est diapason et diapente epidiapason.

Nam ipsi sunt primi et supremi ex planetis et nacti sunt figuram primam cubum, per cap. 1. hujus, et hae harmoniae sunt primae ordine naturae et sunt capita primarum familiarum figuralium, bisectoriae seu tetragonicae et trigonicae, per dicta lib. I. Quod vero caput est, diapason $^1/_2$ est proxime major proportione orbium cubi

semitripla, quare apta est, ut fiat minor proportio motuum planetarum cubicorum, per cap. 3. num. 13. et per consequens $^1/_2$ servit pro majori proportione. Hoc vero idem etiam sic: si enim aliqua harmonia se habet ad proportionem aliquam orbium figuralium, sicut se habet proportio motuum ex Sole apparentium ad proportionem intervallorum mediocrium, merito talis harmonia tribuetur motibus. At naturale est, ut proportio motuum divergentium sit multo major proportionis orbium sesquialtera, per finem cap. 3, hoc est appropinquat duplae proportioni proportionis orbium, et $^1/_3$ est etiam dupla proportionis orbium cubicorum, quippe quam dicimus esse semitriplam: ergo tripla debetur divergentibus Saturni et Jovis. Plurimas alias cognationes harum proportionum cum cubo vide supra cap. 2.

Propositio IX. Saturni et Jovis motuum extremorum propriae proportiones junctae debuerunt fieri $^2/_3$, diapente circiter.

Id ex antecedenti sequitur, si n. Jovis perihelius motus est triplus aphelii Saturni et vicissim Jovis aphelius duplus perihelii Saturni, quare ablata $^1/_2$ ab $^1/_3$ restat $^2/_3$.

Axioma X. Cum libera est electio per cetera, planetae superiori debetur proportio motuum propria, quae natura prior, aut quae generis praestantioris, aut etiam quae major est.

Propositio XI. Proportio aphelii motus Saturni ad perihelium debuit fieri $^4/_5$, tertia major, Jovialium vero $^5/_6$, tertia minor.

Nam quia junctim possident $^2/_3$, hoc vero harmonice aliter non dividitur, quam in $^4/_5$ et $^5/_6$: harmostes igitur Deus harmoniam $^2/_3$ divisit harmonice, per ax. 1, ejusque partem harmonicam majorem et generis duri praestantioris, quippe masculi, majori et altiori planetae Saturno dedit, minorem $^5/_6$ inferiori Jovi, per ax. 10.

Propositio XII. Veneri et Mercurio debebatur major harmonia $^1/_4$ disdiapason.

Nam sicut cubus est figura prima primariarum, sic octaëdron est prima secundariarum, per cap. 1. hujus libri. Et sicut cubus geometrice consideratus est exterior, octaëdron interius, illi sc. hoc inscriptile, sic etiam in mundo ♄ quidem et ♃ sunt superiorum et exteriorum planetarum principium, sive ab extra, ☿ vero et ♀ sunt principium interiorum, sive ab intra, et interlocatum est inter illorum curricula octaëdron, vide cap. 3. Debetur igitur ♀ et ☿ etiam ex harmoniis aliqua primaria et cognata octaëdro. Porro ex harmoniis post $^1/_2$ et $^1/_3$ sequitur ordine naturali $^1/_4$, et est illa cognata cubicae $^1/_2$, quia ex eadem figurarum secta, sc. tetragonica est orta illique commensurabilis est, sc. illius dupla, octaëdron vero etiam est cubo cognatum et commensurabile. Est et cognata $^1/_4$ octaëdro privato nomine, propter numerum in illa quidem quaternarium, figuram vero in octaëdro latentem quadrangulam, cujus orbium proportio dicitur semidupla. Ejus igitur proportionis est harmonia $^1/_4$ continue multiplex, in proportione dupla, est scil. semiduplae quadrupla, vide cap. 2. *) Ergo $^1/_4$ debebatur ♀ et ☿. Et quia $^1/_2$ in cubo facta est minor harmonia binorum, cum illi situs obtigerit extimus, erit in octaëdro haec $^1/_4$ jam major harmonia binorum, ut cui situs obtigit intimus. Sed et haec causa est, cur $^1/_4$ hic pro majori data sit, non pro minori. Cum enim proportio orbium octaëdri sit semitripla, posito quod perfecta sit inscriptio octaëdri inter planetas (quanquam non perfecta est, sed penetrat aliquatenus ☿, quod prodest nobis): proportionem igitur convergentium oportet illius semitriplae sesquialtera esse minorem; atqui vel $^1/_3$ est plane dupla semitriplae et sic major justa, quanto major erit justo $^1/_4$, quippe major quam $^1/_3$. Ergo ne dimidium quidem de $^1/_4$ toleratur inter convergentes. Non potest igitur $^1/_4$ esse minor octaëdrica, erit igitur major. Amplius: $^1/_4$ sic est cognata octaëdrico quadrangulo, cujus orbium proportio est semidupla, sicut $^1/_3$ est cognata cubo, ut cujus orbium proportio est semitripla. Sicut enim $^1/_3$ est multiplex semitriplae, ejus scilicet dupla,

*) Memineris, voces, dupla, tripla, semitripla etc. interdum dare nomen proportionibus singulis, absolute consideratis, ut sunt aliqua quantitas; interdum vero exprimere proportionem comparatarum inter se binarum proportionum.

sic etiam hic $^1/_4$ est multiplex semiduplae, ejus scilicet bis dupla, hoc est quadrupla. Quare si $^1/_3$ debuit fieri major harmonia cubi, per prop. 7, debet igitur etiam $^1/_4$ fieri major harmonia octaëdri sui.

Propositio XIII. Jovis et Martis extremis motibus debebantur harmoniae, major quidem $^1/_8$, trisdiapason circiter, minor vero $^5/_{24}$, tertia minor supra disdiapason.

Nam quia cubus sortitus est $^1/_2$ et $^1/_3$, proportio vero orbium tetraëdri, quod est situm inter ♃ et ♂, nominata tripla, est dupla proportionis orbium cubi, nominatae semitriplae: ergo conveniens erat, ut etiam tetraëdro accommodarentur proportiones motuum duplae proportionum cubicarum. Sunt autem ipsarum quidem $^1/_2$ et $^1/_3$ duplae proportiones hae: $^1/_4$ et $^1/_9$. At $^1/_9$ non est harmonica, et $^1/_4$ jam est absumta in octaëdron. Vicinae igitur harmoniae his proportionibus fuerunt sumendae, per ax. 1. Sunt vero primum ipsi $^1/_9$ vicinae: minor $^1/_8$ et major $^1/_{10}$. Inter has delectum facit cognatio cum tetraëdro, cui nihil est commune cum pentagono, cum $^1/_{10}$ sit sectae pentagonicae, major vero tetraëdro cognatio est cum $^1/_8$ multis nominibus, quae require ex cap. 2. Amplius: pro $^1/_8$ facit et hoc, quod, quemadmodum $^1/_3$ est major cubi et $^1/_4$ major octaëdri, quia sunt proportionum inter orbes figurales multiplices, sic etiam $^1/_8$ fieri debuit major tetraëdri, quia ut hujus corpus est inscripti sibi octaëdri duplum, ut dictum cap. 1, sic etiam proportionis hujus tetraëdricae terminus 8 est octaëdricae proportionis termini 4 duplus. Amplius, sicut $^1/_2$, minor cubi, est unum diapason, et $^1/_4$, major octaëdri, est duo diapason, sic jam $^1/_8$, major tetraëdri, debuit fieri tria diapason. Plura autem diapason debebantur huic quam illis, quia cum harmonia minor tetraëdrica necessario sit omnium minorum in ceteris figuris maxima (quippe et orbium tetraëdricorum proportio est omnium figuralium maxima): harmonia etiam major tetraëdrica debuit majores ceterarum superare numero ipsarum diapason. Habet denique ternarius intervallorum diapason familiaritatem cum trigonica specie tetraëdri, habet perfectionem quandam, secundum illud: omne trinum perfectum; cum etiam octonarius, ejus terminus, sit primus cubicorum numerorum quantitatis perfectae, trium sc. dimensionum.

Ipsi $^1/_4$ seu $^6/_{24}$ vicinae sunt harmoniae, major quidem $^5/_{24}$, minor vero $^6/_{20}$ seu $^3/_{10}$. Rursum autem $^3/_{10}$ est sectae pentagonicae, cui cum tetraëdro nihil commune est. At $^5/_{24}$ propter numeros 3 et 4 (quorum soboles sunt numeri 12, 24) familiaritatem habet cum tetraëdro. Nam alteros terminos minores, sc. 5 et 3, hic negligimus, quia eorum levissimus cognationis gradus est cum figuris, ut videre est cap. 2. Praeterea orbium tetraëdri proportio tripla est; tanta vero debet esse et convergentium intervallorum proportio circiter, per ax. 2. Atqui per cap. 3. proportio motuum convergentium appropinquat eversae sesquialterae intervallorum, sesquialtera vero triplae est inter 1000 et 193 circiter. Qualium igitur aphelius Martis motus est 1000, erit Jovis major quam 193 paulo, minor quam 333, tertia illius pars, multo. Non igitur harmonia $^{10}/_3$, hoc est $^{1000}/_{333}$, sed harmonia $^{24}/_5$. hoc est $^{1000}/_{208}$ locum habet inter convergentes Jovis et Martis.

Propositio XIV. Motuum Martis extremorum propria proportio debuit fieri major quam diatessaron $^3/_4$, et circiter $^{18}/_{25}$.

Sint enim praecisae jam harmoniae $^5/_{24}$ et $^1/_8$ seu $^3/_{24}$, Jovi et Marti communiter attributae (prop. 13). Aufer minorem $^5/_{24}$ a majore $^3/_{24}$, restat $^3/_5$, summa propriarum utriusque. At Jovis solius propria, supra quidem prop. 11. inventa, est $^5/_6$. Hanc igitur aufer a summa propriarum $^3/_5$, hoc est aufer $^{25}/_{30}$ ab $^{18}/_{30}$, restat Martis propria $^{18}/_{25}$, quae est major quam $^{18}/_{24}$ seu $^3/_4$. Fiet autem adhuc major, si per sequentes rationes communis major $^1/_8$ augeatur.

Propositio XV. Inter convergentes motus Martis et Telluris, Telluris et Veneris, Veneris et Mercurii, dispertiendae fuerunt harmoniae $^2/_3$, diapente, $^5/_8$, sexta mollis, $^3/_5$, sexta dura, eaeque hoc ipso ordine.

Nam dodecaëdron et icosaëdron, figurae inter Martem, Tellurem et Venerem interlocatae, minimam habent proportionem inter suos orbes, circumscriptum et in-

scriptum: ergo illis ex possibilibus harmoniis minimae debentur, quippe cognatae propter hoc, et ut ax. 2. locum habeat. Atqui harmoniae omnium minimae, sc. $^5/_6$ et $^4/_5$, non sunt possibiles, per prop. 6. Ergo debentur figuris dictis harmoniae proxime majores hisce, scilicet vel $^3/_4$ vel $^2/_3$ vel $^5/_8$ vel $^3/_5$.

Rursum figura inter Venerem et Mercurium interlocata, scilicet octaëdron, proportionem habet eandem suorum orbium, quam cubus: at cubo pro minori harmonia, quae est inter motus convergentes, obvenit diapason, per prop. 7, ergo deberetur per analogiam etiam octaëdro tanta, sc. $^1/_2$ pro minori, si nihil diversitatis accederet. Accedit autem hoc diversitatis, quod cubicorum quidem planetarum, Saturni sc. et Jovis, singulorum propriae motuum proportiones junctae efficiebant summam non majorem quam $^2/_3$, hic vero octaëdricorum planetarum, Veneris et Mercurii, singulorum propriae junctae facient summam majorem quam $^2/_3$, quod facile sic apparet. Esto enim. quod requireret analogia inter cubum et octaëdron, si sola esset, sit inquam minor octaëdrica, major quam sunt hic praescriptae, adeoque sic plane tanta, quanta fuit cubica, scilicet $^1/_2$: erat vero major $^1/_4$ per prop. 12. Ablata igitur hinc, quam modo posuimus, minore $^1/_2$, manet adhuc $^1/_2$ pro summa propriarum Veneris et Mercurii, atqui $^1/_2$ plus est quam summa $^2/_3$ propriarum Saturni et Jovis, et vero majorem summam hanc major sequitur eccentricitas, per cap. 3, majorem vero eccentricitatem sequitur minor proportio motuum convergentium, per idem cap. 3. Quare fit accessione majoris eccentricitatis ad analogiam inter cubum et octaëdron, ut minor etiam requiratur convergentium Veneris et Mercurii proportio, quam $^1/_2$. Id etiam conveniens erat axiomati 1, ut harmonia diapason absumta in cubicos conciliaretur octaëdricis alia proxima et per priorem demonstrationem minor quam $^1/_2$. Est autem hac proxime minor $^3/_5$, quae ut major ex tribus debebatur figurae majoris orbium suorum proportionis, octaëdro scilicet. Minores igitur $^5/_8$ et $^2/_3$ vel $^3/_4$ relinquebantur icosiedro et dodecaëdro, figuris proportionis orbium suorum minoris.

Hae vero residuae inter duas residuas sic sunt distributae. Sicut enim ex figuris, licet aequalium inter suos orbes proportionum, cubus quidem sortitus est harmoniam $^1/_2$, octaëdron vero $^3/_5$ minorem, eo quod summa propriarum Veneris et Mercurii superaret summam propriarum Saturni et Jovis: sic etiam hic dodecaëdro, quamvis id eandem faciat orbium suorum proportionem quam icosiedron, debebatur minor quam icosiedro, proxima tamen propter similem causam, sc. quia haec figura est inter Tellurem et Martem, cujus in superioribus magna facta erat eccentricitas; Veneris vero et Telluris, ut in sequentibus audiemus, minimae sunt eccentricitates. At cum octaëdron habeat $^3/_5$, icosiedron, cujus orbium proportio minor, succedentem paulo minorem illa, sc. $^5/_8$: relinquebatur igitur dodecaëdro vel $^2/_3$ residua, vel $^3/_4$, potius vero illa, quippe propior icosaëdricae $^5/_8$, quia et figurae similes sunt.

At ne possibilis quidem fuit $^3/_4$. Etsi enim satis magna erat in superioribus propria proportio motuum extremorum Martis, at Tellus, ut jam dictum et in sequentibus patebit, conferebat propriam minorem, quam ut summa utriusque superaret diapente. Non poterat igitur locum habere $^3/_4$, per prop. 7. Id eo amplius, quia, ut sequetur prop. 17, major esse debuit intervallorum convergentium proportio, quam $^{1000}/_{795}$.

Propositio XVI. Veneris et Mercurii motuum proportiones, cujusque propriae, junctae debuerunt efficere $^5/_{12}$ circiter.

Aufer enim minorem harmonicam $^3/_5$, huic bigae communiter tributam prop. 15, ab illorum majori $^1/_4$ vel $^3/_{12}$, per prop. 12, restat $^5/_{12}$, summa propriarum utriusque. Itaque Mercurii solius propria motuum extremorum proportio minor est quam $^5/_{12}$ quantitate propriae Veneris. Intellige hoc de his primis rationibus. Nam infra per secundas rationes, accedente communibus utriusque harmoniis aliquo fermento, efficietur, ut sola propria Mercurii perfecte obtineat $^5/_{12}$.

Propositio XVII. Harmonia motuum Martis et Telluris divergentium non potuit esse minor quam $^5/_{12}$.

Nam solus Mars nactus fuit in propria suorum motuum proportione plus quam diatessaron et plus quam $^{18}/_{25}$, per prop. 14. Minor vero harmonia illorum est dia-

pente $^2/_3$ per prop. 15, junctae igitur hae duae partes faciunt $^{12}/_{25}$. At debetur et Telluri sua propria proportio, per axioma 4. Ergo, cum divergentium harmonia ex dictis tribus constet elementis, erit illa major quam $^{12}/_{25}$. Sed harmonia proxime major quam $^{12}/_{25}$, hoc est $^{60}/_{125}$, est $^5/_{12}$, scilicet $^{60}/_{144}$: Quare si harmonia opus est pro hac majori duorum planetarum proportione motuum, per axioma 1, illa non poterit esse minor quam $^{60}/_{144}$ vel $^5/_{12}$.

Hactenus igitur omnibus reliquis planetarum bigis obvenerunt suae binae harmoniae rationibus necessariis; sola biga Telluris et Veneris adhucdum unam solam harmoniam $^5/_8$ per axiomata huc usque usurpata sortita fuit. Reliquam igitur ejus harmoniam, majorem sc. seu motuum divergentium, jam porro novo initio facto perquiremus.

Posteriores Rationes.

Axioma XVIII. Harmoniae motuum universales contemperatione motuum sex constituendae fuerunt, praecipue per extremos motus.

Probatur per axioma 1.

Axioma XIX. Harmoniae universales per aliquam motuum latitudinem eaedem contingere debuerunt; scilicet ut tanto crebrius acciderent.

Nam si ad individua puncta motuum fuissent determinatae, fieri potuisset, ut nunquam contingerent aut certe rarissime.

Axioma XX. Ut est naturalissima distinctio generum harmoniarum in durum et molle, ut libro III. probatum, sic utriusque generis harmoniae universales procurandae fuerunt inter planetarum extremos motus.

Axioma XXI. Harmoniarum utriusque generis diversae species instituendae fuerunt, ut pulchritudo mundi ex omnibus possibilibus varietatis membris concinnaretur; idque per extremos motus, saltem aliquos.

Per axioma 1.

Propositio XXII. Extremi planetarum motus signare debuerunt loca seu chordas systematis diapason, vel claves scalae musicae.

Nam ortus et comparatio harmoniarum, inceptarum ab uno communi termino, genuit scalam musicam, seu divisionem diapason in sua loca vel sonos, ut libro III. probatum. Cum igitur requirantur harmoniae inter motuum extrema variae, per ax. 1 et 20 et 21: quare requiritur systematis alicujus coelestis seu scalae harmonicae realis distinctio per extrema motuum.

Propositio XXIII. Oportuit esse unam bigam planetarum, inter cujus motus nullae possent existere harmoniae, praeter duas sextas, majorem $^3/_5$ et minorem $^5/_8$.

Cum enim esset necessaria distinctio generum harmoniarum, per axioma 20, idque per motuum extrema in apsidibus, per 22, quia sola extrema, tardissimus scilicet et velocissimus, indigent definitione procurantis et ordinantis, intermediae tensiones proveniunt ultro cum ipso transitu planetae a tardissimo motu ad velocissimum sine peculiari cura: haec igitur ordinatio aliter fieri non potuit, quin extremis binorum motuum planetariorum diesis seu $^{24}/_{25}$ designaretur, eo quod genera harmoniarum diesi distinguantur, per ea, quae libro III. sunt explicata. Atqui diesis est differentia vel duarum tertiarum, $^4/_5$ et $^5/_6$, vel duarum sextarum $^3/_5$ et $^5/_8$, vel earundem abundantium uno vel pluribus diapason intervallis. Duae vero tertiae $^4/_5$ et $^5/_6$ non habuerunt locum inter binos planetas, per prop. 6, sed neque tertiae vel sextae abundantes intervallo diapason uspiam inventae sunt, praeterquam $^5/_{12}$ in biga Martis et Telluris; neque tamen illa aliter, nisi cum socia $^2/_3$, itaque etiam intermediae $^5/_8$ et $^3/_5$ et $^1/_2$ juxta admittebantur. Ergo relinquitur, ut dandae fuerint uni planetarum bigae duae sextae, $^3/_5$ et $^5/_8$. Sed et solae sextae variationi motuum illorum concedendae fuerunt, sic ut neque terminos suos ad comprehensionem intervalli proxime majoris unius oc-

tavae $^1/_2$ dilatarent, neque ad proxime minoris diapente $^2/_3$ angustiam contraherent. Nam etsi verum est, quod duo planetae, facientes diapente convergentibus motuum extremis, et diapason divergentibus, iidem etiam sextas facere et sic diesin quoque permeare possint, at hoc non redoleret singularem providentiam Ordinatoris motuum. Diesis enim, minimum intervallorum, potestate latens in majoribus omnibus, quae comprehenduntur ab extremis motuum, ipsa permeatur quidem tunc a motibus intermediis, continua tensione variatis, at non determinatur ab eorum extremis, cum semper minor sit pars toto, diesis scilicet intervallo majore $^3/_4$, quod est inter $^2/_3$ et $^1/_2$, quod totum a motuum extremis determinari hic poneretur.

Propositio XXIV. Planetae duo, qui mutant genus harmoniae, differentiam propriarum proportionum inter motuum extrema, debent facere diesin, et unius propria proportio debet esse major diesi; debentque motibus apheliis facere sextarum unam, periheliis reliquam.

Cum enim extrema motuum duas faciant harmonias, unica diesi differentes, id potest fieri tripliciter: aut enim, ut unius planetae motus maneat constans, alterius varietur per diesin, aut ut uterque varietur per semissem dieseos faciantque $^3/_5$, sextam majorem, quando superior est in aphelio, inferior in perihelio; ex iis spatiis excursu facto, sibi mutuo obviantes, superior usque in perihelium, inferior in aphelium, faciant $^5/_8$, sextam minorem; aut denique ut unus altero plus variet motum suum ab aphelio in perihelium sitque excessus unius dieseos, et sic sexta major sit inter utrumque aphelium, sexta minor inter utrumque perihelium. Primus vero modus non est legitimus; esset enim alter horum planetarum sine eccentricitate, contra axioma 4. Alter modus minus pulcher fuit et minus commodus; minus pulcher, quia minus harmonicus, duorum enim planetarum propriae motuum proportiones fuissent inconcinnae nam inconcinnum est, quicquid est diesi minus; praestat vero, unum solum planetam hac inconcinna parvitate laborare; quin ne fieri quidem potuit, quia extremi motus hoc pacto aberrassent a locis systematis seu clavibus scalae musicae, contra pr. 22. Minus etiam commodus fuisset, quia sextae illis tantummodo momentis contigissent quibus planetae fuissent in contrariis apsidibus; nulla fuisset latitudo, per quam hae sextae et sic universales harmoniae secundum eas contingere potuissent; rarissimae igitur fuisssent universales harmoniae, locis planetarum omnibus ad certorum in orbitis suis et unicorum punctorum angustias redactis; contra axioma 19. Restat igitur modus tertius, ut uterque quidem planetarum suum proprium variet motum, sed alter altero plus per unam perfectam diesin ad minimum.

Propositio XXV. Planetarum, genus harmoniae mutantium, superior debet habere proportionem motuum propriorum minorem tono parvo $^9/_{10}$, inferior vero minorem semitonio $^{15}/_{16}$.

Nam aut apheliis motibus facient $^3/_5$, aut periheliis, per praemissam. Non periheliis, esset enim tunc apheliorum motuum $^5/_8$, inferior igitur una diesi plus haberet in proportione propria quam superior, per eandem praemissam. Id vero est contra axioma 10. Faciunt igitur apheliis $^3/_5$ periheliis $^5/_8$ minus, quam illic per $^{24}/_{25}$. Quodsi aphelii motus faciunt sextam duram $^3/_5$, ergo superioris aphelius cum inferioris perihelio faciet plus quam sextam duram, adjiciet enim inferior totam propriam proportionem. Eodem modo, si perihelii motus faciunt sextam mollem $^5/_8$, superioris perihelius et inferioris aphelius facient minus quam sextam mollem; aufert enim inferior totam suam propriam proportionem. Quodsi inferioris proportio propria aequaret semitonium $^{15}/_{16}$, jam posset praeter sextas etiam diapente contingere, quia sexta mollis, diminuta semitonio, fit diapente; hoc vero est contra prop. 23. Minus igitur semitonio habet planeta inferior in intervallo sibi proprio. Et quia superioris propria proportio major est propria inferioris per unam diesin, diesis vero addita semitonio facit tonum minorem $^9/_{10}$, superioris igitur propria proportio est minor quam tonus minor $^9/_{10}$.

Propositio XXVI. Planetarum, genus harmoniae mutantium, superior debuit habere vel diesin duplicem $^{576}/_{625}$, hoc est $^{12}/_{13}$ fere, pro motuum

extremorum intervallo, vel semitonium $^{15}/_{16}$, vel aliquid intermedium, commate $^{80}/_{81}$ distans vel ab illo vel ab hoc; inferior vero vel diesin simplicem $^{24}/_{25}$, vel differentiam inter semitonium et diesin, quae est $^{125}/_{128}$, hoc est $^{42}/_{43}$ fere, vel denique similiter aliquid intermedium, commate $^{80}/_{81}$ distans vel ab illo vel ab hoc, sc. ille duplicem, iste simplicem diesin, utrumque intervallum commate diminutum.

Nam superioris propria debet esse major quam diesis per pr. 25, minor vero quam tonus $^{9}/_{10}$ per praecedentem. At vero superior debet excedere inferiorem diesi una, per pr. 24. Et suadet harmonica pulchritudo, ut propriae horum, si ob parvitatem nequeunt esse harmonicae, saltem ex concinnis sint, si fieri hoc possit, per ax. 1. Atqui concinna minora quam est tonus $^{9}/_{10}$ sunt tantum duo, semitonium et diesis; haec vero differunt inter se non diesi, sed aliquo minori intervallo $^{125}/_{128}$. Non possunt igitur simul habere superior semitonium, inferior diesin, sed aut superior habebit semitonium $^{15}/_{16}$, inferior $^{125}/_{128}$, h. e. $^{42}/_{43}$, aut inferior habebit diesin $^{24}/_{25}$, superior vero duplicem diesin $^{12}/_{13}$ fere. Cum vero utriusque planetae sint aequalia jura, quare si in propriis ipsorum violanda fuit natura concinni, aequaliter in utroque violanda fuit, ut differentia propriorum ipsis intervallorum manere posset exacta diesis, ad discriminanda genera harmoniarum necessaria, per pr. 24. Aequaliter autem tunc violabatur concinni natura in utroque, si quanto superioris propria proportio deficiebat a diesi duplici superabatve semitonium. tanto etiam inferioris propria deficeret a diesi simplici, superaretve intervallum $^{125}/_{128}$.

Porro hic excessus vel defectus debuit esse comma $^{80}/_{81}$, quia rursum nullum aliud intervallum monstrabatur a proportionibus harmonicis, et ut comma sic exprimeretur inter motus coelestes, sicut expressum est in harmonicis, scilicet solo excessu et defectu inter se intervallorum. Comma enim in harmonicis distinguit inter tonos majorem et minorem nec aliter innotescit.

Restat ut disquiramus, utra ex propositis potiora sint intervalla, num dieses, simplex pro inferiori planeta, duplex pro superiori, an potius semitonium pro superiori, et $^{125}/_{128}$ pro inferiori. Et vincunt argumentis dieses. Nam etsi semitonium varie expressum est in scala musica, at socium $^{125}/_{128}$ non est expressum. Contra et diesis est expressa varie et duplex diesis quodammodo, sc. in resolutione tonorum in dieses, semitonia et lemmata; tunc enim, ut libro III. cap. 8. dictum, proxime invicem succedunt duae dieses duobus locis. Alterum argumentum, quod in distinctione generum propria sunt jura dieseos, nulla semitonii, major igitur respectus habendus fuit dieseon, quam semitonii. Conflatur ex omnibus hoc, superioris propriam debere esse $^{2916}/_{3125}$ seu $^{14}/_{15}$ fere, inferioris propriam $^{243}/_{250}$ seu $^{35}/_{36}$ fere.

Quaeritur, utrum summa sapientia creatrix occupata fuerit in tenuibus istis ratiunculis conquirendis. Respondeo, fieri posse, ut multae me rationes lateant, at si ponderosiores natura harmonices non tulit, quippe in proportionibus, infra omnium concinnorum quantitatem descendentibus, absurdum non est, Deum vel istas, utcunque appareant tenues, esse secutum, cum nihil sine causa ordinaverit. Absurdius n. longe esset affirmare, Deum has quantitates, infra quidem praescriptum iis terminum toni minoris, fortuito arripuisse, nec sufficit dicere: tantas sumsit, quia tantae placuerunt; in geometricis enim, libertati electionis subjectis, nihil Deo placuit sine causa geometrica qualicunque, ut apparet in oris foliorum, in squamis piscium, in pellibus ferarum earumque maculis et macularum ordine et similibus.

Propositio XXVII. **Telluris et Veneris motuum proportio major debuit esse sexta dura, inter motus aphelios; minor, sexta mollis, inter perihelios.**

Oportuit n. distingui genera harmoniarum per ax. 20. Id autem fieri aliter non potuit, quam per sextas per 23. Earum igitur unam $^{5}/_{8}$ cum acceperint Terra et ♁, proximi planetae et icosiedrici per 15: oportuit et alteram $^{3}/_{5}$ iis tribui. Non vero inter extremos, convergentes vel divergentes, sed inter ejusdem plagae extremos, unam

inter aphelios, alteram inter perihelios, per 24. Est praeterea et harmonia $^3/_5$ cognata icosiedro, quippe sectae utrumque pentagonicae. Vide cap. 2.

Ecce causam, cur praecisae harmoniae inter horum duorum motus aphelios potius et perihelios inveniantur, non vero inter convergentes, ut in superioribus.

Propositio XXVIII. Telluri propria motuum proportio competebat $^{14}/_{15}$ circiter, Veneri $^{35}/_{36}$ circiter.

Nam hi duo distinguere debuerunt genera harmoniarum, per praemissam; ergo per 26. Tellus quidem, ut superior, nancisci debuit intervallum $^{2916}/_{3125}$, id est fere $^{14}/_{15}$, Venus vero, ut inferior, intervallum $^{243}/_{250}$, id est $^{35}/_{36}$ proxime.

Ecce causam, cur hi duo planetae tam parvas habeant eccentricitates et secundum eas parva intervalla seu proportiones motuum extremorum proprias, cum tamen proxime illa superior ♂, et proxime hac inferior ☿, insignes omniumque maximas habeant. Hoc vero verum esse astronomia confirmat, nam cap. 4. Terra plane $^{14}/_{15}$ habuit, Venus vero $^{34}/_{35}$, quod astronomica certitudo vix discernere in hoc planeta poterit a $^{35}/_{36}$.

Propositio XXIX. Martis et Telluris major motuum harmonia, divergentium puta, non potuit esse ex majoribus, quam $^5/_{12}$.

Supra prop. 17. non erat minorum aliqua, nunc vero neque aliqua majorum est. Nam altera horum communis, seu minor $^2/_3$, cum propria Martis, quae per 14. superat $^{18}/_{25}$, facit plus quam $^{12}/_{25}$, hoc est $^{60}/_{125}$, adde igitur Telluris propriam $^{14}/_{15}$, hoc est $^{56}/_{60}$ per praemissam, accumulatur plus quam $^{56}/_{125}$, quod est proxime $^4/_9$, plus scilicet quam octava et tonus major paulo. At harmonia proxime major quam octava et tonus est $^5/_{12}$, diapason cum tertia molli.

Nota, quod non dico, non esse hanc proportionem nec majorem nec minorem quam $^5/_{12}$, sed hoc dico, si necesse sit, illam fieri harmonicam, harmoniam illi aliam non competituram.

Propositio XXX. Mercurii propria motuum proportio debuit fieri major omnibus aliis propriis.

Nam per 16. propriae Veneris et Mercurii junctae facere debuerunt circiter $^5/_{12}$. **Sed Veneris propria seorsim est tantum $^{243}/_{250}$, hoc est $^{1458}/_{1500}$; haec vero ablata a $^5/_{12}$, hoc est a $^{625}/_{1500}$, relinquit $^{625}/_{1458}$, majorem quam diapason cum tono majore, Mercurio soli; cum Martis propria, quae illi inter ceteros planetas est omnium maxima, sit minor quam sesquialtera $^2/_3$, hoc est diapente.**

Adeoque Veneris et Mercurii infimorum propriae junctae aequant quatuor supremorum proprias junctas fere, quia, ut jam statim apparebit, Saturni et Jovis propriae junctae excedunt $^2/_3$, Martis a $^2/_3$ nonnihil deficit: summae $^4/_9$, hoc est $^{60}/_{135}$, adde Telluris $^{14}/_{15}$, hoc est $^{56}/_{60}$, accumulatur $^{56}/_{135}$, quod paulo plus est quam $^5/_{12}$, quanta modo erat summa propriarum Veneris et Mercurii. Hoc vero non quaesitum est nec ab aliquo pulchritudinis archetypo separato et singulari desumtum, sed provenit ultro, necessitate causarum ex harmoniis hactenus stabilitis nexarum.

Propositio XXXI. Motus Telluris aphelius cum aphelio Saturni per aliquot diapason concordare debuit.

Nam harmonias universales oportuit esse, per 18, quare etiam Saturni cum Tellure et Venere. At si motuum Saturni extremorum alter cum neutro horum concordasset, hoc minus fuisset harmonicum, quam si uterque illius extremus concordet cum his planetis, per ax. 1. Ergo Saturnus utroque suo extremo concordare debuit; aphelio cum uno ex duobus hisce planetis, perihelio cum reliquo, cum nihil impediret, quippe in primo planeta. Erunt igitur istae harmoniae vel identisonae vel diversisonae, hoc est proportionis vel duplae continue, vel alterius. At nequeunt ambae proportionis alterius esse, nam inter terminos $^3/_5$ (definientes majorem harmoniam inter Telluris et Veneris aphelios, per 27.) non possunt consistere duo media harmonica, sexta enim nequit dividi in tria intervalla; vide lib. III. **Non potuit igitur**

Saturnus utroque suo motu diapason facere cum mediis inter 3 et 5 harmonicis, sed ut et cum 3 Terrae et cum 5 Veneris concordent ejus motus, necesse est, ut eorum alter cum altero terminorum, sc. cum uno dictorum planetarum ipsorum concordet identice, seu per aliquot diapason. Cum autem praestantiores sint identicae, statuendae erunt etiam inter extrema motuum praestantiora, sc. inter aphelios, quia et principii locum obtinent ob elevationem planetarum et harmoniam $^3/_5$, de qua ut majore Telluris et Veneris nunc agimus, propriam sibi quodammodo et cum praerogativa vindicant. Etsi enim harmonia ista etiam perihelio Veneris et aliquo Telluris intermedio competit, per 22, at initium fit a motuum extremis, motus intermedii stant post principia. Jam cum ex altera parte habeamus Saturni altissimi motum aphelium, ex altera parte cum illo copulandus erit aphelius Telluris potius quam Veneris, quia horum duorum, genus harmoniae distinguentium, illa iterum est altior. Est et alia propior causa, quod rationes posteriores, in quibus jam versamur, derogant quidem prioribus, sed tantum circa minima, quod est in harmonice circa intervalla omnibus concinnis minora. Sed per rationes priores non Veneris, sed Telluris aphelius approximabit harmoniae diapason aliquot, cum Saturni aphelio constituendae. Collige enim in unam summam primo propriam Saturninorum motuum proportionem $^4/_5$, id est ab aphelio in perihelium Saturni, ex pr. 11, secundo convergentium Saturni et Jovis $^1/_2$, id est a perihelio ♄ ad aphelium ♃, ex pr. 8, tertio divergentium ♃ et ♂ $^1/_8$, id est ab aphelio ♃ ad perihelium ♂, ex pr. 14, quarto convergentium Martis et Telluris $^2/_3$, id est a perihelio Martis ad aphelium Telluris, ex pr. 15: accumulabis inter aphelium Saturni et aphelium Telluris proportionem $^1/_{30}$, cui deest non plus quam $^{30}/_{32}$, id est $^{15}/_{16}$ seu semitonium, quo minus sit $^1/_{32}$ seu quinque diapason. Itaque si semitonium, in particulas minimo concinno minores sectum, quatuor his elementis addatur, perfecta erit inter propositos Saturni et Telluris aphelios harmonia pentakisdiapason. At ut idem aphelius Saturni cum aphelio Veneris diapason aliquot faceret, oportuisset rationibus prioribus integrum fere diatessaron eripere, addito enim $^3/_5$, quod est inter aphelios Telluris et Veneris, ad summam $^1/_{30}$ ex quatuor prioribus elementis conflatam, colligitur tanquam ex prioribus rationibus inter aphelios Saturni et Veneris $^1/_{50}$, quod intervallum differt ab $^1/_{32}$, pentakisdiapason, per $^{32}/_{50}$, hoc est per $^{16}/_{25}$, quod est diapente cum diesi; et ab hexakisdiapason seu $^1/_{64}$ differt per $^{50}/_{64}$, quod est $^{25}/_{32}$, seu diatessaron minus una diesi. Non igitur inter Veneris et Saturni, sed inter Telluris et Saturni aphelios identica harmonia statui debuit, ut Saturno cum Venere diversisona harmonia restaret.

Propositio XXXII. In harmoniis planetarum universalibus generis mollis motus Saturni plane aphelius cum ceteris planetis exacte concordare non potuit.

Nam Tellus motu suo aphelio ad harmoniam universalem generis mollis non concurrit, quia aphelii Telluris et Veneris faciunt intervallum $^3/_5$, generis duri, per pr. 17. Saturnus vero aphelio suo facit identicam harmoniam cum aphelio Telluris, per pr. 31. Ergo neque Saturnus aphelio suo motu concurrit. Succedit tamen loco aphelii motus intensior aliquis Saturni motus, aphelio proximus, ad genus etiam molle, ut cap. 7. apparuit.

Propositio XXXIII. Durum harmoniarum et scalae musicae genus est familiare motibus apheliis, molle periheliis.

Nam etsi dura constituitur harmonia inter Telluris non aphelium tantum cum Veneris aphelio, sed etiam inter Telluris motus aphelios inferiores cum Veneris inferioribus usque in ejus perihelium, et vicissim mollis harmonia non tantum inter Veneris perihelium cum Telluris perihelio, sed etiam inter Veneris superiores usque in aphelium cum Telluris superioribus, per pr. 27: propria tamen et evidens designatio generis fit tantum extremis utriusque, per pr. 20. et 24. Propria igitur duri designatio est tantum in apheliis motibus, propria mollis tantum in periheliis.

Propositio XXXIV. Durum genus familiarius est planetae in comparatione duorum superiori, molle inferiori.

Nam quia durum genus est apheliorum motuum proprium, molle periheliorum, per praemissam, aphelii vero sunt tardiores et graviores periheliis, durum igitur est motuum tardiorum, molle celeriorum. Atqui ad tardos motus familiarius se habet planetarum duorum superior, ad celeres inferior, quia semper in mundo altitudinem consequitur motus proprii tarditas. Ergo etiam ad durum scalae genus familiarius se habet duorum, qui utrique se accommodant generi, is qui superior, ad molle is, qui inferior. Amplius, durum genus utitur intervallis majoribus $^4/_5$ et $^3/_5$, molle minoribus $^5/_6$ et $^5/_8$. Atqui etiam superior planeta et majorem orbem habet et tardiores, id est majores motus, prolixioremque circuitum, quibus vero utrinque magna conveniunt, illa inter se familiarius coëunt.

Propositio XXXV. Saturnus cum Tellure durum genus amplectuntur familiarius, Jupiter cum Venere genus molle.

Nam primo Tellus cum Venere comparata et cum eadem utrumque genus designans superior est, Terra igitur durum potissimum genus amplectitur, Venus genus molle, per praemissam. Saturnus vero aphelio suo per diapason consonat cum Telluris aphelio per pr. 31, quare etiam Saturnus per pr. 33. durum genus amplectitur. Deinde Saturnus aphelio motu, per eandem, fovet magis genus durum, respuit genus molle, per pr. 32, habet se igitur familiarius ad genus durum, quam ad molle, quia genera proprie designantur motibus extremis.

Jam quod Jovem attinet, is in comparatione cum Saturno est inferior, ergo ut Saturno debetur durum genus, sic Jovi debetur molle, per praemissam.

Propositio XXXVI. Jovis motus perihelius cum perihelio Veneris in unam scalam musicam, at non etiam in eandem harmoniam conspirare debuit, multoque minus hoc cum perihelio Telluris.

Nam quia Jupiter debebatur generi molli potissimum, per praemissam, illi vero familiares sunt motus perihelii, per 30, Jupiter igitur perihelio suo designare debuit scalam generis mollis, ejus scilicet certum locum seu phthongum. Sed et perihelii Veneris et Telluris eandem scalam designant, per pr. 28., ergo cum horum periheliis Jovis perihelius in eandem tensionem sociandus fuit, non vero cum Veneris perihelio potuit constituere harmoniam. Nam quia per pr. 8. cum aphelio Saturni facere debuit $^1/_3$ circiter, id est clavem *d* systematis illius, in quo Saturni aphelius faciebat clavem *G*, Veneris vero aphelius clavem *e*, igitur appropinquavit clavi *e* intra spatium harmoniae minimae. Nam illa est $^5/_6$, at inter *d*, *e* est intervallum multo minus, scilicet $^9/_{10}$ tonus. Ac etsi in tensione perihelia Venus elevatur a *d* tensionis apheliae, at elevatio haec est minor diesi, per pr. 28. Diesis vero (eaque minus aliquid) juncta tono minori nondum aequat intervallum harmoniae minimae $^5/_6$. Non potuit igitur perihelius Jovis cum aphelio Saturni praeterpropter $^1/_3$ tueri et simul concordare cum Venere. Sed nec cum Tellure. Nam si perihelius Jovis ad perihelii Veneris scalam accommodatus fuerit in eandem tensionem, sic ut infra quantitatem concinni minimi tueatur intervallum cum aphelio Saturni $^1/_3$, distans scilicet a perihelio Veneris tono minore, sc. $^9/_{10}$ seu $^{36}/_{40}$ (praeter aliqua diapason) versus gravia: Telluris equidem perihelius ab eodem perihelio Veneris distat per $^5/_8$, id est per $^{25}/_{40}$. Itaque distabunt perihelii Telluris et Jovis per $^{25}/_{36}$, praeter diapason aliquot. Id vero harmonicum non est, quippe duplum ipsius $^5/_6$ seu diapente diminutum una diesi.

Propositio XXXVII. Ad summam propriarum harmoniarum Saturni et Jovis $^2/_3$, et ad communem iis majorem $^1/_3$ accedere oportuit intervallum aequale intervallo Veneris.

Nam Venus aphelio motu proprie designationem adjuvat generis duri, perihelio generis mollis, per pr. 27. et 33. Sed Saturnus aphelio conspirare debuit etiam ad genus durum et sic ad aphelium Veneris, per pr. 35, Jupiter vero perihelio ad perihelium Veneris, per praemissam. Quantum igitur Venus facit intervallum ab aphelio in perihelium, tantum etiam accedere necesse est motui Jovis illi, qui cum aphelio Saturni facit $^1/_3$, ad perihelium Jovis ipsissimum. Sed convergentium Jovis et Saturni harmonia est praecise $^1/_2$, per pr. 8. Ablato igitur intervallo $^1/_2$ ab eo, quod

plus est quam $^1/_3$, relinquitur aliquid, quod tantundem plus est quam $^2/_3$ pro summa propriarum utriusque proportionum.

Supra prop. 26. erat propria Veneriorum motuum proportio $^{243}/_{250}$ vel $^{35}/_{36}$ proxime, at vero cap. 4. inter Saturni aphelium et Jovis perihelium inventus est excessus supra $^1/_3$ paulo major, scilicet inter $^{26}/_{27}$ et $^{27}/_{28}$. At unico minuto secundo, quod haud scio an discernat astronomia, ad Saturni aphelium motum addito, aequatur plane quantitas hic praescripta.

Propositio XXXVIII. Additamentum $^{243}/_{250}$ ad summam propriarum Saturni et Jovis, quae hactenus primis rationibus constituebatur, $^2/_3$, distribuendum sic fuit inter planetas, ut de eo Saturno accederet comma $^{80}/_{81}$, Jovi residuum $^{19683}/_{20000}$ seu $^{62}/_{63}$ fere.

Distribuendum illud fuisse inter utrumque planetam, sequitur ex ax. 19, ut uterque aliqua latitudine concurrere posset ad harmonias universales generis sibi familiaris. Atqui $^{243}/_{250}$ intervallum est minus omnibus concinnis, nullae igitur supersunt leges harmonicae, quibus illud dividatur in partes duas concinnas, nisi solum illae, quibus supra prop. 26. ad sectionem dieseos $^{24}/_{25}$ opus fuit; ut sc. abeat in comma $^{80}/_{81}$ (quod est unum et quidem primarium ex iis, quae concinnis inserviunt) et in residuum $^{19683}/_{20000}$, quod est paulo majus commate, sc. $^{62}/_{63}$ fere. Non autem duo, sed unum comma fuerat abscindendum, ne nimium inaequales partes fierent, cum propriae Saturni et Jovis sint proxime aequales, secundum axioma 10. etiam ad concinna et iis minutiores partes extensum, simul etiam ideo, quia comma definitur intervallis tono majore et tono minore, non ita duo commata. Porro Saturno, altiori et valentiori planetae, debebatur harum partium non illa potius, quae major, licet is haberet propriam $^4/_5$ majorem, sed illa, quae prior et pulchrior, hoc est magis harmonica. Nam in ax. 10. praecedit respectus prioritatis et perfectionis harmonicae, ultimas tenet respectus quantitatis, quia nulla pulchritudo est in quantitate per se. Ita motus Saturni fiunt $^{64}/_{81}$, tertia major adulterina, ut lib. III. cap. 12. appellavimus, Jovis vero $^{6561}/_{8000}$.

Nescio, an inter causas additi Saturno commatis sit commemorandum, ut scilicet extrema Saturni intervalla possent constituere proportionem $^8/_9$, tonum majorem, an potius id ultro resultaverit ex causis antecedentibus motuum. Habes igitur hic potius, loco corollarii, causam, cur supra cap. 4, fol. 284. intervalla Saturni deprehensa sint toni majoris proportionem complecti proxime.

Propositio XXXIX. In harmoniis planetarum universalibus generis duri Saturnus motu exacte perihelio concordare non potuit, nec Jupiter motu exacte aphelio.

Cum enim Saturni aphelius cum Telluris et Veneris apheliis exacte concordare debuerit, per pr. 31, concordabit cum iisdem etiam is Saturni motus, qui est intensior quam aphelius ejus, per unam tertiam duram $^4/_5$; aphelii enim Telluris et Veneris faciunt sextam duram, quae per demonstrata libri III. divisibilis est in diatessaron et tertiam duram, ergo motus Saturni, qui adhuc celerior est hoc jam concordato, infra tamen magnitudinem intervalli concinni, is non exacte concordabit. At talis est perihelius Saturni ipsissimus, quia distat ab ejus aphelio plus quam intervallo $^4/_5$, plus scilicet uno commate $^{80}/_{81}$ (quod minus est concinno minimo) per pr. 38. Non concordat igitur exacte perihelius Saturni. At nec exacte aphelius Jovis, is enim cum perihelio Saturni, non exacte consonante, consonat per diapason perfectum, per pr. 8, quare per dicta libr. III. nec ipse exacte consonare poterit.

Propositio XL. Ad communem Jovis et Martis divergentium motuum harmoniam $^1/_8$, trisdiapason, prioribus rationibus stabilitam, addi oportuit lemma Platonicum.

Nam quia inter aphelios Saturni et Telluris debuit esse $^1/_{32}$, hoc est $^{12}/_{384}$, per 31, ab aphelio vero Telluris ad perihelium Martis debuit esse $^3/_2$, hoc est $^{384}/_{256}$,

per 15, et ab aphelio Saturni ad ejus perihelium $^{4}/_{5}$ vel $^{12}/_{15}$ cum additamento, per 38; denique a perihelio Saturni ad aphelium Jovis $^{1}/_{2}$ vel $^{15}/_{30}$, per 8; restat igitur ab aphelio Jovis ad perihelium Martis $^{10}/_{256}$, demto Saturni additamento. Atqui $^{30}/_{256}$ superat $^{32}/_{256}$, hoc est $^{1}/_{8}$, quantitate $^{30}/_{32}$, hoc est $^{15}/_{16}$ vel $^{240}/_{256}$, quod est semitonium. Detractum igitur a $^{240}/_{256}$ Saturni additamentum, quod prop. 38. debuit esse $^{80}/_{81}$, hoc est $^{240}/_{243}$, relinquit $^{243}/_{256}$; id vero est lemma Platonicum, scilicet $^{19}/_{20}$ fere, vide lib. III. Ad $^{1}/_{8}$ igitur addendum fuit lemma Platonicum.

Itaque major Jovis et Martis proportio, divergentium sc. motuum, esse debet $^{243}/_{2048}$, quod est medium quodammodo inter $^{243}/_{2187}$ et $^{243}/_{1944}$, id est inter $^{1}/_{9}$ et $^{1}/_{8}$, quarum illam supra requirebat analogia, hanc harmonica concinnitas vicinior.

Propositio XLI. Martis motuum propria proportio necessario dupla est facta proportionis harmonicae $^{5}/_{6}$, scilicet $^{25}/_{36}$.

Nam quia proportio Jovis et Martis motuum divergentium debuit esse $^{243}/_{2048}$, id est $^{729}/_{6144}$, per praecedentem, convergentium vero $^{5}/_{24}$, id est $^{1280}/_{6144}$, per pr. 13, summa ergo propriarum utriusque necessario fuit $^{729}/_{1280}$ vel $^{72900}/_{128000}$. Sed Jovis solius propria debuit fieri $^{6561}/_{8000}$, id est $^{104976}/_{128000}$, per 38. Ablata ergo hac Joviali ab utriusque summa, relinquitur propria Martis $^{72900}/_{104976}$, id est $^{25}/_{36}$, cujus dimidia est $^{5}/_{6}$.

Aliter sic. Ab aphelio Saturni ad aphelium Telluris motum est $^{1}/_{32}$ seu $^{120}/_{3840}$, ab eodem illo ad perihelium Jovis est $^{1}/_{3}$ seu $^{120}/_{360}$ cum suo additamento. Hinc vero ad aphelium Martis est $^{5}/_{24}$ seu $^{360}/_{1728}$. Igitur ab aphelio Martis ad aphelium Telluris relinquitur $^{1728}/_{3840}$ minus additamento illo Saturni et Jovis divergentium proporionis. At ab eodem aphelio Telluris ad perihelium Martis est $^{3}/_{2}$, hoc est $^{3840}/_{2560}$. Inter ergo Martis aphelium et perihelium motus relinquetur proportio $^{1728}/_{2560}$, id est $^{27}/_{40}$ seu $^{81}/_{120}$ minus dicto additamento. Sed $^{81}/_{120}$ commate minus est quam $^{80}/_{120}$ seu $^{2}/_{3}$. Ergo si de $^{2}/_{3}$ detrahatur comma, detrahatur et additamentum dictum (quod per pr. 38. est aequale propriae Veneris) relinquitur propria Martis. Sed propria Veneris est diesis diminuta commate, per 26. Comma vero et diesis diminuta commate faciunt diesin integram $^{24}/_{25}$. Si ergo a $^{2}/_{3}$, hoc est a $^{24}/_{36}$, auferas diesin $^{24}/_{25}$, relinquetur Marti propria $^{25}/_{36}$, ut prius, cujus dimidia $^{5}/_{6}$ cedit intervallis, per cap. 3.

En iterum causam, cur supra capite 4. fol. 284. Martis intervalla extrema proportionem harmonicam $^{5}/_{6}$ complecti deprehensa sint.

Propositio XLII. Martis et Telluris major, seu divergentium communis proportio, necessario facta est $^{54}/_{125}$, minor quam harmonia $^{5}/_{12}$, prioribus rationibus stabilita.

Propria enim Martis debuit fieri diapente, cui sit ademta diesis, per praecedentem. Communis vero convergentium Martis et Telluris, seu minor, debuit esse diapente $^{2}/_{3}$ per pr. 15. Propria denique Telluris est duplicata diesis, cui sit ademtum comma, per pr. 26 et 28. Ex his vero elementis conflatur major, seu divergentium Martis et Telluris, fitque duo diapente (seu $^{4}/_{9}$, hoc est $^{108}/_{243}$) cum una diesi, quae sit mutilata commate, hoc est cum $^{243}/_{250}$; fit sc. $^{108}/_{250}$ seu $^{54}/_{125}$, hoc est $^{608}/_{1500}$. Atqui hoc est minus quam $^{625}/_{1500}$, hoc est quam $^{5}/_{12}$, quantitate $^{692}/_{625}$, quae est fere $^{36}/_{37}$, minor concinno minimo.

Propositio XLIII. Ad harmoniam aliquam universalem Martis aphelius conspirare non potuit; in scalam tamen generis mollis illum quadamtenus consentire necessarium fuit.

Nam quia perihelius Jovis obtinet locum *d* tensionis acutae in genere molli, et vero inter illum et Martis aphelium esse debuit harmonia $^{5}/_{24}$, ergo Martis aphelius obtinet locum adulterinum tensionis ejusdem acutae Dico adulterinum, nam libro III. cap. 12. cum recenserentur consonantiae adulterinae exque compositione systematum deducerentur, omissae sunt aliquae, quae in ipso systemate simplici naturali existunt.

Itaque lector post lineam, quae desinit sic $^{81}/_{120}$, adscribat ista: a qua si auferas $^{4}/_{5}$ seu $^{32}/_{40}$, restat $^{27}/_{32}$, diminuta sexta mollis, quae est inter *df* vel *ce* vel *ac* octavae etiam simplicis. Et in subjecta tabella primam lineam occupent ista: Pro $^{5}/_{8}$ est $^{27}/_{32}$ deficiens.

Ex quibus patet, in systemate naturali clavem *f* genuinam, ut illa est ex meis principiis ordinata, cum *d* clave constituere sextam mollem deficientem seu adulterinam. Cum igitur inter perihelium Jovis in clavi genuina *d* constitutum et inter aphelium Martis sit perfecta sexta mollis supra disdiapason, non vero deficiens, per prop. 13, sequitur Martem aphelio motu signare locum, qui sit uno commate altior clave genuina *f*; itaque non nisi *f* adulterinum obtinebit eoque non plane, sed saltem quadamtenus in hanc scalam consentit. Concordantiam vero universalem neque puram neque adulterinam ingreditur. Nam Veneris perihelius obtinet locum *e* tensionis hujus. At inter *e*, *f* est dissonantia, ob vicinitatem. Dissonat igitur Mars ab unius planetarum, sc. a Veneris perihelio. Sed et a ceteris Veneris motibus dissonat, remittuntur n. ii uno commate minus, quam per unam diesin: quare cum inter perihelium Veneris et aphelium Martis sit semitonium et comma, inter igitur aphelium Veneris et aphelium Martis erit semitonium et diesis (dissimulatis octavis), hoc est tonus minor, quod adhuc dissonum est intervallum. Tantum autem in mollis generis scalam aphelius Martis consentit, non etiam in duri. Nam cum aphelius Veneris conspiret in *e* generis duri, Martis vero aphelius (dissimulatis octavis) sit factus altior quam *e* tono minore, necessario igitur aphelius Martis in hac tensione medius inter *f* et *fe* caderet, faciens cum *g* (quem in hac tensione occupat aphelius Telluris) intervallum $^{25}/_{27}$ plane inconcinnum. tonum sc. majorem, cui ademta sit diesis.

Eodem modo probabitur, Martis aphelium etiam a Telluris motibus dissidere. Nam quia cum perihelio Veneris semitonium et comma facit, per dicta, id est $^{14}/_{15}$, sed perihelii Terrae et Veneris faciunt sextam mollem $^{5}/_{8}$ seu $^{15}/_{24}$ per prop. 27: Martis igitur aphelius cum perihelio Telluris (additis illi octavis) faciet $^{14}/_{24}$ seu $^{7}/_{12}$, inconcinnum intervallum, nedum harmonicum, ut et $^{7}/_{8}$. Est n. dissonum et inconcinnum quicquid est inter $^{5}/_{6}$ et $^{8}/_{9}$, ut hic $^{6}/_{7}$. Sed nec ullus alius Telluris motus concordare potest cum aphelio Martis. Nam supra dictum, quod is cum aphelio Telluris faciat $^{25}/_{27}$ inconcinnum (dissimulatis octavis): jam vero a $^{6}/_{7}$ vel $^{24}/_{28}$ usque in $^{25}/_{27}$ omnia sunt minora minimo intervallo harmonico.

Corollarium XLIV. Patet igitur ex hac prop. 43. de Jove et Marte, et ex 39. de Saturno et Jove, et ex 36. de Jove et Tellure, et ex 32. de Saturno, cur supra cap. 5. planetarum motus extremos neque omnes ad unum systema naturale seu scalam musicam perfectissime accommodatos esse, neque, qui ad systema tensionis ejusdem accommodati erant, omnes illos loca illius naturali ratione divisisse seu successionem concinnorum intervallorum mere naturalem effecisse deprehensum sit. Nam priores sunt causae, quibus singuli planetae singulas sunt nacti harmonias, quibus et omnes planetae harmonias universales, quibus denique et harmoniae universales duo genera, durum et molle: quibus positis, jam impeditur omnimoda accommodatio ad unum naturale systema. Quodsi illae causae non praecessissent necessario, dubium nullum est, quin vel unum systema unaque ejus tensio planetarum omnium motus extremos complexum esset; vel si duobus systematibus opus fuit pro duobus cantus generibus, duro et molli, non in altera tantum generis duri, sed etiam in reliqua generis mollis ipsissimus ordo scalae naturalis fuisset expressus. Habes igitur hic dicto cap. 5. promissas causas dissidiorum per minima, et omnibus quidem concinnis minora.

Propositio XLV. Ad communem majorem Veneris et Mercurii disdiapason, nec non ad Mercurii etiam propriam, supra prioribus rationibus prop. 12 et 16. stabilitas, accedere oportuit intervallum aequale intervallo

Veneris, sic ut propria Mercurii fieret perfecta $^5/_{12}$, et sic ☿ utroque motu cum unico perihelio Veneris concordaret.

Nam quia Saturni aphelius cum aphelio Telluris concordare debuit, planetae extimi figurae suae circumscripti et altissimi cum Telluris, quae figurarum classes distinguit, altissimo: sequitur legibus oppositorum, ut Mercurii perihelius cum Telluris perihelio conspiret, quippe planetae intimi figurae suae inscripti et humillimi Solique vicinissimi, cum Telluris, sepis illius communis, motu humillimo: illi quidem ad durum, hi ad molle harmoniarum genus designandum, per prop. 33 et 34. Sed Veneris perihelius cum Telluris perihelio concordare debuit in harmonia $^5/_3$, per prop. 27, ergo etiam perihelius Mercurii cum perihelio Veneris in unam scalam debuit contemperari. Erat vero prop. 12. ex prioribus illis rationibus definita Veneris et Mercurii divergentium harmonia $^1/_4$, illa ergo jam per has posteriores rationes fuit fermentanda accessione totius intervalli Veneris. Non igitur amplius ab aphelio, sed a perihelio Veneris ad perihelium Mercurii est perfecta disdiapason. Atqui etiam convergentium harmonia $^3/_5$ perfecta est, per prop. 15. Ea igitur subtracta ab $^1/_4$, restat soli Mercurio propria $^5/_{12}$ etiam perfecta, non vero amplius (ut prop. 16. per priores rationes) diminuta proportione Veneris propria.

Alia ratio. Sicut Saturnum et Jovem solos exterius nullatenus contingunt dodecaëdron et icosiedron conjugatae, sic eaedem Mercurium solum interius non tangunt, tangunt n. Martem, Tellurem et Venerem, illum intus, hanc extra, mediam utrinque. Sicut igitur in proprias proportiones motuum Saturni et Jovis, qui cubo et tetraëdro fulti sunt, distributim additum est aliquid aequale propriae Veneris: sic jam propriae Mercurii solitarii, qui octaëdro, cubi et tetraëdri socia figura continetur, accedere debuit tantundem: quippe sicut octaëdron, figura unica inter secundarias, vicem sustinet duarum, cubi et tetraëdri inter primarias, de quo vide cap. 1, sic etiam inter planetas inferiores unus Mercurius est loco duorum ex superioribus, Saturni scilicet et Jovis.

Tertio, sicut Saturnus altissimus per aliquot diapason, hoc est in proportione $^1/_{32}$ continue dupla, concordare debuit aphelio suo motu, cum duorum, qui genus harmoniae mutant, altioris sibique propioris motu etiam aphelio, per prop. 31, sic vice versa Mercurius humillimus rursum per aliquot diapason, h. e. in proportione $^1/_4$ etiam continue dupla, concordare debuit perihelio suo motu cum duorum, qui genus harmoniae mutant, inferioris sibique similiter propioris motu perihelio. Quarto superiorum trium Saturnus, Jupiter, Mars singuli tantum extremi conspirant ad harmonias universales, inferioris igitur et unici. Mercurii sc. ambo extremi conspirare debuerunt ad easdem: nam medii, Tellus et Venus, genus harmoniarum mutare debuerunt, per prop. 33, 34. Denique in bigis tribus superiorum inventae sunt harmoniae perfectae inter convergentes motus, fermentatae vero inter divergentes et propriae singulorum: in bigis igitur duabus inferiorum vice versa non inter convergentes potissimum, nec inter divergentes, sed inter ejusdem plagae motus perfectae harmoniae reperiri debuerunt. Et quia Telluri et Veneri duae perfectae debebantur, quare etiam Veneri et Mercurio duae debebantur perfectae. Et illi quidem duo tam inter aphelios perfectam sortiri debuerunt, quam inter perihelios, quia genus harmoniae mutare debuerunt: Venus vero et Mercurius, utpote genus harmoniae non mutantes, non etiam requirebant perfectas inter utramque bigam, tam apheliorum quam periheliorum motuum, sed successit pro harmonia perfecta apheliorum, ut quae fermentata jam fuit, harmonia perfecta convergentium, ut sicut Venus, inferiorum superior, propriam motuum proportionem habet minimam omnium, per prop. 28, Mercurius, inferiorum inferior, proportionem propriam maximam omnium sortitus est, per prop. 30, sic etiam propria Veneris omnium propriarum esset imperfectissima seu ab harmoniis remotissima; propria vero Mercurii omnium propriarum perfectissima, id est harmonia absoluta sine fermento; et sic tandem undique rationes essent oppositae.

Sic enim magnalia sapientiae suae decoravit is, qui est ante seculum et usque in seculum: nihil redundat, nihil deficit, nec locus est censurae cujusquam. Quam desiderabilia opera ejus etc., omnia duplicia, unum

contra unum, nec ulli suum deest oppositum; uniuscujusque confirmavit (rationibus optimis stabilivit) bona (ornatum et decentiam) et quis saturabitur videns gloriam eorum?

Axioma XLVI. **Solidarum figurarum interlocatio inter orbes planetarios, si libera est, nec praecedentium causarum necessitatibus impedita, perfectione sequi debet analogiam inscriptionum et circumscriptionum geometricarum, adeoque et conditiones proportionis inscriptorum ad circumscriptos.**

Nihil enim est magis consentaneum, quam ut inscriptio physica geometricam, tanquam opus typum suum, exacte repraesentet.

Propositio XLVII. **Si figurarum inter planetas inscriptio libera fuit, tetraëdron supra tangere debuit angulis orbem perihelium Jovis exacte, infra centris planorum aphelium Martis exacte. Cubus vero et octaëdron angulis in orbem perihelium sui quaeque planetae insistentes, centris planorum penetrare debuerunt orbem sui interioris, sic ut illa centra versentur intra orbes, aphelium et perihelium. Dodecaëdron contra et icosiedron, angulis extra stringentes suorum planetarum orbes perihelios, centris planorum non plane attingere debuerunt aphelios orbes suorum interiorum. Echinus denique dodecaëdricus, stans angulis in perihelio orbe Martis, mediis punctis inversorum laterum, radios binos solidos interstinguentium, debuit venire proxime orbem aphelium Veneris.**

Est enim tetraëdron figura media primariarum et ortu et situ in mundo, aequaliter igitur, si nihil impediebat, summovere debuit utramque regionem et Jovis et Martis. Cui quia cubus sursum erat et exterius, dodecaëdron deorsum et interius: par erat ergo, ut et illorum inscriptio affectaret contrarietatem ejus, cujus tetraëdron tenebat medium, et altera illarum excessum faceret inscriptionis, altera defectum, altera sc. interiorem orbem quadamtenus penetraret, altera non attingeret. Et quia octaëdron est cubo cognatum, aequalem habens orbium proportionem, icosiedron vero dodecaëdro: quod igitur cubus habet de perfectione inscriptionis, idem et octaëdro debebatur, quod dodecaëdron, idem et icosiedro. Et est consimilis octaëdri situs situi cubi, icosiedri vero situi dodecaëdri, quia ut cubus alterum tenet terminum ad exteriora, sic octaëdron tenet reliquum extremum ad interiora mundi, dodecaëdron vero et icosiedron mediant: convenit igitur etiam similis inscriptio, illic penetrativa orbis planetarii interioris, hic deficiens ab illo. Echinus vero, qui summitatibus angulorum repraesentat icosiedron, basibus dodecaëdron, utramque etiam regionem, tam inter Martem et Tellurem dodecaëdro, quam inter Tellurem et Venerem icosaëdro tributas implere, complecti seu disponere debuit. Utrum autem oppositorum utri societati conveniat, axioma praemissum clarum facit. Tetraëdron enim, habens inscriptum orbem effabilem, medium sortita est locum inter primarias, stipata utrinque figuris incommensurabilium orbium, quarum exterior cubus, interior dodecaëdron, per cap. 1. hujus. Haec vero qualitas geometrica, effabilitas inscripti, repraesentat in natura inscriptionem planetarii orbis perfectam. Cubus igitur cum socia habent inscriptos ex dimidio saltem effabiles, id est sola potentia; debent igitur semiperfectam repraesentare inscriptionem, ubi licet non ipsa orbis planetarii extremitas, at saltem interius aliquid et nominatim medietas inter orbes, aphelium et perihelium, si per alias rationes fieri possit, attingatur a centris planorum figurae. Dodecaëdron contra cum socia habent inscriptos plane ineffabiles et longitudine radii et potentia: debent igitur plane imperfectam repraesentare inscriptionem et penitus nihil de orbe planetario attingentem, hoc est deficientem et usque ad aphelium planetae orbem non plane pertingentem suorum planorum centris. Echinus, etsi dodecaëdro et sociae cognatus est, habet tamen aliquid simile tetraëdro. Nam radius inscripti lateribus ejus inversis est quidem incommensurabilis circumscripti radio, at commensurabilis est interim longitudine distantiae binorum angulorum vicinorum. **Itaque perfectio commensurationis radiorum fere tanta, quanta tetraëdro, imperfectio altrinsecus tanta, quanta dodeca-**

ëdro et sociae. Consentaneum igitur est, etiam physicam inscriptionem ei competere nec plane tetraëdricam nec plane dodecaëdricam, sed generis intermedii; ut quia tetraëdron planis pertingere debuit ad summum orbis, dodecaëdron non attingere, certo spatio: jam hacc aculeata figura lateribus inversis inter spatium icosiedricum et inter orbis inscripti summum stet, proxime hanc summitatem attingens, si tamen etiam ista figura in societatem reliquarum quinque adsciscenda fuit legesque istae, stantibus legibus illarum, tolerari potuerunt. Imo quid dico tolerari potuerunt? quibus illae carere non potuerunt. Nam si dodecaëdro competebat inscriptio laxa, nec attingens, quid aliud indefinitam illam laxitatem intra certae quantitatis metas coërcere potuit, quam haec subsidiaria figura, dodecaëdro et icosiedro cognata, inscriptione sua proxime attingente, nec plus deficiente (si tamen deficit) quam tetraëdron excedit et penetrat, de qua quantitate jam in sequenti agemus.

Valde versimilem reddit hanc causam echini associati duabus cognatis figuris (ut scilicet determinaretur proportio orbium Martis et Veneris, quam illae indefinitam reliquerant), quod invenitur semidiameter orbis Telluris (1000) prope admodum medio loco proportionalis inter orbem Martis perihelium et Veneris aphelium: quasi spatium, quod echinus vindicat cognatis figuris, inter illas ut pote similes proportionaliter sit divisum. (Echini speciem vide lib. V. fol. 272.)

Propositio XLVIII. Inscriptio figurarum regularium solidarum inter orbes planetarios non fuit merae libertatis; impediebatur enim circa minima ab harmoniis inter motus extremos statutis.

Nam per ax. 1. et 2. proportio orbium cujusque figurae non ipsa per se ipsam immediate debuit exprimi, sed per illam quaerendae prius fuerunt motibusque extremis accommodandae harmoniae, ipsis orbium proportionibus familiarissimae.

Deinde, ut per ax. 18. 20. harmoniae universales duorum generum esse possent, fermenti nonnihil addi oportuit harmoniis singularum bigarum majoribus per rationes posteriores. Ut igitur ista stare possent suisque propriis niti rationibus, requirebantur intervalla dissidentia nonnihil ab iis, quae sunt ex inscriptione perfecta figurarum inter orbes, legibus motuum cap. 3. explicatis. Id ut comprobetur et ut appareat, quantum derogetur singulis figuris per harmonias propriis rationibus stabilitas: age ex illis exstruamus intervalla planetarum a Sole nova forma calculi nec antea tentata a quoquam.

Erunt autem inquisitionis hujus tria capita: primum ex cujusque planetae motibus binis extremis inquirentur ejus et Solis intervalla itidem extrema, ex iis radius orbis in illa extremorum intervallorum dimensione cujusque planetae propria. Secundo, ex iisdem motibus extremis, in dimensione omnibus eadem, inquirentur motus medii eorumque proportio. Tertio ex proportione motuum mediorum jam patefacta proportio orbium seu mediorum intervallorum investigabitur et una etiam extremorum, illaque comparabitur cum proportionibus figuralibus.

Quod primum attinet: repetendum est ex cap. 3. numero 6, quod proportio motuum extremorum sit dupla proportionis eversae respondentium intervallorum a Sole. Cum igitur etiam quadratorum proportio sit dupla proportionis suorum laterum, ergo numeri, quibus extremi motus singulorum exprimuntur, considerabuntur ut quadrati et quaesitae illorum radices dabunt extrema intervalla, quorum facile est medium arithmeticum accipere pro semidiametro orbis et eccentricitate. Igitur harmoniae hactenus stabilitae praescripserunt:

Planetis.	Motuum proportiones.	Horum radices aut prolongatae aut multiplicium.	Ergo semidiameter orbis.	Eccentricitas.	In dimensione semidiametri orbis 100000.
Saturno per 38.	64/81	80/90	85	5	5882
Jovi per 38.	6561/8000	81000/89444	85222	4222	4954
Marti per 41.	25/36	50/60	55	5	9091
Telluri per 28.	2916/3125	93531/96825	95178	1647	1730
Veneri per 28.	243/250	9859/10000	99295	705	710
Mercurio per 45.	5/12	63250/98000	80625	17375	21551 [28]

Ad secundum ex propositis rursum opus habemus capitis 3. numero 12, ubi ostensum, quod numerus, qui exprimit motum medium in proportione extremorum, sit minor medio eorum arithmetico, minor etiam geometrico, semisse differentiae medii utriusque. Et quia omnes motus medios exquirimus in dimensione eadem, quare omnes proportiones hactenus stabilitae inter binos et binos, omnes etiam singulorum propriae, explicentur in mensura communis minimi dividui. Tunc quaerantur media: arithmeticum, per dimidiationem differentiae extremorum cujusque motuum, geometricum, per multiplicationem extremi unius in alterum et extractionem radicis e facto; tunc semissi de mediorum differentia ablata a geometrico medio, constituetur numerus motus medii in dimensione cujusque extremorum motuum propria, quae facile per regulam proportionum transmutatur in communem. [29]

Proportiones harmonicae binorum.	Numeri motuum extremorum.	Singulorum propriae.	Media singulorum continuata. Arithmeticum.	Geometricum seu radix.	Differentiae semisses.	Numerus motus medii in dimensione sua.	communi
1 1	♄ 139968 ♄ 177147	64 81	72. 50	72. 00	25	71. 75	156917
2 5	♃ 354294 ♃ 432000	6561 8000	7280. 5	7244. 9	178	7227. 1	390263
24 2	♂ 2073600 ♂ 2985984	25 36	30. 50	30. 00	25	29. 75	2467584
32 3 5	♁ 4478976 ♁ 4800000	2916 3125	3020. 500	3018. 692	904	3017. 788	4635322
5 8 1 3	♀ 7464960 ♀ 7680000	243 250	246. 500	246. 475	125	246. 4625	7571328
5 4	☿ 12800000 ☿ 30720000	5 12	8. 500	7. 746	377	7. 369	18864680

(Figurae ultra punctum pertinent ad praecisionem numeri in partibus denariis.)

Inventa est ergo ex praescriptis harmoniis proportio mediorum diurnorum motuum, quae scilicet est inter cujusque graduum et minutorum etc. numeros inter se comparatos; quae quam propinque accedat ad astronomiam, facile est explorare.

Tertium caput propositorum indiget capitis 3. numero 8. Inventa enim proportione diurnorum mediorum motuum in singulis planetis, datur invenire et proportionem orbium. Est enim proportio mediorum motuum proportionis orbium eversae sesquialtera. Atqui etiam proportio cubicorum numerorum est sesquialtera proportionis quadratorum ad easdem radices adscriptorum in tabula Clavii, quam subjunxit suae Geometriae Practicae. Quare si quaerantur numeri nostri motuum mediorum (decurtati, ubi opus erit, aequali numero cyphrarum) inter cubicos illius tabulae, exhibebunt ad sinistram sub titulo quadratorum numeros proportionis orbium; tunc eccentricitates supra singulis adscriptae in dimensione cujusque semidiametrorum propria facile per regulam proportionum transponentur in dimensionem omnibus communem, ut iis additis ad semidiametros orbium indeque ablatis, constituantur intervalla singulorum a Sole extrema. Dabimus autem semidiametro orbis Telluris dimensionem rotundam 100000, ut moris est in astronomia, idque hoc consilio, quia hic numerus, seu quadrate multiplicatus seu cubice, semper constat meris cyphris; itaque etiam motum medium Telluris efferemus numero 10000 000 000, per regulam proportionum facientes, ut numerum motus medii cujusque planetae ad numerum motus medii Telluris, sic 10000 000 000 ad novam dimensionem. Ita quinque solis radicibus cubicis transigi poterit negotium, singulis illis cum unico Telluris numero comparatis.

	Numeri ex motibus mediis in dimensione		Numeri proportionis orbium inter quadratos inventi.	Semidiametri ut supra.	Eccentricitas in dimensione		Intervalla extrema emergentia.	
	pristina.	nova eversa inter cubos quaerenda.			propria ut supra.	communi.	Aphelia.	Perihelia.
♄	156917	29539960	9556	85	5	562	10118	8994
♃	390263	11877400	5206	85222	4222	258	5464	4948
♂	2467584	1878483	1523	55	5	138	1661	1384
♁	4635322	1000000	1000	95178	1647	17	1017	983
♀	7571328	612220	721	99295	705	5	726	716
☿	18864680	245714	392	80625	17375	85	476	308 30)

Apparet igitur in ultima serie, quales prodeant numeri, quibus convergentia binorum exprimuntur intervalla: qui omnes valde prope accedunt ad illa intervalla, quae inveni ex observationibus Braheanis (p. 284). In solo Mercurio parvula est differentia. Nam astronomia videtur ei dare intervalla haec 470, 388, 306, omnia breviora. Causa dissidii vel in observationum paucitatem conjicienda videtur, vel in eccentricitatis magnitudinem. Vide cap. 3. Sed ad finem calculi propero.

Jam enim facile est, comparare proportionem orbium figuralium cum proportione intervallorum convergentium.

Nam si semidiameter orbis figurae circumscripti, quae est communiter 100000,	flat	Tunc semid. inscripti ex	pro	flet	Cum sit intervallum ex harmoniis.		
In cubo	8994	♄	57735	5194	Medium	♃	5206
In tetraëdro	4948	♃	33333	1649	aphelium	♂	1661
In dodecaëdro . . .	1384	♂	79465	1100	aphelium	♁	1018
In icosiedro	983	♁	79465	781	aphelium	♀	726
In echino	1384	♂	52573	728	aphelium	♀	726
In octaëdro	716	♀	57735	413	medium	☿	392
In quadrato octaëdri .	716	♀	70711	506	aphelium	☿	476
vel	476	☿	70711	336	perihelium	☿	308

Paulo sc. infra medium Jovis descendunt plana cubica; non plane ad ipsum medium Mercurii plana octaëdrica; paulo infra summum Martis tetraëdrica; non plane ad ipsum summum Veneris latera echini; longe vero ab aphelio Telluris deficiunt plana dodecaëdri; longe etiam et fere proportionaliter ab aphelio Veneris plana icosiedri; octaëdri denique quadratum plane ineptum est, nec injuria; nam quid planae figurae inter solidas? Vides igitur, si planetarum intervalla deducantur ex proportionibus harmonicis motuum hactenus demonstratis, necesse esse, ut illa tanta evadant, quanta hae patiuntur, non vero quanta requirerent leges inscriptionis liberae, prop. 45. praescriptae: quia hic *κοσμος γεωμετρικος* inscriptionis perfectae non erat amplius juxta illum alterum *κοσμον ἁρμονικον ἐνδεχομενος*, ut Galeni verbis utar, ex hujus libri V. frontispicio desumtis. Tantum ad dilucidationem propositionis praescriptae ipso numerorum calculo demonstrandum fuit.

Non dissimulo, si harmoniam divergentium Veneris et Mercurii augeam propria proportione motuum Veneris eademque, ut consequitur, minuam propriam Mercurii, tunc prodire mihi per hanc methodum intervalla Mercurii et Solis ista, 469, 388, 307, quae valde praecise repraesentantur ab astronomia. At primo diminutionem illam non possum defendere rationibus harmonicis; non enim quadrabit aphelius Mercurii in illam scalam musicam, nec tenetur in planetis, oppositis in mundo, planetaria ratio oppositionis omnium conditionum. Deinde motus Mercurii medius diurnus fit nimis magnus eoque periodicum Mercurii tempus, quod est totius astronomiae certissimum, nimium abbreviatur. Itaque maneo in politia harmonica motuum hic usurpata et toto cap. 9. confirmata. Veruntamen hoc exemplo vos, quotquot in hujus libri lectionem incidetis, mathematicis disciplinis et summae philosophiae cognitione imbuti, omnes provocó: agite strenui, vel unam ex harmoniis passim applicatis convellite, cum alia aliqua permutate, et experimini, num tam prope astronomiam, cap. 4. praescriptam, accessuri sitis, vel contendite rationibus, num melius et convenientius aliquid motibus coelestibus astruere, dispositionem vero a me adhibitam in parte vel toto destruere possitis. Quicquid ad gloriam pertinuerit Conditoris et Domini nostri, id aeque vobis per meum hunc librum licitum esto, ac ipse licentiam mihi sumsi ad hanc horam usque, mutandi passim illa, quae prioribus diebus oscitanti cura vel properanti ardore praepostere concepta deprehendere potui.

Epiphonema IL. Bonum erat, solidas figuras in genesi intervallorum cedere rationibus harmonicis harmoniasque binorum majores harmoniis universalibus omnium, quantum hujus erat necesse.

Pulchro casu ad septenarii quadratum 49 devenimus, ut hoc veluti sabbatum quoddam succedat, praemissis sex solidis octonariis effatorum de opere coelorum. Merito etiam epiphonema feci, quod inter axiomata praemitti potuit: quia etiam Deus jam defunctus opera creationis *vidit omnia, quae fecerat, et ecce erant valde bona.*

Duo sunt epiphonematis membra: primum de harmoniis in genere sic demonstratur. Nam ubi delectus est inter diversa se mutuo non ex asse ferentia, ibi praeferenda esse praestantiora derogandumque vilioribus, quantum necesse est, ipsa vox του κοσμου, quae ornatum significat, arguere videtur. Atqui quanto vita corpore, forma materia, tanto praestat ornatus harmonicus geometrico simplici.

Nam ut animantum corpora perficit vita, quia ad hanc agendam sunt natae (vide lib. IV. fol. 256.), quod ex archetypo mundi, qui est ipsa essentia divina, sequitur, sic regiones planetis attributas motus, sideris quamque sui, metatur; quia ut sidus moveri posset, regio illi sua fuit assignata. Atqui figurae quinque solidae vi vocis ipsius ad spatia regionum pertinent et ad illarum corporumque numerum; harmoniae vero ad motus. Rursum ut materia diffusa est et indefinita ex se ipsa, forma definita, unita et terminans ipsa materiam: sic etiam proportionum geometricarum infinitae sunt, harmoniae paucae. Etsi enim inter geometricas etiam certi sunt gradus definitionum formationumque et restrictionum, nec plures tribus existere possunt ex adscriptione orbium ad figuras regulares: attamen has etiam commune cum reliquis omnibus accidens sequitur, quod praesupponitur infinita quantitatum sectio possibilis, quam etiam actu quodammodo involvunt illae, quarum termini sunt inter se incommensurabiles. At harmonicae proportiones omnes sunt effabiles, omnium termini commensurabiles, iique desumti ex figurarum planarum certa et finita specie. Infinitas vero sectionis materiam, commensuratio vero seu effabilitas terminorum formam repraesentat. Ut igitur materia formam, ut rude saxum, justae quidem quantitatis, ideam humani corporis, sic geometricae figurales proportiones harmonias appetunt; non ut fingant et forment illas, sed quia haec materia ad hanc formam, haec saxi quantitas ad hanc effigiem, haec etiam figuralis proportio ad hanc harmoniam quadrat aptius, ut igitur fingantur formenturque amplius, materia quidem a sua forma, saxum a colapte in speciem animantis; proportio vero orbium figuralium a sua, id est propinqua et apta harmonia.

Quae huc usque sunt dicta, clariora fient ex historia mearum inventionum. Cum ante 24 annos in hanc contemplationem incidissem, primum inquisivi, num aequalibus intervallis ab invicem distarent orbes planetarum singuli (distant n. orbes in Copernico, nec sese mutuo attingunt): nihil scilicet pulchrius agnoscebam aequalitatis ratione. Illi vero caput et cauda deest: nullum enim numerum certum corporum mobilium, nullam certam intervallis quantitatem praebebat haec materialis aequalitas. Cogitavi igitur de intervallorum similitudine ad orbes, id est de proportione. At sequebatur querela eadem; nam etsi proveniebant quidem intervalla inter orbes inaequalia sane, at nec inaequaliter inaequalia, ut vult Copernicus, nec quantitas proportionis, nec numerus orbium efficiebatur. Transivi ad figuras planas regulares; for-

mabantur ab iis intervalla per adscriptionem circulorum, sed adhuc nullo certo numero. Ventum ad quinque solidas; hic et numerus corporum et intervallorum magnitudo prope vera patebat, adeo ut super reliqua discrepantia ad astronomiae perfectionem appellarem. Perfecta fuit his 20 annis astronomia; et ecce adhuc intervalla discrepabant a figuris solidis, necdum causae patebant eccentricitatum inaequalissime distributarum inter planetas. Scilicet in hac mundi domo quaerebam nil nisi saxa, formae elegantioris, sed quae saxis conveniret, ignarus, Architectum illa finxisse in articulatissimam effigiem animati corporis. Ita paulatim, his praesertim ultimis 3 annis, ventum ad harmonias, desertis circa minima figuris solidis, cum quia illae stabant a partibus formae, quam ultima manus imponeret, figurae a materia, quae in mundo est numerus corporum et spatiorum rudis amplitudo, tum etiam quia illae dabant eccentricitates, quas hae ne pollicebantur quidem; illae scilicet nasum, oculos et reliqua membra conciliabant statuae, cui istae solam externam rudis massae quantitatem praescripserant.

Quare sicut neque corpora animantum sunt facta, neque saxi moles fieri solet ad normam puram alicujus figurae geometricae, sed derogatur externae figurae rotundae quantumvis eleganti (manente tamen justa molis magnitudine), ut corpus organa vitae necessaria, saxum vero effigiem animantis nancisci possit: sic etiam proportio, quam orbibus planetariis praescripturae erant figurae solidae, ut inferior et tantum corpus materiamque spectans, cedere debuit harmoniis, quantum ejus erat necesse ad hoc, ut stare illae juxta motumque globorum exornare possent.

Alterum epiphonematis membrum, de harmoniis universalibus, cognatam priori probationem habet. (Supra num 18 inter axiomata assumtum ex parte.) Nam illi potius debetur suprema veluti perfectionis manus, quod magis perficit mundum; illi vice versa derogandum (si derogandum alterutri), quod posteriores hic partes tenet. At magis mundum perficit universalis harmonia omnium, quam singulares binorum et binorum vicinorum geminae. Est enim harmonia quaedam unitatis ratio; magis igitur uniti sunt, si omnes simul in unam, quam si bini quique seorsim in binas conspirent harmonias. Quare in conflictu utrarumque cedere debuerunt ex binis binorum planetarum alterutrae singulares, ut stare possent universales omnium. Potius autem majores, divergentium motuum, cedere debuerunt, quam minores, convergentium. Si enim divergunt illi, spectant igitur ad planetas non bigae propositae, sed alios vicinos, et si convergunt hi, vergunt igitur alterutrius planetae motus ad reliqui motum, permutatim: ut in biga Jovis et Martis illius aphelius ad Saturnum, hujus perihelius ad Tellurem vergit; at illius perihelius vergit ad Martem, hujus aphelius ad Jovem. Horum igitur harmonia Jovi et Marti magis est propria; illorum, divergentium, harmonia a Jove et Marte quodammodo est alienior. Minus autem laedebatur unionis ratio, quae binos et binos vicinos colligat, si alienior et remotior ab iis harmonia fermentaretur, quam si propria, quae sc. est inter vicinorum planetarum motus magis vicinos. Neque tamen valde magna fuit haec fermentatio. Inventa enim est ratio, qua et starent harmoniae universales omnium planetarum eaeque distinctorum duorum generum, et cum aliqua tensionis latitudine, quae saltem comma aequaret, et singulares etiam binorum vicinorum binae assererentur; convergentium quidem motuum in quatuor bigis, perfectae, apheliorum in una, periheliorum in duabus, itidem perfectae; divergentium vero in quatuor bigis, infra discrepantiam unius dieseos, intervalli minimi, quantum humana vox in cantu figurato

fere perpetuo peccat; in unica vero Jovis et Martis, inter diesin et semitonium. Apparet igitur hanc mutuam cessionem undiquaque esse valde bonam.

Hactenus igitur de Dei Creatoris opere nobis ἐπιπεφωνήσθω. Restat nunc, ut vel tandem oculis et manibus de tabula demonstrationum ablatis inque coelum sublatis, Patrem luminum devotus et supplex comprecer: O qui lumine naturae desiderium in nobis promoves luminis gratiae, ut per id transferas nos in lumen gloriae, gratias ago tibi Creator Domine, qui delectasti me in factura tua et in operibus manuum tuarum exsultavi. En nunc opus consummavi professionis meae, tantis usus ingenii viribus, quantas mihi dedisti; manifestavi gloriam operum tuorum hominibus, istas demonstrationes lecturis, quantum de illius infinitate capere potuerunt angustiae mentis meae; promtus mihi fuit animus ad emendatissime philosophandum; si quid indignum tuis consiliis prolatum a me, vermiculo in volutabro peccatorum nato et innutrito, quod scire velis homines, id quoque inspires, ut emendem; si tuorum operum admirabili pulchritudine in temeritatem prolectus sum, aut si gloriam propriam apud homines amavi, dum progredior in opere tuae gloriae destinato, mitis et misericors condona; denique ut demonstrationes istae tuae gloriae et animarum saluti cedant nec ei ullatenus obsint, propitius efficere digneris.

CAPUT X.

Epilogus de Sole, conjecturalis.

A musica coelesti ad auditorem, a Musis ad Choragum Apollinem, a planetis sex circumeuntibus harmoniasque facientibus ad Solem in curriculorum omnium centro, immobilem loco, in se ipsum tamen se revolventem. Cum enim absolutissima sit inter extremos planetarum motus harmonice, non quoad veras celeritates per auram aethercam, sed quoad angulos, quos formant termini diurnorum arcuum de orbitis planetarum, connexi cum centro Solis, harmonia vero non decoret terminos, id est motus per se singulos, sed quatenus inter se juncti et comparati fiunt objectum alicujus mentis, et cum nullum objectum frustra sit ordinatum, non existente aliqua re, quae illo moveatur, anguli vero isti praesupponere videantur actionem aliquam similem visus nostri aut certe sensionis illius, qua lib. IV. natura sublunaris percipiebat angulos radiorum ex planetis in Terra formatos: equidem qualis in Sole visus, qui oculi sint, aut quis instinctus alius percipiendi hos angulos etiam sine oculis aestimandique harmonias motuum ad mentis vestibulum quacunque porta ingredientium, quae denique mens ista in Sole, conjicere non facile est Terram incolentibus. Utcunque tamen se habeant ista, certe circumpositio illa sex orbium primariorum circa Solem, colentium illum perpetuis circumvolutionibus et veluti adorantium (sicut seorsim Jovis globum quatuor, Saturnum duo, Tellurem vero et nos ejus incolas unica Luna cursu cingit, colit, fovet nobisque famulatur), et illi considerationi jam accedens

speciale hoc negotium harmonicum, vestigium evidentissimum summae providentiae rerum Solarium, hanc a me confessionem extorquent, non tantum exire in totum mundum ex Sole, ut a foco vel oculo mundi, lucem, ut ex corde vitam et calorem, ut a rege et motore motum omnem, sed vicissim etiam in Solem colligi ex omni mundana provincia jure regio hos veluti reditus harmoniae desiderabilissimae, imo confluentes eo species motuum binorum mentis alicujus opera in unam harmoniam colligari et velut ex rudi argento atque auro monetam signari: denique in Sole curiam, palatium et praetorium seu regiam esse totius regni naturae, quoscunque dederit illi creator cancellarios, palatinos, praefectos, quibuscunque paraverit istas sedes, seu creatis statim ab initio seu olim huc transferendis. Nam et terrestris iste ornatus potissima sui parte diu admodum speculatoribus et usurpatoribus, quibus tamen erat destinatus, carebat sedesque vacuae erant. Subit igitur animum cogitatio, quid sibi voluerint antiqui Pythagoraei apud Aristotelem, qui centrum mundi (quorsum ignem referebant, Solem vero subintelligebant) soliti sunt appellare Jovis excubias. *Διος φυλακην*; quid item vetus interpres agitaverit animo, cum versiculum ex Psalmo sic redderet: „in Sole posuit tabernaculum.“ Sed et in hymnum Procli philosophi Platonici (cujus in superioribus libris multa mentio) nuper incidi, scriptum in Solem refertumque venerandis mysteriis, si ei unum illud *κλυθι* eripias; quamvis hoc ipsum in eo quadamtenus excusaverit vetus interpres, jam citatus, ut ille scilicet Solem invocans illum subintelligat, qui posuit in Sole tabernaculum suum. Vixit enim Proclus, quo tempore Jesum Nazarenum servatorem nostrum Deum profiteri deosque gentilium poëtarum contemnere scelus erat (sub Constantino, Maxentio et Juliano Apostata), quod omnibus suppliciis vindicabant monarchae orbis populusque adeo ipse. Proclus igitur, qui filium Dei vel ex philosophia sua Platonica naturali mentis lumine conspexerat eminus, lucem illam veram, quae illuminat omnem hominem, venientem in hunc mundum, qui divinitatem in rebus sensilibus cum superstitiosa plebe nequaquam quaerendam esse jam sciebat, Deum tamen in Sole, quam in Christo homine sensili quaerere, videri maluit, ut simul et gentes falleret, Titanem poëtarum verbotenus honorans, simul suae philosophiae operaretur, abstracturus et gentes et Christianos a sensilibus, illas a Sole visibili, istos a Mariae filio; quia mysterium incarnationis respuebat, naturali mentis lumini nimium confisus; simul denique, quod habebant Christiani divinissimum et Platonicae philosophiae maxime consentaneum, ipse ab iis transsumtum in illam suam philosophiam adoptaret. *) Itaque datur doctrinae Evangelii de Christo contra hunc Procli hymnum actio in rem suam: habeat sibi Titan ille res suas *χρυσεα ἡνια* et *ταμιειον φαους*, *μεσσατιην αἰθερος ἑδρην*, *κοσμου καρδιαιον ἐριφεγγεα κυκλον*, quam speciem etiam Copernicus ei largitur: habeat etiam *παλιντροπους διφρειας*, quamvis illos non habeat per antiquos Pythagoreos, sed eorum loco *το κεντρον*, *Διος φυλακην* (quod ipsorum dogma successor Proclus oblivione seculorum, velut diluvio deformatum, non agnovit), habeat et *γενεθλην* ex se *βλαστησασαν*, et quic-, quid est naturale: cedat vicissim philosophia Procli Christianis dogmatibus

*) Veterum de ejus libro *μητροφαης* judicium fuit, in eo non sine divino raptu expositam esse doctrinam universam de Deo, et lacrimis ex eo frequentibus auctoris apparentibus, suspicionem omnem audientibus auferri. Idem tamen scripsit contra Christianos epichiremata 18, quibus se opposuit Joannes Philoponus, exprobrans ipsi graecarum rerum inscitiam, quas tamen defendendas susceperat. Scilicet dissimulaverat Proclus illa, quae ad suam philosophiam non faciebant.

cedat Sol sensibilis Mariae filio filium illum Dei, quem Proclus alloquitur sub Titanis nomine, *ζωαρκεος, ὠ ἀνα, πηγης αὐτος ἐχων κληιδα*, et illa, *παντα τεης ἐπλησας ἐγερσινοοιο προνοιης*, et illam potestatem immensam *μοιραων*, et quae in nulla philosophia legebantur ante promulgationem Evangelii*), daemonas formidantes minax illius flagellum, daemonas animabus insidiantes, *ὀφρα ὑψιτενους λαιθοιντο πατρος περιφεγγεος αὐλης*; et quis nisi verbum patris est ille *εἰκων παγγενεταο θεου, οὑ φανεντος ἀπ᾽ ἀῤῥητου γενετηρος πανσατο στοιχειων ὀρυμαγδος ἐπ᾽ ἀλληλοισιν ἰοντων*, secundum illud: Terra erat rudis indigestaque moles et tenebrae super faciem abyssi, et divisit Deus lucem a tenebris, aquas ab aquis, mare ab arida; et: omnia per ipsum Verbum facta sunt. Quis nisi Jesus Nazarenus, Dei filius, *ψυχων ἀναγωγευς*, pastor animarum, cui offerenda *ἱκεσιη πολυδακρυος*, ut nos purget a peccatis exque sordibus eruat *της γενεθλης* (quasi peccati originalis fomitem fateretur) et a poenis malisque custodiat, *ποινων θοον ὀμμα δικης*, scilicet iram Patris? et quae alia velut ex hymno Zachariae depromta legimus, (an igitur hymnus iste pars erat *Μητροφανης*?) *Ἀχλυν ἀποσκεδασας ὀλεσιμβροτον ἰολοχευτον*, ut sc. animabus versantibus in tenebris et umbra mortis det *φαος ἁγνον* et *ὀλβον ἀστυφελικτον ἀπ᾽ εὐσεβιης ἐρατεινης*; id enim est servire Deo in sanctitate et justitia omnibus diebus nostris.

Haec igitur et similia seponamus nos jam adque doctrinam ecclesiae Catholicae, cujus sunt propria, remittamus. Cujus vero causa potissimum facta est mentio hymni, id videamus. Eundem enim Solem qui

Ὑψοθεν ἁρμονιης ῥευμα πλουσιον ἐξοχετευει (sic etiam Orpheus *κοσμου τον ἐναρμονιον δρομον ἑλκων*.), eundem, de cujus prosapia oriundus Phoebus *κιθαρῃ ὑπο θεσκελα μελπων εὐναζει μεγα κυμα βαρυφλοισβοιο γενεθλης*, et cujus chori consors est paean, *πληρης ἁρμονιης παναπημονος εὐρεα κοσμον*, eundem inquam primo statim hymni versiculo salutat *πυρος νοερου βασιλευ*. Quo exordio simul indicat, quid Pythagorei sub ignis vocabulo intellexerint (ut mirum sit, discipulum a magistris in centri loco, quod ipsi Soli dabant, dissentire), simul totum hymnum a corpore Solis ejusque qualitate, luce, sensilibus, ad intellectualia transfert, et illi suo *πυρι νοερῳ* (igni forte Stoicorum artifici), illi Platonis sui creato Deo, menti principi seu *αὐτονομῳ*, sedem regiam in corpore Solis assignavit, creaturam et eum, per quem omnia creata sunt, confundens in unum. At nos Christiani, melius distinguere docti, *λογον* illum aeternum et increatum, qui erat *προς τον θεον*, et qui nullis sedibus continetur, quamvis sit intra omnia, nullis excluditur, quamvis ipse extra omnia, scimus carnem ex utero gloriosissimae Virginis Mariae in unitatem personae suscepisse, et consummato carnis ministerio, coelos, in quibus et pater coelestis, excellenti quodammodo prae ceteris mundi partibus, per gloriam scilicet et majestatem habitare agnoscitur, sedem regiam occupasse etiamque suis fidelibus in illa domo patris sui mansiones esse pollicitum: de cetero super illa sede curiosius aliquid inquirere sensusque vel rationes naturales ad id indagandum arcessere, quod oculus non vidit, auris non audivit et in cor hominis non ascendit, supervacuum existimamus; mentem vero creatam, quantaecunque sit illa prastantiae, Creatori suo merito subjicimus, nec Deos intelligentias cum Aristotele et philosophis gentilibus, nec spirituum planetariorum exercitus innumerabiles cum Magis introducimus, adorandosve aut theurgicis superstitionibns ad mutuum commercium exciendos proponimus, hoc diligenter caventes, jam porro qualis mens quaeque sit, praesertim si qua in corde mundi

*) Similia tamen nonnulla Orpheo vetustissimo et prope Mosis aequali, tanquam hujus discipulo tribuuntur apud Suidam. Vide et hymnos Orphei, in quos scripsit Proclus.

vices animae mundi gerens, naturae rerum arctius est alligata (aut si etiam aliquae creaturae intelligentes, naturae diversae ab humana, globum sic animatum forsitan inhabitant inhabitabuntve) naturalibus etiam rationibus inquirimus libere. (Vide libri mei de stella nova caput XXIV. de anima mundi et nonnullis ejus muniis) Quodsi licet analogiae filo ducente labyrinthos mysteriorum naturae permeare, non inepte quis, opinor, sic fuerit argumentatus, quod quae est habitudo sex orbium ad commune illorum totiusque adeo mundi centrum, eadem sit et της διανοιας ad τον νουν, ut hae facultates ab Aristotele, Platone, Proclo et ceteris distinguuntur: et rursum, quod quae habitudo revolutionum localium planetarum singulorum circa Solem ad Solis gyrationem ἀμεταθετον in spatio totius systematis medio (de qua testantur maculae Solis. Demonstratum hoc in Commentariis de motu Martis), eadem sit etiam habitudo του διανοητικου ad το νοερον; discursuum ratiocinationis multiplicium ad intellectionem mentalem simplicissimam. Nam uti Sol in se ipsum revolutus per emissam ex se speciem movet planetas omnes, sic etiam mens, ut philosophi docent, se ipsam intelligens inque se ipsa omnia, ratiocinationes ciet suamque simplicitatem in illas diducens et explicans omnia facit intelligi. (Vide fol. 221. lib. IV.) Adeoque connexa sunt inter se et colligata motus planetarum circa Solem in eorum centro et discursus ratiocinationum, ut nisi Tellus, domicilium nostrum, annuum circulum, medium inter orbes ceteros, metaretur, locum ex loco, stationem ex statione permutans, nunquam humana ratiocinatio ad verissima planetarum intervalla et ad cetera ab iis dependentia fuerit enisura, nunquam astronomiam constitutura. (Vide Opticam Astronomiae partem cap. IX.) Ex adverso quietem Solis in centro mundi pulchro responsu consequitur intellectionis simplicitas, eo quod hactenus nobis usurpatum semper fuit, solares illas harmonias motuum neque plagarum diversitate neque spatiorum mundi amplitudine definiri. Nimirum si qua mens ex Sole prospicit harmonias istas, illi desunt adminicula motus et stationum diversarum sedis suae, ex quibus nectat ratiocinationes et discursus intervallis planetarum dimetiendis necessarios. Comparat igitur diurnos cujusque planetae motus, non ut ii sunt in suis orbitis, sed uti per angulos ad centrum Solis allabuntur. Itaque si cognitionem habet magnitudinis sphaerarum, hanc illi oportet a priori inesse, sine ratiocinationum labore: quod quidem quadamtenus et de humanis mentibus et de natura sublunari verum esse, supra ex Platone et Proclo patuit.

Quae cum ita sint, non equidem mirum fuerit, si quis ex hoc Pythagorae cratere, quem Proclus in ipso statim primo versu hymni propinat, haustu liberaliori assumto concalefactus, si harmonia chori planetarum suavissima in soporem datus somniare incipiat (liceat et fabulando Platonis Atlanticam et somniando Ciceronis Scipionem imitari): per globos quidem reliquos, de loco in locum succedentes circa Solem, disseminatas esse discursivas seu ratiocinativas facultates, quarum praestantissima utique et absolutissima illa censeri debet, quae est in illorum globorum medio, humana sc. in Tellure, in Sole vero intellectum simplicem, πυρ νοερον seu νουν habitare, omnis harmoniae fontem, quicunque ille sit.

Nam si vel de nuda globorum illorum vastitate sic visum est Tychoni Brahe, non esse frustraneam illam in mundo, sed incolis refertam: quanto verisimilius nos ab illa varietate, quam in hoc Telluris globo cernimus, operum consiliorumque Dei conjecturam etiam de ceteris globis capiemus? Qui enim species creavit, quae aquas incolerent, sub quibus tamen nullus aëri locus,

quem attrahant viventia; qui in aëris vastitatem pennis suffultas immisit volucres; qui nivosis septentrionis plagis ursos albos, albas vulpes dedit, pabulumque illis, marina cete, his avium ova; qui solitudinibus aestuantis Libyae leones, qui diffusissimis Syriae planitiebus camelos, famisque illis, hisce sitis tolerantiam: hiccine omnem in globo Telluris consumserit artem, ut non posset, omnem bonitatem, ut non vellet ceteros etiam globos convenientibus exornare creaturis, quas vel revolutionum prolixitates brevitatesque, vel Solis propinquitas et remotio, vel eccentricitatum varietas, vel corporum nitor aut obscuritas, vel figurarum, quibus quaelibet regio fulcitur, proprietates suadebant? Ecce n. ut animantum secla in hoc Telluris globo masculi effigiem in dodecaëdro, feminae in icosiëdro (quorum illud exterius Telluris orbem fulcit, hoc interius) generationis denique effigiem in illius conjugii divina proportione ejusque ineffabilitate habeant: quid ceteros globos habere putabimus a figuris ceteris? Cui bono Jovem quatuor Lunae, Saturnum duae cursibus cingunt, ut nostrum domicilium haec nostra Luna unica? Ad eundem vero modum etiam de globo Solis ratiocinabimur conjecturasque ab harmoniis ceterisque desumtas, per se quidem ponderosissimas, conjecturis aliis, magis ad corpora vergentibus, magis ad vulgi captum accommodatis, velut incorporabimus. Illene globus vacuus, ceteri pleni sunt, si omnia alia respondent propius? si ut Terra nubes, sic Sol atras fuligines exspirat? si ut illa imbribus humectatur et virescit, sic Sol maculis illis suis exustis lucescit, emicantibus, in ipso corpore, toto igneo, flammulis clarioribus? Cui usui hic apparatus, si globus vacuus? An non vel sensus ipsi exclamant, ignea hic habitare corpora, mentium simplicium capacia, vereque Solem esse *πυρος τοπον* si non regem, at saltem regiam?

Abrumpo consulto et somnum et speculationem vastissimam, tantum illud exclamans cum Psalte rege:

Magnus Dominus noster et magna virtus ejus et sapientiae ejus non est numerus: laudate eum coeli, laudate eum Sol, Luna et Planetae, quocunque sensu ad percipiendum, quacunque lingua ad eloquendum Creatorem vestrum utamini. Laudate eum Harmoniae coelestes, laudate eum vos harmoniarum detectarum arbitri (Tuque ante omnes, Moestline felici senecta, namque tu solebas has dictis animare speque curas): *lauda et tu anima mea Dominum Creatorem tuum, quamdiu fuero: namque ex ipso et per ipsum et in ipso sunt omnia, και τα αἰσθητα και τα νοερα; tam ea quae ignoramus penitus, quam ea quae scimus, minima illorum pars; quia adhuc plus ultra est. Ipsi laus, honor et gloria in secula seculorum. Amen.*

FINIS.

Absolutum est hoc opus die 17. 27. Maii, anno MDCXVIII; revisus vero liber V. (interim dum in eo typi progrediuntur) 9. 19. Februarii anno MDCXIX.

Lincii Metropoli Austriae Supranisanae.

APPENDIX

ad librum V. Harmonicorum.

Quam supra in indice capitum libri V. professus sum appendicem: illam hic non est ut exspectet lector:

Amphora coepit
Institui, currente rota verum urceus exit.

Causas dicam breviter: magnum et exundans flumen non commode navigaturus eram, cum ecce copiis aquarum in tenuem rivum subsidentibus vadum patuit, quod pedes transirem, navi in sua statione relicta ad usus magis necessarios. Hoc est quod dico: *Ptolemaei Harmon. libri III*, quos habeo Graecos manuscriptos, cum commentariis Porphyrii philosophi profundissimi, itidem Graecis, ab initio usque ad lib. II. cap. 7. digni mihi semper visi sunt, qui Graecolatini integri exirent in publicum, eaque de causa ante annos 10 coepi illos in Latinum sermonem vertère, quae versio processit usque ad medietatem codicis Porphyriani. Quo minus ulterius pergerem, impedimento mihi fuit loci mutatio, conjuncta cum plurimis molestiis, et postquam Lincium veni, novum studiorum astronomicorum initium. At vero cum ante annum proposuissem meos Harmonicorum libros V. edere, momentum ingens videbam situm in comparatione mei operis cum Ptolemaico, praesertim libri mei V. cum ultimis capitibus lib. III. Ptolemaei, quorum tria extrema nihil habent nisi lemmata seu titulos a Ptolemaeo. Itaque reluctante genio proposui operis se ipso mutili unam solam partem decerpere, quaé maxime ad meam materiam faciebat. Quem ad finem et verti librum Ptolemaei III. a cap. 3. ad finem et tribus ultimis lemmatibus inanibus suos textus ex principiis astronomiae Ptolemaicae et ex mente auctoris quanta potuit fieri dexteritate concinnatos subjeci, et denique commentarios seu notas adjeci, quibus et Porphyrianae commentationis, lib. II. capite 7. abruptae, defectus in hoc tertio suppletur et inventa Ptolemaica cum meis comparantur et discrimen ostenditur inter Ptolemaei symbolismos et meas demonstrationes legitimas, unde infirmitas et imperfectio symbolismorum illorum et causa potissima hujus rei, sc. falsitas principiorum astronomiae Ptolemaicae patescit. Cum igitur sola haec appendix ad 30 paginas libri occupatura esset, ecce coortum interea bellum

Bohemicum vicinum, quo et itinera sunt impedita et operarii plerique nomina profitentur militiae. Itaque primum nos papyrus, deinde et operae praeli administrae defecerunt, tempus denique fastidiosissimis moris nimio protractum. Quibus impedimentis excitatus vix tandem me respexi meumque institutum corripui, qui librum auctoris optimi Ptolemaei et commentatoris Porphyrii, mutilata particulae editione, tantum non exponerem penitusque abolerem, quin potius igitur reliquum operae dimidium in versione Porphyrianae expositionis impenderem, notas in capita lib. II. et III. residua conscriberem et cum Porphyrianis cumque iis, quas jam habeo conscriptas in libr. III. pene totum, conjungerem, ut ita opus integretur et qua parte exstat, Graecolatinum edatur? Quam ad editionem aliud tempus aliusque locus requiritur et typographus idoneus.

Ne vero quid eorum, quae supra sum pollicitus, penitus desiderari posset a lectore, ut ne vel in hac ultima parte deesset aliquid ad integritatem seu ad faciliorem intellectum operis mei Harmonici, age capitum libri III. Ptolemaei titulos exscribam cumque locis suis in opere meo comparabo, et quid in notis meis insit, summaria ratione conscribam.

Primum quae Ptolemaeus libris I. II. et initio tertii de harmonica disciplina tradidit, illa ego methodo alia, haud paulo diversa, libro meo III. complexus sum. Cum autem Ptolemaeus harmoniarum principia ex numeris abstractis petat cum veteribus, ego contra, vim numeris ut numerantibus inesse negans, pro iis numeros numeratos, id est res ipsas numeris iis subjectas, figuras sc. planas regulares et circuli divisiones iis administrandas, principia statuens harmonicarum, necessario libros I. et II. de figuris harmonicis meo libro III. praemisi.

Jam Ptolemaeus libro tertio cap. 3. operis sui praescripsit hunc titulum: *Sub quod genus rerum referenda sit natura seu vis harmonica ejusque scientia*, ostendens, quod sit aliquod principium causale, formale, mentale adeoque divinum, quod rebus conciliet harmonias. Cap. 4. ***Quod vis harmonicae contemperationis omnibus rebus insit, quarum naturae altiori perfectionis gradu consistunt, et quod id maxime appareat in humanis animis inque coelestibus revolutionibus.*** Ubi partitionem vides eorum, quae restabant Ptolemaeo dicenda; primum sc. de harmoniis in animis existentibus, secundum de harmoniis in coeli motibus. Et de primo quidem sequuntur capita tria, de secundo residua capita novem. Cap. 5. Consonantias singulas comparat cum facultatibus animae rationalis singulis, idque concise per subdivisiones utriusque rerum comparatarum. Cap. 6. Genera harmoniarum singula cum singulis generibus seu classibus virtutum comparat. Cap. 7. Mutationes tonorum cum mutationibus studiorum publicorum per temporum dissimilitudinem adeoque etiam cum mutationibus affectuum in animis subitaneorum comparat.

In hac parte multa contra Ptolemaeum disputo, symbolismos sc. illos potissima parte non esse necessarios, nec causales nec naturales, sed poëticos potius et oratorios; nam illas, quae in animis insunt, facultates et virtutes speciales non sortiri nec ideam nec numeros constitutionis suae ex harmoniis tanquam ex archetypo, sed habere causas alias confessas aut evidentes, quin ne quidem respondere ad numerum, sed longe quaesita aut male affectata opera speciem iis conciliari divisionis aequemultiplicis; multas abundantes aut vicissim defectus dissimulari; quaedam, quae minus succedunt, crinibus trahi; denique quae maxime et dexterrime invicem respondent, non tamen

secundum aliquam proportionem quantitatum ejusdem generis sumi, cum tamen nisi in quantitatum comparationibus harmoniae inesse non possint.

Quod vero toni musicales comparantur affectibus et moribus publicis, id ostendi maxime naturale esse et habere modum causae; ubi occasione textus Ptolemaici adduxi philosophorum variorum placita de cognatione animorum, numerorum et harmoniarum inter se, quibus et epilogum mei libri V. adjunxi. Et quod nominatim attinet effectus tonorum in movendis animis diversimode, illam materiam ego complexus sum peculiari cap. 15. libri mei III. Sic quod attinet justitiam commutativam distributivamque et amicitiam et oeconomica atque politica, de hac materia, quatenus in iis valeant proportiones musicae, feci digressionem in fine mei lib. III. Denique materiam ipsam praemissi jam capitis 3. et 4, et quae de 5, 6, 7. in genere vera dici potuerunt, complexus ego sum tribus primis et rursum septimo capite mei libri IV, ubi explicata animorum natura ostendi, quandoquidem circulus geometrice sectus per inscriptionem figurarum planarum, comparatione partium cum toto, definiat vere et proprie proportiones harmonicas, in animis igitur essentiali quadam ratione inesse circulum formaliter et abstracte non a materia tantum, sed etiam ab ipsa quodammodo quantitate materialiter considerata, quare cum circulo inesse in animis et harmonias, et hanc causam esse, cur animi moveantur harmoniis; sed haec omnia in genere tantum, nulla consequente causatione distributionis animi in facultates speciales. Sic igitur habet res cum animis humanis.

Quod motiones coelestes attinet, Ptolemaeus libri sui III. cap. 8 comparat zodiacum cum systemate seu scala musica; capite 9. consonantias ipsas cum aspectibus planetarum. Hic ostendi ego, quibus in partibus manca sit doctrina de aspectibus apud Ptolemaeum, et quomodo integratione numeri, hinc aspectuum, inde consonantiarum, appareat tandem naturalis et causalis harum rerum connexio. Est autem haec genuina materia mei libri IV. praesertim cap. 4, 5, 6.

Capite 10. Ptolemaeus ex motu planetae ab ortu in occasum facit quandam melodiam, cap. 11. ex motu vero planetarum in altum et profundum facit genera cantus, cap. 12. ex motu in latera aequatoris facit diversitatem tonorum musicalium, cap. 13. ex variis configurationibus planetarum cum Sole facit varia systematis tetrachorda. In his 4 capitibus ostendi, Ptolemaeum luxuriare exercitio comparandi poëtico vel oratorio, cum ea, quae comparat, non sint in coelo realia, excepta particula cap. 11, quam ad tria ultima capita ad cognationem materiae volo rejectam. Ostendi etiam, hic partim incomparabilia comparare, reclamante comparatorum natura, partim, quae omnibus membris respondent, accidentarie saltem, non vero ex alicujus causae necessitate cohaerere. Hactenus igitur nihil vel parum, quod cum meis harmoniis coelestibus conveniat.

At vero sequens cap. 14. Ptolemaei proponit inquirere, *juxta quos numeros primos comparari possint soni systematis seu scalae musicae cum sphaeris primis in systemate planetario.* Hic ego ostendi, comparationem Ptolemaeo et Pythagoricis in sua usitata astronomia fuisse impossibilem, licet tentaverim aliquid principiis Ptolemaicis consentaneum comminisci, ut ita titulo nudo suus contextus subderetur. Ostendi etiam, cum primae sphaerae quantitatibus suis constent, non minus quam chordae suis longitudinibus, oportuisse comparationem secundum quantitates institui, cum tamen proportio sphaerarum a proportione chordarum consonantium plurimum abhorreat. Emen-

datam vero et causalem seu archetypicam connexionem sphaerarum mundi cum corporibus 5 regularibus ego a principio mei libri V. repetii ex meo Mysterio Cosmographico.

Caput 15. Ptolemaei quaerit, *quomodo sumi possint motuum propriorum proportiones per numeros*, sed deest textus. Ostendi igitur eadem, quae in praeced. cap. De cetero considerandum hoc dedi, quod hic Ptolemaeus ante 1500 annos materiam mei lib. V. propriam tractare instituerit, si per suam astronomiam potuisset. Ego itaque in emendata astronomia, quae veros et simplices planetarum motus retinet, eliminatis apparentiis, quae oculorum deceptionibus constant, ostendi, in coelo secundum veram et genuinam rationem quantitativam et mensurabilem, non vero per nudam leviculam symbolisationem, inesse harmonicas proportiones omnes, harmoniarum genera, systema seu scalam musicam et claves ejus plerasque, tonorum varietates, vocum figuralis musicae aemulos planetas, contrapuncta denique universalia 6 primariorum planetarum, variata et generibus et tonis. Cap. 16. et ultimo Ptolemaeus pollicetur, indagare se velle, *qua ratione familiaritates erronum comparari possint cum familiaritatibus sonorum*, principia sc. astrologica de planetis beneficis et maleficis, amicis inter se vel hostibus, per harmonias coelestes demonstrare sategit. Et quia etiam huic capiti deest textus, eum ego ut potui, praesertim ex Macrobio, concinnavi, at simul ostendi in notis, quid huic negotio desit, quo minus secundum astronomiam antiquam succedat. In meo vero opere nullam partem cap. 16. respondentem habeo, nisi paucula ex epilogo libro V. Nam astrologia agit de siderum effectibus in Terra, meae vero coelestes harmoniae non formantur per radios in Terra, sed in Sole.

Atque hic finis est operis Ptolemaici, cum quo etiam summam appendicis in vestibulo libri V. promissae finirem, nisi me rerum affinitas invitaret ad satisfaciendum etiam iis, qui a me contenderunt, ut *D. Roberti de Fluctibus*, medici Oxoniensis, qui librum abhinc anno de Microcosmo et Macrocosmo editum harmonicis contemplationibus implevit, mentionem in meo opere harmonico ne omitterem, sed ostenderem lectori paucis, quibus in rebus inter me et illum conveniret, quibus vicissim dissideremus. (I.)

Igitur auctor ille duos tomos est pollicitus, quorum unus de macrocosmo inscriptus jam lucem vidit, alter de microcosmo adhuc exspectatur. Prior tomus, tractatus duos complexus, distinctis etiam temporibus prodiit; nam primum tractatum de mundo triplici post nundinas Francofurtenses autumnales anni 1617, alterum de artibus, quas naturae mundanae simias appellat, paschalibus nundinis anni sequentis 1618. vidi. (II.) In altero igitur tractatu inter artes collocavit et musicam, complexus materiam libri mei tertii quadamtenus; in priore vero tractatu, qui septem libris absolvitur, tertium librum destinavit musicae mundanae, titulum eundem usurpans, quem ego toti meo operi praefixi, materiam vero libri mei IV. et V. attigit. (III.) Igitur ab ejus musica artificiali faciamus initium. Tradit illam libris 7, in quorum primo recenset auctores et nomenclaturas et vim in animos hominum. De auctoribus seu historia inventionis ego nihil vel certe pauca, quippe meum intentum est, rerum naturalium causas aperire (IV.); nomenclaturas necessarias complexus sum in definitionibus meis passim, superfluas omisi. De vi musices in animis ago lib. III. cap. 15. et libro IV. passim. In secundo auctor res ipsas aggreditur, quas dicit intervalla et tempora. Rursum ego de temporibus seu longitudine vel brevitate sonorum nihil admodum dixi, sunt enim arbitrariae nec indigent inquisitione causarum. (V.) Intervalla quaedam appellat

simplicia, quae mihi sunt concinna minima dissona, tonus major, minor, semitonium, diesis; alia vult esse ex his composita, quae ego consonantias appello. Atqui sententiam hanc veterum, quod consonantiae componantur ex intervallis minoribus tanquam natura prioribus, ego refutavi expresse capite 4. mei libri III, ostenso, quod minora e contrario oriantur ex consonis sese majoribus. (VI.) Tertio libro explicat systema seu scalam musicam, quae praecipua pars est mei libri III. a cap. 4. usque ad 9. Reliqui quatuor auctoris libri praxin habent, quam ego ne attingo quidem. Nam in IV. de mensura tactus ejusque modis variis et valore notarum per eos praecipit, de quo ego paucula lib. III. cap. 15. et lib. IV. cap. 3. (VII.) In V. habet praecepta compositoria cantus figurati, quam artem ego non profiteor. In VI. excurrit etiam ad varia instrumenta musica, de quibus ego ne cogitavi quidem. In VII. denique novum instrumentum ipse aperit. (VIII.) In his igitur 4 postremis ille sic a me differt, ut practicus a theoretico, nam pro eo, quod ipse docet componere melos plurium vocum, ego demonstrationes mathematicas concinno plerorumque, quae naturaliter insunt in cantu tam chorali quam figurato. (IX.) Propterea etiam in ipsius opere plurimae sunt picturae; in meo diagrammata mathematica literis instructa. (X.) Videas etiam, ipsum plurimum delectari rerum aenigmatibus tenebrosis, cum ego res ipsas obscuritate involutas in lucem intellectus proferre nitar. Illud quidem familiare est chymicis, hermeticis, Paracelsistis, hoc proprium habent mathematici. (XI.)

Adeoque etiam libris II. et III, ubi eandem mecum tractat materiam, hoc discriminis est inter nos, quod quae ipse transsumit a veteribus, ego e rerum natura eruo et ab ipsis fundamentis constituo; ipse, quae accepit, ea confusa (propter variantes tradentium sententias) et incorrecta usurpat, ego naturali ordine procedo, ut omnia secundum leges naturae sint emendata et confusio vitetur, adeoque ne quidem ad veterum placita applico constituta, nisi ubi confusio nulla sequitur. (XII.) Ita, ubi ego veteres expresse refuto de causis concordantiarum disserentes, ibi ille veteres citra dubitationis aleam sequitur, de causis verioribus ne cogitat quidem. (XIII.) Uno verbo, in disciplina harmonica alter musicum agit vocalem et instrumentalem, alter philosophum et mathematicum.

Jam ad alterum auctoris locum transeamus, ubi musicam ille in mundum introducit. Hic vero immane quantum inter nos discrimen est. Primum quas ille harmonias docere intendit, eae sunt meri symbolismi, de quibus idem dico, quod de symbolismis Ptolemaei, poëticos potius esse aut oratorios, quam philosophicos aut mathematicos. (XIV.) Haec anima est totius illius operis, ut vel ex titulo patet Macrocosmi et Microcosmi. Nam in tomo altero demonstrare procul dubio intendet nobile illud thema, totius mundi magni omniumque ejus partium ideas reperiri in homine. Haec eadem anima est et primi tomi, quia totum mundum distribuit in tres regiones, ubi secundum celebratissimum illud Hermetis axioma *supera similia* seu analoga facit *inferis*. Haec vero analogia ut per omnia succedat, saepe crinibus trahenda sunt, quae utrinque comparantur. (XV.) Mea de analogiis sententia ex digressione in calce mei libri III. patet; nimirum etsi analogia proportionum in geometricis formale quid est, respectu ipsius materiae quantitativae indefinitae et indeterminatae, tamen respectu proportionum harmonicarum materialis potius affectio potest haberi, quia cum harmonicae proportiones certam quantitatem definiant, analogiae contra se ipsis in infinitum excurrere sunt aptae et sic materialem infinitatis affectionem supponunt.

Etsi vero similia nonnulla Macrocosmicis illis et ego tracto in opere meo, ut quod libro IV. Terram animal facio, at id fit ratione longe alia. Nec enim contendo, analogiam esse meram inter Terram et animalia, nec desumtum esse volo archetypum animalis ex ipsa Terra, sed illud simpliciter propositum habeo demonstrare, illa opera, quae spectantur in globo Telluris, non posse ex motibus elementorum aut materiae affectionibus solitariis provenire, sed testari de animae praesentia; jam ut intelligantur mea argumenta, opus fuit allegatione functionum animae variarum in corpore animalis. Jam ut propius accedamus ad fundamenta, quibus Robertus de Fluctibus superstruit suam musicam mundanam, primum ille totum mundum omnesque tres ejus partes, empyream, coelestem, elementarem occupat, ego solam coelestem, nec eam totam, sed solos planetarum motus quasi sub zodiaco. (XVI.) Ille fisus veteribus, qui vim harmoniarum ex numeris abstractis esse credebant, sat habet, si quas inter partes concordantiam esse demonstrabit, eas numeris quomodocunque comprehendat, nulla cura, cujusmodi unitates illo numero accumulentur; ego nuspiam doceo quaerere harmonias, ubi res, inter quas sunt harmoniae, non possunt mensurari eadem quantitatis mensura, sic ut causa quantitatis eadem sit inter illas proportio, quae inter duas chordas ejusdem tensionis, causa longitudinis. (XVII.) Propterea ille totum mundum ratione semidiametri in tres aequales partes dividit, sat cognitum habens, aequales illas minime esse, sed ideo solum, quia prima unitas est mundus elementaris, secunda mundus aethereus, tertia empyreus, et vero unitates pingi aliter non possunt, quam aequalitate linearum; at ego, nisi testetur astronomia de eadem unitatum mensura quantitativa, nequaquam iis ut unitatibus utor ad numerandas proportiones harmonicas. (XVIII.) Ille tamen suis insistens principiis pyramidemque educens ex basi, circulo magno Telluris, ejus verticem ad ipsum apicem coeli empyrei statuit, et altitudine ejus in tria aequalia (perinde ac si unitates verissime aequales habuisset) divisa, numerat, quot partes veniant empyreo, quot coelesti, quot elementari. Nam summum elementaris regionis hoc pacto duplo longius abest a summo coelestis quam a summo empyrei; et in divisione pyramidis respectu quidem axis tribus regionibus tria veniunt aequalia, respectu vero trianguli per axem empyreo venit unitas, coelesti tres, elementari quinque unitates, respectu denique spatii seu corpulentiae figurae empyreo unitas, coelesti 7, elementari 19 unitates veniunt. Quid nunc dicam de altera contraria pyramide lucis, cujus basin facit ipsam adorandam trinitatem, in summo empyrei coeli apice, verticem vero in ipsa Terra collocat? (XIX.) Has duas pyramidas cum inter se permisceat exque mixtura proportiones musicas eliciat, rem tentat a mei operis proposito diversissimam. Nam ipse lucem (formae et animae largitricem) et materiam, duo inter se diversissima, comparat et quibus quantitates nequaquam eodem respectu insunt, ego vero pro terminis formandae proportionis harmonicae in mundo non admitto nisi illa, quae eodem respectu quantitates recipiunt; verbi causa motum Martis et motum Jovis diurnos. (XX) Nec minus diversitatis inter nos et in hoc consistit, quod ille elementari regioni quatuor adscribit gradus obscuritatis et tenebrarum, *quia quaelibet res*, ait, *quatuor quartas habet*, sane non minus quam tres tertias et quinque quintas, jamque Terrae inesse omnes quatuor, aquae tres (eoque illam esse jam pellucidam), aëri duas, igni unam. (XXI.) Rursum alibi quamlibet regionem cujuslibet seu elementi seu coeli in tria subdividit spatia, in summum, medium et imum, non ubique sequente sensuum probabilitate. Vides, unitates ejus rursum esse arbitra-

rias. (XXII.) Ille tamen pergit ob id inter Terram et aquam statuere diatessaron, tria vero ejus intervalla, tonum, tonum, semitonium, tribus applicare spatiis, summo, medio, imo; cum illi certas ex causis suis quantitates, ista ne metas quidem a natura, mensuras vero secundum haec generalissima principia plane indeterminatas habeant, et sic de ceteris. At mihi unitates naturales, bini sc. motus planetarum extremi (seu diurni seu horarii, nihil interest), expressi a natura in certas suas quantitates, sunt propositi, in quibus harmonias quaeram. (XXIII.) Ille in tenebrarum et lucis gradibus quaerit proportiones harmonicas, nullo respectu alicujus motus; ego harmonias nonnisi in motibus quaero. (XXIV.) Ille pauculas aliquas concordantias delibat easque ex suarum pyramidum mixtura, qua mundum ipse privatim in suo animo pictum circumgestat, elicit seu ab illa repraesentari probat; ego totum corpus harmonicae contemperationis cum omnibus partibus in extremis planetarum motibus propriis secundum certas et ab astronomia demonstratas mensuras inesse demonstravi. Ipsi itaque conceptus suus mundi, mihi mundus ipse seu in eo reales planetarum motus sunt subjectum harmoniae mundanae. (XXV.)

Ex his paucis constare arbitror, etsi ad intelligenda mysteria conferta philosophiae profundissimae, quam tradit Robertus, cognitione proportionum harmonicarum omnino opus est, tamen illum, qui vel totum opus meum edidicit, adhuc a mysteriis illis perplexissimis abfuturum haud paulo longius, ac ipsae ab accuratissima certitudine demonstrationum mathematicarum recesserunt. (XXVI.) (Confer. pag. 19, ubi diximus, cur hos numeros I–XXVI, cancellis inclusos, verbis Kepleri adjunximus.) Atque hic jam etiam appendicis finis esto.

APPENDIX

Ad Harmonices Mundi Librum V.[31])

Continens

Cl. Ptolemaei Harmonicorum librum III. a cap. III. ad finem.

Interprete Joanne Keplero, a quo etiam tria ultima capita libri, quorum lemmata sola Ptolemaeus reliquit, velut ex mente Ptolemaei supplentur.

Cum notis seu commentariis ejusdem interspersis aut post finem capitis cujusque adjectis, quibus auctor vel explicatur vel refutatur, vel ejus inventa cum praecedenti opere Harmonices Mundi comparantur.

Seneca Nat. quaest. lib. VII. cap. 25—31.

Veniet tempus, quo .... quod quaerat omnis mundus habeat etc.

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

N. excudebat N. N. Anno MDCXIX.

CAPUT III.

Sub quod rerum genus referenda sit natura seu vis harmonica ejusque scientia. [1)]

Quod igitur natura harmonicae contemperationis [II)], quam late patent jura cantus concinni sic dicti, suis propriis proportionibus et quibus iis unumquodque contineatur: existimo ad longum et sufficienter a me demonstratum fuisse, ut si quis super suppositorum probabilitatem etiam regularum [III)], quas ordine suo tradidimus, usum explorare et opere ipso experiri studuerit, apud hunc nulla superesse possit haesitatio, quin per omnes ejus species sufficienter nostris conclusionibus attestatum sensum auditus deprehenderit.

Nota I. Cum ambiguae sint voces genus rerum et vis seu facultas harmonica et natura contemperationis harmonicae, qua voce ego expressi graecam τον ἡρμοσμενον, hinc occasionem ego sumsi scribendorum priorum trium lib. IV. capitum. Nam cum quaerit Ptolemaeus, in quo genere ponenda harmonice, vel de definitione quaerit harmonices, quia genus definitionem ingreditur, vel de subjectis, in quibus harmoniae accidentaliter insunt, sic ut neque harmonia

illo suo subjecto definiatur, neque subjectum ab harmonia essentialiter informetur, sed tantum accidentaliter. Ego igitur capite 1. libri mei IV. ostendi, harmonias esse proportiones, proportiones vero esse mentis comparationes, et sic ens rationis: itaque harmonias ut harmoniae in anima comparante inesse, sic ut anima sublata harmonia pereat. Ostendi amplius. cum proportio sit in praedicamento relationis, duos igitur requiri terminos ad quamlibet harmoniam, qui vel sunt res sensiles, quibus continetur harmonia sensilis, vel mentales, quibus intellectualis et archetypica harmonia repraesentatur. Capite 2. respexi magis ad voces vis seu facultas. enarrans, quaenam et quot sint facultates animae agendi vel patiendi secundum harmonias. Denique capite 3. quaesivi, quibus in rebus expressae sint totius universi harmoniae seu quantitates aptae ad constituendos terminos propositionum harmonicarum.

Postquam igitur libro meo IV. in hunc modum ad quaestionem a Ptolemaeo propositam ex propria mei animi sententia respondi, nimirum et quid sit utrumque, tam proportio harmonica, quam facultas harmonica, et quaenam res esse possint alterutrius participes: jam etiam Ptolemaei resolutiones examinabo, in quibus aliqua inveniuntur meis responsionibus consentanea, non pauca ab iis diversa, quae vel explicatione vel correctione indigent, vel etiam, ut veritati adversantia, redargui debent.

Nota II. Quod vim attinet vocabulorum, vox natura harmonica seu facultas harmonica magis inclinat ad efficientem harmoniarum, et vox το ἡρμοσμένον magis ad subjectum harmonicis proportionibus exornatum. Utraque vero, tam facultas harmonica quam subjectum aliquod harmonice contemperatum, plura complectitur, quam meras harmonias, scilicet etiam alia intervalla ab harmoniis dependentia, quae generaliori voce concinna dicuntur. Hoc igitur dicit Ptolemaeus, omnia non tantum consona, sed etiam concinna, quibus constat musicus cantus, habere suas certas proportiones: atque id non tantum patere ex demonstratione deducta ex praesuppositis probabilibus, sed etiam ex sectione canonica seu regulari monochordi et sic ex auditu. Si enim chorda fuerit secta sicut vult demonstratio, tunc partes chordae sectae consonare, judice auditu.

Nota III. Probabilia supposita dicit illa, quod assumsit in primo libro, illas chordas consonare, quae determinentur numeris, et primis speciebus proportionum numeralium, scilicet multiplici, superparticulari et superpartiente. At ego haec supposita refutavi libro mei operis tertio, et contra protuli alia supposita probabilia, scilicet illas chordas, quae se habent ut partes circuli, per figuram demonstrabilem divisi. Quae igitur hic Ptolemaeus de sectionibus suis canonicis semiplenis affirmat, eadem ego et multo rectius de mea septuplici sectione possum affirmare, quia mihi instantia nulla potest afferri.

Consequens est autem, ut si quis ista consideraverit attente, statim is in admirationem fuerit raptus, si cujusquam ex rebus pulcherrimis, certe cumprimis etiam hujus harmonicae facultatis: quippe quam deprehendit longe rationalissimam [IV]), invenientem et constituentem specierum propriarum differentias quam accuratissime [V]): quo intellecto, veluti divini incensus amore concupiscit intueri et lustrare genus illud rerum, sub quod facultas ista referatur, et num qua sint alia in hoc universitatis ambitu cognitioni nostrae subjecta, quibus illa connexa sit atque cognata [VI]).

Nota IV. Facultatem harmonicam ait rationalissimam. Hic manifeste disputat de facultate animae, ut cui rationem, inventionem dispositionemque seu constitutionem tribuit. Sic tamen se comparat. ac si loqueretur de re aliqua per se subsistente, rationis compote, suspensa jam illa quaestione, sitne illa idem quod anima, an aliud aliquid praeter animam et ratione rem ab ea distinctam. Et nos cap. 2. et 7. libri IV. et in epilogo libri V. diximus, illam esse et ipsas animas humanas, et animam aliam praeter humanas, sublunari mundo praefectam et animam toti mundo praefectam, cujus in Sole sedes, ut est humanae animae in corde, et denique Deum ipsum.

Nota V. In voce accuratissime inest vis argumenti talis, quali cap. 1. lib. III. Proclus usus est ad probandum, species mathematicas esse separatas a sensilibus. Nam in mixtura elementorum nulla est exacta ratio. Operantur enim mixta secundum magis et minus, prout fuerit mixtio, itaque elementorum mixtura est affectio materiae, nec rationis ullam naturam imitatur. At in harmonica facultate accuratissima est distinctio rerum, quaeque materiae crassam naturam subtilitate longissime superat. Verbi causa: sint duae chordae tensionis ejusdem, altera 120 partes longa, altera minuatur continue, donec fiat 60, 40 etc. Hic si consonantia haberet naturam mixtionis elementaris, oporteret chordam decrescentem subinde magis magisque consonare, donec fieret 60, tunc oporteret consonantiam esse perfectissimam, indeque iterum decrescere consonantiam. At hoc non fit: nam si est longa 63, 62, 61 partes, nondum consonat, at si 60, in ipso hoc puncto consonat, inde si fiat 59, iterum dissonat, at non magis magisque, quin potius si fiat tandem 40, in hoc puncto iterum consonat et in 39 rursum dissonare incipit. Ita consonantia puncta sua in 60, 40 etc. observat accuratissime. Hoc autem est rationis opus. Ergo facultas harmonica est rationalissima. Ego hoc argumentum evidentius proposui, quod consonantiae existunt in punctis circuli, a figura regulari demonstrabili factis. Jam demonstrabile quid sit, non nisi mente noscitur, seu rationis usu. Ergo illa natura, quae delectatur harmonico cantu, debet esse rationis particeps quomodocunque.

Nota VI. Genera rerum quae dicat, ex sequentibus patet, puta, num sit materia an forma, efficiens an finis, num sit anima an corpus etc. Pertinet igitur ad definitionem quodammodo haec quaestio, non ad subjectum. Nam ad hoc magis pertinere videntur sequentia verba: Num qua sint alia, connexa harmoniis. Sed de his mox plura.

Hanc igitur speculationis propositae partem residuam deinceps, quanta poterit fieri brevitate, veluti summaria ratione subjungere conabimur: ut hoc pacto magnitudo et excellentia hujus admirabilis facultatis evidentius comprobetur.

Res universae principiis utuntur hisce: materia, motu et specie; materia ut subjecto et ex quo, motu ut causa et a quo, specie ut fine et ob quod vel cujus causa. VII)

Nota VII. Ptolemaeus inter causas hic non meminit formae ipsius per se, ut talis, forte quia 1) formam rei habet pro ipsa re, materiam vero, ut diversum quid, a re ipsa distinguit; 2) aut quod species, cum sit in certum finem destinata, conformationem suam e fine habeat. Voces quidem et cantus materia et subjectum sunt harmoniae, quae in ipsis inest ut diversum quid ab illis. 3) Aut vult dicere fortassis, haec sibi ipsis finem esse, nec propter aliud quid, sed tantum propter se expeti. Sicut Aristoteli forma dicitur finis quo, quo scilicet et finiatur seu terminetur et sic conformetur res: sed Ptolemaeus manifeste loquitur de fine cujus causa. Videntur autem ista desumta ex Aristotele, cujus haec sunt verba: Met. XI. Cap. 3. *παν μεταβαλλει τι, και ὑπο τινος, και ἐστι ὑφ᾽ οὑ μεν, του πρωτου κινουντος; οὑ δε, ἡ ὑλη; ὁ δε, το εἰδος.* Quibus verbis Aristoteles illa solum perstringit, quae mutationi sunt obnoxia; primum motorem excipit, ut quem ex ipsa mutatione rerum evincit.

De harmonia neque ut de subjecto disputandum est, activum enim quid est minimeque passivum VIII): neque ut de fine IX), ipsa enim e contrario finem quempiam conficit X), verbi causa concinnitatem, aptitudinem, ordinem, decentiam; sed est inter causas censenda XI), quia ipsa subjecto suo conciliat speciem convenientem et propriam.

Nota VIII. Ptolemaeus praesupponit, id de quo quaesivit non jam inter res ipsas quaerendum, sed inter principia rerum. Patet autem, semper aliquid primo ipsum per se esse aliquid, deinde idem esse alio alicui efficientem aut materiam aut finem. Nam facultatem dijudicandi harmonica et ad ea accommodandi subjectum aliquod esse substantiam, mentis scilicet facultatem, id videtur hic praesupponere Pto-

lemaeus, tanquam id, quod sit extra controversiam, nec hoc loco quaerendum. Quaerit igitur, quid sit harmonica facultas rebus aliis, a se ratione distinctis, sitne ipsarum materia, an ipsarum efficiens an finis? Negat illam esse rebus materiam; ratio ejus est, habere potius agentis naturam quam patientis. Dum enim appellat illam δυναμιν, respectu alicujus ἐνεργειας illam sic appellat. Facultas enim ad effectum refertur, potentia ad actum. Facultas igitur harmonica non inest aëri, ex quo sunt voces consonantes, non in motu aëris, hoc est in sonis, sed inest in anima comparante sonos: comparatio vero est actio.

Nota IX. Negat facultatem hanc esse finem, cujus causa sint res illae, quae constituunt proportiones harmonicas: ipsam enim tendere potius ad finem adeoque dirigere sua subjecta ulterius ad finem alium. Haec assertio dubitationem habet in hoc, quod cum de facultate loquatur efficiendi aliquid secundum harmonias (nam pro «harmonia» legendum est «harmonica» subintellige «facultate»), Deus certe fons est illius ipsaque adeo illa, et Deus omnia exornavit propter se ipsum propterque suam complacentiam.

Ergo ornatus rerum est propter illum superbenedictum harmosten, ipseque rebus etiam finis est, cujus illae causa sunt factae; nimis igitur generalis est assertio Ptolemaei, ut quae hoc negare videtur.

Nota X. Dum vero ait: *Vim harmonicam dirigere subjectum suum ad finem,* id pro duplici vi harmonica, ut explicavi cap. 2. libri mei IV, duplicem etiam sensum habet. Nam facultas quidem harmonica practica dirigit cantum ad decentiam etc., quae est nihil aliud, quam ipse ordo ex concinnis et consonis: at facultas speculativa et agnitiva, etsi subjectum non dirigit, sed directum probat, tamen hoc praestat, ut anima harmoniis agnitis et dijudicatis delectetur: ubi sic se habet delectatio ad decentiam, sicut speculatio rei factae ad rei facturam.

Nota XI. Facultatem harmonicam recenset inter causas rerum, intellige, ut sequetur, non causas essentiae, sed causas qualitatis alicujus relationisque qualitativae. Nam harmoniae fiunt rebus subjectis, ut sonis, forma quaedam accidentalis: dicuntur enim εἰδη etiam ab Aristotele illa, quae subjectis insunt, ut figurae geometricae trigonus, tetragonus. Id multo magis verum, quando talis species est secundum rei naturam, ut si illam speciem induat, fiat in suo genere melior et perfectior, ut ita sit haec species huic subjecto conveniens.

Supremae vero seu primae causae triplici discrimine cernuntur: alia ex parte naturae et ipsius *esse* nudi, alia ex parte rationis et ipsius *bene esse* nudi, alia denique ex parte divinitatis et ipsius *bene semper esse* [XII]). Causa igitur ista, quae secundum harmoniam est, neque naturae est accensenda, non enim conciliat ipsum *esse* rebus sibi subjectis, neque divinitati, non enim est prima causa semper essendi seu aeternitatis, sed rationi ubique adjudicanda est harmonica causalitas [XIII]): ut quae cadit inter dictas causas loco quasi medio et cum utralibet concurrit ad constituendum *bene esse,* Diis quidem perpetim assistens, quippe qui semper idem sunt, naturalibus vero nec omnibus nec omnimode, propter contrariam eorum conditionem.

Nota XII. Haec trisectio desumta est ex philosophia Platonica, rerum omnium in naturalia, divina et intermedia mathematica; de quibus vide Proclum Comm. in Euclidem lib. I. Aristoteles naturalia in motu et mutatione ait versari. Divina vero immobilia facit, quod hic est Ptolemaeo *semper esse.* Cur autem bonitas divinis adscribatur, non itidem et naturalibus, et quae hic cognatio rationi mentis humanae cum Diis, vide apud Aristotelem lib. XII. Metaphysicorum. Non enim bonitas absolute negatur ipsi *esse* naturali, sed iis, quae *bene esse* dicuntur: ut ligno sua essentia est naturalis, mensae vero tam naturalis, ligni, quam artificialis, figurae utensilis, ita tam *bene esse* quam *semper esse* praesupponit aliquod *esse* naturale pro fundamento. Quin etiam in ipso *semper esse* inest et *bene esse*; sed id alterius generis quam in harmonicis. Non esset enim optime, nisi et semper esset. Illud vero *bene esse*, de quo

hic auctor agit, commune quippiam est tam naturalibus accidentarie, tam pro natura mobilitatis suae, quam divinis perpetuo et essentialiter, quippe quae sunt immobilia.

Nota XIII. Quod autem statuit in divinis aliquam causam ipsorum perpetuitatis quasi per motum (nam etiam ad divina pertinet vi consecutionis quod habeant principium, quod sit motus, seu a quo), id Aristoteli videtur οὐσίας ἐνέργεια: ut sit hoc pacto vocabulum motus valde aequivocum.

Porro rationalis causalitas alia est ut mens et vergit ad diviniorem speciem, alia ut ars et spectat ipsam recta rationem, alia ut mos et vergit ad naturam [XIV]). Per omnes tres species licet invenire harmonicen, assequentem proprium suum finem [XV]). Nam primum ipsa ratio, simpliciter et universim sumta, solet ordinis et commensus esse causa in rebus; deinde harmonica in specie ratio commensus est in audibilium genere auctor, sicut ratio imaginativa in visibilium, judicatoria in intellectibilium genere, disponit autem ordinem illum, qui est in audibilibus, quam proprie concinnitatem appellamus [XVI]). Igitur ob speculativam inventionem commensurationum spectatur a partibus mentis, ob manuariam vero earum repraesentationem a partibus est artis, denique ob exercitationem imitativam a partibus moris [XVII]), et hoc ideo, quia in universum ratio invenit quidem bonum contemplando, repraesentat vero comprehensum operando, assimilat denique sibi subjectum consuescendo [XVIII]).

Nota XIV. Cave ambiguitatem ex reduplicatione ista emergentem. Erant enim eadem tria, quae hic commemorat, etiam in prioribus, tres itidem secundum illa causae: Deus, ratio, natura. At nunc mediam earum, rationem puta, subdividit, constitutis ac repetitis iisdem differentiis tribus, rationem ipsam aut divinam esse scribens, aut rationalem, aut naturalem. Scholae philosophicae paulo aliter incedentes eodem tamen veniunt. Nam principes animae facultates duae sunt: theoretica et practica. Illa proprie νοῦς dicitur seu intellectus, in hac censetur voluntas. Sed de voluntate Ptolemaeus jam non praecipue agit, quin potius de variis rationis dispositionibus, quarum aliquae in theoria occupantur, aliquae ad praxin sese exserunt. Ad illas pertinet scientia, ad has actiones et habitus. Cum enim actiones crebrae transeant in habitus, sic ut denique non consilium, sed ipsa consuetudo, subnixa memoria, quae infima animae facultas est, sentiente excepta, multarum actionum causa fiat: recte igitur practica animi facultas in duas subdividitur, unam quae ex artis dictamine operatur, alteram quae ex more seu consuetudine. Hoc igitur pacto tres emergunt principales ἐνέργειαι facultatis animae principis: intellectio, exercitatio in intellectis, et exercitatione comparata facilitas operationis; tres modi causandi aliquid. Et nota, quod Ptolemaeus non dicit, tria, quae hic commemorat, esse ista, mentem, artem, morem, sed dicit, esse illa ut mentem, ut artem, ut morem. Nam mos seu consuetudo complectitur habitus omnes, at etiam ars inter habitus est etiamque scientia, mentis propria dispositio. Non commemorat igitur Ptolemaeus tres habitus, sed tres dictas animi facultates earumque energias, quarum quaelibet uni dictarum trium rerum assimilatur vel cognata est. Intellectio enim seu magis inventio in praesenti materia intra mentis penetralia vertitur, exercitatio sese foras ad sensilia profert, a quibus documenta capimus artis, qua polleat operans, operatio ex habitu se ipsa intelligitur, qualis sit. Differt enim hoc loco in Ptolemaeo exercitatio secundum artem et operatio ex habitu; quo artis vocabulo jam nondum praesupponitur habitus in ipso exercente, in quantum se exercet, sed tantummodo dictamen rationis, velut extra stantis: at moris seu habitus vocabulo intelligitur affectio ipsius operantis, quatenus operatur. Morem seu consuetudinem ad naturae partes inclinare dicit, quamvis sit rationis species: quia sicut causae naturales agunt sine discursu, quippe quo carent, et agunt semper eodem modo, non impeditae, sic etiam, quod ex more fit, id simpliciter et plerumque non ex deliberato fit.

Nota XV. Jam accommodat triplicem hanc energiam rationis ad propositum objectum, scilicet ad harmonias. Primum, quas ego jam energias dixi, appellat ipse

species, εἶδη: sunt enim affectiones rationis in operando constitutae; omnes vero affectiones alicujus rei et praesertim affectus animae per totum hunc librum appellantur species, εἶδη, quia conciliant animae certam speciem, qua ipsa a se ipsa distinguitur internosciturque. Deinde harmonicen hic manifeste intelligit facultatem animae circa harmonias occupatam. De ea affirmat unum generale et unum speciale. Generale hoc, quod ratio, non specialiter dicta harmonica, sed universim omnis ratio, seu ratio quomodocunque habens, sit auctor ordinis et commensus. Affirmati sensus possunt esse multi: unum habes supra libro meo IV, quia ordo et commensus est ens intentionale et sublata ratione ordo et commensus tollitur, manentibus ordinatis; sed de hoc jam non agit Ptolemaeus. Secundus sensus fere cum priore coincidit, quasi dicat Ptolemaeus, detegi per rationem, quibus in rebus sit ordo et commensus: haec esset causa non existendi, sed agnoscendi; neque de hoc potissimum loquitur Ptolemaeus. Tertius et proprius hujus loci sensus est: quod ubicunque est aliquis ordo et commensus, ibi rationem in opere fuisse agnoscimus, ut de opifice testetur opus. Igitur haec generalis causatio rationis vergeret ad secundum ex tribus causationis modum, qui est ut ars.

Speciale, quod rationi tribuit, est scientia et ars harmonica; hoc appellat hic auctor **rationem harmonicam**, id est habitum mentis, versantem circa harmonias. Eam affirmat auctorem esse commensus in audibilibus; loquitur igitur potissimum de arte musica, ut prius. Imaginativam rationem ait esse causam commensus in visibilibus; verbi causa, ars pictoria proportionem conciliat picturis, architectonica aedificiis etc. Has et similes artes generali voce imaginativae rationis comprehendit. Judicatoriam rationem facit auctorem ordinis et proportionis in intelligibilium genere; verbi causa, ars rhetorica bene disponit partes orationis, et prout magna vel parva res est, grandi etiam vel humili orationis utitur genere, multa vel pauca verba de ea facit.

Nota XVI. Ars harmonica seu musica proprium subjectum habet, intervalla non qualiacunque, sed musica (concinna dicuntur), scilicet illa, quae continentur vocibus *ut, re, mi, fa, sol, la* denominatis. In has voces varium et multiplicem introducit ordinem, quorum quilibet constituit peculiarem cantilenam. Loquitur enim de musica veterum seu de monodiis, quales sunt cantus nostri chorales.

Nota XVII. Tria sunt in facultate, seu ut Ptolemaeus loquitur, ratione harmonica: speculatio harmoniarum, repraesentatio illarum et exercitatio. Differunt sic: speculatio intra se ipsam vertitur, operatio harmonias conceptas foris exprimit et auditui exponit, exercitatio idem facit, sed cum hac distinctione, quod operatio ex meditatione procedit et cum attentione est, exercitatio vero, quam hic Ptolemaeus dicit, carere potest singulari attentione. Primum igitur ait spectari a partibus mentis. Nam scientia harmonices etiam se ipsa est expetenda, si maxime non comitem habeat artem, etiamsi nulli subjecto conciliet ornatum harmonicum; perficit enim mentem hominis. Haec opinor causa est, cur causationem ut a mente vergere dicat ad divinitatis speciem propius: quia similitudinem agnoscit inter Deos et mentem hominis in eo, quod utrisque melior est scientia harmonica. Hoc idem Macrobius in Somnium Scipionis commentans verbis his expressit: *Ratio, quae divinis inest, fit sono causa modulaminis.*

Secundum ex tribus, repraesentationem scilicet manuariam, ait esse a partibus artis; hoc videtur dicere rationis opera praecipue fieri, ut externo opere repraesententur harmoniae. Artem igitur rationis speciem facit, quia ars discursu constat et deductione a generalibus ad sensilia, quae rationis sunt.

Tertium, exercitationem imitativam, collocat a partibus moris; morem vero in superioribus ad naturae partes inclinare dixerat. Eadem igitur exercitatio et a ratione proficiscitur (agimus enim de tribus ipsius rationis εἴδεσι) et ad naturam inclinat; a ratione quidem proficiscitur, quia nullum carens ratione aptum est ad exercitationem habitualem; ad naturam vero inclinat, quia, ut supra dictum, mos imitatur typum causarum naturalium, utitur facultatibus, in quibus plurimum potest natura, ut sunt locomotiva et memoria. Propterea haec exercitatio dicitur hic imitativa. Nam pro-

ficiscitur actio singularis ex dictamine rationis, hic jam actio habitualis proficiscitur ex memoria prioris similis actionis, quam nova imitatur. Memoria vero cerebro nititur, instrumento corporeo, ut et loco cerebelli motivo, cum e contrario ratiocinationes non sic indigeant instrumento corporeo.

Nota XVIII. Haec specialiter ait sic fieri ab illa ratione, quae circa harmonias occupatur, quia universaliter omnis ratio triplex hoc discrimen observat.

Adeoque jure merito affirmari potest, quod ipsa etiam communis scientia rationalium specierum, mathematice specialiter dicta [XIX]), non in nuda pulcherrimarum rerum speculatione versetur, ut aliqui suspicari possent, sed in repraesentatione simul et in meditatione, quae ex fida imitatione solent existere [XX]).

Nota XIX. Hic a facultate, considerata ut substantia, transit ad facultatis illius, id est ad animi habitum, scilicet ad scientiam respondentem, ostendens, quod in tota illa ratio sic tripliciter operetur. Prius enim a ratione harmonica transiverat ad rationem simpliciter et universaliter consideratam. Illius igitur specialis rationis habitus specialis erat scientia harmonica, hujus generaliter consideratae habitus generalis est scientia mathematica. Hanc appellat communem rationalium specierum scientiam, seu quia, qui mathematicam pronunciat, is omnes ejus scientias una voce comprehendisse videtur, ut sic rationales species sint nihil aliud, quam varii habitus facultatis ratiocinativae, seu quia mathematica subjectum tale habet (quantitates, numeros et proportiones), quod ad omnes mentis habitus pertinet, sic ut quilibet eorum aliquid hujus sibi peculiariter aut peculiari respectu vindicet illudque specialius excolat et conclusionibus mathematicis universalibus suas proprias superstruat; sive denique species rationales hic non sunt ipsi habitus, sed illorum objecta, et quia, ut singulae hae species ratione comprehensae singulas circumscribunt scientias, artes et habitus operativos, verbi causa figurae geometriam, numeri arithmeticam, harmoniae harmonicen, sic omnes hae species junctim consideratae circumscribunt aeque latam scientiam, quae mathematice dicitur.

Nota XX. Ait, hanc scientiam dictam esse specialiter mathematicam, quia cum vox a discendo descendat, omnia quidem alia discuntur, specialiter vero illa, quae illo seculo pueris primo omnium ad discendum proponebantur, doctrina de quantitatibus et numeris.

Utitur enim haec tam praestans facultas pro suis velut instrumentis seu ministris sensuum praecipuis et admirabilissimis, visu et auditu, qui prae ceteris quam maxime se versus principem animae facultatem porrigunt, soli vero sua objecta non voluptate sola, sed multo magis honestate et pulchritudine metiuntur [XXI]). In unoquolibet enim sensu certae quaedam inveniuntur sensibilium differentiae, verbi causa visibilium differentiae: album et nigrum, audibilium: acutum et grave, odorabilium: fragrans et foetidum, gustabilium: dulce et amarum, tactilium: molle, si usu veniat, et durum; omnino quod cuique differentiarum conveniens sit vel non [XXII]). Pulchrum vero et deforme de tactilibus, gustabilibus vel odorabilibus nemo enunciabit, sed de solis visibilibus et audibilibus, ut de forma vel cantu, aut rursum de coelestibus motionibus aut humanis actionibus [XXIII]). Inde est, quod soli isti duo sensus nec suas tradunt operas, una alterius vicem in comprehensionibus administrantes varie, animae facultate rationali usae; quippe germanae quodammodo sorores effectae. Quae enim solummodo visibilia sunt, illa auditus mediantibus sermonibus indicat, quae vero solummodo sunt audibilia, nunciat visus mediantibus scripturis. Fitque multis modis, ut majorem habeant evidentiam haec illorum veluti vicaria munia, quam si singuli tantum propriorum suorum objectorum internuncii existerent. Ut cum ea, quae sola oratione tradi possunt, per picturas et signa efficiuntur intellectu et memoratu

faciliora; et rursum cum ea, quae visu cognita sunt, poëticis descriptionibus repraesentantur ad vivum, ut sunt fluctuum aspectus et locorum facies situsque et pugnae et affectuum animi constitutiones subitaneae; adeo quidem, ut auditorum animi specicbus narratarum et descriptarum rerum conformentur non secus, ac si illas coram intueremur XXIV).

Sic itaque fit, ut duo isti sensus non eo solum, quod propria quilibet objecta percipit. sed etiam eo, quod conferunt operas et conatus mutuos ad discenda et contemplanda illa, quae cujusque propria ratione elaborari et compleri debent, ut utroque modo, inquam, plurimum proficiant ad pulchritudinem et utilitatem, sicque non ipsi tantum, sed etiam scientiae, quae sunt alterutri familiares, ut quaeque illarum est ratione maxime particeps; cujusmodi est ex parte quidem visus et motus localis eorum, quae visu solo comprehendi possunt, hoc est coelestium corporum, astronomia, ex parte vero astronomiae et harmonices cognatio XXV). Auditus et motus iterum localis eorum, quae auditu solo comprehendi possunt, hoc est sonorum: harmoniae; ambae quidem ministris et instrumentis citra controversiam arithmetica et geometria usae, ad quantitatem vero et qualitatem primorum motuum contemplandam, consobrinae XXVI) et ipsae existentes, quippe duabus natae sororibus, visu et auditu, a nutricibus vero ex cognatione sua proximis educatae, arithmetica et geometria XXVII).

Nota XXI. Statim a tota mathematica, in quam excurrerat, se recipiens, ad partem ejus harmonicam paulatim revertitur, dum explicat duos sensus mathematicae quidem toti famulantes, sed quorum alter harmoniae proprius sit, auditus scilicet, ceteris enim mathematicis disciplinis tantum per accidens servit, propter scilicet institutiones orales, quae possent etiam per solam lectionem fieri, at harmonica disciplina sine auditu (quod musicam attinet) tradi nequit. Propterea ostendit Ptolemaeus, quomodo uterque sensus circa motum localem suam propriam scientiam prognat, visus astronomiam, auditus harmonicen. Certo autem consilio de his duabus scientiis praefatur, ostendens, quomodo circa eos sensus auditus et visus sibi invicem famulentur, scilicet ut vel sic statim initio gustum praebeat societatis utriusque scientiae in participatione proportionum harmonicarum et sic axiomata praestruat, quibus demonstret, harmonias in coelo esse. Haec discurrendi ratio lectorum aliquibus non satis firma nec legitima et logica esse videbitur, sed saltem symbolica, et sequelae seu connexioni qualicunque fabularum Ovidianae Metamorphoseos similior. At cum sit locus per se jucundus et utilis, detegens artium mathematicarum sensuumque iis inservientium cognationem inter se mutuo, lector aequus illam, quacunque occasione propositam, grato animo accipiet. Me quod attinet, explicavi libr. III. cap. 3, quibus de causis in qualibet re totius universi insint harmoniae et quomodo in singulis; non scilicet ideo singulariter insunt in cantu inque motu siderum, quia hic oculis, ille auribus percipitur, sed quia utrobique motus est, uterque accurate percipitur, uterque dispensatur ex arbitrio mentis, harmonias intelligentis et amantis. Et visu quidem lux, auditu sonus percipiuntur, illic a superficie corporum delapsa species, hic ab ipsa corpulentia rerum, ut sunt in motu constitutae. Itaque ex visu simplice non judicamus de internis, nisi accedat experientia rerum internarum ab externis nexarum, ut ex auditu soni, de internis facimus propriam conjecturam. Aliter igitur auditus de cantu testatur, aliter visus de coelestibus: illi sonus facit indicium longitudinis et tensionis chordarum etc., quibus continentur harmoniae, huic anguli, sub quibus coelestia videntur, non produnt visarum rerum quantitatem, sed ut haec habeatur, oportet alia plura per longissimas inductiones accedere. Vicissim est aliqua horum sensuum similitudo, quam ignoravit Ptolemaeus, hujus loci propria, quod soni quidem et cantus humanus auditu percipiuntur, motus vero, coelestis harmoniae subjectum, visu seu aliqua visus analoga facultate, quae sit in Sole, partim etiam in

natura sublunari: non enim quanti sint motus considerantur, sed quantos in visu faciunt angulos.

Nota XXII. Tria diversa ostenderat in mente: speculationem, actionem, habitum; in eadem tria distribuerat etiam totam mathematicam. Quod igitur non tantum speculetur mathematicus, sed etiam operetur ex arte sua et denique artificiosum habitum sibi comparet, jam porro probat a sensibilus, quibus utitur. Argumenti vis haec est: sensus est rerum extra animam rationalem existentium, circa quas versantur actiones et operationes; si ergo subjecti mathematici pulchritudo sese tantum intra mentis lumina contineret, nec foras in actiones et habitus sese proferret, tunc primo mathematica non uteretur sensibus certis, deinde nulla esset distinctio inter sensus, causa propinquitatis ad rationem, tertio in sensilibus nullus esset respectus pulchritudinis, ut qui est ens rationis. At sunt praestantiores visus et auditus et rationi viciniores, et est penes illorum subjecta respectus pulchritudinis; denique hisce duobus sensibus prae ceteris utitur mathematice. Ergo haec facultas complectitur etiam actiones et exercitia.

Nota XXIII. Esse vero hosce duos sensus rationi quam maxime cognatos, probat ex mutua ipsarum cognatione exercitioque, in quo plurimum rationis relucet, nam in hoc consistit illorum cognatio, quod juvant rationem eique famulantur.

Nota XXIV. De mathematices practica parte indefinite dixerat; jam quae sunt potissimae practicae mathematices species, per eosdem sensus explicat, quibus hactenus esse aliquas in genere probaverat. Visus enim rationi servit ad astronomiam discendam, auditus ad harmonicen.

Nota XXV. Et utraque utitur, tam geometria quam arithmetica. Nam in astronomia figuris opus est, ad formam motuum demonstrandam, numeris ad tempora aliqua dinumeranda. Sic etiam in harmonice figuris utitur Ptolemaeus ad sectionem chordae canonicam, ego vero iisdem utor multo maxime; numeris vero indiget proportionum, qui consonantias et cetera harmonica intervalla gignunt, varia et multiplex tractatio arithmeticae.

Nota XXVI. Consobrinas appellat astronomiam et harmoniam, quia matres ipsarum, illius visus et hujus auditus, sorores sunt; sorores autem visus et auditus, quia communem matrem habent rationem, vel quia ambo sunt sub genere sensus.

Nota XXVII. Educatas ait a nutricibus, ex cognatione sua proximis, intellige a geometria et arithmetica et utramque quidem ab utraque, magis tamen astronomiam a geometria, ob schemata, magis harmonicen ab arithmetica, ob proportiones numerorum, et quia consonantias Ptolemaeus investigat per numeros abstractos, contra quam ego. Proxima etiam est geometria visui in cognatione, quia schemata solo visu percipiuntur, non auditu; proxima est arithmetica auditui, quia numerus non expedite visu percipitur, nisi parvus sit, at percipitur expedite per auditum, propter successiones temporarias sonituum, ad numerationem enim requiritur tempus et memoria. Aptior est horum sensuum distinctio ex subjectorum differentiis. Nam visus subjectum in *esse* versatur, auditus in *fieri*. Propterea, quae videntur, quatenus videntur, ea *sunt* et in momento sunt, quae vero audiuntur, ea temporis tractum requirunt, ut *fiant*, et lucis effluxus est in momento, soni in tempore. Itaque fulgur fragorem praevertitur in effluxu, etsi in fonte sint simul. Cum igitur etiam numeratio tempus requirat, non minus quam sonus, sive jam audibilia numeremus, sive visibilia, hinc momentum aliquod accedit ad cognationem auditus cum arithmetica.

Ut autem appareat, quomodo distincta sint in hisce mentis affectionibus theoria et praxis, animus ad geometriam praecipue est convertendus. In ea propositiones pertinent ad speculativam partem, nam formant conceptum theoreticum. Apparatus et formatio schematis ex propositionis praescripto et deductio demonstrationis sunt rudimentum manuariae repraesentationis. Usus vero propositionis, ut jam demonstratae, ad alia atque alia expedienda, vice habitualis exercitii sunt. Et amplius in omni syllogismo, praesertim mathematico, major propositio vicem speculationis obit, est enim de abstracto, minor vicem actionis, quia subsumit aliquod plerumque concretum, ut sonos vel chordas vel radios et similia in propositionis subjecto posita, quibus tribuit

in praedicato species mathematicas. Conclusio denique est quodammodo loco habitualis operationis. Adhuc amplius: theorema est speculatio, problema est operatio, causa suae demonstrationis ex theorematum demonstrationibus derivata, causa vero praecepti in hac sua demonstratione confirmata, ejusque usus est instar habitualis exercitii. Ita multiplex est symbolisatio ista, si secundum magis et minus omnia consideremus cum Ptolemaeo. Sed plena trifariae distinctionis idea est in hisce: astronomia ipsa, quae causas aperit apparentiarum, est speculationis, calculus vero motuum coelestium ad tempora certa vel revolutio sphaerae theoriarumque est operationis manuariae; denique agnitio tempestatum anni ex siderum ortu et occasu mutationumque aëris etc. (pars agriculturae) et distinctio plagarum ex aspectu coeli (pars artis nauticae), sunt inter habitus. Quorsum referas etiam instinctum illum naturalem, agnoscendi configurationes citra discursum, de quo multa libro IV. dixi, sic etiam instinctum in Sole, agnoscendi harmonias coelestes, de quo lib. V. cap. 10. Et in harmonia inventio causarum, ex quibus sunt harmoniae, pertinet ad speculationem expressam, harmoniarum in vocibus et chordis per sectionem chordae canonicam, pertinet ad operationem manuariam, at modulatio cantus, seu voce, seu manu, seu lingua et instrumentis sonantibus, est ad habitus referenda. Quorsum etiam referendus instinctus ille naturalis in hominibus, agnoscendi et probandi harmonias citra etiam disciplinam.

CAPUT IV. [I]

Quod vis harmonicae contemperationis omnibus rebus insit, quarum naturae altioris perfectionis gradu consistunt, et quod id maxime appareat in humanis animis inque coelestibus revolutionibus [II].

Quod igitur haec harmonica facultas species quaedam sit causae ratiocinantis, versans circa commensurationes motuum, et quod scientia, in hujus facultatis contemplatione occupata, species sit mathematices, versans circa proportiones differentiarum audibilium tendensque in culturam vitae, quae solet existere ex contemplatione, si etiam accedat imitatio eorum, qui sub disciplina eorum sunt constituti, id per jam dictum sic adumbratum esto.

Explicandum vero et ad mentem revocandum est amplius, quod necesse ubique sit, facultatem tantae praestantiae, sicut et ceteras (rationis facultates) omnibus etiam aliis inesse rebus, quae principium motus habent in se ipsis, in quantum id quaevis habet, inprimis vero et plenissime rebus iis, quae perfectioris et rationalioris naturae sunt participes, propter ortus cognationem et familiaritatem [III]; in iis quippe solis evidens fieri potest, quam illa harmonia et universim et accurate tueatur (quantum quidem fieri omnino potest) similitudinem proportionum, quibus in dissimilibus speciebus aliqua grata contemperatio et convenientia constituitur. In universum enim unaquaelibet earum rerum, quas natura gubernat et complectitur, proportionis alicujus particeps est cum in motibus, tum etiam in subjectis sibi materiis, cujus ad praescriptum commensumque rationis (in quantum illa quidem observari omnino conservarique potest) et generatio in re inest et alimentatio et conservatio et quicquid omnino melioris notae dici potest; cum vero rebus (quibus quidem potest) ademta fuerit haec familiarissima facultas, omnia tunc earum, quae jam diximus, contraria iis eveniunt ruuntque et vergunt in pejus [IV]. Verum in materiae ipsius motionibus alterativis id non ita conspicuum est, cum in illa neque quantitas neque qualitas propter instabilitatem determinari possit [V], in motibus vero, qui ut plurimum inter species seu formas conversantur [VI] [sunt autem ii, qui insunt rebus, naturas perfectiores et rationaliore

habentibus [VII]), uti praediximus, ut sunt inter divina quidem motus coelestium corporum, inter mortalia vero motus maxime humanarum animarum [VIII]), quia ex solis dictis utrique competit, ut una cum primo et perfectissimo motu, id est cum motu locali insuper etiam rationis participes sint [IX])], omnino et conspicuum hoc est et clare demonstrat, quantum quidem ab homine comprehendi potest, inesse iis dispositionem et administrationem aliquam secundum harmonicas sonorum proportiones, ut quidem videre est per partes, si disputemus de utroque genere singulatim, initio facto ab illo, quod humanas animas complectitur.

Nota I. Cap. IV. jam secundam aggreditur quaestionem, in quibus rebus insint proportiones. Ipse appellat τηv τov ἡρμοσμενον δυναμιν, quae vox emphatice satis alludit ad ipsas proportiones, non ad facultatem mentis, quae iis ut objecto se exercet iisque ut archetypo utitur ad efformandum aliquod subjectum. Demonstrant hunc sensum vocis et capita dicendorum, quibus omnibus hoc agit, ut ostendat, quomodo partes veluti subjectorum, de quibus aget, in proportiones harmonicas earumque proprias affectiones descriptae sint.

Nota II. Itaque cavenda est ambiguitas circa humanas animas; aliter inest animae facultas harmonica, aliter natura contemperationis harmonicae: illa, ut causa rerum extra animam, puta cantus; ista, ut exornatio animae, tanquam alicujus subjecti. De illo hactenus actum, de hoc agetur in sequentibus.

Nota III. Dicit autem, omnia, quae se primo movent, in se continere facultates has harmonicas. deinde inprimis omnia, quae rationis sunt participia, huc referenda. Argumentum hoc solum esse videtur de primo, quod necessario praestantissima praestantissimis conveniant. Praestantiam autem harmonices toto opere demonstravit, et in principio capitis 3. ad mentem revocavit inculcavitque; praestantia vero eorum, quae principium motus in se ipsis habent, nota est apud omnes philosophos, quorum disputationes inter se comparat Macrobius in Somnium Scipionis ad finem. Est et argumentum a motu ipso. Nam motus subjectum est genuinum harmonices, et haec habent ipsum etiam principium motus in se ipsis, eadem et formata sunt ideis perfectionum ipsius motus. Si enim sic motui cognata sunt, ut fiant illi principium: cur non etiam sic essent illi cognata, ut iisdem speciebus sint formata, quibus et motus, si bene formati sunt, formantur.

Pro altero rationem adducit his verbis: *propter ortus cognationem et familiaritatem.* Si ratio proportiones harmonicas invenit, oportet et rationem et quae rationis sunt compotia proportionibus harmonicis familiariter constare. Si haec argumenta logice examinemus, pura necessitas non apparet. Potest enim efficiens aliquod creare aliquid suae propriae essentiali constitutioni dissimile, si saltem conceptui suo faciat simile; probabilitas tamen est magna et mihi quoque respondet res ipsa. Nam et mihi animus formaliter quidam veluti circulus est, ex cujus divisione geometrica existunt proportiones harmonicae et idem animus hospitium praebet proportionibus harmonicis, ut entibus rationis. Igitur ego (fortassis minus accurate loquens, quod videant alii) nullam agnosco creaturam, principium motus in se habentem, quae ratione careat, sive instincta ut plantae, sive etiam discurrente, ut homo. Divinae igitur incomprehensibili essentiae plane insitam (ut fas sit ita loqui) harmoniam ideo affirmo, non quia illa motus auctor, sed quia geometria illi coaeterna. Mentes vero omnes usque ad formas plantarum, quibus est instinctus concreatus, similiter intus, in sua non multo magis comprehensibili essentia, formatas esse harmonice, ideo judico, quia sunt exemplaria Dei, non ideo, quia primum movent. Res denique externas corporeas, si potuerunt a ratione libere formari, quae quidem non impediuntur in usu harmonices, transformari qua licet in ideas harmonicas, credibile esse concedo; ubi vero libertas formationis impeditur legibus naturae et ubi confusio est quantitativa, in iis inesse quidem largior harmonias, sed potentia tantum; et si motu intercedente confusarum proportionum series diducatur in tempora, agnosci et probari proportiones

harmonicas ab aliis creaturis, quae, mentis compotes, illas percipere sunt aptae. Vide libri mei quarti capite tertio.

Nota IV. *In solis, ait, iis, quae se primo movent quaeque sunt rationis participia, evidenter conspici naturam harmonicam.* Nam omnia quidem suis constare proportionibus, in his contineri salutem, in contrariis interitum, sed id non in omnibus esse conspicuum, non certe in materiae alterationibus; quae subjectio refertur ad praemissorum membrum alterum, quod dixerat, omnia suis constare proportionibus, etiam secundum motum, hoc est omnia gigni tandem, si certae alterationum proportiones praecesserint; vel si certae sint in re ipsa proportiones qualitatum et quantitatum, tum permanere rei suam formam; si vero turbentur illae, perire. Hoc Aristoteles, puto, *crasin* appellat elementorum. Neque tamen ideo haec harmonica rerum proportio pro efficiente causa constituitur; in talibus materiatis et naturalibus sufficit, ut causa sit, sine qua non. Observa vero hic modum loquendi: *»Harmonica ratio et per omnia et accuratissime tuetur in subjectis rebus proportiones harmonicas.«* Quasi sit aliqua causa, quam rationem appellat, fusa per res universas et separata a singulis, harmoniae in illis auctor. In summa ipsa rei evidentia Ptolemaeo et ignoranti vocem illam Virgilianam exprimit: Deum ire per omnes terras tractusque maris coelumque profundum.

Itaque agnoscit aliam rationem sublunarem, quae etiam mentem hominis rationemque (ejus facultatem unam) in harmonicum ornatum descripsit.

Nota V. Causam, cur non animadvertantur proportiones in materia, allegat instabilitatem ejus. Hoc multis modis intelligi potest. Vel enim, quod sunt materiata in continuo augmento aut decremento, ut in animali sanitas et morbus instabilissimas habent successiones, ut animal fere nunquam vel pure sanum sit vel pure morbidum; idque tam secundum copiam humorum inter se diversorum, quam secundum qualitates corporis ex aliis causis existentes. Quodsi fere nunquam existit in animali id, quod justum et dimensum est, ergo etiam principium non datur comprehensionis justae proportionis, quia hic locum habet illud axioma: quod nihil veniat in intellectum, quod non prius fuerit in sensu. Haec autem tunc solummodo locum habent, si intellectus non fuerit rei cognoscendae architectus, neque ideam nec archetypum ejus secum intus circumgestet, qualis ille esse debeat. Nam hoc si esset, ut est in divinis adeoque etiam in humanis operibus, tunc nihil impediret rei instabilitas, quo minus iis momentis, quibus motus in proportionalia venit, proportio agnoscatur, siquidem intellectus ille facultatem habeat percipiendae rei extra se constitutae. Quo nomine videtur non instabilitas accusanda, sed defectus facultatis percipiendi ea, quae fiunt in continuis materiae alterationibus secundum quantum et quale. Nihil sane impedit Deum instabilitas motuum planetariorum, quo minus tardissimi ad velocissimos proportionentur, quamvis rarissime planetae fiant alter velocissimus, alter tardissimus simul eodem tempore. Nihil impedit naturam sublunarem perpetua et semper inaequalis digressio planetarum inter se, qua distantia ipsorum semper variatur, quo minus hanc illa comprehendat et harmonica ab inconcinnis discernat, quippe temporis ipsius discreta evolutione. Nihil impedit auditum continua et instabilis intensio vel remissio alicujus chordae, ad aliam collatae, quo minus deprehendat, quibus illae momentis consonent, quibus dissonent. At qualitates primae, calidum, frigidum, humidum, siccum, atque etiam qualitas quadamtenus seu molis seu ponderis, tactui sunt objecta, tactus vero (sc. ipso Ptolemaeo doctore, praecedenti capite) rudior sensus est et obliviosior, tum percipiendi proportiones objectorum suorum non habet. Etsi enim animans tactu percipit, quid sibi quovis tempore conveniat, id tamen percipit non secundum numerum specierum diversarum, ut sunt in harmonicis diversae consonantiae, sed tantum secundum unitatem convenientiae suae, ut si auris in genere consona percipiat, a dissonis laedatur. Non est igitur haec perceptio proprie comparativa, quia numerositate caret, non igitur apta proportionibus, quae numeris utuntur. Deinde, etsi sic qualitercunque percipit animans ea, quae sunt vel intra se, vel vim inferunt corpori suo, at non extenditur ad ea, quae sunt extra, ut auditus fertur etiam ad sonos extraneos Causa est, quia visibilium et audibilium species seu de-

fluxus accuratissimi veniunt ad instrumenta sensoria; in tactilibus autem aut nulla, ut volunt philosophi, aut obtusissima et confusissima, ut mihi placet, datur emissio speciei vel defluxio, veniens ad tactum a rebus remotum. Igitur etsi medicus omnes et sensuum et mentis facultates sollicitet, omnes conjecturas excutiat, nunquam tamen ad id felicitatis pervenit, ut exacte definire possit quantitatem humoris, intus in corpore peccantis, aut humidi radicalis, et proportionem accuratam illius ad vires naturae, hujus ad calorem nativum, quia non datur ipsi corpus ingredi et coram intueri aut ponderare omnia, nec species foras veniunt. Haec videtur esse genuina causa, cur in materiatis proportiones alterationum non animadvertuntur, non illa, quam insinuat Ptolemaica vox instabilitatis, hoc sensu sumta. Alium igitur ejus sensum quaeramus. Fortassis enim hoc vult dicere: crases elementorum in animantibus et similibus suas habere latitudines, ut nec eadem omnibus nec semper eadem singulis sit causa sanitatis vel morbi; ac etsi summus sanitatis opifex in certo dimenso craseos consistat, obrui tamen illum ab infinitate craseon aliarum, ut cerni nequeat nec experientia constitui, ab illo scilicet, qui opifex rei non fuit, nec ideam ejus secum ad fabricandam eam attulit. Hoc sensu instabilitatis vocabulum pro voce varietas usurpatur, illaque vel per diversa subjecta spectatur, quae priore sensu in subjecti ejusdem continuo motu locum habebat, vel si etiam hic de eodem subjecto cogitandum, aut id consideratur, ut multa inter se diversa per temporum diversitatem, aut ei omnis propemodum proportio harmonica, prius generalibus Ptolemaei verbis data, rursum adimitur, cum proportionum non sit latitudo, sed individuitas et regnum ejus insociabile cum varietate crasium. Ut sic etiam hoc loco non satis accuratus videatur fuisse Ptolemaeus, nisi alius ista melius explicet.

Me quod attinet, si dicendum sit, an in alterationibus materiae insint proportiones harmonicae, fatendum quod sic; alterationum enim concinnitas est secundum quantitatem, transita vero tota quantitate, transferuntur omnes ejus partes et sic omnes attinguntur proportiones. Negabo. Nam harmonicae proportiones sine consilio ultra quantitatem comitantur, ubicunque quantitati locus est. An igitur in iis salus et conservatio? in sua quidem cuique rei concessa proportione consistit salus et conservatio, secundum magis et minus, in harmonicis verum istis talium rerum salus non consistit. Cum enim harmoniae multae sint, non secundum magis et minus, sed formaliter differentes, hujusmodi contra rebus una sola proportio, sed quae secundum magis et minus diffundit, est data. Quod igitur non ex consilio, sed necessitate quantitatum ipsis obvenit, in eo salus earum (quae consilio procuratur) ordinarie non consistit. An vero sint observabiles, si insunt rebus propter motum? Respondeo ut supra in explicatione textus Ptolemaei: non esse a nobis observabiles aut perceptibiles; at nec ab opifice et custode suo observari et spectari, quippe in quibus earum pulchritudo salusque non consistat. Sed addendum dictis, ideo etiam observari non posse, quia proportio inter duos terminos consistit, cum in his rebus motu alterationis unus solus terminus quolibet tempore compareat. Incipiat enim calefieri humor, calefactionis gradus erit humilis. Calescat magis et magis, donec duplo fiat calidior, duplum hoc nequibit aestimari, quia simplum, cujus id duplum est, jam evanuit, nec ejus simpli memoria mente conservari et ad dupli sensionem afferri potest, quippe cum simplum illud nulla specie sit descriptum et determinatum causa quantitatis, sed possit vel majus vel minus aliquod pro simplo sumi. Secus est in rebus aliis, proportionum vere participibus. Ut in motionibus coelestibus motus cujusque planetae velocissimus (etsi planeta de praesenti non sit velocissimus) per ideam relucet in mente, astronomiae saltem per instinctum capace; quia est aliquid determinatum, aliquid ἄκρον fastigiumque, ultra quod non datur unquam intendi motum planetae. Quare cum velocissimi motus idea sit in archetypo, in eodem etiam tardissimus accommodari ad velocissimum potuit harmonice. Sic in radiationibus planetarum, etsi inter eas harmoniae non sunt ex consilio, sed sequuntur necessario ad datam motionem circularem duorum inaequaliter incedentium redeuntiumque, observari tamen possunt illae harmoniae, quae tractu temporis succedunt et sibi ipsis invicem et aliis mixtis sibi inconcinnis, quia duo ad proportionem requisiti termini simul

determinantur; primus est circulus totus, qui semper manet idem, alter est circuli pars a duobus planetis intercepta. In sonitibus cantus humani, primum cum per symphoniam vel concordantias ea minus res per se patet, binas voces esse pro duobus terminis, cum vero una vox canit, illa nihilo minus potest incedere per intervalla consona et concinna eaque agnoscere, quia mens mentisque archivum, memoria seu mos, est ipse cantus auctor sentitque primam longitudinem asperae arteriae in motu constitutam, eumque sensum retinet per totam cantilenam adque eum frequenter redit. Idem propemodum est, cum audit modulationem aliam, quia quodammodo sociat se mens perceptae cantioni eamque una juvat; denique ad quamvis vocem sublatam, statim illi in conspectu sunt omnia totius systematis octavae concinna uno velut intuitu, etiam nondum vocibus expressa. Ita fit, ut terminum proportionis unum circumferat animo, comparans eum unicuique voci succedenti judicansque an illa concinna sit. Cujusmodi subsidia cum non dentur ad comprehensionem alterationum materiae, nec igitur earum proportiones erunt observabiles.

Nota VI. Quae igitur in materiis alterationi subjectis desunt, ea Ptolemaeus dicit ibi non deesse, »ubi rei motus conversatur inter species seu formas.« Rursum ut saepe alias confirmat, proportiones rebus secundum motum inesse. Quomodo vero dicit motum inter species conversari? Nimirum, quando motus non est ἀκέφαλος quasi, aut coecus, causam trahens ex solius materiae necessitate, sed quando tendit ab una specie seu dispositione ad aliam hujus generis. Est quidem calor aliqua species, si comparatur ad majorem vel minorem, motus igitur calefactionis non conversatur inter species. Nam frigidum formaliter est negatio potius caloris et ens fictum, imo non ens, quia primo calefactionis principio, quando ne motus quidem esse potest, quippe momento temporis, jam frigidum amplius subjectum absolute non est. De reliquo calefactio versatur inter magis et minus caloris. At motus considerati in animis hominum feruntur a tranquillitate ad iram, voluptatem, dolorem et similia, qui sunt affectus specie differentes. Tale quid innuit etiam de coelestibus dicendum, et ego concedo de motu planetae velocissimo et tardissimo; sunt enim et hae veluti species quaedam saltem altrinsecus terminatae. Terminari etiam specierum est.

Nota VII. Motus de specie in speciem dicit inesse in rebus, quae habent naturas perfectiores et rationaliores. Equidem motus, quem causatur materia sola, quae illum habet, tantum a majori ad minus tendit; cum autem motus in certam speciem fertur, facit id consilio vel ejus, cujus est motus, vel opificis. Consilium autem est rationis et ratio perfectiores naturas constituit, quemadmodum et species ipsae perfectius quid sunt, quippe determinatius, quam in eadem specie magis et minus.

Nota VIII. Divisionem statuit inter divina et mortalia, quibus duabus differentiis universitatem rerum absolvit. Nobis Christianis prima divisio statuitur inter auctorem et opus, ille solus divinus, operis vero species aliquae immortales, aliquae corruptibiles. Jam in divinis praecipua statuit corpora coelestia, quippe quae Dii sunt gentilibus; nobis sunt olim corrumpenda, et quod hactenus perennitatem habent, id commune cum Tellure habent. Quod vero in Terra sunt mortalia et alterationes, possunt et in globis stellarum esse consimiles, tam non conspicua nobis, quam illis globis nostra minuta terrestria conspicua non sunt. Mirum autem, cur praecipua ex divinis faciat corpora coelestia, quasi nec deos sciat nec angelos, illis corporibus, et qui ea informent, intellectibus praestantiores, se ipsis subsistentes nec a corporibus certis nexos, quae opinor Stoicorum adeoque et ipsius Aristotelis theologia fuit. Inter mortalia praecipuas recenset animas humanas, misera gentilitatis ignorantia fascinatus, nobis Christianis solatii dimidium, philosophiae vero apex est animorum nostrorum immortalitas, quam etiam philosophorum multi et praecipue Platonici omnes post Ptolemaeum defenderunt, vide Macrobium in Somn. Scipionis.

Nota IX. Animas humanas et coelestia corpora probat esse praestantioris naturae ex eo, quod motus localis et rationis sint compotes, tam coelestia quam animae. Intelligit motum coelorum administrari ab intelligentiis corpori adjunctis, animis vero humanis motum corporum suorum acceptum fert. Argumentatur igitur a praestantia motus localis prae ceteris ad praestantiam eorum, quae illius principium in se ipsis

habent. Et observa ambiguitatem, ab eaque cave: animae sunt corporibus auctores motus localis, ideo et ipsae in suis propriis motionibus, puta ad gaudium vel dolorem et similia, rationes harmonicas insitas habent, nec indigent anima rationali, ut perennent, contenta facultatibus corporibus et unica Solaris globi gyratione circa suum axem, ut demonstravi in Commentariis Martis et in Epitomis Astronomiae lib. IV. et V. repeto. Et tamen ipsorum motus conformatos esse ab opifice ad rationes harmonicas demonstro; nullam ob excellentiam coelestium inter cetera, velut e numero, sed quia, qui corpora coelestia nominat, is totum nominat universum et involvit una Terram ejusque motiones. Sunt igitur ista opus manuum Dei, quod a principio creatum est, cum nihil praecessisset, quod Deum impediret, quo minus exprimeret proportiones in eorum extremis motibus. Veruntamen ego rationalem facultatem, hoc pacto exturbatam ex motibus coelorum, alia gemina via veluti postliminio reduco: primo quia, si non in planetis, at saltem in Sole cum simplicissima rotatione ejus corporis circa axem conjuncta est anima motus illius perennantis in corpore Solis, et consequenter in omnium planetarum corporibus auctor, quam rationalem esse probabile facit exemplum naturae sublunaris, quae est anima in Terrae visceribus abdita, habens instinctam rationem sine discursu. Vide lib. Harm. IV. cap. 7. Iterum, quia si non in globo ipso Solis, at saltem in creaturis, globum illum incolentibus, intellectus inest utique harmoniarum, quas motus planetarum nuspiam nisi in Sole repraesentant. Vide Epilogum mei libri V.

CAPUT V.

Quomodo consonantia intervalla respondeant primariis animae differentiis, cum suis speciebus. [I]

Igitur primae veluti partes animae sunt tres: intellectualis, sensitiva et habitualis [II]. Primae vero identisonorum et consonorum species itidem tres sunt: identisonum, διαπασῶν, consona vero διαπέντε et διατεσσάρων; ut ita diapason quidem intellectuali respondeat (plurimum enim et hic et illic simplicitatis aequalitatisque et indifferentiae est), diapente vero sensitivae, itemque diatessaron habituali [III]. Nam et hic diapason proximius est diapente quam diatessaron, quippe illud consonantius est habetque excessum aequalitati proximiorem; et illic intellectuali facultati vicinior est sensitiva, quam habitualis [IV] [V], eo quod et ipsa particeps sit comprehensionis aliqualis; praeterea sicuti in quibus est habitus, in iis non omnino sensus inest, neque in quibus sensus, in iis est mens, conversim vero, in quibus sensus inest, in iisdem omnino est habitus, et in quibus mens, in iisdem tam sensus quam habitus [VI], ita ubi diatessaron non ideo ibi et diapente, neque ubi diapente, ibidem statim est diapason, omnino vero conversim, ubi diapente, ibi et diatessaron, et omnino ubi diapason, ibidem et diapente et diatessaron, illud enim proprium est imperfectiorum et cantilenarum et compositionum, hoc vero perfectiorum [VII]. Et quidem habitualis animae facultatis tres commode species enumerari possunt, eodem numero cum speciebus diatessaron: una augmenti, altera vigoris et consistentiae, tertia diminutionis; hae sunt enim habitualis primariae facultates. Eodem modo sensitivae facultatis quatuor sunt species, aequali numero speciebus consonantiae diapente, una visus, secunda auditus, tertia odoratus, quarta gustus [VIII]; siquidem tactum veluti communem omnibus quatuor statuimus [IX], quippe omnes illae tangendo sensibilia sua quomodocunque, sic receptiones illorum adornant. Denique intellectualis facultatis septem sunt differentes species, speciebus diapason aeque

numerosae [X]): imaginativa, quae consistit in transmissione sensilium; memoria, in prima signatione; reminiscentia in observandis et memorandis iis, quae signata sunt; discursus in cogitando et quaerendo; opinio in conjectando obiter; ratio in recta dijudicatione; scientia in veritatis comprehensione perfecta [XI]). Sed alio modo dividitur anima nostra in ratiocinativam, irascibilem et desiderativam vim [XII]). Igitur ratiocinativa propter causas aequalitatis, similes dictis, comparari jure merito cum diapason poterit; irascibilis, quae illi quodammodo se proxime associat, consonantiae diapente; desiderativa seu cupiditas, ut quae praedictis subjecta et subordinata sit, consonantiae diatessaron [XIII]). Nam et ceterae dignitates et inclusionem alterius in altera attinentia, quae utrinque contingunt, eodem fere modo etiam ex hisce deduci petique possunt, et singulas differentias evidentiores, virtutum cujusque propriarum, rursum aequali utrinque numero inveniemus differentiis per singulas species primariarum consonantiarum. Nam etiam in sonis concinnitas quidem virtus quaedam est illorum, inconcinnum vero vitium seu malitia; et conversa ad animas oratione, virtus est quaedam illorum concinnitas, malitia vero inconcinnitas; in utroque vero genere rerum communia sunt, contemperantia quidem harmonica generum, ex parte eorum, quae sunt alterutri secundum naturam, incongruitas vero eorum, quae sunt iisdem contra naturam.

Essent autem concupiscibilis facultatis tres virtutis species ad normam consonantiae diatessaron istae: temperantia quidem, consistens in contemtu voluptatum, patientia vero et continentia sustinendis indigentiis, verecundia denique in vitandis turpibus. Irascibilis vero facultatis quatuor virtutum species secundum consonantiam diapente forent istae: mansuetudo, ut non perturberis commotionibus irae; animositas et metu carentia, in exspectatione imperterrita rerum horribilium; fortitudo, in contemtu periculorum; tolerantia, in sufficiendis laboribus. Septem vero species virtutum, quae spectantur in ratiocinativa animae potentia, fierent hae: acumen, quod in eo consistit, ut facile moveatur animus objectis externis; indoles, ut facile attingat; solertia, ut bene lustret; consilium, ut bene dijudicet; sapientia, ut contempletur recte; prudentia, ut apte peragat; experientia, ut bene exerceatur [XIV]).

Rursum, quemadmodum in contemperatione harmonica praemitti debent identisonorum constitutiones exactae [XV]), his vero succedere consonorum concinnorumque prope verae, quippe quod non tantum impedit cantum in minoribus proportionibus, quantum in majoribus et praecipuis, sic etiam in animis est comparatum, ut praesint intellectuales et ratiocinativae facultates ceteris sibi subjectis majorique accuratia habent opus, ut sint ad rationem conformatae; ut quae etiam illarum peccata (peccatorum remedium) ex asse nec certe ex potissima parte secum ipsis habent. Et in summa, praestantissima animi dispositio [haec vero est justitia] [XVI]) est quaedam veluti consonantia partium animae ipsarum inter se ipsas, secundum proportionem prius electam, pro principalioribus [XVII]). Nam virtutes, quae consistunt in bene intelligendo et bene ratiocinando, comparari possunt identisonis; quae vero in bene sentiendo et bono habitu aut in fortitudine et temperantia, eae consonis aequiparantur; quae tamen in poëtica exercitatione inque iis, quae harmoniae sunt participia, illae conferri possunt cum speciebus concinnorum; tota denique animi dispositio philosophica totam perfecti systematis harmonicen repraesentat, quippe particulares comparationes ordinatae hic inter consonantias ipsas, inter virtutes; perfectissima vero comparatio (locata est) inter consonantiam veluti quandam ex omnibus consonantiis, inter virtutem ex

omnibus virtutibus, illam veluti ex virtutibus cantabilibus, hanc ex consonantiis animalibus compositis [XVIII]).

Nota I. In hoc capite Ptolemaeus demonstrare nititur, facultates animae humanae singulas ipsas cum suis propriis speciebus varie conformatas et constitutas esse ad rationes harmonicas. Ego Harmonices lib. IV. cap. 2, 3 et 7 ostendi, quatenus concedi possit, ipsam animae penitiorem essentiam consistere in geometricis, in figura sc. circuli velut abstracti a quantitate, inque proportionibus harmonicis, quae sunt ex divisione circuli, quatenus sc. anima nostra est Dei creatoris, cui ista omnia coaeterna sunt, imago. At in re obscura nec ita sensibus nostris obvia non potest esse dilucidus per partes singulas explicatus. Est haec veluti forma animi, quatenus animus in genere, nec possunt diversae proportiones harmonicae in diversa ejus munia distribui. Quod enim intelligit, id facit, ut est simpliciter animus, quod vero sentit, facit quatenus est corporis forma, ut et quod recordatur aliisque habitibus corpus instruit exercetque. Cum jam antecessissent in constitutione hominis partes istae, corpus et anima, leges igitur animae conformandae in his ipsis continebantur, non in aliquo harmoniarum archetypo; nam ubi partes et munia ex tali archetypo desumuntur, ibi oportet esse libertatem meram, nec praescriptas esse leges antiquiores magisque necessarias. Non igitur anima diversa haec sortitur munia, quia diversae sunt harmoniae, sed quia sic requirit subjecta materia. Nec quicquam invenio in hoc capite, quod non sit coactum; omnia peraguntur analogiis et jucundis circa eas lusibus. Et quod caput est, non indicatur, quomodo animus participet longitudine, aut secundum eam motu; ut posito subjecto possint etiam harmoniae poni, quippe inter terminos, subjecti partes, secundum ea quae cap. 3. libri IV. disputavi. Nam quod ego in anima pono harmonias archetypicas formaliter, id ostendo, quomodo fiat, quatenus sc. anima est quidam quasi circulus; in circuli enim geometria insunt omnes omnium harmoniarum termini differentiis scientialibus discreti inque suas longitudines dimensi. Sic vero omnes omnino harmonias pono in unica animae facultate, sc. in intellectu, non ex singulis singulas facultates educo. Demus vero, sine quantitatibus constitui posse proportionum terminos in anima; qui sunt igitur non termini quantitatis ejus intellectualis partis, respondent terminis diapason? An intellectus non se ipso subsistit? An sic requiritur duplicitas principiorum ad eum, ut duo termini ad proportionem? Qua re substantia comparatur relationi? Si inter intellectum et sensum fuisset constituta proportio aliqua, comparatio fuisset emendatior. Sic enim Platonem accepimus comparasse totius animae constitutionem cum harmoniarum maxima et perfectissima, quam veteres dixerunt esse diapason-epidiapente; secundum quidem id, quod anima quantitatis vicem obtinet, id est, secundum animae facultatem in corpore. Nam inter sedem epatis et sedem cordis est aliqua certa longitudo, cujus duplum circiter est inter sedem cordis et sedem cerebri. Ergo cum sit rationalis animae sedes in cerebro, irascibilis in corde, concupiscentiae in epate, Plato statuit rationalis ad concupiscibilem facultatem proportionem esse triplam seu diapason-epidiapente, ad irascibilem duplam seu diapason, irascibilis ad concupiscibilem diapente seu sesquialteram, et nisi me fallit animus, hoc ipsum sibi voluit Ptolemaeus in lemmate hujus capitis, idque lemma solum scriptum reliquit, properans ad astronomica capita; superveniens vero posteriorum aliquis textum horum capitum ex suo captu concinnavit. Id enim ipsum in ultimis astronomicis capitibus accidisse constat.

Nota II. Differentias quas dicat, statim subjicit: intellectualem, sensitivam, habitualem. Species vero intellectualis quidem: intellectiva, ratiocinativa, opinativa, creditiva; sensitivae variae sensiones, et habitualis virtutes morales etc.

Nota III. Primarias facit intellectualem, sensitivam, moralem, ut secundarias et viliores intelligamus locomotivam, vitalem, naturalem; illae enim rationis magis sunt participes ejus, quae discursu utitur hominis proprio. Nos summas facimus intellectum et voluntatem, proxime inferiorem sensitivam, utrique famulantem. Appellat igitur habitualem, quam nos voluntatem, et sunt illi κατ' ἐξοχὴν habitus, qui nobis mores. Scientia hic illi non est inter habitus.

Nota IV. Communissima quidem sunt, quae, ex utroque genere rerum desumta, hic inter se comparandi res ipsas argumentum praebuerunt: simplicitas, aequalitas, indifferentia; diapason cum simplicitate, aequalitate, indifferentia, facultates intellectuales, propinquitas diapente ad diapason cum propinquitate sensitiva ad intellectualem. Quid si negem dualitatem facultatis dicamque, animam eandem per sensus quidem sentire res foris existentes, per alia quaedam interiora non ita conspicua, velut organa, ut docent medici nonnulli, vel etiam per se ipsam sine corporis organis, ut philosophi, intelligere? Quid opus est harmoniis ad dividendam animam, quae una est essentia, si rerum illarum divisio satis causae illi praebet, cur sua dispertiatur munia? Rerum enim quaedam intra intellectum sunt, extra singularia, quaedam foris extra intellectum in singularibus, quae ut ipsae ab anima comprehendantur, per fores sensuum debent ingredi specietenus: ut ita intelligens non altera sua manu, sed se ipsa et intelligendo, hoc est percipiendo singularia, fiat sensitiva. Quid si negem intellectui simplicitatem, aequalitatem, indifferentiam respectu sensitivae? An ideo multiplex et omnino quintuplex haec, quia quinque habet organa, circa quae versans quinque efficit? Specimina sensitivae sensitivam multiplicant? Erit igitur et intelligens multiplex ea et distincta sortitur munia, quae inferius auctor ipse septena recenset, et variis speciebus ut objectis movetur; quaedam enim sunt recentes vel a sensibus profectae, vel intus ab ipso animi cogitatu conformatae, quaedam vetustae utriusque generis ex memoriae penu, reminiscentis conda proma, productae. An non Aristoteles ipse dividit intellectum in agentem et patientem? Et si tanta simplicitas intellectus, cur ea non comparatur cum unisonis potius, quae intervallum constituunt nullum, quam cum identisonis seu homophonis, quae maximum, quippe diapason? Esset alia multo speciosior occasio mentis opera, comprehensionis, comparandi cum consonantiis. Nam comprehensio ipsa et motus quidem est et relatio, terminos habens mentem comprehendentem et objectum comprehensum. Hic in mentali comprehensione, ut perfectissima et epistemonica, possemus intueri imaginem unisoni, ubi termini penitus similes, ut cum se ipsam mens dicitur intueri; in comprehensione definitionis eorum essentialis imago esset diapason. Nam ut hujus duo soni velut ex opposito acuminis et gravitatis sunt identici, sic definitio rei et res ipsa sunt velut opposita et tamen idem. Et quia diapason constat ex diapente et diatessaron, definitio vero syllogismis congeritur et quasi proficiscitur, posset cum diapente comparari major propositio, axioma universale scientificum, thesis, cum diatessaron propositio minor, subsumtio, hypothesis, ut sicut in diapente minus est mixturae alteritatis, quam in diatessaron, sic in axiomate universali minus sit singularitatis (quae scientiae adversatur) quam in subsumto. Tunc concinna dissona essent propositiones sensiles singulae singularium locis et temporibus circumscriptorum, quarum inductio sic constituit firmatque propositiones syllogismorum, sicut intervallis concinnis minimis consummantur consonantiae. Multa talia jucunde (at non demonstrative) possent excogitari ex doctrina Aristotelica et scholasticorum post eum de mentis operationibus, multo concinniora iis, quae hic dicuntur ab incerto, ut videtur, auctore.

Nota V. Diapason continetur chordis partium 2, 1; differentia seu excessus ipsius 2 supra 1 est 1, aequalis terminorum alteri. Non sic diapente, inter 2, 3. Nam excessus ipsius 3 supra 2 est 1. Non etiam diatessaron, inter 3, 4, ubi rursum excessus est 1. In diapente tamen excessus proximior est aequalitati, quam in diatessaron. Nam illic 1 a termino 2 distat sola unitate, hic idem 1 a termino 3 distat duabus unitatibus.

Nota VI. Nam quod rursum est insipidum comparationis argumentum, quod habitus sensum, sensus mentem non necessario ponat, at mens sensum, sensus habitum, et quod sic etiam diatessaron, ut minus, non ponat diapente, ut majus: generalissimum quidem hoc est nec ad aliud utile, quam ut scias, nihil comparationi opponi posse ex majoris et minoris consideratione, siquidem fundamentis aliis melioribus nitatur. Ratio quidem sensum in humana gente ponit actu, diapason vero ponit diapente sola potestate, positione non harmonica, sed generali, quantitativa, sicut omnis major quantitas ponit minorem.

Nota VII. Ecce autem et minutam diligentiam; ut diatessaron habituali facultati magis quadret, tres ejus species tribus habitus speciebus comparat, augmento, consistentiae, diminutioni. Species, quas velit ipsius diatessaron, vide ejus lib. II. cap. 3. Sane et ego lib. III. cap. 10. tres ejus species ostendi, ut in concinna dividuum est; semitonium enim est aut imo aut medio aut summo loco; sic diapente in 4 species distinguitur. At auctor eodem modo et diapason septem species facit, ubi semitonii locatio non servit huic numero. Scilicet secundum ejus doctrinam octava componitur ex duobus tetrachordis et tono, qui cum locatur in eorum medio, tonus disjunctivus dicitur, at cum loco imo vel summo, systema octava dicitur synemmenon, conjunctum. Et ecce tres species diapason. Sunt autem et alia quatuor loca huic tono disjunctivo, quae cum occupat, tetrachordorum unum dividi partesque ejus supra et infra dislocari necesse est. Ita fiunt septem species octavae. Ut igitur incipiamus a comparatione trium specierum tetrachordi: sane non inepta comparatio est tetrachordi *ut, re, mi, fa* cum intensione vel augmento quocunque, propter semitonium in summo, cui ideo competit motus vocis versus superjecta; sic tetrachordum *la, sol, fa, mi,* diminutioni simile est, ob situm semitonii in imo, ut explico lib. III. cap 11, nam cohaeret illi motus vocis versus gravia, inferiora et quietem; relinquitur igitur tetrachordum *re, mi, fa, sol* vel *sol, fa, mi, re* consistentiae. Haec, inquam, de quocunque quidem motu vera sunt in genere. At qualis, quaeso, species augmenti, vigoris, diminutionis in habitu? Num quid hae sunt communissimae differentiae omnium naturalium motionum qualitativarum, quae etiam habitui non bene applicari videntur, qui est quietis quam motus capacior, necdum habitus est, si dispositio ad eum adhuc perficitur, aut non amplius, si jam iterum disturbatur?

Nota VIII. Sic sensitivae quatuor munia comparat cum quatuor speciebus diapente; dico quod supra, non obstantibus speciebus ipsius diapente, si plura essent sensilia, plures fore sensus, ut quidem sunt, qui alios etiam sensus adscribant animantibus. Nam lux est species superficiei et quasi essentiae, sonus est species corporis et motus; hae duae species, sic realissime distinctae foris, requirebant etiam ad sui comprehensionem sensus distinctissimos, quibus neque durum, neque molle, neque humidum, neque siccum potest sentiri, neque calidum etiam neque frigidum.

Nota IX. Ut igitur constaret numerus quaternarius, totum distribuit inter reliquos quatuor, propter rationem sensuum formalem, in tangendo consistentem. Exulat igitur sensio plurimarum qualitatum ab hoc numero, quia nec lingua, nec naribus, nec oculis, nec auribus percipiuntur, sed alio tactus genere. Quisquis fuit, qui haec scripsit, immemor Ptolemaei fuisse videtur, qui supra visum et auditum, animae ministros, adjunxit ad cognitionem ejus juvandam, innuens hoc ipso, reliquos esse corporeos et corporis usibus destinatos, ut velut in fruendo consistentes. Gustatus enim qualitate et corpore partis delibatae, odoratus itidem qualitate et spiritu recreatur alitque corporis vires, tactus fovetur calore, indigentem se prodit sensu frigoris, reclinatur ad dura, bene et spatiose locatur inter mollia, inter sicca se tuetur, humidis liquatur et diffluit. Quid multis? Non tactus inter sensus distribuendus est (nec enim ne tactus quidem a contingentia vel corporis vel speciei describitur, sed a perceptione certae qualitatum speciei), sed e contrario, gustus et odoratus tactui vindicandi sunt eodem jure, quo plurimarum qualitatum sensiones diversiformes in unam tactus significationem compaginatae sunt; aut si placet, tactus in multos sensus, gustatus et odoratus fratres, est dirimendus. Nam uti tactus tangendo rem percipit ejus calorem et humorem, sic gustatus tangendo rem humidam nec gelatam, aut si sicca, etiam humectando cum saliva eliciendoque in hunc humorem calore potentiali percipit illius humidi et calidi qualitatem. Sic nares tangendo vaporem spirituosum, siccum et calidum percipiunt ejus calidi qualitatem. Quodsi licet auctori subordinare tactui sensus reliquos, propter similitudinem perceptionis, quanto magis nobis numerum sensuum licebit vel contrahere vel augere, propter differentiam rerum sensilium! Adhuc igitur vel tres tantum sensus erunt: visus, auditus, tactus, aut si gustus et odoratus in numerum veniunt ob specialitatem objecti, venient et aliae tactus objec-

torumque species, quas odoratus, quas lingua non percipit. Puerilis igitur est contractio, puerilis accommodatio numeri sensuum ad numerum specierum ipsius diapente.

Nota X. Non absimilia dici possent de septem muniis intellectus ad septem species diapason accommodatis. Primum enim, imaginativa si eripitur sensitivae transferturque ad intellectualem, sensus non erunt animae, sed merae passiones corporis. Deinde, ut omittam alia, duae discursus species sunt, opinatio et ratiocinatio, et eae quidem subordinatae, non expressis limitibus, nedum quantitatibus, ut harmonicae proportiones distinctae; adeo et opinatio in vitio est, adeo et perfectio ratiocinationis, ut opinionis scientia. Differunt ista secundum magis et minus, logicis potius et grammaticis vocabulorum significationibus, quam rerum ipsarum finibus conspicuis et facultatibus naturalibus distincta. Cur non inter facultates recenset etiam stultitiam, si ita vult?

Nota XI. Dum vero transit ad Platonicam animae distributionem, quae fere possit haberi pro subdivisione moralis facultatis seu voluntatis, ex intento quidem Platonis, etsi Ptolemaeus miscet mere intellectualia, primum ne ea quidem allegat, quae nos supra ex Platone, deinde explicat in parte, quod est omnibus commune distributionibus animi, quod virtutes respondeant concinnis, vitia inconcinnis; quae generalissima omnium, boni sc. et mali comparatio, est ex utroque genere.

Nota XII. Quas vero facultatibus irascibili et concupiscibili assignat species, eae, in quantum ad ipsas pertinent, motus sunt, secundum quos agnoscitur quaelibet facultas, ut vero hic describuntur, sunt potius virtutes animae rationalis circa domandos et regendos hos motus, cum tamen in hoc capite Ptolemaeus adhuc tantum de ipsis facultatibus agat. Etsi enim utitur voculis ἀρετή, κακία, intelligendi tamen sunt non habitus exercitatione comparati, sed principia potius ad illos, naturales scilicet potentiae et impotentiae. Haec vis est Graecismi. Sed tamen videtur Ptolemaeus hac aequivocatione se ipsum confundere. Concupiscibilis certe non potest, qua talis, non potest nisi sequi voluptates; quod si desinat facere, concupiscibilem facultatem desinit exercere, nec habet judicium, qua talis, quid turpe sit, quid honestum, sed solum quid suave, quid injucundum. Et virtus, quae verecundia vel quae temperantia dicitur, definitur re utraque et positione cupiditatis et ejus dominatione et regimine secundum rectam rationem. Laborat et ternarius vitio, quod plerumque fit, si constitutionem rerum comparabilium ipsa comparandi cupiditas antevertat. Duae quidem sunt classes cupiditatum, venus et gula, et verecundia veneri, temperantia gulae recte praeficitur, sed ei non legitime adjungitur patientia vel continentia in nessitatibus seu fame et siti. Nam ex una duae fiunt secundum magis et minus, temperans sc. fruitur modice, esuriens vero et sitiens non fruitur, aut non quantum opus habet. Et tunc se despectam dicet Venus indignabunda, cui praeter verecundiam eodem jure debuit adjungi virginitas, castitas, continentia maritalis etc. Ita fiet quaternarius pro ternario. Ut non dicam, quod genus transscenditur, dum de voluptatibus specialibus agimus, et interim ad dolorem generalem, qui destructionem naturae continet, transimus. Denique non tria diatessaron intervalla faciunt genera voluptatis et doloris, sed ipsa natura corporis. Nam ad sustentandum id gula est, ad speciem ejus propagandam venus. Duo ista conservare corpus et speciem ejus propagare non desumsit creator ex harmoniis, essent enim plura numero, ut sunt plures harmoniae, sed ex ipsa rerum conditione mortalitatisque consociatione cum immortalitate.

Nota XIII. In quatuor irascibilis virtutibus seu secundum me facultatibus, praeterquam quod eadem dici possunt de ira, metu, timore, dolore, adde et verecundia seu pudore eorumque rectrice ratione, illud rursum occurrit, quod, quae sunt unum, divisa hic apparent. Tolerantiam enim laborum hic infert et supra patientiam dolorum, cum labor non aliam ob rem tolerandus dicatur, quam quia dolet. Et qua re differt fortitudo ab animositate, nisi eo, quod malum imminens hic incertum est, illic certum; adderet aliquis hic futurum illic praesens, hic militare illic civile, quae omnia distinctiunculae sunt, speciem ipsam seu facultatem non alterantes, ut non inventas facultates comparet auctor, sed quaerat potius sollicite et plane comminiscatur, quod comparare possit. Et hactenus facultates illae, quae versantur circa morales virtutes.

Nota XIV. Jam rationalium septenarius valde diversas a dictis complectitur. Hactenus enim virtutes assuefactione comparari potuerunt, ut et septem intellectualium nonnullae, et ipsa, quae his septem facultatibus instructa esse debet, prudentia, cardinalium una. At jam inter has septem sunt non habitus exercitatione comparati, sed natura dati certis individuis, ut est acumen, εὐφυια seu indoles, solertia. Recolligit enim se Ptolemaeus, quod hoc caput proprie sit deputatum speciebus facultatum animi earumque summis differentiis. Puto autem pro arbitrio conquirentis proque eloquentia ejus etiam plures conquiri posse, quae tamen, si forma spectetur potentiarum eadem, in paucas redigentur, ut ita uno modo plures septem habituri simus, alio modo pauciores.

Nota XV. Cum sic omnes facultates redactae sint ab auctore in classes inque consonantias suas, jam veluti novo initio classes ipsae cum generibus harmonicae contemperationis comparantur, rationales cum identisonis, morales cum consonis, logicae cum concinnis. Agnosco divisionem philosophiae usitatam in naturalem, moralem, logicam. At comparationis ratio sera est. Nam prius moralium duae species erant, multo particularius comparatae, quaeque cum suis consonantiis. Sero etiam se colligit auctor, morales principi animae facultati tribuens recte, quas supra ad inferiora subsellia dejecerat. Quem enim locum jam occupant logici habitus, eum supra dederat moralibus in specie virtutibus, quippe ut consonantiae implentur concinnis intervallis, diapente quatuor, diatessaron tribus, sic ille facultates, irascibilem quatuor, concupiscibilem tribus virtutibus implevit absolvitque.

Nota XVI. Videtur sensus ipse hoc postulare, ut dicamus, post το παν omissam esse voculam ἡ δικαιοσυνη.

Nota XVII. Plausibilis sane esset colophon iste, quod post particulares comparationes transit ad ipsam totius harmonici systematis comparationem cum toto systemate virtutum seu facultatum animi, si quae fuerunt elementa illic comparationum, manerent etiam hic; nec opus foret in erectione veluti totius aedificii parietes singulos, tanquam initio non recte factos, de novo reficere.

Nota XVIII. Observa methodum Ptolemaei. Cum a Platone tres perhibeantur animae facultates, intellectualis, irascibilis, concupiscibilis, vulgo vero philosophorum non tres, sed quatuor celebrentur virtutes cardinales, justitia, prudentia, fortitudo, temperantia: tres quidem harum tribus animi facultatibus applicavit in superioribus, temperantiam concupiscibili, sectione trifaria, fortitudinem irascibili, enumeratione specierum quinaria, prudentiam intellectuali, subdivisione septenaria; cum igitur supersit justitia, illam jam comparat concentui omnium trium praemissarum applicatque toti animae; quia ut est in Graeco apophthegmate, ἐν δε δικαιοσυνῃ συλλαβοντι πασα ἀρετη ἐστι, justitia virtus omnis complexa tenetur. Qua re in parenthesi ista (haec vero est justitia) non consideratur tunc nude ut virtutum princeps, sed ut chorus virtutum seu dispositionum animi universus; non enim agnoscitur exornatio animi perfecta, ubi vel una virtutum deest.

CAPUT VI.

Comparatio generum harmonicae contemperationis cum generibus primarum virtutum. I)

Cum autem secundum utrumque virtutum principium, contemplativum sc. et operativum, tria sint genera II), in contemplativo quidem physicum, mathematicum, theologicum, in operativo vero III) ethicum, oeconomicum, politicum, quorum ista facultatibus non differunt, communes enim sunt trium horum generum virtutes, et inter se mutuo nexae; differunt vero amplitudine IV), praestantia et apparatus pompa ascititia; cum singulis horum trium utrinque generum tria harmonices genera, illis aequivoca, satis apte com-

parari poterunt, puta enharmonium, chromaticum v) et diatonicum; quae ipsa quoque differentias sortita sunt ex quadam magnitudine et mole, quae in elevatione aut contractione consistit. Nam tale quid evenit ratione tam situs quam potestatis ei, quod densum indensumque appellatur per illa genera. Et enharmonium quidem comparandum est cum physicis ethicisque habitibus, eo quod communis sit illis prae ceteris magnitudinis diminutio. Diatonicum vero theologicis et politicis habitibus respondet, propter ordinis et magnificentiae similitudinem in utroque. Chromaticum tandem mathematicis et oeconomicis assimilatur, eo quod communis utrinque sit mediocritas inter extrema circumstantia. Nam et mathematicae scientiae potissima parte versantur tam in physico genere quam in theologico; et oeconomicae participant ethicis, ratione privatae et potestatibus subjectae vitae, participant et politicis, ratione communitatis et imperii; e regione chromaticum similiter connexum est quodammodo hinc cum remissione et mollitie enharmonii, inde cum intensione et duritie diatonici; fit enim chromaticum, utrique reliquorum collatum, quemadmodum chorda, quae mese dicitur, est cum chorda proslambanomeno, duarum, quae diapason constituunt, acutior; cum nete vero est facientium diapason gravior.

Nota I. Jam in hoc capite virtutes non sunt amplius potentiae naturales, ut cap. 5, sed ut habitus exercitatione comparati circa certum aliquod genus rerum.

Nota II. Tria hic genera cantus veteribus usitata, diatonicum, chromaticum, enharmonium non inconcinne sane cum tribus virtutum tam theoreticarum quam practicarum generibus comparantur, humilibus, mediocribus, altis. Mihi tamen satisfactum est nondum. Quae enim utrinque similia allegantur, sunt tantummodo qualitativa vel quasi; quippe domus amplior est homine unico, civitas domo, et natura rerum corruptibilium res mathematicae, res theologicae quodam altitudinis et humilitatis conceptu inter se distinguuntur. Jam tria illa cantus genera non sola illa praetensa magnitudine aut condensatione distinguuntur, sed multo magis proprietate, ut fatetur Ptolemaeus ipse. Cum enim initio non penitus essent notae proportiones concinnorum omnium in uno diapason, continua subtractione toni majoris constitutum est systema diatonicum, sed durum et praeter naturam. Loquor autem de a. paratu et tensione instrumentorum. Nam quod vocem humanam attinet, illa naturale systema, quale ego lib. III. cap. 7. descripsi, sponte sequitur, et instinctu ipsius naturae et hujus ipsius vocis humanae comparatione, judicio sc. auditus, intellectum est, instrumenta sic tensa duriuscule, seu ut Ptolemaeus loquitur, συντονώτερον sonare. Additum est igitur chromaticum, quod duritiem illius emolliret, quod fortasse propius in nonnullis ad naturalem originem divisionis systematis accessit, sed et in quibusdam defecit, et ipsum enharmonium vero dedita opera fuit comparatum ad mollitiem, videturque illa chordarum condensatione vox tremula effecta. Haec mea est sententia de origine trium generum cantus apud veteres. De duobus vero generibus cantus, duro et molli, quae et Ptolemaeus juxta illam divisionem veterum agnoscit et nominat et de quibus ego ago cap. 6. lib. III, res est longe alia; non enim arbitrium humanum, non occasio aliqua, sed ipsa rerum natura illa monstrat et inter se distinguit. Sed in praesens maneamus in generibus tribus veterum.

Quomodo igitur hic virtutes nos comparabimus? Numquid sic, quod toni perfectio scientiae perfectae summoque rigori in moribus similis, et quod peccat in naturam, qui omnia vult comprehendere scientialiter, qui cum omnibus vult conversari stoice, laconice in verbis et factis et disciplina, omnia summo jure peragere, suum armis et vi repetere, cum id non ferat vel omnium rerum natura vel omnis vita humana, cum natura ipsa suadeat temperamentum? Denique quod sint aliqui habitus, a parte hominum pro virtutibus habiti, qui peccant in defectu? Sic est topica de rebus seriis et scientificis disputatio; sic humanitas, cultus, aulicorum mores, in vita; sic lenocinia morum et verborum, eloquentia asiatica; sic ars amandi, sic lenitas,

clementia, facilitas, remissio disciplinae, libertas popularis, submissio, obedientia, pacifica et servilis tranquillitas vel compositio. Tale quid exspectabam dici a Ptolemaeo, qui sciebat, Lacedaemonios publice punivisse introductorem generis enharmonii in suam rempublicam; qui etiam procul dubio sciebat, quid Aristoteles de proportione arithmetica et geometrica scripserit in justitiae speciebus observanda. Verum Ptolemaeus laborabat multitudine partium cantus comparandarum cum rebus ad animam pertinentibus. Cum igitur de his infra acturus sit alio capite, hoc loco contentum esse oportuit qualicunque similitudine.

Nota III. Operativarum virtutum principium est voluntas, contemplativarum intellectus.

Nota IV. Genera ait differre mole seu amplitudine, ὀγκῳ, quae consistat in elevatione vel contractione, puta *το ἐφειμενον ἢ συνεσταλμενον*. Cum virtutes, quarum differentias vult ad genera cantus accommodare, inter se distingui dixisset magnitudine quadam objectorum, censuit sibi etiam inter genera cantus magnitudinis aliquas differentias ostendendas esse, ut comparatio speciose institui possit. Quod igitur in ipsa serie distinctionis tetrachordorum non appellavit magnitudinem (omnia enim intervalla tetrachordi complexa sunt inter se aequalia), id jam hic respectu magnitudinis hujus circa virtutes appellat magnitudinem; quia sc. est habitudo quaedam chordarum seu sonorum tetrachordi ad se mutuo distincta magnitudine diversa intervallorum. Verum explicat ulterius, quomodo genera magnitudine diversa intervallorum sint inter se distincta, manente eadem semper totius tetrachordici intervalli quantitate, nempe secundum elevationem et contractionem; inesse enim in generibus id, quod densum et indensum appelletur, cui haec elevatio et contractio accidat, et ea quidem gemina, vel enim ratione positionis, vel ratione potestatis. Haec obscura sunt propterea, quia generum illa distinctio non est naturalis, sed artificialis tantum et instrumentalis hodieque non amplius in usu est; quare etiam voces ipsae desierunt. Dicam tamen, ut existimo facillime perceptum iri. Diatonicum libro suo primo cap. 13. appellat indensum, chromaticum vero et enharmonicum densa, illud minus, hoc magis. Ecce voces magnitudinis alicujus qualitativae, indensum, densiusculum, densum. Densitas censebatur trium sonorum de quatuor unius tetrachordi propinquitas ad se mutuo; sicut in physicis densum id est, in quo multum materiae coactum est in angustum spatium. Sic *ut*, *re* soni rarius intervallum faciunt, *mi*, *fa* densius, quod solum declarationis causa dico, non quod veteres hoc intervallum, quod in hoc meo opere semitonium appello, absolute inter densa habuerint. Nam addiderunt certam quantitatem, intra quam densitas ista reputaretur, si sc. ex tribus intervallis unius tetrachordi duo essent minora tertio simul sumta, quod usitata ratione canendi nequit declarari, sic tamen per claves organorum declarari poterit: sit tetrachordum inter *G*, *C*, exprimantur soni *G*, *B*, *H*, *C* et sit jam omissus sonus *A*. Est igitur inter *G*, *B* intervallum $^{6}/_{5}$ tertia mollis, et inter *B*, *H* est $^{75}/_{72}$ diesis; denique inter *H*, *C* est $^{16}/_{15}$ semitonium. Juncta vero $^{75}/_{72}$ et $^{16}/_{15}$ faciunt $^{20}/_{18}$ tonum minorem. Hic igitur *G*, *H*, *C* inter minus intervallum reducti sunt, quam *G*, *B*. Tetrachordum igitur *G*, *B*, *H*, *C* habet id, quod densum dicitur, quod consistit in contractione trium sonorum in angustum. At tetrachordum *G*, *A*, *H*, *C* est intervallis diremtum, suspensum, elevatum, denique indensum. Haec igitur contractio et elevatio est potestatis, quia quaeritur, quam potestatem habeant ipsa per se intervalla unius tetrachordi, contractivam an dilatativam? Est alia positionis, nam haec contracta intervalla vel supra sunt vel infra; unde voces ὀξυπυκνον, βαρυπυκνον, illud igitur habetur ἐφειμενον. Sic etiam in diatonico, cum canimus *ut*, *re*, *mi*, *fa*, hoc συσταλμενοτερον, ut et in diatonico, cum canimus *la*, *sol*, *fa*, *mi*, et *mi*, *fa*, *sol*, *la* etc.

Nota V. Chromaticum, respectu quidem diatonici, est contractum et molle, et respectu enharmonii est intensum et durum; ita chromaticum fit diatonico-enharmonium quoddam, fit et enharmonio-diatonicum quoddam.

CAPUT VII.[I)]

Quomodo mutationes in contemperatione harmonica comparentur cum dispositionis animorum mutationibus.[II)]

Ad eundem prope modum et mutationes de tono in tonum in systematibus conferre possumus cum mutationibus dispositionum animorum, in vita communi occurrentium[III)]. Nam sicut ibi, servatis iisdem generibus, fit aliqua in cantu permutatio, eo quod loci, per quos adsciscunt vim et efficaciam suam, diversi sint et serie quadam succedente consuetas sortiantur permutationes[IV)], sic etiam in mutationibus, quas vita communis affert, dispositiones animorum specie eadem flectuntur seu convertuntur quodammodo in dissimiles studiorum rationes evaduntque una cum formis status publici (quales illae existunt per singulas temporum occasiones ad compositiones sibi convenientiores); quale quid et in legibus ferendis usu venit, dum saepe leges transformantur in talem juris administrationem, quae sit accommodata praesenti conditioni temporum. Ita cum pacifica sunt tempora, civium animi magis ad quietem et aequitatem inclinantur, cum vero bellica, e contrario ad audaciam et contemtum. Rursum penuria publica et rerum necessariarum caritas temperantiam et humilitatem, earundem vero vilitas et abundantia ferociam et altos spiritus affert, et sic etiam de ceteris pro re nata dici posset[V)]. Ad eundem igitur modum et in mutationibus harmoniae cantus idem in acutioribus quidem tonis induit naturam magis excitatam, in gravioribus continentiam, submissionem et modestiam spirat. Nam et in sonis quo acutior quilibet, hoc intensior, quo gravior, hoc remissior est[VI)]. Merito itaque vel hic etiam toni intermedii et qui dorium circumstant comparabuntur cum mediocribus et bene compositis vitae moribus, acutiores vero et qui sunt circa mixolydium, cum inquietudine et audacia publica, graviores denique et qui sunt circa hypodorium, cum ignavia et socordia vitae de genere[VII)].

Adeo etiam cum ipsis melodiae facultatibus et efficacia compatiuntur et animi nostri e vestigio, quippe qui et cognationem cum proportionibus propriae sui ipsorum conformationis recognoscunt, et transformantur in certos motus, respondentes ipsis melodiarum proprietatibus; ut quandoque ad voluptates et luxuriam instigentur, rursum ad commiserationem et tristitiam revocentur, nunc veluti obvallentur et in soporem dentur, nunc erumpant et exsuscitentur, alias vero ad iram oestro perciti et divinis furoribus invasi; dum cantus alias aliter transmutat animorumque velut agmen educit ordinatque dispositionibus iis, quae similitudine proportionum earundem constant[VIII)]. Existimo autem huc et Pythagoram respexisse, dum jubet cum aurora surgentes, priusquam operis aliquid aggrediamur, musica uti cantuque miti et suavi, ut, si quae in animis exsuscitantibus e somno residua manserit turbulentia, ea prius in sincerum ordinem et tranquillitatem traducta, bene contemperati et consoni veluti efficiantur ad diuturnas actiones. Opinor autem etiam hoc, quod deos cum musica invocamus et cantu, sc. hymnorum (organi genus) et tibiarum et triangulorum Aegyptiorum, satis indicare, quod praesumamus animis, ipsos cum miti et benevola mansuetudine preces nostras accepturos.

Nota I. Duo sunt capitis membra, specie inter se cognata, re ipsa et respectu harmonices plurimum ab invicem diremta. Prior enim pars nihil ultra institutam comparationis concinnitatem habet; posterior de motu animorum ita cohaeret doctrinae

harmonicae, ut ea sine hoc capite manca videri possit, quippe cum genuinus cantus effectus sit animorum motus. Non igitur inter elumbes alias comparationes abjicienda, sed seorsim in illustri ipsius operis loco collocanda et tonorum differentiae ab ipso hoc effectu describendae mihi fuerunt libri mei III. capite 11.

Nota II. Duabus de causis hoc loco mutatur animorum dispositio, vel enim conditione temporum et affectionibus formisque reipublicae, vel cantu ipso. Illae mutationes sunt lentae, istae subitaneae, ut cantus ipse; illae universitatem civium attinent, istae singulos cantus auditores. De prima causa textus clarus est, cujus haec summa: studia abeunt in mores et consuetudo fit altera natura. Studia vero alia aliae temporum necessitates suppeditant. Huic mutationi morum publicorum comparatur mutatio tonorum in cantu et illam consequens mutatio affectuum. Quamvis igitur hae mutationum causae sint diversissimae, non frustra tamen conjunguntur eodem loco. Nam si legislator aut moderator reipublicae sciat, qui tonus quos cieat affectus in hominibus singulis, delectum habebit tonorum ex usu, accommodabitque hoc discrimen vel generaliter ad suae reipublicae formam, vel in specie ad praesentes reipublicae necessitates, nunc hos vetans, nunc illos; quia ex motu singularium animorum tandem per imitationem existit motus totius communitatis civium et ex crebra usurpatione melodiae certae, quae peculiarem habet emphasin, coalescunt denique mores consimiles.

Sic Lacedaemonii formam reipublicae legesque habebant militares, gravitatem et austeritatem spirantes; itaque quasdam cantus formas exturbarunt e civitate sua. Sic Romani, Britanniae statum formaturi, enervaturi scilicet militarem Britannorum virtutem, adsuefecerunt eorum juventutem theatris et cantibus lascivis. Vide hac de materia locum egregium et plane oratorium apud Vinc. Galilaeum in opere Italico, ubi de laudibus musices veterum agit. Hodie quoque apud Turcas unum solum idque durum valde et inconditum genus melodiae auditur, apud nos Germanos huic usui deputatum est tympanum, juncta tibia campestri sic dicta et tuba aenea, illud peditatus, haec equitatus classicum seu incentivum; et tuba quidem exprimit aliquid simile toni octavi; at non existimo, praecipuam in hoc vim inesse ad movendos animos militum, praesertim nostrorum Germanorum, qui plerumque rudes sunt musices et incapaces horum discriminum; plus movet et equos et viros claritas intensissima et clangor aeris. Multo id magis verum est de tympano, cujus sonus unicus est, modi seu tonorum formae omnis expers; itaque movet primo magnitudine ipsa soni materialiter (facit enim subsilire praecordia, sic ut sonus magnus cavitatem subiens psalterii aut testudinis chordas resonare facit intactas a plectro), deinde rhythmo seu mensura pulsuum. Et tamen ne hujus quidem rudimenti musices cura contemnitur in quibusdam Germaniae provinciis; est enim ubi in nuptiis popularium tympano locus datur, aliis musicis instrumentis interdicitur.

Nota III. Ptolemaeus omnes tonos trium facit generum; mihi in hoc opere duo genera, durum et molle, sunt duae tonorum differentiae contra se ipsos diremtae. Nam primus et secundus, quintus et septimus ex vulgaribus tantum sunt generis mollis, septimus et octavus tantum generis duri; soli tertius et quartus ambigunt inter utrumque genus. Potestate enim imitantur genus molle, specie seu clave systematica genus durum. Causa hujus diversitatis inter me et Ptolemaeum est, quia ipse respicit ad tria genera artificialia, ego ad duo naturalia.

Nota IV. In systemate octavae naturali, quale vox humana pererrat modulando cantionem aliquam, sunt loca ista, *G, a, b, c, d, e, f, g*, diversa et situ seu altitudine differentia, et sibi mutuo succedunt serie quadam sortiunturque permutationes consuetas, per concinna sc. intervalla, quae sunt tonus major, tonus minor, semitonium. Itaque mutatio toni *G* in tonum, cujus systema surgit ab *a*, fit per tonum *c* majorem, qui est inter *G*, *a*, sed mutatio toni ex *e* in tonum ex *f* fit per semitonium, quae sunt intervalla consueta. Nam Ptolemaeus libro secundo capite 11. demonstravit, non recte fieri, quod aliqui faciant quemlibet tonum a sibi proximo differre semitonio, cum haec divisio systematis octavae (in semitonia sc. 12, ut ipsi volebant) non sit consueta, hoc est non naturalis, quantum ad unicam aliquam modulationem. Nam systema

omne quod canitur, in quantum est unus et simplex cantus, semitonia tantum duo, nec ea deinceps, sed locis certis distributa complectitur.

Nota V. In animo sunt ista: 1) essentia animi, 2) diversae ejus partes, ut Ptolemaeus appellat, nos facultates dicimus, et cujuslibet facultatis certae species, nos generaliter appellamus potentias naturales, 3) virtutes habituales, contemplativae et operativae, 4) dispositiones temporaneae seu affectus. Igitur cap. 4. animum ipsum comparavit harmonicae facultati generaliter, cap. 5. facultates consonantiis, ut species seu potentias et habitus animi speciebus consonantiarum earundem diversis, et totum systema facultatum animi toti systemati consonantiarum, cap. 6. virtutum genera generibus cantus; hic ergo cap. 7. comparat studia publica et affectus singulorum tonis seu modis. Comparationis argumenta pene singula in singulis insunt verbis.

Primum erat in voce *consuetae*, alterum in voce *mutatio*, tertium nunc est in *identitate*. Intervalla systematis et series eorum consueta comparantur consuetis temporum conditionibus et veluti motibus rerum publicarum; ut quod Romana bellicosa fuit, Venetorum mercatoria. Mutatio cantus de tono in tonum comparatur mutationi reipublicae, et cum illa etiam studiorum publicorum de statu pacifico in bellicum, quia non minus crebro haec invicem succedunt in republica, quam illa in cantu. Identitas vero generum cantus in diversis tonis assimilatur identitati virtutum. Est vero justitia in pace, est et aliqua in bello; sed aliud ejus objectum est illic, aliud hic, nec idem ejus exercitium utrinque. In pace suum cuique tribuendum, etiam peregrino, in bello non tribuit suum patriae, qui parcit hosti, aut qui rigidam distributionem rerum inter cives etiam sic urget, ut ea bellicis necessitatibus impedimento sit. Ita fortis esse potest aliquis in pace, fortis etiam in bello, at minor memoria fortitudinis illic obscuriorque, hic vero major et necessitas et gloria hujus virtutis. Tota vero ista comparationis pars rhetoricae figurae similis est, probabilitatem sequitur, geometricum nihil sapit, nec causa alterius similium continetur in altero, quod hanc primam capitis partem attinet.

Nota VI. Erat hactenus nuda comparatio; nunc et causas attingit naturales, quae alii tono alias conciliat proprietates. Paulatim enim transit ad alterum membrum, ad quod ista magis spectant. Modus enim musicus per se ipse non est neque excitatus neque moestus, sed ut ipsae vocum Graecarum terminationes judicant, sic dicitur ab efficacia sua in animis. Videtur autem Ptolemaeus hic tonos sola altitudine distinguere, cum asserat, idem melos cani posse in diversis tonis. Atque etiam situ semitonii differunt, et serie reliqua concinnorum et reliquis rebus, quae sunt explicatae cap. 14. libri mei III. Itaque facultates istae ad movendos animos non insunt ipsis tantum propter altitudinem eorum in systemate perfecto, sed multo maxime propter genus et ordinem cuique suum concinnorum intervallorum.

Nota VII. Ptolemaeus lib. III. cap. 10. dorium facit altitudine medium, inde versus acuta phrygium, lydium, acutissimum mixolydium, et versus gravia: hypolydium, hypophrygium, hypodorium; quasi dorius obtineret clavem G in molli, phrygius A, lydius H, mixolydius C, hypolydius vicissim F, hypophrygius E, hypodorius D. Hac quidem in dispositione differt Ptolemaeus ab auctoribus ceteris.

Communiter enim ab auctoribus celebrantur tres veluti modi seu toni: dorius gravis et modestus, phrygius mollis et deliciosus et effeminatus, lydius bellicosus et iracundus et masculus, quod ego secutus sum cap. 15. libri mei III. Nomina traxerant a gentibus morum consimilium. Dores enim antiquae Graeciae populus erant, magistri optimi formandarum rerumpublicarum, quarum salus in conservatione morum antiquorum consistit, Phrygia Asiae beata provincia molles populos, Lydia contra bellicosos educabat.

Nota VIII. Alterum et praecipuum capitis membrum hoc est, quod quidem generalius et plenius erat tractandum; quod puto Ptolemaeum fuisse facturum, si opus, quod certum est imperfectum ab ipso relictum, et perduxisset ad colophonem et revidisset denique. Nam et non solae sunt mutationes modorum, qui affectus animorum transferunt, et ipsi modi pluribus etiam proprietatibus quam acumine et gravitate inter se differunt, et causae denique sunt evidentius explicandae, cur ista possint mu-

sicalia in animos. De quibus vide cap. 15. libri mei tertii saepe citatum, observa vero discrimen: aliud est, animas in genere delectari harmoniis, aliud etiam et amplius aliquid, affectus cum cantus modis consimilibus transferri; horum utrumque suam causam habet.

Prima igitur et satis conspicua causa, cur mutentur affectus ad praescriptum cantus, est ista, quod jam antea noti sunt homini dolentium ejulatus, gaudentium, metuentium, iratorum etc. voces diversae, licet inconcinnae. Ergo si aliqua etiam in concinnis inque generibus et modis musicis est affectio similis illis vocibus, illa commonefacit animam de causis, voces tales exprimentibus, sc. de affectibus idoneis. Jam vero proprium est animorum, affectu consociari cum aliis animis. Ex hac causa ceu ex fonte derivavi ego fol. 75 (185) libri mei omnes fere alias cantus proprietates. Altera occultior causa et delectionis in genere, et eam tanto facilius consequentis mutationis affectuum in specie, a Ptolemaeo tangitur in textu, cum admoneri ait animos a cantu propriae sui ipsorum conformationis. Sed ipse hanc conformationem intelligit, quam ipse tradidit, quae rhetorica saltem similitudine constat, non necessitate causali. Vult igitur animos ipsos et instinctu quodam agnoscere suam illam cum harmonica similitudinem, non minus quam Ptolemaeus ratiocinando eam agnovit. Atque similitudo illa, ut a Ptolemaeo quidem est instructa, non uno membro claudicat, videturque mihi minus accurata et pulchra, quam Ptolemaeo; nec minus tamen valent in meum animum proprietates cantus, quam in Ptolemaei. Arctior igitur aliqua necessitudo quaerenda est conformationis animorum cum conformatione harmonici cantus, si illam volumus inter causas videri correspondentium utrinque affectionum. Quo loco varias auctorum sententias inter se comparare nonnullum erit operae pretium.

Quod enim transmutationem cantus sequeretur translatio affectuum, id unum erat e praecipuis argumentis, cur philosophi in gente musicis studiis dedita jam antiquitus suspicarentur, in animorum formis et compositionibus insitas esse penitus harmonias. Pythagoras quidem hoc dogma adeo firmiter habuit persuasum, ut ex eo aliud abstrusius exstruxerit. Cum enim, ut in praeambulo libri tertii dictum, harmoniarum causas in numeris inesse persuaderetur idemque animus esset, qui et cum harmoniis in varios affectus transferretur et numerandi facultate polleret unica, triplici hac trium rerum, animi, numeri, harmoniae, inter se connexione motus pronunciare ausus est, ipsam mentis essentiam ex numeris constare; non iis quidem omnibus promiscue, sed ex illo tetracty, per quem jurabat, qui sc. colligeretur ex terminis harmoniae identisonae diapason, sectae per duas medietates, geometricam et arithmeticam, in morem duarum solidarum quantitatum, ut quae etiam duas medias proportiones recipiunt; qui termini sunt 6, 8, 9, 12, numero quatuor, summa 35, qui ideo harmonia est dictus, cui si unitas jungatur, fiunt 36, numerus accuratissimus quadratus de perfecto 6, et trigonicus, basi 8. Vide plura in allegato praeambulo. Hunc Pythagoram imitatus Macrobius animam affirmat esse intextam ex numeris musicis, animamque definit, quod sit numerus harmonicus se ipsum movens. Hermes vero Trismegistus, Pythagora procul dubio posterior, nec ita vetustus (sententia doctissimorum virorum), ut jactant nonnulli, fontem animarum profitetur octonarium, intelligens, ni fallor, hunc trigonicum 36, basi 8; nisi desumserit ex Macrobio, qui theologorum Musas novem interpretatur de sphaeris octo mundanis, et communi earum concentu. Id vero videtur alludere ad figuram quadratam ex novem punctis factam, quorum octo circumstant exterius, unum intus in medio est in decussatione linearum. Idem Hermes in Poemandro mentem hominis per harmoniam ait esse delapsam, vicissim vero, solutam vinculis corporis facultatumque inferiorum, per eandem harmoniam reversuram in sedes pristinas; quod totum, ut audiemus, ex Platone est et forte ex Macrobio. Timaeus enim apud Platonem, Pythagoricus et ipse, animam mundi ait factam ex septem his numeris, ex unitate 1, pari primo seu femina 2, impari primo seu mare 3, horum quadratis 4, 9, et cubis 8, 27, qui duo juncti faciunt 35. Ex his vero numeris harmonias et ipse omnes se demonstrasse credidit. Ejus igitur interpres Macrobius Platonicis numeris mundi animam ait esse conceptam et inesse illi causam musicae; et necessitatem rationis a coelestibus non recedere, ergo compositos in coelo sonos (con-

sonantias) esse, et coelestem animam, qua animatur universitas, originem ex musica sumsisse.

Ita etiam Timaeo harmoniae et anima mundi ex eadem numerorum origine sunt. De animis vero ceteris Timaeus iste non minus cum Hermete videtur sentire, quod creatorem Deum introduxit, infinitos animarum exercitus, ex illa numerorum harmonicorum massa factos, distribuentem inter planetas et stellas fixas, velut in quodam reconditorio, unde illae suis singulae temporibus in corpora animantium demitterentur. Cur ita censeam, haec cum Hermeticis convenire, causa est, quod cum planetae septem celebrarentur, fixarum sphaera octava, Timaeus igitur octonarium quendam, non abstractum, sed concretum sphaeris mundanis designat animarum habitaculis ante immersionem earum in corpora; jam vero et Hermetis discipulus profitetur, se priusquam nasceretur fuisse in octonario. Macrobius quidem, explicans illud Scipionis Ciceroniani »hinc profecti, huc revertuntur«, haec omnia clarius et fusius explicat. Et mundi quidem animam fontem appellat animarum et quomodo sit animis habitaculum in via lactea, antequam in corpora velle reverti incipiant, explicat ex Pythagora, et quae series sit descensus earum per signa, initio facto a Cancro, perque sphaeras omnes, et quomodo per numeros harmonicos innexae corporibus, iis numeris disturbatis solvantur eodemque redeant, unde profectae sunt. Idem tamen Hermetis non meminit, cum Plotini et Numenii et Porphyrii ceterorumque meminerit; videntur igitur coaetanei fuisse. Ego nisi auctor essem ipse capitis 10, quod epilogum facit libri mei V. Harmonicorum, et nisi me prius illud scripsisse liquido scirem, quam istam philosophorum inter se collationem instituerem, jurassim, ibi corrigi hanc philosophiam animasque non disseminandas inter planetas et stellas fixas, sed cogendas in fixum in gremio mundi Solis globum, interimque dum corporentur pascendas harmoniis motuum, ex planetis omnibus in Solem illabentium, occulte insinuari. Huc enim valde plausibiliter traheretur hymnus ille Procli, ex eodem sc. penu depromtus, cum Platonicus et Pythagoricus fuerit philosophus, in quo hymno, postquam Solem philosophus salutasset regem *ignis mentalis* et dominum *vivifici fontis*, eidemque claves ad mundos materiales, vitae sc. indigos, credidisset, subdit hunc versum: Ὑψόθεν ἁρμονίας ῥύμα πλούσιον ἐξοχετεύων, intelligens, ni fallor, animarum rivulos per harmoniam in sublunaria defluentes, de quibus Virgilius, ex eadem sc. Italica philosophia, ut Aristoteles appellat,

> . . . . . *mens agitat molem*
> *Inde hominum pecudumque genus, vitaeque volantum*
> *Igneus est illis vigor et coelestis origo*
> *Seminibus.*

Eodem referet Apollinem, cythara mulcentem saevientes tempestuosae geniturae fluctus; et paeana ex eodem Titanis et Phoebi sodalitio, qui viribus et victoria exsultans, *impleat harmoniae vastum dulcedine mundum*, quae, quamvis poetica, Proclus tamen philosophus ad victoriam animationis trahit, qua factum, ut contumaci materia sub jugum informantis animae missa, concentus existeret suavitatis ineffabilis, ex naturae scilicet cursu non impedito. Sunt autem omnia Hermetica. Nam Poemander eandem suavitatem repraesentavit imagine coitus mentis cum natura. Fuit et Aristotelis tempore secta philosophorum, quae animam dixit esse harmoniam, definiens harmoniam contemperationem et compositionem contrariorum, ut est libro I. de Anima.

Haec igitur Pythagorica philosophia de anima cum non videretur Ptolemaeo causalis, absurdum hoc habens, quod numeri abstracti et harmoniae subjicerentur animae pro essentia, cum tamen harmonia sit ipsa aliorum aliquorum, puta terminorum quantitate inaequalium, eorum sc. inter se compositorum relatio seu proportio, anima vero neque ipsa terminorum (elementorum corporis) compositio possit esse, neque illorum proportio, essentialiter, inquam, sic ut differentes res sint et ab invicem discretae, hinc termini comparati, inde anima. Ptolemaeus igitur harmonias per numeros quidem et ipse format, sic vero formatas non essentiam facit animae, sed saltem similitudinem et conformationis rationes utrinque cognatas.

Mihi causa valentior est distinguendi inter harmonias ipsas rerum sensiles inter-

que essentiam animae; e contrario vero majorem etiam quam Ptolemaeus animorum cognationem cum abstractis harmoniis doceo. Nam, ut jam concedatur, animas ex numeris constare essentialiter, harmoniarum ego numerorumque vincula solvo, ut est in praeambulo libri III, quibus dissolutis animorum etiam et harmoniarum sensilium in diversa abeunt essentiae. Vim enim omnem numerorum aut nego aut ad geometriam figuratam transfero, ut cum lib. III. cap. 15. archetypum generationis et distinctionis sexuum non ex numeris ipsis peto, in quantum numeri, sed ex figuris, quae formantur a lineis, per hos numeros effabilibus. Insunt enim numeris dotes vulgo jactatae a rebus numeratis, sicut insunt in intellectu res forinsecae per species. Numerus enim causa talis qualitatis (ut trigonicus) nihil est aliud, quam conceptus mentis, videntis aliquam rem numeratam, cui inest illa qualitas, sed in partes (puta trigonus), aut videntis generaliter omnia, quae sic disponi possunt, ut existat figura trigoni, omnem sc. sic comparatam rerum multitudinem, agnoscitque aliud esse res ipsas, aliud earum numerum, aliud figuram trigonicam. Et numerus respectu concursus tot qualitatum est conceptus reduplicatus, sc. est conceptus conjunctionis plurium talium conceptuum in unum. Ideo Proclus excusaturus Pythagoram dicit, illum usum esse numeris pro velo, res ipsas tradidisse sub fide silentii; ita hic, nisi prius ex circuli natura existerent diameter, tetragonus et trigonus, et nisi hae figurae et lineae propter demonstrabilitatem inter entia scientialia essent proque pulchris agnoscerentur, non esset in numeris 1, 2, 3, 4 ulla vis et pulchritudo, auctor suavitatis harmoniae in chordis totidem partium. Si non in 1, 2, nec igitur in 6, 12, et si non in 2, 3 et 3, 4, nec igitur in 6, 9 et 9, 12, uti nec in 8, 12 et 6, 8, quia hi illorum multiplices proportionem habent cum iis eandem; et si non in 6, 8, 9, 12, nec igitur in summa eorum 35. Posset idem etiam de formatione tetractyum dici ad dissolvendam cognationem numerorum et animarum. Nam tetractyes sunt numeri triangulares, at unitates 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36 etc. non possent ordinari in triangulum, si praeter numeros nihil sciremus. Idem de forma quadrata teneatur, quia tetractyes 36 et 1225 commendantur et a trigonica et a quadrata forma: illic bases 8 et 49, hic latera 6 et 35. Sed missa hac cognatione, agamus in praesens res nostras.

Dico igitur amplius: non ideo numerus 35 est harmonia dicendus aut harmoniae auctor habendus, quia unitate minor est quam 36 (ille sc. simul et quadratus et trigonicus et duplici figura rectangulus), nam unitas demta efficit, ut jam reliquus 35 sit horum nihil amplius, at nec ideo, quia 35 est latus de quadrato 1225, qui idem est et trigonicus, vim nactus est harmonicam, nam neque idem est 35 latus cum quadrato 1225, neque 1225, cum quadratus est, tunc habet speciem trigonicam, neque si hanc induit, simul et illam habet, nec basis ejus 49 eadem est cum 1225, summa omnium triangulum formantium; neque haec summa continet causas vel etiam numeros harmoniarum. Sed nec ideo, quia 35 constat ex primis cubis 8 et 27: in cubis enim non inest causa harmoniarum; nec etiam ideo, quia 35 constat ex 6, 8, 9, 12, quibus exprimitur duplex divisio ipsius diapason in consonantias primas et praecipuas; nam si hi numeri in unam summam confundantur, non amplius praestant hoc, et quod id praestant separati, non inde habent, quia tanti sunt tantamque summam conficiunt, sed quia aeque multiplicium proportio est eadem. Et cur 35 potius harmonia dicatur, quam 10? Hic enim perfecte est trigonicus, hic a quaternario in basi primus est, cui tetractyis nomen competit, cujus membra 1, 2, 3, 4 plures designant harmonias, dissonum nihil, cum in illis quatuor membris numeri 35, duo 8, 9 tonum designant, intervallum dissonum. An toni, ut ex concinnis praecipui, admixtio desiderabatur, quia cantus concinnis intervallis constat? Cur igitur non potius 683 harmonia dicatur, quia colligitur ex 50, 72, 75. 80, 90, 96, 100, 120, quibus omnia concinna omnesque harmoniae designantur? Verum irrita sunt ista et similia omnia. Non enim eo delectatur anima harmoniis, quia communiter et hae et illa ortae sunt ex numeris, falsum nempe hoc est, sed nec propter illam a Ptolemaeo traditam analogiam superficiariam in harmonica et animae dotes habitusque varios (de affectibus animi dictum est supra), sed propter hanc arctiorem cognationem, quod harmoniae formaliter et per abstractionem sumtae sunt comparationes, mentis opus, et comparationes

quidem partium circuli per figuras geometrice divisi; animi vero sunt non nudi numeri, sed circuli quidam potentiales, idque formaliter, seu potius imagines Dei, in quo circuli idea aeterna. Vide lib. IV. cap. 8.

CAPUT VIII. [I)]

De similitudine perfecti systematis [II)] cum circulo per medium signorum.

Familiaritates igitur animorum humanorum cum harmonicis per hactenus dicta nobis ob oculos positae sunto [III)]; inventae sunt enim, ut compendio complectar omnia, identisonantiae et consonantiae per primarias animae partes distributae, formae vero cantuum per formas virtutum [IV)]; sic differentiae circa tetrachordorum genera generibus virtutum dignitate et magnitudine differentibus [V)], et translationes de tono in tonum mutationibus morum in occurrentibus vitae circumstantiis sunt comparatae. Restat, ut hoc etiam confirmemus, coelestium suppositiones ad proportiones harmonicas esse conformatas [VI)]. Ubi gemina via incedemus, una communi, de omnibus aut quam plurimis; altera singulari, de singulis eorum, quae particulatim comprehensa sunt [VII)]. Priorem et communem hinc ordiemur; quod enim initio videmus, sola intervallari motione et sonos pertransiri absolvique et similiter motus coelestes locales, sic ut nullam illa alterativam mutationem substantiae secum trahat, ea ipsa re evincitur quodammodo propositum [VIII)].

Alterum argumentum hoc est, quod et coelestium corporum revolutiones omnes circulares sunt et ordinatae regularesque, et systematum harmonicorum absolutiones redintegrationesque similiter habent [IX)]. Nam etsi extensio ordinatioque sonorum in recta linea veluti succedere videtur [X)], at facultas et quod soni certo modo sunt inter se comparati (qui modus ipsorum proprius est) determinatur et constringitur in unum eundemque circuitum ad normam motionis circularis [XI)]; acsi ne sui quidem principium aliquod natura detur, sed positione solum assumatur alias aliud, in locos ordine succedentes progressuris. Sive ergo quis circulum signorum mentis imaginatione secet in alterutro punctorum aequinoctialium et veluti explicatum inque longum extensum applicet systemati perfecto disdiapason secundum aequales longitudines, punctum alterum aequinoctiale, in quo sectio non est facta, incidet in mesen; at circuli secti terminus alter in proslambanomenon, alter in neten hyperbolaeon; sive e contrario systema disdiapason in circulum contorqueas potestate, et coaptatis invicem nete hyperbolaeon et proslambanomenon duos sonitus in unum redegeris, unio haec diametraliter quidem opponetur ipsi mese, nexus iste erit vero ad ipsam concordans in identisono diapason [XII)]. Quin etiam hac via probabilitas hujus comparationis stabilitur, quod non absimilia contingunt oppositioni diametrali in circulo iis, quae circa diapason accidere demonstravimus [XIII)]. Nam in oppositione comprehenditur ratio dupla inter totum circulum et semicirculum [XIV)], plurimumque aequalitatis prae ceteris [XV)], et quod per centrum circuli una sola diameter necessario incedit, quae prima causa est aequalitatis figurae [XVI)], quodque quae aliter traducuntur, etsi circumferentiam totam in quotcunque partes aequales dividant, at non sic et totum planum, diameter vero et circumferentiam et planum similiter [XVII)]. Hinc est, quod configurationes astrorum zodiaci diametrales inter

omnes alias efficacissimae solent esse, quemadmodum et sonituum illi, qui inter se diapason efficiunt [XVIII]).

Nota I. Ab hoc octavo capite usque ad decimum sextum Ptolemaeus demonstrare nititur, totam naturam contemperationis harmonicae reperiri inter motuum coelestium conformationes et eorum accidentia per partes singulas. Nam zodiacum circulum esse quoddam veluti systema perfectum, probat cap. 8. Capite vero 9. aspectus planetarum sunt illi consonantiae. Cap. 10. motus planetarum in longum sunt quidam cantus seu ductus vocis per sonos invicem sequentes. Cap. 11. motus eorundem in altum faciunt quaedam cantus genera. Cap. 12. evagationes in latum sunt quaedam varietas modorum seu tonorum. Cap. 13. configurationes seu habitus planetarum ad Solem aequiparantur dispositioni tetrachordorum in systemate. Cap. 14. planetarum sphaerae primae sunt stabiles soni in systemate. Cap. 15. planetarum motus videntur a Ptolemaeo haberi quasi pro mobilibus sonis in systemate. Cap. 16. planetarum familiaritates sunt ut stabilium sonorum (forte et mobilium) consonantiae: ut ita totum thema coeleste tali systemati musico respondeat.

Nota II. Systema perfectum quid sit, Ptolemaeus lib. II. cap. 4. explicavit ex sua sententia; nam alii aliud pro perfecto habuerunt. Ptolemaeus duorum diapason amplitudini hoc nominis dedit: ut si eadem omnium chordarum tensio esset, longissima brevissimae, proslambanomenos sc. netes quadrupla, meses vero dupla esset. Etsi libri sui III. cap. 1. mechanicae commoditatis causa et ut utrumque diapason intervallum eadem forma sectionis monochordi absolvi perficique possit, duplicem suadet tensionem in lyra, unam pro inferiori diapason, chordarum crassiorum, alteram pro superiori, graciliorum: ut ita, si mesen quis duplicem statuere vellet, crassae quidem chordae tensio omnium fortissima, gracilis vero omnium languidissima, sonum eundem edant. Est igitur perfectum systema quindecim chordarum, totidem concinnos et legitimae consonorum divisioni accommodatos sonitus edentium, in unum instrumentum musicum coaptata series. Hoc systema musicum ait similitudinem habere cum circulo zodiaco.

Nota III. Initio repetit eorum summa capita, quae hactenus de animarum cognatione cum harmoniis disputavit, et consonantias quidem distributas ait per primarias animae partes; id factum cap. 5.

Nota IV. Formas (ideas) cantuum per formas virtutum. Factum cap. 6. Quas nempe hic ideas, ibi appellavit εἴδη, species, et tres diatessaron species sunt comparatae tribus habitualibus speciebus et tribus concupiscibilis facultatis virtutibus; quatuor diapente species, quatuor sensualis animae et quatuor irascibilis facultatis virtutibus; septem denique diapason species, septem intellectualibus muniis et septem intellectus virtutibus. Respectu harum specierum tetrachorda systematis vel sunt conjuncta, synemmena, vel disjuncta, διαζευγμένα; et dantur ista tetrachordorum genera.

Nota V. Differentiae circa tetrachordorum genera sunt istae, quod tetrachorda vel inter stabiles vel inter mobiles sonos sunt comprehensa, et tunc cantus ipsius tria existunt genera: diatonicum, chromaticum, enharmonium, de quibus hic agit. Nam tetrachordorum differentiae multiplicantur cum generibus hisce cantus. Jam vero cap. 6. consideratae sunt virtutes secundum differentias dignitatis et magnitudinis, et comparatae sunt generibus cantus, quare etiam, ut hic ait, tetrachordorum generum differentiis.

Multiplex ista distinctio confusionem parit, quam ut caveas perpende, quasdam magis ad tetrachorda velut ad instrumentum musicum pertinere, quasdam vero magis ad cantum ipsum, et nota subordinationem:

In tetrachordo, ut instrumento, sunt genera synemmena, diazeugmena.	*Differentiae inter stabiles et inter mobiles phthongos.*
In cantu ipso per tetrachordum modulando sunt: species consonantiarum, diatessaron tres; diapente quatuor; diapason septem.	*Genera cantus: diatonicum, chromaticum, enharmonium.*

Translationes de tono in tonum comparatae sunt mutationibus morum publicorum et affectuum cap. 7. Videntur autem coincidere ista: 1) species diapason et 2) toni seu modi musici. Et sane verum est, quatenus toni serie intervallorum concinnorum differunt, omnino mihi coincidunt, at quatenus acumine et gravitate, ut Ptolemaeus illos distinguit, aliud sunt species diapason, aliud toni seu modi, danturque in eodem tono species diversae diapason, magis vero diapente et diatessaron.

Nota VI. Jam ad coelestia transit; coelestium suppositiones appellat ea sc., circa quae sidera coelestia sunt occupata, ut eorum motus, sphaerae, configurationes, familiaritates. Nam libri cujusque haec vel illa hypothesis dicitur esse, et Graeci scopum actionum susceptarum appellant earum hypothesin, quasi propositum.

Nota VII. Partitur tractationem in duo capita: primum vult generales afferre comparationes de omnibus, id est quae omnes planetas in genere attinent, vel de quam plurimis, scilicet quia non omnes aspectus omnibus planetis competunt, fere tamen de omnibus. Secundo vult de singulis, intellige planetis, de iis, quae particulatim vel quae aliis aliter inesse deprehenduntur. Priore via per capita quinque deinceps incedit, posteriore per 14. 15. 16. libri III. incedere decreverat, ut indicant tituli; at non absolvit, quia viam ingressus est imperviam.

Nota VIII. Comparationem inter se generalium orditur Ptolemaeus a systemate perfecto et a zodiaco. Nam ut in systemate perfecto omnes insunt chordae earumque intervalla, genera, species differentiaeque tam tetrachordorum, quam consonantiarum cantuumque et modorum seu tonorum, sic etiam sub zodiaco incedunt omnes planetae cum triplici genere motuum, in longum, latum et altum. Comparationis autem argumenta affert praecipue quatuor: primum a motuum similitudine et simplicitate, secundum a reditu motuum in se ipsos, tertium ab oppositionis configuratione, simili oppositioni meses et extremarum, quartum a consimili magnitudine potestatum, oppositionis quidem inter configurationes, diapason vero inter consonantias.

Primum argumentum hoc est: dantur in zodiaco intervalla, dantur etiam in systemate intervalla; et per illam quidem trajicit sidus aliquod, per ista vero cantus transit, motus sc. utrinque est localis. Intervalla quidem zodiaci qualia sint, per se patet, at intervalla in systemate gemino sensu insunt. Primum enim materialiter et organice distant ab invicem chordae, sic ut unaquaelibet seorsim a ceteris pulsari possit; et in codice Ptolemaico pinguntur chordae systematis lineis erectis inter se parallelis, illarum igitur aliae ad sinistram magis recedunt, aliae ad dextram, distantes ab invicem, id est intervallatae. Et haec organica distantia peperit nomen intervalli in musica, quod deinde etiam ad alias translatum fuit significationes. Secundo enim voces intervallum, distantia, sumuntur etiam de differentia potestatis sonorum in acumine et gravitate, quia vocem acutam dicimus altam, gravem profundam, cum intervallum aliquod insinuent inter se comparatae; sequitur ut etiam in sensu musico inter sonum altum et profundum concipiatur intervallum metaphoricum. Prior itaque significatus vocis intervallum locum praecipue habet hoc octavo capite, posterioris ratio major habebitur capite sequenti nono. Et quia vocem graecam unam ego duabus latinis reddidi, »pertransiri absolvique«, earum prior quidem respicit ad primum significatum, posterior vero ad secundum; illic motus est plectri per chordas locis distantes, hic vero permutatio potius est sonorum acutiorum cum gravioribus. Absolvuntur autem seu constituuntur soni omnes primum in monochordo etiam motu aliquo ephippii per intervallum illud, super quo tensa est chorda unica, ex quo deinde instrumento soni singuli in singulas chordas per tensionem illarum transferuntur.

Non ponit tamen Ptolemaeus praecipuam argumenti vim in uno vel altero horum motuum localium, sed inculcat ejus solitudinem utrobique, et videtur hoc velle dicere: sicut in lyra plectrum vel in monochordo ephippium sursum deorsum errans diversosque sonos illud eliciens, istud determinans, non tamen mutat systematis vel monochordi speciem et figuram, sed eandem semper, ut quoties lubet eandem rursus cantionem, eosdem sonitus elicere possimus: sic etiam in coelo translatione siderum de loco in locum nullam corporibus ipsis inferri mutationem, neque iter in coelo, zodiacum, vetari excedere. Hujus argumenti vim Macrobius in Somnium Scipionis videtur

expressisse magis emphatice, cum ait: numeros animae mundanae penitus inditos causam praebere et mundani motus et musicae continentiae. Item alibi haec in corpore mundi intervalla esse ad imaginem contextionis animae; quod tamen magis pertinet ad cap. 14.

Nota IX. Etiam in secundo hoc argumento condensat emphases. Nam et ordinata regularitas utrinque inculcatur obiter, et circularis connexio prolixe. Dicit, sicut motiones coelestes (zodiacum autem circulum, sub quo illae incedunt, subintellige) in se ipsas reflexae sint, sic etiam in systemate perfecto sonorum ordinem quodammodo in se ipsum redire, non tamen omnimode.

Nota X. Nam planeta quidem emensus totum zodiaci spatium redit in illud ipsum punctum, sub quo constiterat initio, et in ipso zodiaco initium et finis sunt unicum et plane identicum punctum; at in lyrae sonis neque loco neque potestate idem plane est initium cum fine. Chordae enim parallelae inter se tensae sunt ordine suo, a sinistris ad dextras velut in lineam rectam procedente, ubi longissime distat initium a fine. Ordini linearum erectarum tribuit lineam veluti rectam, quia intervalla binarum et binarum dimetitur aliqua recta, secans illas perpendiculariter. Eodem modo et ratione potestatis, quando incipit plectrum a sono gravissimo procedens versus acutiores, non redit ille ordine ad pristinum gravissimum, sed continuo tendit ad acutiores, et in fine systematis pervenit ad omnium acutissimum. Hanc diversitatem musicalium a coelestibus fatetur Ptolemaeus, hoc tamen non obstante alium aliquem respectum identitatis invenit, quem comparat cum identitate principii et finis in circulis et motionibus coelestibus.

Nota XI. Is vero respectus non est ipsius per se acuminis et gravitatis sonorum (etsi etiam hae sunt differentiae quaedam generales facultatum in sonis), sed est primo specialioris alicujus sonorum facultatis, quae est sonorum ex opposito identicorum, seu, ut nostri musici appellant, diapason facientium; secundo est respectus etiam mutuae habitudinis sonorum, quae propria est illis sonis quindecim in systemate perfecto. Nam quia Ptolemaeus statuit septem species diapason, illae in uno et eodem simplici systemate unius diapason non possunt ostendi, nisi subinde chordas ejus octo aliquas aliter atque aliter tendas; at si duo diapason systemata cum chordis quindecim conjungantur, hic jam omnes species diapason designari possunt. Vide ex meo libro III. cap. 15. Ergo si maxime jam tertium adjungeretur, non inde elicerentur novae aliquae species ipsius diapason, sed eaedem rursus, quae primae erant in perfecto systemate, tantummodo sub acutioribus sonis comprehensae. Et sic gemina ratione fit, ut etiam in systemate perfecto vox in circulum quodammodo redeat, primum ratione vocum singularum, quia postquam a G omnes diversum quid sonuerunt, octava demum g idem quodammodo sonat cum G, et iterum quindecima gg idem cum g et cum G, deinde ratione seriei vocum octo, quae series, si altiores adderentur chordae systemati perfecto, eadem rediret; quo nomine omnes species diapason ab unico systemate perfecto determinari et in illud constringi recte dicuntur. Et ut in circulo sola positione datur principium, non etiam natura, sic etiam in hoc perfecto systemate usu venit, ut inter infinita diapason unaquaelibet illarum chordarum systema incipiat neque ea septem ejus species diapason justa serie ordinet. Et amplius, si lubeat, species illa diapason, quae tenditur ab A in a, potest etiam incipi ab a, et extendi per locos ordine succedentes ultra supremam chordam gg, quodque excedit (cum non prorogetur systema perfectum usque in aa) potest ab infra, a G in A addi; erit enim eadem species potestate intervallorum, perinde ac si suprema g vel dextima gg juncta esset imae vel sinistimae G, ut jam sequitur.

Nota XII. Zodiaci principium est punctum aequinoctiale vernum seu initium Arietis, et hoc nobis. At ejus loco in zonis meridionalibus est principium Librae. Haec puncta etsi natura motuum monstrat, at non pro necessariis zodiaci principiis obtrudit, possemus enim illam etiam aliunde incipere, bonam rationem secuti. Valet igitur hoc initium thesi, sic tamen, ut haec positio causas probabiles a natura mutuetur. Si ergo, inquit, in systemate perfecto mese aequalibus intervallis remota sit et a proslambanomeno et a nete, et si circulus zodiacus in longum extensus, sectione

in aequinoctio facta, aequaverit longitudine hoc intervallum systematis totum a proslambanomeno ad neten, aut si chartam, in qua pictae sic sunt chordae quindecim erectae parallelae, contorqueas, sic ut in se mutuo congruant proslambanomenos et mese, tunc ut Aries Librae, sic duae istae extremae ipsi mese opponentur; subintellige: et apparebit, quod ante dictum, quomodo species diapason undique sine discrimine principii et finis in hoc circulo systematico designari possint.

Nota XIII. Probat tertio comparationem hanc systematis cum zodiaco, quia valde probabilis sit illa ipsa oppositionis ratio, quae sequitur, si diagramma systematis dicto modo redigas in circulum. Vides autem, Ptolemaeum non profiteri demonstrationes, sed saltem probabilitates. Etsi, quae jam attingit, demonstrationis leges facile patiuntur. Oppositio diametralis est terminus astrologicus, idem quod aspectus oppositus.

Nota XIV. Potest, inquit, circa aspectum oppositum concipi proportio dupla inter totum circulum et utrumvis semicirculorum, quos distinguunt inter se planetae oppositi; subsume: sicut proslambanomenos meses in hoc systematico circulo sibi oppositae, mese vero netes dupla est in tensione per omnes aequali, et generaliter, sicut chordae, inter quas est diapason, aeque tensae sunt inter se proportionis duplae.

Nota XV. Prae ceteris configurationibus plurimum est aequalitatis in configuratione diametrali; subsume: sicut etiam inter sonos proslambanomeni, meses et netes quaedam velut aequalitas est seu identitas, nam intermediae chordae altrinsecus diversisone consonant aut plane dissonant. Aequalitas aspectus oppositi haec est ex libro meo III. fol. 17 (139), quia per diametrum totus circulus dividitur in partes duas inter se aequales, cetera figuralia latera dividunt in inaequalia, ut latus quadrati in unum et tria etc.

Nota XVI. Quando circulus per figuras dividitur in partes, quotcunque partes aequales fiunt ex circulo, totidem rectis subtensis peragitur inscriptio; et cum circulus in duas aequales partes est dividendus, hic non etiam duabus rectis, sed una sola per centrum ducta opus est, quae repetita in se ipsam coincidit fitque potestate duae, actu una. Subintellige: et sic etiam se res habet cum sonis, diapason facientibus; nam post multas diversisonas consonantias, quae sunt ab unisono, tandem consonantia diapason fit identica quodammodo; sonus enim acutus cum gravi in idem recidit et quodammodo unitur ei.

Nota XVII. Hoc dicit esse primam causam seu principium aequalitatis figurae. Hoc multis modis potest intelligi, vel generaliter, quod ἐφαρμοσις ista rectarum planorumque ut et angulorum sit principium demonstrandi aequalitatem figuratarum quantitatum planarum praecipue, vel in specie de lineis, quod ex centro ad circumferentiam et sic etiam ad opposita puncta quaecunque circumferentiae rectae omnes inter se sint aequales, ut figurae vocem etiam de linea accipiat. Vel sic, quod haec sit causa et principium aequalitatis ejus figurae, quae circulus dicitur; principium quidem, quia circulus describitur aequalitate hujus lineae. Vel sic, quod aequalitas linearum (qualis spectatur etiam inter diametrum et se ipsam repetitam) sit principiorum unum, quibus constituuntur aequales figurae. Vel sic, quod id, quod diameter semper ejusdem est longitudinis, sit principium demonstrandi figuram regularem, quae demonstratio consistit in aequalitate lineae vel ejus potentiae et similium cum certis partibus diametri. Vel denique referuntur haec verba ad sequentia, sc. quod lineae ceterae per planum circuli traductae circuli quidem circumferentiam in partes aequales distinguere possint, at non simul et planum circuli, haec diameter vero et circulum et planum similiter in aequalia, ut ita circulus hic jam causa sui plane dicatur figura, et figurae aequalitas sit haec ejus bisectio in duo plana semicircularia.

Nota XVIII. Quarta causa comparationis est haec: in musica consonantiam diapason, qualis est inter mesen et extremas, in astrologia vero configurationem diametralem, qualis est inter puncta aequinoctialia, pro fortissimis agnosci. Ptolemaeus hanc non ut causam proponit comparationis, sed hoc ipsum ceu consectarium ex praemissis geometricis, veluti causis archetypicis, deducit. Haec igitur est genuina textus Ptolemaici sententia, in qua, quantum favore conatum Ptolemaei in genere prosequor,

quod demonstrare nititur, motus coelestes rationibus harmonicis esse comparatos, tantum controversiae eidem moveo super modis, quibus hoc fieri potest. Nam in hoc quidem capite sive res inter se comparatas, sive priora duo argumenta comparationis intueamur, nihil sane inveniemus, quod genuinam rerum naturam et connexionem inter se causae et effectus sapiat. Primum enim ex una parte zodiacus, ut is quidem incipit a fixo quodam puncto, est circulus imaginarius in sphaera extima, in quo ipso nullus planetarum incedit, sed bene sub eo omnes incedere videntur. Ex altera vero parte systema perfectum est inter organa et pene nihil aliud, quam artis opus. Quod ut appareat quam vim habeat, notari velim, in re harmonica multa quidem inesse membra, sed non omnia ejusdem ordinis; sunt enim pauca aliqua prima ortuique proxima, secunda primis superstructa, tertia secundis, quarta tertiis Prima sunt sectiones harmonicae circuli septem, hae immediate ex ipsa geometria circuli figurarumque inscriptibilium oriuntur. His igitur, quae a circulo defluxerunt, harmonice jam secundo multa miscet, quia chorda, primum subjectum transfusarum circuli divisionum, est linea recta. Fit igitur hac rectitudine, ut non tantum chorda integra derivet in se divisiones circuli demonstrabiles, sed etiam quaelibet ejusdem totius chordae pars easdem divisiones circuli suscipiat. Id vero in circulo non quovis modo fieri potest, non enim, si totus circulus geometrice dividi potest in tria aequalia, propterea etiam ejus tertia aut quinta aut quaevis pars similiter in tria geometrice dividi poterit. Causa est in excellentia circuli prae linea recta. Nam circulus perfecte figuratus est, quippe a se ipso definitus et determinatus; recta, etsi noscitur figuratione rectitudinis, non tamen determinatur ab hac sua figuratione, quia per hanc licet illi in infinitum excurrere; opus igitur habet punctis, alterius lineae sectione factis, ut determinetur. Itaque nihil rectae decedit de essentia suae figurationis, sive tota aliqua longitudo sumatur, sive pars, at circulo perit ipsa figuratio, primum atque pars illi eripitur, nisi arcus residuus nova figuratione in circulum minorem contorqueatur. Itaque qui sic vult dividere residuum circuli, sicut erat divisus, is non unum, sed duos circulos dividet. Qui vero tam totam chordam quam partes ejus eadem ratione dividit, is unam utrobique et eandem rectam dividit inque ea partes varias constituit, inter se comparabiles, et sic plures in illa proportiones accumulat, quam in circulo possunt existere. Cum igitur harmonice exorsa a divisione circuli pergat deinceps in tractatione rectarum chordarum, sequitur, ut plura jam in harmonicis quam in circulo veniant consideranda. Nam consonantiae minores quam diapason, ut docui capite 6. libri mei IV, jam oriuntur ex tali comparatione residuae partis (quae semisse non fit minor) cum tota stantque loco tertio; ex his vero consonantiis minoribus quarto loco jam resultant intervalla dissone-concinna, toni sc. et semitonia, per haec quinto loco dividuntur consonantiae sortiunturque sua nomina; sexto ex divisione ipsius diapason in concinna resultant diversae species ejus; septimo denique, ut omnes has species in uno systemate speculari possimus, componimus duo diapason in unum perfectum systema, id tamen magis arbitraria ratione, quam necessitate: possemus enim speciem unam, quae altius incipit, dividere et quod de ea excedit supra, id locare infra, ut prius etiam in perfecto systemate fieri potuit. Ecce quot gradibus a circuli geometria recedamus, priusquam perveniatur ad systema perfectum. Rebus igitur inter se comparandis tanto intervallo et a natura et ab invicem recedentibus, impossibile est aptam institui posse comparationem, mirandum magis ingenium Ptolemaei, qui probabiles tamen rationes invenire potuerit. Certe systema perfectum, quod homines elegerunt sui captus causa, non potuerit esse, dico, archetypus conformando circulo zodiaco, sed exstitit hujus tractus distinctio a ceteris coeli tractibus statim cum ipsa prima convolutione globi Solaris circa suum axem, in ipso intimo mundi complexu. Et vicissim zodiacus ille sensilis non fuit hominibus causa constituendi systematis perfecti, sed circulus abstractus et intellectualis prima fundamenta posuit, quibus innixae septem ordine contignationes tandem in systema perfectum desiverunt. Rebus ipsis ex utraque facultate comparandis sic habentibus, mirum non est, argumenta quoque comparationis vacillare; quae quidem alia aliis meliora sunt. Primum enim nititur quidem identitate motus utrinque localis, at hoc nimis generale cognationis est argu-

mentum. Est sane communis utrinque motus, sed id hoc discrimine, ut ille in exprimendis sonitibus incedat saltuatim, in sideribus sit continuus. Multo igitur concinnius componentur cantus cum incessu humano graduario, quam cum motu alicujus sideris. Quod vero Ptolemaeus ex eo vim intendit, quod motus localis utrobique sit solus, id rursum longe petitum minusque generale est argumentum comparationis nec vim ullam habet. Nam aut non est absolute verum de harmonico motu, aut in illo solo non est, nec pro re coelesti haberi debet, cum sit vulgare de multis localibus motibus. Quid quod neque de coelo certum est, motus siderum locales nullam consequi alterationem. Certe motum unius sideris, ut Copernico placet, Telluris nempe, consequitur vicissitudo aestatis et hiemis. Esse et in reliquo coelo alterationes, arguunt maculae Solis, cometae et alia, incertum, an ex parte vel toto illae sequantur ex motibus localibus. Sin de eo loquimur, quod veterum planetarum nullus perit, novus nullus nascitur, idem et de Terra verum est. Posito vero hoc discrimine inter coelestes terrenosque motus, non ideo quicquam promovetur similitudo proportionum coelestium cum harmonicis, nec vicissim impedirentur, etsi in coelo essent alterationes, non magis quam e cantu humano tollitur proportio, si vox inter canendum debilis reddatur. Ipse per se motus localis trahit secum rationes suas, quicquid jam praeterea accidat.

Secundum argumentum, qua in parte deficiat Ptolemaeus, ipse per objectionis speciem detexit; valeret tamen ad probabilitatem adstruendam accidentariae ejusdem similitudinis (in quam rhetoras potius, quam philosophos incumbere par erat), si non magis ad caput sequens pertineret. Nimis enim recedit Ptolemaeus in utroque argumento a proposito zodiaco, delabens ad motum siderum sub eo, de quo erunt sequentia capita. Illud ne obliviscare, quod reversio specierum unius diapason nullo modo causam habeat neque archetypum identitatem principii finisque seu in zodiaco, seu in motionibus sub eo, nam hoc tantum abest, ut si in chorda sic principium fini connexum esset, specierum distinctio nulla futura fuerit ipsius diapason. Quomodo vero instituenda sit haec comparatio, ut et articulatio sit et ad causae necessitatem propius adducatur, dicam in notis ad caput sequens. Quod item et de tertio et quarto argumento dicendum, quae haud paulo sunt meliora prioribus, cum naturae penetralia referant, ad sequens enim caput et ipsa pertinent. Nec enim ideo diapason consonantia respondet ipsi diametrali configurationi, quia ex systemate quidam velut zodiacus efficitur (accidit hoc illi aptationi, ut chordae diapason facientes incidant in loca circuli opposita), sed in genere, quia et illa consonantia est aliqua, et haec aspectus aliquis. Accidit illud quidem systemati perfecto pulchre; at hoc accidit simul minime pulchre, ut duae chordae incidant in idem punctum, quae inter se disdiapason faciunt, cum configurationi corporali, id est conjunctioni, potius respondeat unisonus, diapason vero respondeat configurationi quadrangulari, ut audiemus.

Quod oppositum aspectum siderum et consonantiam diapason efficacissimos appellat, id hoc sensu verum esse judico, si pari utrumque passu sit efficax, efficacia scilicet non activa, sed objectiva, id est, quae non materiam, sed animam aliquam moveat, ut objecta movent sensus. Est enim subintelligendum, animas ipsas potius perceptione harum proportionum, tam vocalium, quam sideralium, circa hanc in utroque genere duplam proportionem operosissimas esse, vel illa vehementissime incitari ad opera sua. Qua de re infra plura.

Hic etiam obiter notandum, Ptolemaeum jam non obscure a numeris, in causis consonantiarum constituendis, ad meas circuli divisiones desciscere et mecum sentire incipere, dum ex hac demum applicatione systematis ad zodiacum legitimam invenit probationem, cur diapason sit operosissima consonantiarum, scilicet propter naturam divisionis circuli per diametrum.

CAPUT IX.[I)]

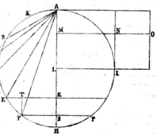
Quomodo consona et dissona harmonica similia sint zodiacalibus.[II)]

Rursum, quemadmodum consonantiae cantuum intra quadrisectionem consistunt, quia maxima disdiapason consonantia quadruplum habet majorem minoris, minima vero diatessaron facit majorem quarta sui parte excedere minorem, eodem modo et positiones astrorum in zodiaco, quas consonas esse concipimus efficacesque, absolvuntur seu constituuntur divisionibus circuli usque ad quadripartitionem[III)]. Esto nempe propositus circulus AH dividaturque ab eodem signo, puta A, in duo quidem aequalia per rectam AH, in tria vero aequalia per rectam AE, in quatuor vero aequalia per rectam AD, in sex vero aequalia per AB: hic circumferentiae pars AH faciet positionem

A signo *A* sumuntur proportiones sic:

Diapason: AHEA ad AH = 12:6. AHE ad AE = 8:4. AEH ad AD = 6:3. Diapente: AHEA ad AHE = 12:8. AHD ad AH = 9:6. AH ad AE = 6:4. Diatessaron: AHEA ad AHD = 12:9. AHE ad AH = 8:6. AE ad AD = 4:3. Diapason cum diapente: AHEA ad AE = 12:4. AHD ad AD = 9:3. Disdiapason: AHDA ad AD = 12:3. Diapason cum diatessaron: AHE ad AD = 8:3. Sesquioctava: AHED ad AHE = 9:8. Circulus 12, AHD 9, AHE 8, AH 6, ADE 4, AD 3, AB 2, AK 1.

Fig. 46.



diametralem, pars AD quadrangularem, pars AE triangularem, pars AB sexangularem, et proportiones partium circumferentiae inceptarum ab eodem signo, id est ab A, continebunt non tantum identisonorum consonorumque, sed etiam tonicam proportionem, id quod facile patebit, si circuli segmenta duodecim constituamus, quia hic primus est numerus eorum, qui dimidiam, tertiam et quartam partes habent; talium enim novem erunt in arcu AHD, octo in AHE, sex in semicirculo, quatuor in ADE, tres in AD, efficientque segmenta ista primam identisonorum, sc. diapason proportionem ter, scilicet 1) 12 segmenta totius circuli ad sena semicirculorum; 2) 8 in arcu AHE, ad 4 in arcu ADE; 3) 6 in AEH ad tria in arcu AD. Sesquialteram vero proportionem, quae est consonantiarum primarum majoris, sc. ipsius diapente, rursum ter exprimunt: 1) 12 totius circuli ad 8 in arcu AHE; 2) 9 in arcu AHD ad 6 in arcu AH; 3) 6 in arcu AH ad quatuor in arcu AE. Sesquitertiam denique proportionem, quae est consonantiarum primarum minoris, id est ipsius diatessaron, similiter ter: 1) 12 totius circuli ad 9 in arcu AHD; 2) 8 in arcu AHE ad 6 in AH arcu; 3) 4 in arcu AE ad 3 in arcu AD. Sed et triplam proportionem, quae est ipsius diapente-epidiapason consonantiae, repraesentant bis: 1) 12 in toto circulo ad 4 in arcu AE; 2) 9 in arcu

AHD ad 3 in AD. Denique quadruplam proportionem, quae est identisonantia disdiapason, semel continent, sc. 12 in toto circulo ad 3 in arcu AD; sic et proportionem 8 : 3, quae est consonantiae diatessaron-epidiapason, etiam semel, sc. 8 in arcu AHE ad tria in AD. Sesquioctavam denique, quae est toni, rursum semel, sc. 9 in arcu AHD ad 8 in AHE, ut videre est ex differentiis numerorum, qui ad delineationem sunt appositi.

Ex hisce sequitur, ordinandam esse ex primis consonantiis illam, quae diapente dicitur, juxta triangularem positionem; quae vero diatessaron, juxta quadrangularem [IV]), et tonum juxta circuli unciam, quia cum circulus ad semicirculum AH constituat rationem duplam, semicirculus jam ad AE trianguli arcum facit sesquialteram, et hic ad AD, quadranguli arcum, sesquitertiam, excessus autem illarum est tonicus, sc. arcus ED, unciam circuli complexus [V]). Optima igitur ratione natura circulum signorum 12 partium fecit, ut assem, quia systema perfectum 12 tonorum amplitudinem habere scivit; tonicum igitur intervallum aptavit unciae seu duodecimae parti circuli. Et admiratione dignum est, quod etiam signa, per unam duodecimam zodiaci determinata, consona quidem non sunt, sed solum in genere concinnorum consistunt [VI]); at quae per quinque duodecimas zodiaci determinata sunt, e contrario sunt inter concinna, cum sint utique et dicantur inconnexa, idque propterea, quia circulus ad duos arcus a recta constitutos, quae unciam subtendit, facit proportiones numeri duodenarii ad 1 adque 11, quae aliena sunt a consonis, at non etiam a concinnis exulant; ad duos vero suos arcus constitutos a recta, quae 5 uncias subtendit, proportiones facit numeri 12 ad 5 et 7, quae et a consonis et a concinnis exulant; quippe cum neutra neque multiplex neque superparticularis sit, neque composita ex aliquibus elementis ad consonantias pertinentibus [VII]). Amplius et praeter hactenus utrinque concordata etiam hoc succedit, quod a signis zodiaci tres solum quadrangulorum species sumi possunt, aequali numero cum speciebus consonantiae diatessaron, triangulorum vero quatuor solummodo, aequali rursum numero cum speciebus consonantiae diapente, eo quod solis his consonantiis accidat, ut sint incompositae [VIII]).

Quae igitur circa ipsum motum circularem ad utramque dictarum harmoniarum expendi possunt, et quae figurarum consonae et dissonae communi cum harmonicis vocabulo dicuntur, hactenus definivisse sufficiat. Deinceps de primis differentiis motuum coelestium nobis erit dispiciendum.

Nota I. Comparationem hic aggreditur consonantiarum cum aspectibus siderum in zodiaco: rem per se ponderis maximi et praestantissimam philosophiae partem (etsi in solidum est neglecta a vulgo philosophantium), sed quae longe aliter est instituenda, quam a Ptolemaeo hic factum. Textus per se clarus est, nec multis indiget.

Nota II. Est pars astrologiae de signis consonis et dissonis, conjunctis et inconjunctis in zodiaco. Vide Magini Eph. cap. 15. et Quadripartitum Ptolemaei lib. I. cap. 15.

Nota III. Initium hoc statim labat, neque enim intra quadrisectionem consistunt consonantiae, neque solis ternis zodiaci divisionibus, puta in duo, in tria et in quatuor, absolvuntur aspectus; neque, si utrumque esset, apte haec illis compararentur. Consonantias non natura, sed usu solum et systematis perfecti continuatione intra disdiapason includi, probant ista: 1) quod ante Ptolemaeum Pythagoraei, ejusdem usi privilegio et vocis humanae amplitudine considerata, coarctarunt consonantias angustius intra diapason-epidiapente; 2) quod organa nostra usque ad tetrakis diapason et ulterius progrediuntur; 3) quod Ptolemaeus ipse systema perfectum, non omnium possibilium consonantiarum complexu, sed sola repraesentatione omnium septem spe-

cierum ipsius diapason descripsit; 4) quod divisiones harmonicae monochordi, quas libro meo III. cap. 2. ex geometria demonstravi, ad septenariam usque sectionem progrediuntur, ubi nascitur disdiapason-epidiapente et sexta mollis, quam frustra Ptolemaeus in numerorum politiae gratiam excludit ab harmoniis, cum aures. ipsius Ptolemaei suffragiis pro judiciibus constitutae et cum iis omnis hodierna ratio musica ipsaque rerum natura hac exclusione indignetur; 5) quin imo datur infinitas consonantiarum, diapason multiplicantium, si aures sequi percipiendo possent, quod ipse Ptolemaeus fatetur. Sed nec in zodiaco sufficiunt ternae sectiones; probo primum ex ipsius Ptolemaei principiis. Nam sextilis aspectus Ptolemaeo hic ex tribus primis circuli sectionibus non alio jure resultat, quam duodecilis, uterque scilicet non a primo divisionis initio, sed in aliis circuli partibus ordinatur. Et tamen sextilem probat Ptolemaeus, duodecilem rejicit. Itaque pro sextili re ipsa introducit etiam quartam divisionem in sex ab eodem principio. Probo secundo ab experientia aspectuum: nam et duodecilis est evidens seu semisextus, et quintilis et biquintilis, in suspicione vero sunt decilis, tridecilis, quincunx, et remotiori in gradu octilis, trioctilis seu sesquadrus. Vide mei libri IV. cap. 5. De cetero, quod circulo per trisectionem et quadrisectionem in duodecim diviso varie quaerit proportiones inter partes, id facit quidem ad majorem probabilitatem comparationis ipsius per se nudae, ad causalem vero comparationem, qualem ego trado, nulla vis est in multiplici rationum expressione. Non enim chordae proportionis triplae consonant ob hanc generalem causam, quia in zodiaco inveniuntur partes hac usae proportione signorum 9 ad signa 3 (sic nempe etiam chordae proportionis septuplae consonarent, quia sunt in circulo partes, una unius signi, altera 7 signorum), sed tantum ideo, quia in circulo toto signorum 12 invenitur geometrice constituta pars tertia, signorum 4. Quin etiam pleraeque harmoniae, quas primas consonantias appellat, puta diatessaron et diapente, plane non sunt primo ab hac unica et solitaria unius circuli divisione, sive duo ejus secti segmenta, sive etiam totus cum parte rationem harmonicam constituunt. Non enim ideo chordae, quae sunt in proportione sesquitertia, consonant, quia in circulo sic diviso est pars novem signorum, quae cum toto 12 signorum complectitur sesquitertiam (sic enim et pars 11 signorum cum toto 12 signorum constituit aliquam proportionem et tamen chordae, quae eandem constituunt, inter se non consonant), sed ob id chordae rationis sesquitertiae consonant, quia chordae proportionis quadruplae identisonant, quarum cum minor 1 cum sui triplo 3 consonat, ut prius ex circuli geometrica sectione sequebatur, ideo et identisonarum altera major 4 cum illius triplo 3 consonet necesse est. Haec a me diligenter sunt tractata libro IV. cap. 5. et 6.

Ex hac contra Ptolemaicas rationum constitutiones exceptione facile patet, quid jam in applicatione consonantiarum ad aspectus desiderem. Nam diapente consonantia non est immediate applicanda trigonico aspectui, competit enim huic primo et immediate diapason-epidiapente; ut vero eidem et diapente competat, necesse est intercedere et axioma hoc, quod diapason sit identica et quod identicorum minore consonante cum sui triplo, etiam alterum majus, duplum illius, cum ejus triplo consonet. Idem de diatessaron jam supra dici coeptum hic resumatur. Etsi enim et diatessaron oritur a figura quadrata circulo inscripta, quae etiam aspectum gignit quadratum, tamen ipsi aspectui quadrato primo respondit disdiapason proportionis quadruplae, quae est totius circuli ad quartam partem, postea tamen et secundario comitatur et adhaeret illi diatessaron, proportionis epitritae, per intercessionem scilicet axiomatis etiam supra usurpati, et non propter residuum circuli, tres quartas; alias cogeremur omnibus residuis circuli suas in harmonicis concedere consonantias contra judicium aurium.

E contrario vero aspectus ipsi ab his residuis circuli non pendent, nec possunt applicari dicta axiomata circulo. Non pendent a residuis, quia, circulo in 20 geometrice diviso et sumtis ex una parte 9 portionibus, ut ex altera residua stent portiones 11, hic residuum hoc geometrice constitutum nequit gignere aspectum, nullus enim effectus sequitur; sc. quia ad arcum 9 portionum rescissum nullus sequitur. At hercle sumtis 8 portionibus in unum arcum et 12 in residuum, effectus sequitur,

non propter residuum $^{17}/_{20}$ vel $^{3}/_{5}$, sed propter $^{2}/_{5}$ geometrice constitutas. Quin etiam circulo in 12 diviso, quia una uncia geometrice rescissa est, effectus astrorum sequitur et in harmonicis trisdiapason-epidiapente, non obstante, quod residuum partium 11 in harmonicis cum toto 12 consonantiam nullam facit. Causa est, quia vis aspectus, etsi a circuli arcubus monstratur, redigitur tamen in angulos ad centrum, ubi confluunt radii; jam vero residua, quippe majora semicirculo, non metiuntur angulos, quod libro IV. cap. 5. et 6. omissum hinc supple.

Non possunt axiomata illa harmonica de identisonantia continue duplarum applicari circulo, ut probemus, etiam residua circuli juvare genituram aspectuum, sicut residua chordae juvant genituram consonantiarum: quia si circulo applicaremus axiomata de quadruplis, interdum ex minore proportionis termino faceremus majorem, ut si sic ratiocineris: sectione circuli potest constitui proportio tripla, seu $^{1}/_{3}$ circuli, ergo possunt et $^{2}/_{3}$ et $^{4}/_{3}$; hoc non valet, quia jam $^{4}/_{3}$ superant circulum totum, continentem tantum $^{3}/_{3}$, et incipis duplicare arcum circuli, numerans aliquid de eo, quod est plus toto. Igitur idem sunt in circulo causa demonstrationis $^{1}/_{1}$, quod $^{1}/_{3}$, quia $^{3}/_{3}$, circulo in se ipsum redeunte, abjiciuntur. Aut si ex $^{4}/_{3}$ feceris unum circulum totum, et pro $^{3}/_{4}$ prioris circuli jam $^{3}/_{4}$ posterioris velis inferre, rursum id non succedet. Nam tres quidem partes facere potuisti in circulo per inscriptionem trianguli, jam ut quatuor fiant, inscribendum foret quadrangulum. A trianguli vero inscribendi possibilitate ad quadrangulum nihil sequitur vi hujus argumenti. Occupatur enim geometria seorsim circa figuras singularum sectarum, demonstrationes ex cujusque numero angulorum exstruens, ut libro meo I. demonstravi. Igitur axiomata de rectis multiplicibus non possunt accommodari curvis et circulo.

Legitima igitur et causalis comparatio harmonicarum consonantiarum cum partibus circuli aspectus formantibus est ista: ut quia principia solum harmoniarum ex circulo sunt iisdemque postea miscentur alia aliqua intra septa harmonices, solae igitur illae harmoniae, quae sunt diapason non minores, comparentur aspectibus. Ita opposito venit diapason, quincunci diapason cum semiditono, biquintili diapason cum ditono, sesquadro diapason cum diatessaron, trino diapason cum diapente, tridecili diapason cum sexta dura, quadrato disdiapason, quintili disdiapason cum ditono, sextili disdiapason-epidiapente, octili trisdiapason, decili trisdiapason cum ditono, semisexto trisdiapason cum diapente. Tot sunt enim aspectus, quorum effectus vel evidens vel saltem in suspicione est, nec aliae figurae circulo inscriptae nobilioribus scientiae demonstrationisque gradibus consistunt, quam hae ipsae: diameter, stella dodecagonica, stella pentagonica, stella octogonica, trigonus, stella decagonica, tetragonus, pentagonus, hexagonus, decagonus, dodecagonus, de quibus sunt mei duo primi libri. Harmoniae quidem ex una parte excurrunt longius ob admixtionem axiomatum dictorum in recto possibilium (semper tamen contenta sunt proportionibus, quas facit circulus demonstrative sectus cum segmentis singulis), ex altera vero parte eaedem harmoniae suis propriis legibus, ex eadem axiomatum mixtura derivatis, sese constringunt arctius. Nam quia in illarum genitura in considerationem veniunt etiam residua chordarum eorumque consonantiae cum tota et cum segmento, fit igitur, ut ex omnibus residuis (quae possunt infinito numero ex continua bisectione circuli et multiplicatione diapason constitui) sola septem apta inveniantur, quae harmonicam chordae sectionem et cujusque totius partiumque triplicem consonantiam absolvant eaque ratione gradum in cantu, hoc est vestigium concinni intervalli ponant: scilicet illa, quae faciunt cum tota proportionem sesquiquintam et consonantiam semiditonum, quaeque sesquiquartam et ditonum, sesquitertiam et diatessaron, sesquialteram et diapente, supertripartientem quintas et sextam mollem, superbipartientem tertias et sextam duram concordantias, denique subduplam et diapason; hic enim semisexti, aspectus efficacissimi, residuum undecim duodecimarum plane exulat. Has vero residuorum proportiones ad totum etsi possumus sane in circuli secti partibus ostendere et cuique ex majoribus consonantiis jam inter aspectus distributis suam adjungere minorem cognatam, ut habeat sextilis etiam semiditonum, quintilis ditonum, de quibus tacet Ptolemaeus, quadratus diatessaron, trinus diapente, ut et secundum Pto-

lemaeum, sesquadrus sextam mollem, biquintilis sextam duram, quas iterum tacet Ptolemaeus (vide has binas et binas in singulis schematibus musicis conjunctas, lib. III. cap. 2.), at non possumus ex circulo solo sine usu dictorum axiomatum causas ostendere, cur haec residua consonent sola, reliqua non consonent, illaesis in formando aspectu juribus segmentorum ipsorum, quorum sunt residua. Nec enim 7 octavae consonant, nec 7 vel 9 decimae, nec 7 vel 11 duodecimae, quamvis una duodecima et in coelo et in musica sit efficacissima; seorsim hae causae sunt indagandae extra circuli nudam geometricam considerationem (etsi non sine ea) intra limites ipsius harmonices, ut prolixe ostendi libro IV. cap. 6. Nec quicquam nos Ptolemaicae juvant comparationes eoque secundum rerum naturam non sunt.

Nota IV. Quid quod sibi ipsi adversatur Ptolemaeus: qui cum priori capite perfectum systema duorum diapason comparasset toti zodiaco, singula scilicet illius diapason singulis hujus semicirculis, jam consonantias primas sic accommodat arcubus, ut acutioris quidem diapason congrue applicentur 6, 4, 3 signis unius semicirculi, at gravioris diapason cogitur exhibere in 12, 8, 6 signis, comparans jam alterum diapason toti circulo. Quodsi etiam eundem terminum majorem utrique consonantiarum primarum statuat, ut sc. recte cum aspectibus similiter comparatis comparari possint, tunc ne diatessaron quidem in angustia unius semicirculi potest ostendi. Et omnino, ut sit genuina utriusque repraesentatio, tono sc. differens, non aliter institui potest, quam inter 12, 9, 8 signa, occupans totum circulum; cum tamen priori capite majus iis, diapason, redactum esset in semicirculum.

Nota V. In hac ipsa vero re praecipue hallucinatur haec comparatio, quod tono aptat unciam circuli. Cum enim in hoc versatur, ut arcus ab eodem puncto incipientes intervallis musicis aptet, haec jam uncia circuli nequaquam a communi principio cum ceteris comparatis incipit, sed inter fines duorum arcuum tertiae et quartae partis interest, seu potius, ut proportio sesquioctava in hoc spectari possit, inter fines trium quartarum et duarum tertiarum censetur, sc. excessus est illius novem signorum super hunc 8 signorum. Quodsi consideretur haec uncia ut excessus unius tertiae (4 signorum) super unam quartam (signorum 3), quae genuina ejus ex circuli divisione consideratio est, jam uncia non tono, sed integro diatessaron applicabitur, quia inter diapason epidiapente et disdiapason interest diatessaron. Dicam vero longe absurdiora. Ptolemaeus sic nominat unciam totius circuli, sicut octo signa sunt bes ejusdem totius, et sicut novem signa dodrans, ille diapente dans, hic diatessaron, utque ad hanc analogiam uncia dabit trisdiapason-epidiapente. Non igitur uncia, ut uncia, tonum repraesentat, sed ut ea involvit comparationem octo signorum cum signis novem, id est proportionem sesquioctavam. Est et scopus vitiosus, ad quem tendit haec comparatio, ut sc., sicut diapason in concinna est dividuum, quae sunt toni et semitonia, sic etiam circulus dividatur. Nam si sic, tunc positu toni, alto vel humili (respectu gravissimi soni) minuuntur vel augentur proportionis tonicae sesquioctavae termini, quare et eorum excessus. Verbi causa, excessus iste novem signorum supra 8, qui est uncia circuli, applicatur a Ptolemaeo tono illi, qui quartum obtinet locum systematis a voce gravissima versus acutam. At si quaeras, illi tono, qui obtinet imum systematis locum, quanta portio totius respondeat, illa non jam erit uncia totius, sed longe major, scilicet plane pars nona totius. Quare divisio zodiaci in aequalia 12 nihil commune habet cum divisione diapason in concinna intervalla, ut quae et specie differunt et pro altitudinis ratione mensurantur excessibus inaequalibus, etiam ea, quae sunt ejusdem speciei.

Nota VI. Frustra ergo miratur Ptolemaeus conspirationem naturae conformantis distinguentisque zodiacum in 12 signa cum natura harmonicorum, existimans, naturam coeli dispositricem ideam distributionis duodenariae ex mensura systematis perfecti, quae contineatur in 12 tonis, desumsisse. Nam primo rursum eodem conatu contraria molitur, nam et duo diapason systematis perfecti comparantur cum circulo, ut capite priori, et sic quodlibet cum semicirculo et simul duo arcus circuli majores semicirculo, singuli relati ad totum, comparantur primis harmoniis; quia eorum dif-

ferentia, pars circuli duodecima, cum tono, quo primae duae harmoniae differunt, componitur, et vero notum est, utramlibet primarum illarum concordantiarum minorem esse quam unum diapason; haec vero contradictio est. Deinde divisio actualis zodiaci in 12 aequalia comparatur non cum divisione disdiapason actuali, sed cum ejus mensura saltem. Nam si quis tonos 12 invicem addat, conficiet proxime quadruplam proportionem, quae est ipsius disdiapason. At si consilium fuisset naturae, in dividendo zodiaco spectare praescriptum systematis perfecti, ab hominibus in usus humanos confícti, expressisset etiam in zodiaco tonos majores, minores et semitonia, essentque vestigia divisionum potius ista: in gradu 40, 60, 72, 90, 120, 135, 144, et segmenta inaequalia, sicut sunt in divisione chordae. Tertio demonstravit ipse Ptolemaeus in harmonicis, quadruplam esse paulo minorem 12 tonis; insunt enim in illo 4 tetrachorda et 2 toni disjunctivi; sed 4 tetrachorda dant 8 tonos et 4 semitonia Platonica, quae sunt majora duobus tonis. Est enim Platonicum semitonium inter 243 et 256, hoc est inter 2187 et 2304. At tonus est inter 8 et 9, hoc est inter 2048 et 2304. Itaque ablato hoc semitonio a tono, erit lemma inter 2048 et 2187 multo majus quam ablatum semitonium, quia in lemmate excessus 139 major est inter minores terminos 2048 et 2187, quam hic 117 inter majores 2187 et 2304. Itaque non implent tonum duo Platonica semitonia, excedunt igitur toni 12 quadruplam. Atqui rationes harmonicae adeoque etiam rationes coelestium formatrices non solent prope verum consectari, sed plane ipsissimam rerum geometricarum ἀκρίβειαν. Aut causa dicatur, cur natura, cum vellet divisionem zodiaci instituere ad praescriptum mensurae perfecti systematis, defecerit tamen in conatu, nec plane pervenerit, etsi appropinquaverit. Ut non dicam, quod ipsius zodiaci, ut circulus est ab uno stato initio inceptus, divisio in 12 actualis nulla sit, sed saltem imaginaria.

Nota VII. Sequitur alia Ptolemaei admiratio super congruentiis istis, cujus omnia membra vitiosa sunt. Quemadmodum, inquit, in astrologia signa distincta quatuor signis interpositis, seu puncta in iis, distantia arcu 5 signorum, dicuntur inconnexa nullumque faciunt aspectum, sic etiam in harmonicis proportio inter 5 et 12, respondens signis inconnexis et habitudini eorum arcus ad totum circulum, est inconcinna, quamvis proportio 1 vel 11 ad 12 sit inter concinnas.

Primum hic ex parte astrologiae omissum est unum ex respondentibus membris. Dicendum enim erat et hoc, quo loco censerentur signa contigua; nam astrologi etiam haec pro inconjunctis habent, nullo sc. aspectu invicem sociatis. Id si est, corruit igitur haec Ptolemaei comparatio, quae nititur diversitate rationum 12 ad 7 vel 5, et 12 ad 11 vel 1, quarum illam comparat distantibus per 5 signa, hanc contiguis signis seu punctis, distantibus signo unico. Sed forte Ptolemaeus unius signi arcum ideo nobilem agnoscit, quod haec sit prima portio divisi zodiaci per compositas figuras, triangulum et quadrangulum. Secunda igitur exceptio sit ista, quod 5 signorum arcus, quincunx a me dictus, e numero aspectuum non exulat, sed jam dudum in suspicione versatur efficaciae et jam etiam ab aliis publice commendatur. Uncia quidem seu semisextus validissima est configuratio possetque hac in parte Ptolemaeus a me juvari contra alios astrologos, qui contigua signa dicunt incomposita. Tertio proportionem 12 ad 11 Ptolemaeus inter concinnas recipit, superstitione Pythagorica classis numerorum superparticularium. At demonstro ego, simpliciter inconcinnam esse. Id vero nihil impedit, quo minus proportio ei associata 12 ad 1 aspectum faciat, quia aspectus non a residuo circuli 11 signorum, ut saepe jam dictum, sed tantum a segmento signi aque proprietate duodecanguli arcum hunc rescindentis dependet. Etiam in harmonicis 12 ad 1 non minus consonantiam efficit, quam 8 ad 1, non obstante, quod tam 12 ad 11 inconcinna est secundum me, quam 8 ad 7. Sectio quidem harmonica chordae, fateor, nulla fit secundum has proportiones; hic obstat residuorum 11 et 7 natura, quippe in sua propria (harmonices) facultate; atque haec ipsa causa est, cur mihi 12 ad 11 sit inter inconcinna, quia concinna omnia constituuntur sectionibus harmonicis comparationibusque consonantiarum inde natarum. Quarto, vicissim proportio 5 ad 12 est Ptolemaeo inter inconcinnas, non minus quam 7 : 12; id rursum male, sola sc. aestimatione superpartientium proportionum familiae, ut causae, quae

causa nulla est, gignitque ratiocinationes in disciplina harmonica injuriosas in sensum auditus. At hercle, tam 12 ad 1 quam 12 ad 5 non tantum inter concinnas, sed plane inter consonas proportiones sunt, quippe cum et latus dodecagoni et subtensa quinque signis sint demonstrabiles; et abutitur ratione Ptolemaeus, si negat, quod aures affirmant, sc. semiditonum, qui proportionem 6 ad 5 continet, et diapason cum semiditono, qui 12 ad 5, consonantias esse.

Nota VIII. Superest ultima hujus capitis comparatio. quod cum signa sint 12, sicut tres sunt species diatessaron, sic etiam tres sint signorum quadranguli, et sicut quatuor diapente, sic etiam quatuor esse signorum triangula, ubi nihil habeo, quod Ptolemaeo ex suis principiis opponam; pulcher sane responsus est, si eum rhetor aut poëta aliquis intueatur, etsi comparationem ipse in meis ratiocinationibus non adhiberem, quia mihi circulus non tantum in dodeca-, sed etiam in decatemoria, et quidem a quolibet initio dividuus est, eoque fortuita videtur illa conspiratio, necessitate quadam aliorum praecedentium consequens, nec ultra primas consonantias sese proferens, ad ipsas etiam septem species diapason: nam sex solum oppositiones in circulo hoc pacto sumi poterunt. Ptolemaeus quidem excusat hoc, quod primae consonantiae solae sint incompositae, diapason composita ex illis. Atqui hoc nihil ad rhombum, est enim communis excusatio, qua qui velit uti, is per omnes considerationes et comparationes diapason e numero posset eximere. contra votum Ptolemaei; nulla enim connexio est medii hic allegati cum conclusione, et posset aliquis contrarium inferre: si est compositum diapason ex diapente et diatessaron, debuit etiam numerum habere compositum ex numeris elementorum 3 et 4, ut habeat quidem diapason species 7, numerum compositum ex 3 diatessaron et 4 diapente, cur ergo non etiam oppositionis sunt 7 sumtiones, propter 4 trini et 3 quadrati sumtiones? Mihi quidem est in promtu responsio, sed quae non est consentanea huic comparationi Ptolemaicae, sc. quia non sic oppositus ex trino et quadrato componitur, ut diapason ex diapente et diatessaron, sed componitur oppositus ex trino et sextili, vel ex duobus quadratis; et vero sexangula signorum duo sunt, duo vero et quatuor faciunt sex, sic et bis tria.

Quod autem diapente non sit composita consonantia, puta ex consonantiis aliis, sive, quod idem est, quod non possit dividi in consonantias se minores, id falsum consequens est ad falsum antecedens: ditonum et semiditonum, partes ipsius diapente, non esse consonantias; quia sc. Ptolemaeus suas consonantias aliis principiis et numerorum familiis perperam definit, vim inferens auribus aut certe modo loquendi: omnino enim duo elementa ipsius diapente, ditonus et semiditonus, sunt consonantiae.

Denique ἀκυρολογια est in hac philosophiae parte, consonantiam diapason dicere compositam, pro eo, quod dici debuit, illam esse in consonantias minores dividuam. Nam si ortus conditionem respicias, nihil hac consonantia identisona simplicius est, nec magis ex diatessaron et diapente composita dici potest, quam corpus ex capite, et trunco, quia sc. in ista dividuum. Sed nec diatessaron et diapente ob id sunt consonantiae, quia constituunt juncta diapason, sed quia quodlibet ex sua idonea figura seorsim oritur, ut explicavi libro meo III. cap. 4. folio 34. (152.)

Explicatis igitur his duobus Ptolemaei capitibus et ostensa multiplici comparationum harum absurditate, tempus est, ut quid in iis verum, naturae consentaneum et causale sit, seorsim in conspectu collocem summamque hic aliquam proponam totius mei libri quarti. Est autem ista: quod animus formaliter sibi habet impressum characterem circuli figurarumque, quae circulum dividunt demonstrative, et proportionum, quas constituit circulus totus cum arcubus, quos singulae figurarum lineae determinant. Cum igitur figurae illae non tantum entia sint scientialia, ut demonstratum est libro I. sed etiam proprietatem habeant eximiam congruentiae mutuae multiplicis, ut ostensum libro II, ex eo habent hoc animae, ut non tantum observent, deprehendant aestimentque proportiones easdem rerum sensilium, quantitate participantium (specierum earum per sensus introrsum ad animae limina exhibitis ibique inter se ab anima comparatis), sed etiam se ipsas conforment in suis operationibus ad praescriptum talium proportionum, ut quo pulchrior est unaquaelibet earum et quo congruentior,

hoc magis illae tam singulae suis muniis, quam universae junctis operis congruant et conspirent ad certum opus. Haec est causa naturalis et generalis, superior utraque rerum hic comparatarum, quia informat non tantum facultatem auditus ad discernendos sonos et dignoscendum congruum ab incongruo, adque delectationem capiendam ex congruis, dolorem ex incongruis, sed informat etiam tam naturam sublunarem, quae est anima Terrae, quam animas cunctorum viventium, ad discernendos seu angulos radiorum binorum in Terra formatos, seu mensuras eorum, arcus zodiaci, distinctos a toto per objectum duorum corporum planetariorum, et comparandos eos cum zodiaco toto, ut si quando proportionem harmonicam deprehendant inter talem partem et totum, e vestigio sint operosae, illa quidem in eliciendis fumis et vaporibus, ex quibus meteora fiunt, istae vero in motibus suis convenientibus. Itaque quoties duae chordae aequaliter tensae inter se consonant, toties facultas auditus rationalissima ex longiore, vel si haec minor duplo reliquae, tunc ex alterutrius duplo quadruplove facit circulum, et qua figura regulari in hoc circulo designetur reliqua, tanquam pars in hujus circuli semisse, considerat. Et in zodiaco nullum fit statum initium, nec ratio habetur 12 aequalium portionum, quae signa dicuntur, sed requiruntur duo planetae sub eo, ad formandum aspectum; ubicunque jam alter eorum consistit, inde putatur circuli initium. Haec igitur est unica vera et naturalis causa, cur merito comparentur aspectus singuli cum singulis consonantiis non minoribus quam diapason, quippe utrumque effectus est unius et ejusdem causae archetypicae in anima residentis eandemque mensuram quantitativam habet. Consonantiae vero, quae sunt minores quam diapason, habent jam comparationem cum aspectibus secundariam, quatenus scilicet illae per additionem unius, duorum vel trium diapason ex minoribus fiunt majores, nasciturque haec augendi licentia ex legibus rectitudinis chordarum seorsim extra circulum. At toni repraesentatio in circulo nulla est, quae quidem ad eandem normam quadret; nullus enim aspectus est, cujus arcus cum toto circulo comparatus designet proportionem sesquioctavam. Cumque in harmonice, ut quae multo majorem varietatem complectitur quam ratio aspectuum, usus toni sit multiplex ad sectiones consonantiarum in partes concinnas, in astrologia vicissim nulla nos urget necessitas, ut aspectus dividamus in partes analogas. Illic enim gradus quaeruntur, per quos cantus transeat, hic gradus nulli dantur, quibus planeta a planeta separetur veluti per saltus, cum continua sit duorum ab invicem separatio. Supervacua igitur est comparatio toni cum astrologicis. Haec satis pro praesenti materia; cetera petantur ex meo libro quarto.

CAPUT X.

Quod motui astrorum secundum longitudinem comparetur successio sonorum.

Cum igitur tres sint species motuum [I]), una prorsum retrorsumque, seu in antecedentia et consequentia et secundum longitudinem, secundum quam fiunt siderum translationes ab ortu in occasum et contra [II]), altera sursum deorsumque et secundum altitudinem, secundum quas vel longissime a Terra moventur, vel proxime illam, tertia ad latera et secundum latitudinem, secundum quam contingit, ut accessiones nobis fiant borealiores vel meridionaliores: primam, quae est secundum longitudinem, bona cum ratione accommodabimus transitui versus acutiores simpliciter aut graviores sonitus [III]). Nam in utraque motione similis est successio in consequentia. Similes vero etiam sunt orientales occidentalesque partes tensionibus gravissimis, coelum vero mediantes acutissimis. Nam et ortus occasusque principium habent finemque apparentiarum; illud quidem tanquam ex inconspicuo, hunc vero

tanquam versus inconspicuum; et gravissimae tensiones principium habent vocis finemque, illud quidem tanquam ex silentio, hunc tanquam versus silentium, quia gravissimum quidem proximum est evanescentiae vocis, acutissimum vero remotissimum ab ea. Propterea cantores canendi principium faciunt a gravissimis sonitibus et finem facturi desinunt in ipsos. Coeli vero mediationes et quae absunt longissime a disparentia, recte sonis acutissimis associantur, cum et ipsi longissime absistant a silentio [IV]). Insuper, quia gravissimas voces loci inferi efficiunt, acutissimas superi (unde graviores tensiones ab ilibus exire dicimus, acutas a temporibus), sunt vero et ortus occasusque siderum humillimi, coeli mediationes altissimae: istae merito comparabuntur cum sonis acutissimis, illi vero cum gravissimis. Ita astrorum motus versus coeli medium respondebit transitibus a sonis graviorum tensionum ad sonos acutiores, motus vero a coeli mediationibus vicissim transitibus ab acutioribus ad graviores.

Nota I. Ptolemaeus hic tres quidem motus differentias aggreditur, quasi illas ordine comparaturus tribus harmonicarum rerum differentiis inter se cognatis, motum in longum successioni sonorum, motum in altum generibus cantus, in quibus variatur propinquitas sonorum invicem succedentium, motum in latum mutationi de tono in tonum, ubi ordo successionis sonorum variatur. Hoc Ptolemaei institutum specie amplissimum, re vera absurdum est, cum variet genera motuum, quorum differentias, ac si unum genus esset, enumeraverat. Hoc enim capite tantum de motu primo agit, sequenti de secundis, tertio abhinc rursum de motu primo.

Nota II. Proponit hic quidem, quasi de utroque motu sit acturus, non tantum de primo ab ortu in occasum, sed etiam de secundo, ab occasu in ortum; at in ipsa hujus capitis pertractatione nullum verbum occurrit, quod ad motus secundos planetarum proprie possit accommodari, quare hoc capite tantum de primo motu agit.

Nota III. Motui primo in longum comparat cantum, a gravi in acutum iterumque in grave tendentem, ubi motus sub Terra rationem habet nullam. Jucunda quidem est assimilatio, sed mere poëtica et quae cognationem quantitativam non redolet eoque parum est, quod ex philosophia huic lusui, qui sola aptitudine ludendi censendus est, interloquar. In astrologia quidem utiliter forte considerari poterit, ubi valet hoc axioma: planetas sic operari, sicut apparent; quippe eorum operari est, objective (et sic apparenter) movere naturas sublunares. Et nota, quod jam adhuc singulorum motus comparat, non junctorum, de quibus acturus erat cap. 14. Est enim illi semicirculus supra horizontem exstans quaedam veluti chorda, cujus principium in ortu, finis in occasu. Cum ergo hi sint termini hujus chordae immobiles, facile est illi, singulorum siderum trajectiones per semicirculum superiorem seorsim considerare.

Nota IV. Hic nos, si insistamus vestigiis prioribus, comparationes eorum quaerentes, quae cohaerent ut causa et effectus, quaeque re ipsa insint in structura totius universi ejusque administratione, misso motu primo diurno vertemur ad comparationes secundorum, quas geminas tradere debemus: unam quidem intensionis et remissionis planetariorum motuum propriorum realis et verissimae (quam singulorum planetarum considerationem Ptolemaeus rejecit in caput 14. ego libro meo V. persecutus sum), alteram apparentis illius separationis planetarum ab invicem sub zodiaco, de qua libro meo IV. et in notis ad caput Ptolemaei 9. de qua sola hic agam. In hoc vero primum non aliud in zodiaco principium facere poterimus, quam quod signat planeta tardior; deinde tardiori vel retrogrado jungemus velociorem directum, vel tardiorem retrogradum; tertio circulum integrum retinebimus, hic enim repraesentabit sonitum systematis gravissimum, semper eundem. Infra, ubi de planetis singulis agetur, Saturni altissimi motus tardissimus hunc imum systematis sonum dabit. Quarto non parallelum diurnum, ut Ptolemaeus, sed zodiacum spectabimus; non primum motum in occasum, sed secundos, qui ut plurimum tendunt in ortum. Quinto separatio velocioris a tardiori vel retrogrado in consequentia vel etiam in antecedentia, non vero motus unius ab-

solute consideratus (nisi infra, ubi de singulis agitur planetis, ipsa intensio motus cujusque) comparandus est successioni sonorum, primum quidem et proprie ab infinito acumine semper versus graviora usque ad gravissimum, qui tamen cum sono totius chordae faciat diapason versus acutum, inde iterum versus acuta in infinitum; et hoc quidem comparandum segmento circuli a duabus stellis intercepti, quod crescit a minimo ad semicirculi magnitudinem inque opposita circuli parte iterum annihilatur; deinde vero et si totus circulus rursum comparetur sono gravissimo, comparabitur ista separatio planetae unius ab alio non respectu segmenti intercepti, sed respectu residui in circulo, motui vocis a gravissima versus acutiorem usque ad diapason, inde iterum versus graviora usque ad vocem initialem, quia cum planetae sunt juncti, pars intercepta circuli est nihil, pars residua est ipse totus circulus, quae paulatim attenuatur usque ad dimidium; tunc enim planetis ab oppositione tendentibus ad conjunctionem, pars residua migrat in oppositum iterumque augetur, usque dum fiat totus circulus. Sexto. Jam discrimen seu discrepantia indicaretur utriusque comparatae rei ista, quod separatio planetarum ab invicem (infra etiam intensio et remissio motus singulorum) sit continua, cantus vero saltuatim incedat per discretos sonos, ac si vel sonus eliceretur ex chorda continue minuta vel aucta, ut fit interdum in nervis pandurae, cum sinister digitus chordam tangens movetur et simul dextra manus arcum et setam per chordam trahit, aut ut fit, cum chordae vel fistulae in continua tensione versantur, interim sonitum sui perpetuo dissimilem edunt, vel ac si e contrario plane a semisexto tardioris planetae subito saltaret ad decilem ejus, inde ad sextilem, non veniens ad gradus intermedios, aut ac si celerrimo motu trajiceret hos arcus intermedios, in ipsis vero aspectibus aliquamdiu subsisteret immobilis. Similia de intensione et remissione cogitanda. Sic enim et vocis ascensus ab uno concinno ad aliud in momento fit, nec ille motus sonitum emittit; at ubi ad locum concinnum venit, jam in eo tanto tempore immoratur, acquabilem emittens sonum, quantum varietati et quantitati notarum singularum praescribit rhythmus seu tactus. Inferius, ubi de planetariorum motuum intensionibus et remissionibus agitur, loca systematis concinna definient planetae motuum extremorum diuturnitate et constantia, cum intermedios celeriter pervolitent. Septimo. Sicut motus ille vocis surdus ab uno arteriae circulo ad alium, aut plectri plectrorumque in lyra et organis, digitorum in testudine et pandura ab uno loco chordae ad alium, sicut, inquam, se habet hic motus vel saltus ad percussionem, quae fit plectro, ad asperationem, quae seta arcus, et sic ad expressionem clari soni in singulis asperae arteriae circulis aut in singulis chordis immorantem, sic possemus dicere se habere cessationem stimuli hujus, quae est per totos arcus aspectibus interjectos, ad operationem seu efficaciam, quae sequitur, planeta in aspectum incedente.

Denique, quia jam haec comparatio finietur, addendum est, quod hactenus fuit dilatum et iis, quae ultimo dicta hic sunt, praecipue lucem affert, quod scilicet toto genere differat a mea philosophia Ptolemaeus. Nam ille versatur in sua hypothesi, ostensurus, quod harmonica comparationum harum fundamenta propterea insint coelo, quia id sit praestantioris naturae. Ego vero dico, harmonica ista propterea tantummodo reperiri in separationibus planetarum ab invicem, quia haec separatio motus localis est conficitque certam aliquam longitudinem, puta circuli zodiaci apparenter. Ille, si ortum mundi receperit, contendet, singulari studio introductas in eum has proportiones, ego nego possibile fuisse, ut excluderentur, data semel separatione planetarum in longum, adeo ut sint soboles necessitatis materialis (id est hoc loco quantitativae), non consilii. Ille putat, ipsis etiam coelestium corporum formis praesidibus insitas esse harmonias, quia testetur experientia, radios eorum velut ipsos se ipsis non aliter efficaces esse, quam harmonice congruentes; ego nego, propterea ipsis coelestium formis insitas probari harmonias, quia operationis ejus, quae allegatur ab experientia, principia ostendo alia, animas sublunares, congruentiarum, quae contingunt in binis planetarum radiis, observatrices et perceptrices, quibus etiam, quoties contingunt, in operibus suis sublunaribus, in suorum inquam corporum mo-

tionibus incitantur, quippe cum harmoniis delectentur, seu quia Dei imagines, seu quia modo inenarrabili transformatae sunt in circuli geometriam.

Ita haec harmonica conformatio, in quantum harmonica, Ptolemaeo coelestis est, mihi terrestris, tam materialiter, ob angulos radiorum, quam formaliter, ob eorum inter se habitudinem, quae aestimatur ab anima sublunari.

Argumentum affero dogmatis mei evidentissimum, quod configurationes istae, quas nos in Terris sentimus efficaces et operosas, non sint inter planetas ipsos in coelo, sed tantum inter binorum radios illos solos et unicos, qui in Terram nostram incidunt; hic, inquam, in Terris nec uspiam alibi in mundo sunt hae configurationes, cum sunt, et sunt potius in concursu radiorum punctali, quam in circulo, aestimatur tantum angulus, quo concurrunt, imaginatione arcus ex concursu descripti, cujusmodi arcus etsi nobis, qui oculis utimur, suppeditat zodiacus sensilis, innumerabilibus fixis distinctus et quasi divisus subtilissime, at natura animalis circulum alium, angulorum horum mensorem, secum ipsa habet intus. Cogitet jam philosophus aliquis: si corpora coelestia ipsa principium hujus efficaciae per configurationes in se ipsis haberent moverentque haec inferiora, non, ut ego volo, objective, sed active, actione ex ipsis corporibus defluente ad nos cum radiis, qua igitur ratione planetae per se singuli possent resciscere, quando hic in ultima mundi pila, in Terris, inter se bini radiis suis aspectum formarent, quia aspectus nonnisi binorum planetarum est, quo commercio bini planetae inter se longissime dissiti consilia sua communicarent, vires conferrent adque Terram et in radios suos ad momenta aspectuum demitterent easdemque, primum atque cessat aspectus, cessare facerent. An non plus quam Dii essent? Et ne multis argumentis sit opus, ferat hic ipse comparationum Ptolemaicarum campus justum inter me et Ptolemaeum judicium. Comparamus merito coelestia cum harmonicis, ab eodem enim fonte fluxerunt in utrumque genus rerum rationes harmonicae. Quid igitur est, quod choreas movet ad cantum? Num chordae hoc faciunt? Cur igitur surdi non moventur ad cantus legem? Nonne species consonantiarum in aures influunt ibique a sensu communi ex instinctu naturali pro jucundis et gratis approbantur? Nonne anima est, quae percepta cantilena corpus suum ad ejus leges et rhythmum movet? quod fit non tantum in voluntario motu corporis, sed etiam in naturali motu delectationis, ob suaves consonantias. Frustra hic contemperationem sonorum ullam, nisi rationalem et sola mente seu per disciplinam seu instinctum perceptibilem allegant pseudophilosophi.

Et hactenus quidem de materia mei libri quarti, cujus subjectum, harmonia radiationum, mere terrestre est. Aliud aliquod superest genus harmoniae, verissime coeleste seu mundanum potius, de quo et Ptolemaeus agit capitibus sequentibus et ego libro meo quinto egi idque praecipuum scopum feci totius mei operis harmonici.

CAPUT XI.

Ut motus siderum secundum altitudinem comparetur generibus in harmonia[I]).

Secundam motuum speciem secundum altitudinem inveniemus similem ei parti harmonices, quae genera dicta habet. Sicut enim in hac genera tria sunt, enharmonium, chromaticum, diatonicum, distincta quantitatibus proportionum in tetrachordis [II]), sic et illa tres formas intervallorum complectitur, minimi, medii et maximi [III]), quae et ipsae quantitate cursuum mensurantur [IV]). Accessus igitur mediorum intervallorum, qui mediocres undique cursus habent, quam proxime chromaticis generibus jure quis comparet, quia etiam in his lichani secant media tetrachorda [V]); at qui minimos cursus habent, sive ii ad intervalla a Terra maxima consequantur sive ad minima, respondebunt enharmoniis generibus, quia bina tetrachordi intervalla simul

sumta minus quid sunt, quam residuum, in specie tensa dicta; qui denique cursus maximos, sive qui rursum ad maxima intervalla a Terra consequantur sive ad minima, diatonicis accommodabuntur, quod in iis secundum genus, intensum dictum, nequaquam duo intervalla reliquo minora fiant, et quia in universum hinc genus enharmonium, inde cursuum brevissimus deprimunt et contrahunt illic cantum, hic celeritatem, diatonicum vero et cursuum maximus diducunt et dilatant, chromaticum tandem et cursus medioeris locum quodammodo medium inter extrema tenent[VI]).

Nota I. Haud paulo melius nunc incipit Ptolemaeus philosophari, dum misso motu primo diurno (qui re vera volutione Telluris accidit) transit ad secundos vere coelestes, et mutationibus intervallorum, quae contingunt in iis, comparat varietatem generum cantus a veteribus usurpatam; etsi portam ad philosophiae mysteria, quam reperit, non ingreditur, suae felicitatis ipse ignarus. Praetereaque et titubat varie impingitque in harmonices salebrosa via, per numeros incedente, nondum explorata vera et trita semita per figuras planas.

Nota II. Nam primo, quo medio Ptolemaeus in traditione harmonicorum veterum tetrachorda, in haec diversa genera transformata, inter inconcinna rejecit, eodem medio et ego Ptolemaica tetrachorda, rejectis substituta, et omnino genera ipsa (nisi in quantum respondent nostro cantui duro et molli) ut inconcinna et non naturalia rejicio. Ille quidem suis hic falsis principiis et numeralium rationum familiis est usus, ego meis veris principiis et monochordi sectionibus utor, quae non admittunt illa intervalla Ptolemaica inter concinna. Ille aurium judicium circa illa constituenda contemtim habuit, ego illud vel maxime pati possum adeoque testem habeo totum genus humanum, cujus interpres Plutarchus alicubi commemorat, jam sua aetate penitus desiisse genus enharmonium nec intelligi amplius potuisse, quale fuerit. Similia Macrobius in Somnium Scipionis, Plutarcho posterior, de sua aetate refert. At quod natura implantatum est hominibus, non amittitur, sed excoli inque lucem proferri consuevit. Et ut dem, illa tria genera esse consentanea cantui (ut si quis mordentias nostras aut tremulam vocis vibrationem partem velit facere generis enharmonii), quid haec irregularia ad regularissima perfectorum concinnorum principia?

Nota III. Jure etiam hoc quaeras, cum Ptolemaeus antecedenti et sequenti capitibus de motu primo agat, cur jam in motus altitudinis negotio animum in secundis motibus teneat occupatum? Etsi hoc sane optime, illud vero vitiose. Causa igitur est, quia Ptolemaeus ex una parte abundat uno genere cantus, quod naturale non est, sed arbitrarium et abhorrens, ex altera parte eget, ignorans aspectuum alterum genus, quintilem, biquintilem, decilem, tridecilem. Non potuit igitur hic aptam comparationem et superioribus analogam facere, sed violavit hic jura aliena, excurrens ad motus planetarum proprios, cum ante et post de primo motu agat. Nos igitur hunc ejus defectum ex hujus operis lib. V. capite 5. possemus supplere, si missis hac vice motibus in altum (qui sunt affectus motuum planetarum quidem omnium, sed quatenus ii sunt in ipsis vere, non apparenter tantum) diceremus, duo esse genera aspectuum, alterum ex duodenaria sectione zodiaci, alterum ex denaria, quorum illud generi cantus molli respondeat, hoc duro, quia duodenaria zodiaci sectio cum sectionibus chordae generis mollis, denaria vero cum genere duro easdem figuras progenitrices habeat, ut sub exitum libri mei primi ostensum: et quidem ut duae figurarum classes sunt, ita etiam duobus proportionum generibus singulae utuntur, de quo videatur totus mens liber I.

Nota IV. Ad comparationem quantitativam non sufficit, applicare hinc inde generalissimas differentias, minimum, medium, maximum unius, minimo, medio, maximo alterius. Cogita igitur, cui usui comparatio haec generum cum intervallis, si ex illorum magnitudine mensura istarum non dependet? Multo enim diversissima planetae faciunt intervalla singuli, quam haec genera cantus, etsi constant et ipsa intervallis quibusdam minimis. Denique Ptolemaeus applicat generibus cantus intervalla singulorum planetarum, non recte comparans inter se diversarum rerum species. Tres

enim ab ipso allegatae species intervallorum planetariorum: minimum, medium, maximum, habent se ut qualitates seu lineae totidem simplices. Tria vero genera cantus hoc ipso contra se distinguuntur, quod quantitates et proportiones earum plures numero et quendam proportionum seu intervallorum ordinem singula complectuntur, suntque hoc pacto genera cantus figurationis qualitativae participia. Itaque ut aptior et causalis et mensurativa fiat comparatio ista, res totius humanae philosophiae praestantissima et jucundissima, oportet non unius, sed binorum planetarum intervalla motuum propriorum mutua eorumque mutationes (quae sane fiunt per motum planetarum in altum) et mutationum latitudinem cum generibus cantus, duro et molli, comparare. Id vero serio agentes inveniemus, re vera expressam esse mutationem generum harmoniae, duri et mollis, in Telluris et Veneris inferiorum planetarum propriis mutuis intervallis, quae sic in angustum sunt redacta, ut soli mutationi generum serviant. Sed haec ad methodum Ptolemaei examinandam non sunt hujus loci, sed pertinent ad caput ejus 14. et mei operis librum V.

Nota V. Quod supra de enharmonio partimque etiam de chromatico dixi, illa constare intervallis inconcinnis et non naturalibus, id hinc vel maxime apparet jure dictum. Nam si lichanos (chordae nomen) dividit intervallum totum tetrachordi per medium, sive id fiat geometrice sive arithmetice, auditus tale intervallum respuet. Nam inter 3 et 4, qui numeri complectuntur intervallum tetrachordi, seu inter eorum multiplices 6 et 8, medium arithmeticum est 7, geometricum vero est latus de 48, paulo minus quam 7 et ineffabile. Jam vero nec ineffabile quippiam, nec quod per 7 effari possum, concordat cum eo, quod per numeros nobilium figurarum effari possum. Vide hac de re praeambulum libri mei tertii et caput ejus primum.

Nota VI. Minimi cursus in eccentrico simplici consequuntur tantum ad maxima sideris intervalla, ut etiam in concentrico cum epicyclo, quos Ptolemaeus adhibuit in Luna loco eccentrici. Hujus rei causam naturalem profitetur mea astronomia tradita in Commentariis de Marte, languidiorem scilicet incitationem planetae ex Sole, fonte motus, remotiori. At si duas planetae inaequalitates confundas in unam, quarum alteram Ptolemaeus in eccentricum confert, reliquam in epicyclum, Copernicus vero illam veram et planetae propriam, hanc apparentem saltem et ex unico motu Telluris communiter in omnes planetas per imaginationem translatam docet: tunc contingit, planetas in altissima distantia a Terra, quae contingit in una periodo, fieri velocissimos, inde paulatim ante et post remittunt de motu, donec veniatur ad puncta, ubi plane videntur consistere, unde stationarii dicuntur, ulterius vero et si adhuc propiores Terrae fiant, cursum retro legunt, et tunc, cum motus eorum retrogradus est maximus, Ptolemaeus reputat directum illorum motum minimum, quia directus ordinarius pene perpetuus et periodicus est, retrogradus vero brevibus temporibus passim interspergitur, mora potius motus directi (unde etiam non inepte contractionis affectuum proprietati comparatur), nec circumducens planetam, sed celeriter in directum revertitur. Ptolemaeo quidem licet ista inter se valde distincta (motus epicycli et eccentrici) confundere, quia nihil nisi comparationes qualitercunque succedentes quaerit, at ego causales et archetypicas comparationes institui libro meo quinto, quare mihi necesse fuit, apparentes illas et imaginarias stationes retrogradationesque planetarum separare ipsosque sinceros et puros motus planetarum proprios causa solius eccentrici circa Solem ordinati intueri. Itaque semper mihi motus planetae maximus est, cum intervallum a Sole minimum, semper ille minimus, cum hoc maximum. Sed haec quoque rejicienda sunt in Ptolemaei caput 14. et librum meum V.

CAPUT XII.

Quod motibus astrorum in latum congruant mutationes de tono in tonum.

Tertia vero et residua coeli motuum species, illam dico, quae secundum latitudinem est [I]), consocianda erit mutationibus de tono in tonum [II]): quia

neque hic aliqua transitio omnino fit de genere in genus [III]) propter tonorum permutationem, neque illic percipitur aliqua sensibilis inaequalitas cursuum propter secessiones in latitudinem [IV]). Comparandus autem ex hisce dorius tonus, qui plane medius est, mediis accessibus causa latitudinis, et iis, qui secundum aequinoctialem in unaqualibet sphaerarum sunt ordinati; mixtilydius vero et hypodorius, ut extremi, borealissimis et australissimis, quos veluti secundum tropicos concipimus; quatuor vero reliqui, qui sunt inter dictos, referendi sunt ad motus, qui sunt secundum parallelos intermedios inter tropicos et aequinoctialem [V]). Nam et horum sunt 4, propter divisionem circulorum obliquorum in partes 12, consequenter ipsius zodiaci 12 signis. Nam tropicorum veluti signorum utrumvis unum faciet parallelum; quae vero aequaliter ab alterutro horum versus alterum absistunt bina puncta, rursum unum et eundem parallelum dabunt, ut ita 5 constituantur copulae secundum unciarias distantias et secundum eas 5 etiam paralleli, et connumeratis etiam binis tropicis 7, numero eodem cum tonorum mutationibus. Associabuntur autem ii, qui sunt acutiores dorio, propter cantus altitudinem cum motibus ad polum elevatum et veluti aestivis, h. e. ubi polus boreus elevatur, motibus septentrionalibus, ubi australis, oppositis; graviores vero toni quam dorius propter cantus humilitatem motibus illis applicabuntur, qui sunt versus polum inconspicuum et veluti hibernis, h. e. ubi boreus polus attollitur, australioribus, ubi australis, septentrionalioribus.

Nota I. Ne nunc quidem se respicit Ptolemaeus. Tertiam motuum speciem, in latum, sic nominat, ac si non primam tantum, sed et secundam ex eodem genere motus primi desumsisset, cum tamen secunda fuerit ex motibus secundis, et plane multum referat ad comparationes capitis 10, maneri in eodem genere, quia quas ibi consideraverat longitudines, illae erant respectu horizontis, ut et latitudines, quas hic considerat, sunt respectu ejusdem horizontis et poli mundi et sphaerae motui primo destinatae; contra altitudines capitis 11. non erant respectu horizontis aut poli sphaerae, sed respectu centri Terrae.

Nota II. Argumentum hoc comparationis valde est generale, nec serium. Dicam, quod habuerit aliud comparationis argumentum in occulto, hoc sc., ut nulla illi pars musices supersit, quae non reperiatur in coelo, quod insinuat voce «residua». Atqui si tonorum definitionem spectes, ea tota a cantu, ut cantus est, dependet, a circuli vero natura seu a planetarum separationibus est alienissima. Quasi vero nihil possit accedere cantui post principia rationum ex circulo desumta, quod non itidem ex circulo desumatur. Quaeram igitur, qua imagine textus, qui ad melodiam canitur, descriptus sit in zodiaco? Toni variant ordine concinnorum seu diverso concinnorum ordinis initio, et si bene percipio Ptolemaeum, nulla alia re a speciebus diapason differunt, quam altitudine in perfecto systemate. Mutationes propriarum cujusque latitudinum (ut maneat nobis idem rerum comparandarum genus, quod hactenus) non variant ordinem aspectuum, concinnis respondentium, sed videntur proprii singulorum motus in latum, a creatore in id comparati, ut successu seculorum omnis superficies sphaerae, cuique planetae assignatae, percurreretur; itaque planeta crebritate consertorum meatuum sphaeram sibi undique conclusam texerat instar bombycis, et ut haec filo, sic ille motuum vestigiis corporis cavi speciem repraesentaret.

Paulo fortasse rectius comparaverit aliquis diversa planetariarum separationum initia, verbi causa, si unus sit natus anno 1603 sub conjunctione Saturni et Jovis, alius 1607 sub sextili, tertius anno 1608 sub quadrato, quartus anno 1609 sub trigono, quintus anno 1612 sub opposito etc. Primus igitur viveret revolutionem vicenariam aliter comparatam, quam secundus, et hic aliam, quam tertius, et eorum singulis ordine quidem eodem, sed alio atque alio periodi initio, aliis et aliis annis aetatis venirent planetarum aspectus. Idem dicendum de diversa aetate Lunae, qua res quaelibet oritur, et sic etiam de ceteris.

Haec ad Ptolemaicae philosophiae filum educta, utcunque jucunda et forsan etiam utilis in astrologia consideratio, nihil tamen attineret conformationem ipsius universi, sed intelligeretur tantum comparatione zodiaci apparentis et rerum sublunarium.

Nota III. Negat, transitione de tono in tonum transiri de genere in genus. Mihi cantus ista genera sunt differentiae tonorum, itaque mihi interdum mutatio toni mutat genus, ut supra annotavi.

Nota IV. Quod negat, percipi sensibilem inaequalitatem cursuum propter secessiones in latum, id duplicem potest habere sensum. Prior hic est, verbi causa in Luna, cujus evagatio in latum est 5°; propter hanc fit, ut certis locis locus Lunae 7' in ecliptica sit promotior vel anterior. Hic non est aptus huic loco sensus, non agit nempe hic de motu latitudinis singulorum proprio, sed de deflexione omnium ab aequatore, et sensus est verior, inter unius planetae circulos parallelos duorum proximorum, quos habent illi in primo motu, non esse sensu perceptibilem diversitatem.

Nota V. Ptolemaeus ne zodiacum quidem hic intuetur, quod tamen et ipsum vilius esset, sed hoc etiam capite ad motum primum redit adsciscitque horizontem et polos mundi, conspicuum quidem attribuens tonis acutis, ad normam capitis 10, gravibus latera poli inconspicui et sub horizontem demersi; cumque 7 tonos invenerit in hoc opere, 7 iis parallelos per initia signorum ductos accommodat non paulo pulchriori successu, quam prius tres intervallorum species tribus cantus generibus. Quae omnia sic ego praedico, ut plus inde videatur accedere nobilitatis ingenio Ptolemaei, haec tam apte comminiscentis et ex eo, quod nihil est, aliquid efficientis, quam naturae coeli, cui haec certe congruentia est fortuita. Apparet sane ex omnibus comparationibus, Ptolemaeo placuisse numeros, ubicunque eosdem utrinque potuit ostendere. At absurda est numerorum in quantitatibus comparatio, si unitatum non est eadem utrobique ratio, eadem distinctio. Jam vero septenarius tonorum oritur a 7 consuetis intervallis unius octavae, at septenarius parallelorum oritur a 12 signis zodiaci estque potestate duodenarius potius. Praeterea, quid simile est speciei toni, ex variis intervallis ordine certo compositi, cum parallelo coeli simplicissimo, aut toni altitudini cum altitudine paralleli generis diversissimi, et positiva tantum et cum ipsa locorum varietate varia? Dato vero, quod ratio comparandorum utrinque sit eadem, si tamen id est citra causae et effectus connexionem, ut certe est hoc loco, comparatio vulgo potius accomodata est fortuitorum captatori, quam philosopho.

Longe ego praestantiorem invenio tonorum expressionem seu imitationem in ipsis planetarum superiorum trium motibus propriis, ut ii ex Sole apparent, ubi graves toni ab hypodorio per Saturniorum motuum intervallum harmonicum et per concinna intercidentia monstrantur, dorius et circumstantes per Jovios, mixolydius acutissimus a Martiis motibus. Nam si Saturni motus aphelius facit basin systematis universalis et imum diapason sonitum repraesentat, Jovis motus aphelius a sono *g*, Martis a sono *f*, octavae supremo, consurgit. Itaque Ptolemaeus, allegans motum primum, terricolarum phantasiam, Terrestrem solum tradit musicam, ego Solarem: ille necessitati quantitativae continuae immersam, ego procuratam a creatore et distinctione separationeque omnimoda in luce locatam. Vide mei libri V. cap. 6.

CAPUT XIII.

De proportione, quam habent inter se tetrachorda et configurationes cum Sole I).

Residua dispositio tetrachordorum et tonorum in systemate perfecto residuae quoque dispositioni configurationum cum Sole similis apparebit II). Nam toni disjunctivi quadrant ad situs siderum ab occultationibus usque ad apparitiones III), at soni, qui connectunt duas tetrachordorum copulas, scilicet

summa mediarum et infima disjunctarum, positionibus quadrangularibus ex utroque oppositionis latere IV), ut sunt in Luna bisectae species, et altera quidem configuratio ab ortu cujusque sideris, et in Luna prima quadra, comparetur tetrachordo summarum: quia rursum V) commune est utrinque principium, illic in ortu, hic in gravissimis sonis; at quae huic succedit configuratio (in Luna prior gibba facies), aequiparetur tetrachordo mediarum. Rursum autem configuratio illa, quae vel ab opposita apparitione, ut in Venere et Mercurio, vel ab extrema nocte censetur (ut in tribus reliquis ex errantibus), vel a decussione dicta, ut in Luna, nempe posterior ejus gibba facies, comparetur tetrachordo disjunctarum, quae faciunt ad primam quadram atque tetrachordum summam oppositionem diametralem et diapason identisonorum; quae vero his succedit usque ad occultationem et post secundam quadram, applicetur tetrachordo excellentium, quae rursum faciunt ad primam gibbam faciem et tetrachordum mediarum oppositionem diametralem et diapason identisonorum VI). Et sunt quidem intervalla ab occultationibus ad apparitiones, et in iis, qui extremae noctis ortus habent, intervalla a vespertinis ortibus usque ad matutinos occubitus VII) (quamdiu sc. accensentur iis hae apparitiones), in Luna vero, quamdiu illa pleno apparet orbe VIII), haec, inquam, sunt quam proxime IX) unciae circuli, quemadmodum et tonica disjunctionum intervalla X). Ceterorum vero intervallorum quatuor, per quae durat quaelibet configuratio, sunt $2^1/_2$ quam proxime signorum, quemadmodum etiam quodlibet ex tetrachordis est $2^1/_2$ proxime tonorum XI). Praeterea in Luna figurae binae invicem oppositae simul sumtae implent soliditatem unius integrae apparentiae, quemadmodum et soni diapason distantes unum quippiam efficiunt propter similitudinem perceptionis. Quae igitur communiter aptari possunt, hinc differentiis rerum ad cantum pertinentium, inde coelestibus motibus, ex hisce assimilationibus fere intelligi datur; restat, ut etiam ad singulorum considerationem transeamus XII), probabilia consectati per observationem eorum (quae facta sunt, seu) quae fiunt XIII).

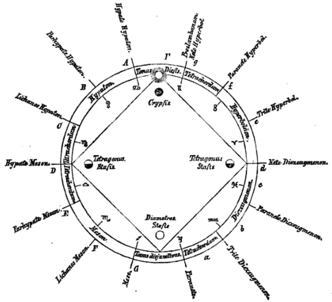
Nota I. Mirum in his Ptolemaei ingenium, qui etiam systema perfectum cum suis tonis disjunctivis et tetrachordis potuit applicare circulo apparitionum ex Solis radiis. Est aliqua convenientia, fateor, sed ridicula et destructiva legitimae comparationis. Sicut enim accidit systemati perfecto, ut id dividatur in tetrachorda et tonos disjunctivos, vel quia primum instrumentum musicum 4 chordas habuit, cum posset 5, vel quia diatessaron a Pythagora pro minima consonantiarum fuit habita, cum re vera tertiae sint et ipsae consonantiae minoresque sint ipsa diatessaron: sic etiam apparitiones occultationesque siderum sub Solis radios mera sunt accidentia motuum coelestium idque tantum respectu hominum, qui de coeli essentia non sunt, imo tantum respectu proportionis, quae est inter visum humanum et inter claritatem aëris nobis circumfusi. Nam si paulo limpidior esset aër, nulla omnino fieret occultatio siderum sub Solis radios, ut interdum videre est in Luna et Venere. Cum igitur haec utrinque diversissimis de causis ita accidant, modis etiam diversissimis, alterum alteri neque causa erit neque effectus neque communis utrique rei causa, comparatio igitur fortuita est, minime vero causalis. Ut tanto sit hoc certius, ex hac congruentia nihil accedere coelo dignitatis, at ingenio Ptolemaei plurimum existimationis, qui, quae necessitate summa motuum Solis planetarumque inter se compositorum aërisque illuminati et visus humani ad hunc gradum, quem obtinet, perfecti, consequuntur, tam apte potuit ad tetrachordorum ideas humano arbitrio conformatas applicare, perinde ac si natura summa et mera libertate usa hunc harmonicum archetypum in apparitionibus illis conformandis spectaverit.

Nota II. Residuum residuo comparat, est igitur, ut supra quoque dictum, affectata comparatio, et omnino dat operam Ptolemaeus, ut nulla pars musices sit, cui non

possit aliquid coeleste comparari, quamvis plurimum inter se gradibus inventionis prioritatisque differant capita rei musicae, quorum hoc residuum esse dicit.

Nota III. Differentia comparationis hujus et illius, quae capite 8. fuit, est ista, quod ibi zodiacus a certo initio extensus comparatus fuit systemati perfecto, hic non zodiacus per se, sed circulus semisse signi ante locum Solis inceptus, et in Venere quidem et Mercurio ne circulus quidem, sed nuda series redeuntium apparitionum eodem in arcu circuli, cujus medium Sol occupat, eidem systemati comparatur. Cognatio vero hujus comparationis cum illa, quae fuit capite 9, in hoc ipso consistit, quod ibi quidem in genere omnis planeta ponderosior praestitit signum divisionis circuli non realis, sed separatorii seu diastematici; quippe initium ejus seu divisionis signum est mobile; deinde planeta levior, comparatus ad ponderosiorem, perambulat omnes aspectus cum ponderosiori et illi aspectus erant membra comparationis cum musicalibus, hic non quilibet planeta non ponderosior, sed solius Solis signum facit tale initium signumque divisionis, at cum eo comparantur planetae tres superiores et Luna perfectius, inferiores imperfectius.

Nota IV. Cum sint in uno systemate perfecto duo diapason, in quolibet duo diatessaron seu tetrachorda, unum superius (folio 172 mei operis seu lib. III. cap. 11. ex chordis *Γ, A, B, C* et *G, a, b, c*), et unum inferius (*D, E, F, G* et *d, e, f, g*), et inter illa bina singuli toni, in uno diapason *C, D*, in altero *c, d*, qui tetrachorda su-



periora *D, E, F, G* et *d, e, f, g* ab inferioribus *Γ, A, B, C* et *G, a, b, c* sejungunt: eadem tamen diapason intervalla possunt etiam sic considerari, ut sint bina tetrachorda in iis conjuncta, Graece synemmena, si nimirum tono cujusque infimo munus toni disjunctivi transscribamus. Ut si *Γ, A* sit tonus disjunctionis, erunt *A, B, C, D* et *D, E, F, G* duo tetrachorda conjuncta et *D* erit chorda seu sonus conjunctionis, tunc sequetur *G, a* alter tonus disjunctivus, et *a, b, c, d* et *d, e, f, g* duo tetrachorda conjuncta in diapason superiori, et *d* altera chordarum seu sonus conjunctionis. (Reliqua ex praemisso schemate erunt clara.) Vides hic redire idem incommodum, quod etiam supra capite 8. disturbavit comparationem, sc. *Γ* et *g*, duo soni per disdiapason distantes, cadunt in idem punctum circuli apparitionum. Itaque vel ex hoc solo apparet, coactam esse comparationem.

Nota V. Vox «rursum» alludit ad cap. 10, quia etiam ibi ortus (non ut hic ex radiis Solis, sed ex horizonte mundano) comparabatur sono imo et gravissimo.

Nota VI. Pro trium superiorum et Lunae occultationibus singulis sunt Veneri et Mercurio binae, quae situ planetarum in summa vel ima apside distinguuntur indeque denominantur. Dicitur ergo secunda occultatio primae «opposita» non tantum propter situm hunc sideris in opposita circuli parte, sed multo magis propter ipsam conditionem occultationis. Nam in prima occultantur matutini, emergunt vespertini, ut Luna; in secunda vero occultantur vespertini, emergunt matutini, ut tres superiores.

Nota VII. Dubitationem habet, qua re metiatur latitudinem situs acronychi: nam videtur planeta una et eadem die (si latitudine caret) et oriri in uno noctis extremo, sc. in ejus principio, et occidere in ejusdem fine seu extremo altero. At Ptolemaeus intervallum ponit a vespertino ortu usque ad matutinum occubitum. Quomodo autem horum aliquod est intervallum? Nimirum vesperi tunc censendus est oriri, cum Sol tantum jam demersus est, ut oriens planeta statim in ipso ortu cerni possit, quod fit ante accuratam oppositionem, planeta motu retrogrado adhuc ultra oppositionem in consequentibus versante. Vicissim tunc mane censendus est occidere, cum Sol adhuc tanto spatio sub horizontem demersus est, ut planeta in ipsissimo occasu constitutus cerni possit, quod fit post accuratam oppositionem, planetis motu retrogrado jam ante Solis oppositum delatis. Notet vero locum hunc ex Ptolemaeo studiosus astronomiae conferatque cum iis, quae in Epitomes Astronomiae libro III. contra vulgarem usum vocis acronychos disputavi: videbit, ad mentem Ptolemaei esse omnia. Potuisset etiam hoc spatium, quod tono disjunctivo vindicat, metiri arcu retrogradationis, nisi hic diversis planetis diversus esset et nisi Venus Mercuriusque, praeterquam quod sunt retrogradi, hoc spatium etiam occultatione signarent.

Nota VIII. Pulchre hic argutus est, quod, cum Venus et Mercurius binas occultationes habeant, reliqui tantum singulas, alterius vice in Saturno, Jove, Marte situs acronychios ponit, in Luna pleniluninm; tribuens et his apparitionibus unius signi latitudinem, per quam indifferens manet apparitio, nec intactum nec illud relinquens, quod Luna, quantum acquirat luminis in distantia unius signi a Sole, tantum deperdat in distantia unius signi a Solis opposito: quod comparat cum identisonantia ipsius diapason, ut in qua est etiam in oppositis vocibus quaedam unitas.

Nota IX. Confitentem habemus Ptolemaeum, se comparationes tradere minime accuratas, cum utatur voce «quam proxime». Et res ipsa loquitur, cum sint haec occultationum intervalla in diversis planetis diversissima, in Venere interdum plane nulla, ut hoc anno 1619. Februario, cum prius est orta mane, quam occideret vesperi; igitur occultatione caruit. Quodsi meae comparationes aeque negligentes sint mensurarum quantitatis, non renuo, quin eodem loco habeantur, quo Ptolemaicae istae.

Nota X. Subaudiendum hic est: quemadmodum tonica intervalla respondent duodecimae parti circuli et sunt duodecima pars intervalli perfecti systematis disdiapason; id enim tradidit ille capite 9. et nos ibi examinavimus, ostenso, quod proportionem duplam ipsius diapason non possint exacte constituere sesquioctavae integrae.

Nota XI. Capite 9. tetragono, ut aspectui, tria integra signa accensebantur, hic eidem, ut phasi, semisse minus, id vero affectate ob diatessaron, in quo tonus major,

minor et semitonium, et sic toni duo semis non accurate, sed saltem nuncupative, ut Ptolemaeus ipse demonstravit. Toni enim seu proportionis sesquioctavae semissis exacta est ineffabile quippiam.

Nota XII. Hactenus igitur tales comparationes attulit, quae planetas omnes aut certe majorem eorum partem communiter attinebant. Jam se accingens ad singulorum orbes et motus cum rebus musicis comparandos in ipso conatu defecit, relictis lemmatibus capitum sine tractatione.

Nota XIII. Praefatur autem, se usurum experientiae testimonio, seu observatione «eorum quae fiunt vel facta sunt». Sic enim est intelligenda vox ultima, nisi manca et imperfecta sit et abrupta scriptio. Cujus rei suspicionem praebet is, qui sequentia tria capita concinnavit, eo quod haec verba ex fine hujus capitis in principium sequentis contulit et cum aliis verbis una constructione connexuit. Existimo autem, ideo pollicitum esse Ptolemaeum observationum τον γενομενον (forte phaenomenon), quia sunt certae observationes, quibus planetarum alius alio probatur altior esse: et vero comparatio musicarum rerum cum singulis sphaeris huic planetarum ordini in altitudine debuit inniti.

CAPUT XIV.[I)]

Juxta quos primos numeros [II)] comparari possint stabiles soni ex systemate perfecto primis orbibus eorum (siderum) quae in mundo sunt [III)].

Quomodo igitur planetarum in genere sumtorum alii cum aliis constituant certas quasdam efficacesque configurationes, respondentes singulas singulis in harmonica facultate consonantiis, dictum est hactenus. Sol enim et comites ejus, Venus Mercuriusque cum reliquis quatuor, motu omnibus communi per zodiacum omnes explicatas configurationes subeunt [IV)]. Cum autem non tantum communem habeant motum per zodiacum, sed distinctas etiam singuli possideant sphaeras, quibus vectantur, jure allubescat homini philosopho videre, num etiam per singulos planetas succedat ulterior aliqua cum harmonicis comparatio. Primum igitur quaeramus, quid rerum harmonicarum cum sphaeris singulorum probabiliter conferri possit. Opinor autem, sequi summa ratione ad ea, quae hactenus usurpavimus, ut sicut a configurationibus, de quibus hactenus, transimus ad ipsa corpora, quae configurantur, eorumque orbes, sic etiam a consonantiis, quas invenimus respondere configurationibus, nunc transeamus ad ipsos consonantes sonos eorumque efficiens, chordas perfecti systematis, atque sic planetarum singulorum orbes cum singulis chordis, sonis seu locis systematis comparemus [V)]. Sicut enim consonantiae considerantur absolute, sine respectu altitudinis in systemate, cum eadem consonantia possit esse tam inter graviores sonos, quam inter acutiores, sic etiam configurationes et aspectus sunt promiscue omnium planetarum, seu inferiorum seu superiorum. Et vicissim sicut soni stabiles jam sua habent assignata certa loca in systemate, sic planetae singuli singulas sphaeras in mundo [VI)].

Porro cum non tantum unius planetae plures sint orbes, sed etiam perfecti systematis, quod totam harmonicae contemperationis complectitur naturam, plures chordae, quam in mundo planetae [VII)]: delectus est utcunque adhibendus iste, ut illic primas quasque sphaeras, quae reliquas uni planetae tributas exterius complexae, motu cujusque proprio et aequabili circa Terrae centrum vectant, et hic primarias chordas seu sonos stabiles, qui per diversa cantus genera tonosque omnes iidem semper permanent, nec ut ceteri intenduntur

remittunturve, seligamus; cumque planeta et primum orbem habeat et subordinatos, systema vero et stabiles dictos sonos et mobiles: stabiles equidem comparabimus primis orbibus, mobiles circulis subordinatis; sicut enim mobiles soni sunt propter genera cantus, sic ob id ipsum, ut planetae fiant ex altissimis humillimi, orbibus aliis opus est et motu per eos inque partes circulorum opposita. Et dictum est supra, tria genera cantus respondere tribus intervallorum motuumque generibus [VIII]).

Et primae quidem hoc pacto electae sphaerae sunt istae: Saturni, Jovis, Martis, Solis, Veneris, Mercurii, Lunae. Primum enim mobile non sphaera in mundo, sed mundus ipse est motusque ejus ceteris omnibus communis et in plagam contrariam eis, quos jam consideramus, nec peculiarem planetam, sed mundum ipsum vehit, nec magis in numerum primarum sphaerarum venire debet, quam totum systema in numerum suarum chordarum [IX]). Fixarum vero sphaera etsi et ipsa movetur in eandem plagam cum illis septem et super iisdem signiferi polis, motus tamen inobservabili lentitudine astroruraque innumerabili multitudine plurimum differt a ceteris estque aliena ab hoc negotio, ut neminem futurum existimem, qui illum extimum ad visum totius mundi parietem in hanc considerationem recte inseri contendere velit [X]). Habeat igitur sese etiam haec fixarum sphaera in ordine ad ceteras, ut se habet perfectum systema ad sonos suos: ut sicut hoc est quaedam veluti consonantia consonantiarum et sonus sonorum, sic etiam fixarum sphaera sit veluti sphaera sphaerarum, praesertim cum apogaea limitesque ceterarum secum perpetuo circumducat [XI]).

Primarum igitur sphaerarum in mundo septem sunt, stabilium sonorum in perfecto systemate itidem septem supra sunt inventi: 1) proslambanomenos, 2) hypate hypaton, 3) hypate meson, 4) mese, 5) paramese, 6) nete diezeugmenon, 7) nete hyperbolaeon. Ex iis vero Saturni sphaera comparabitur proslambanomeno. Nam et ille planetarum altissimus est et haec altissima quodammodo dicitur, quippe, ut indicat nomen, altior assumta supra supremam supremarum [XII]). Deinde Saturni sphaera ob id ipsum, quia altissima, est etiam omnium maxima seu amplissima, diametrum habens longissimam, proslambanomenos vero, quia gravissimum edit sonitum, longissima similiter constituitur per divisionem monochordi. E contrario Lunae sphaera comparatur cum nete hyperbolaeon: nam et Luna omnium planetarum humillima invenitur et ultima, quippe cum tegere soleat omnes planetas, et ipsum vocabulum nete ultimum sonat talemque in instrumento, ad psallendum applicato, situm habet. Insuperque sphaera Lunae, quia humillima est et angustissima, diametrum habens brevissimam, nete vero, cum sonum edat acutissimum, brevissimam a divisione monochordi nanciscitur longitudinem. Extremis connexis inter se per assimilationem sequitur, intermediorum planetarum sphaeras ad intermedias congruere chordas: Jovis, Saturno proximi (quod tarditas reditus proxima Saturno indicat), ad hypaten hypaton, Martis, qui Jovem tegere et sic eo humilior esse deprehenditur, ad hypaten meson, Solis ad mesen, Veneris, quae Solem proxime sequitur, indicio tardi sui reditus in epicyclo, ad paramesen, Mercurii, cujus reditus in epicyclo velocior eoque sphaera humilior et penultima, ad neten diezeugmenon.

Confirmatur haec consociatio etiam per ista, quod in planetis quidem Sol, in chordis vero quae mese dicitur, duas uterque classes distinguunt ab invicem, ille superiorum dictorum, puta Saturni, Jovis, Martis, ab inferioribus Venere, Mercurio, Luna; ista dictarum hypaton, quod sonat supremarum, et

quae iis associantur, a nete seu ultimis dictis; celebraturque Sol crebro usu sermonis pro planetarum medio, non minus quam illa mese dicitur, et sicut mese systema perfectum, sic Sol mundum bisecat; mese quidem et proportionem systematis, quae quadrupla dicitur, in duo aequalia dividit, Sol quoque proportionem intervallorum videtur eodem fere modo dividere, si prolixitatem temporis, quo Saturnus redit, argumenti loco habeamus ad conjectandum intervallum. Sol enim duodecies tardior Luna, decies novies circiter altior est illa; Saturnus vero tricies tardior Sole, poterit probabiliter et ipse decies novies altior eo statui, cum nihil impediat eorum, quae in sideribus apparent, ut quanto Luna, infima, humilior est quam velocior, tanto vicissim Saturnus, altissimus, tardior sit quam altior.

Amplius, sicut inter proslambanomenon et hypaten hypaton minimum est ex stabilium quidem sonorum intervallis, sic etiam ex superioribus Saturni et Jovis primae sphaerae minimum potestate distant, quippe epicyclus Saturni minimus est proportione ad orbem suum eccentricum; ut vero inter meson et hypaten meson est intervallum diatessaron, maximum, sic inter Solis et Martis primas sphaeras est intervallum potestate maximum, quia Martis epicyclus proportione est maximus ad eccentricum suum; et ut inter hypaten hypaton et hypaten meson rursum est diatessaron, aequale priori, sic inter Jovem et Martem est intervallum, potestate propinquans vicino inter Martem et Solem, quia epicyclus Jovis, cum mediocris sit proportione ad suum eccentricum, quantitate propinquat Martiali in tantum, quanto major est ipse Jovis eccentricus eccentrico Martis. Rursum inter inferiores minimum est intervallum inter primas Solis et Veneris sphaeras (quia Sol epicyclo caret), sicuti est minimum, id est tonicum intervallum etiam inter mesen et paramesen; inter Veneris vero et Mercurii primas sphaeras ob magnitudinem epicycli Veneris ad eccentricum est maximum intervallum, sicut et inter paramesen et neten diezeugmenon maximum, scilicet diatessaron; denique inter Mercurii et Lunae primas est intervallum potestate propinquans priori, quia epicyclus Mercurii proportione mediocris est ad excentricum suum, major tamen quam Jovius ad suum; quodsi in Luna, infimo planeta, sumatur non prima, sed ultima sphaera et mundo sublunari vicinissima, augebitur hoc intervallum accessione epicycli et deferentium Lunae, quorum est non contemnenda magnitudo comparatione ad eccentricum: ut ita hoc quoque intervallum melius respondeat ultimo intervallo inter neten diezeugmenon et neten hyperbolaeon, quod est similiter maximum, scilicet diatessaron [XIII]).

Haec igitur, etiam per numeros ipsos convenienti modo tentata, non valde dissimilia erunt intervallis, quae in astronomia probabiliter constituuntur. Primi enim numeri, quibus continentur omnes proportiones stabilium sonorum, si omnes chordae systematis perfecti ex unica sola tensione monochordi formentur, sunt isti: 9, 12, 16, 18, 24, 32, 36. Primus 9 cum ultimo 36 constituit proportionem quadruplam. Sphaerae vero coelestes occupant intervallum multo majus, ita ut sphaera Saturni extimi sit sphaerae Lunae intimae non semel tantum, sed plane ter quadrupla, hoc est ducentupla quinquagecupla sextupla et quod excurrit: nam si 19plam, quae est inter Solis et Lunae sphaeras, duplicaremus, ut paulo antea, prodiret Saturniae ad Lunarem sphaeram proportio plane 361pla. Sed maneamus nunc in eo, ut tam Solaris sphaera Lunaris, quam Saturnia Solaris sphaerae sint 16plae, quia sic proportiones coelestium statuuntur commensurabiles proportionibus musicalium, triplae scilicet earum. Itaque si triplicentur horum numerorum proportiones, erit in

terminis prodeuntibus fere proportio orbium. Nam extimae Saturni sphaerae diameter si ad extimam Jovis fiat ut proslambanomenos ad hypaten hypaton 8 ter, erit igitur ad illam ut 6561 ad 4096. Et si Jovis ad Martiam est ut hypate hypaton 4 ad hypaten mesen 3 ter, erit igitur ad illam ut 256 ad 81, et sic etiam erit Martia ad Solis primam sphaeram; Solis vero ad Veneris primam rursum ut mese 9 ad paramesen 8 ter, id est ut 6561 ad 4096; et Veneris ad Mercurii ut 256 ad 81, sic etiam Mercurii prima ad Lunae primam.

Explicentur jam hae omnes proportiones communi terminorum mensura, ut habeat

	Luna	81,	et ecce dat astronomia semidiametros Terrae	64.
venient	Mercurio	256	. . . .	167.
	Veneri	817	. . . .	1070.
	Soli	1312	. . . .	1176.
	Marti	4147	. . . .	8022.
	Jovi	13107	. . . .	12420.
	Saturno	20493	. . . .	18094.

Ut semper inferioris longissima distantia a Terra sit superioris brevissimae aequalis. Est igitur proportio primarum sphaerarum in mundo multo quidem major proportione chordarum stabilium systematis perfecti, at similis tamen illi quodammodo nihilominus est; et similiter fere magna vel parva est in respondentibus sibi mutuo chordis et sphaeris, ut in praecedentibus inter se consociatae et comparatae fuerunt.

Nota I. Etsi caput hoc nihil habet a Ptolemaeo nisi titulum, tractationem ex me: quia tamen hanc ego ad genium praecedentium Ptolemaici operis capitum adque mentem Ptolemaei non male videor concinnasse, jam etiam hanc, veluti si esset ab ipso Ptolemaeo scripta, lubet examinare. Illa vero tractatio, quae his residuis trium capitum titulis subjungitur in exemplari meo manuscripto inque versione Gogavini latina, quae est excusa Venetiis anno 1562, indigna mihi est visa, quae huc referretur. Neque enim est ipsius Ptolemaei, neque ita scripta est, ut ex Ptolemaicis principiis continuata videri possit ab intelligente, ut demonstravit rebus evidentibus et mathematica methodo Barlaam monachus in libello graeco, quem logisticae suae subjunxit, quem manuscriptum ex dono J. G. Herwarti possideo.

Nota II. »Primi numeri« dupliciter dicuntur, vel absolute, ut 7, 11 etc., vel relate, ut cum meses ad paramesen proportio exprimitur numeris 9, 8 inter se primis, quia communi divisore carent. Sic semidiametri orbis Lunae proportio ad semidiametrum orbis Solis secundum veterem astronomiam est ea, quae 1 ad 19 fere. Proponit igitur hic Ptolemaeus aliquid indagandum, quod in suo opere Magno de stellis scripto nondum indagaverat; quinque enim residuorum orbium proportio ad orbes Solis et Lunae in Ptolemaeo desideratur.

Nota III. Prima sphaera cujusque planetae est extima, reliquas uni planetae necessarias includens. Dicitur a Purbachio concentrica vel deferens nodos.

Nota IV. Capite 8. duo membra fecerat comparationis rerum musicarum cum coelestibus. Generale unum, alterum singulare. Hactenus igitur per sex capita primum membrum fuit de planetis in genere: sequitur nunc tribus reliquis capitibus alterum de singulis.

Nota V. Quod igitur sphaeras comparat sonis stabilibus, nihil illi favet, nisi numerus utrinque idem. Per se insociabilia sunt corpora, quae *sunt*, et motus chordarum, quae non *sunt*, sed *fiunt*; corpora ex systemate coelorum, quod Deus fecit rationibusque summe necessariis conformavit, et chordae ex systemate musico, quod humano saltem arbitrio conformatum sic est, cum potuisset etiam aliter conformari in nonnullis. Concinne quidem sphaerae chordis, motus vero sphaerarum motibus et sonis chordarum comparari videri possint: at haec distinctio paulo plus nihilo dicit,

cum chorda sit mensura soni, orbis vero non sit mensura sui motus. Orbes igitur ipsi plane non sunt comparandi neque chordis neque sonis. Nam quod similitudinem attinet usurpatam transitionis, illic a consonantiis ad chordas consonantes, hic a configurationibus ad planetas configuratos, ea fucata est, non enim tota curricula, non integri orbes, sed ipsi saltem planetarum configuratorum situs singulares, nec situs in diametro mundi veri, hoc est sphaerarum angustia et amplitudo, sed situs apparentes ipsius sideris sub extimo circulo zodiaco in illa similitudine respondent chordis. Itaque requirebat similitudo, ut unaquaelibet chorda compararetur planetis promiscue omnibus, non ut singulae singulis. Id vero pertinebat ad prius membrum, de quo hactenus.

Nota VI. Hic systema musicum comparatur non amplius zodiaco, ut capite 8, sed ipsi compagi totius mundi, et chordae singulae singulis orbibus; stabiles quidem sphaeris primis singulorum, mobiles vero succedentibus. Haec quantumvis apta distributio impingit tamen multis modis, quo minus causalis sit, aut mihi in meo opere consectanda. Nam primo, si orbes chordis respondent, debebant planetae respondere plectro aut plectris. Jam vero plectrum percurrit omnes chordas, aut singulae saltem singulis feriuntur plectris, at neque unus planeta percurrit omnes orbes, neque singuli suos omnes; unus enim solus esse perhibetur ab astronomia Ptolemaica, qui planetam vehit. Reliqua, quae desiderantur in hac comparatione, sequentur suis locis.

Nota VII. Hic dissimulandum fuit, quod non ut soni stabiles 7, planetae vero etiam 7, sic etiam ut chordae in universum 15, sic etiam orbes in universum 15 sint: longe enim plures orbes astronomia Ptolemaei statuit.

Nota VIII. Etsi in systemate Ptolemaei perfecto, quod constat ex 2 diapason, monstrari possunt et omnia genera cantus, et omnes species primarum concordantiarum, et omnes modi seu toni, illa tamen amplitudo intervalli non alia naturali necessitate, sed solius humani captus causa constituta fuit, nec est verisimile, Deum ex hoc hominum systemate arbitrario archetypum petiisse compagis planetariae. Minime vero est rationabile, ad numerum sonorum in eo stabilium constitutum esse numerum primarum in mundo sphaerarum seu planetarum. Nam numerus sonorum stabilium septenarius sequitur ad illam arbitrariam systematis amplitudinem, et ad ternarium illum numerum non plane naturalium generum cantus, qua sola usurpatione nititur distinctio sonorum, instabiles et mobiles, cum natura omnes soni systematis sint stabiles, hoc est definiti certis naturae metis, etsi alii aliis cantus naturalibus generibus utiles. Et ut dem, esse hoc systema retinendum et in eo sonos quosdam mobiles aestimandos, ob naturalia cantus genera, durum et molle, sc. *b*, *h* et *dϱ*, *e*, 4 sonos pro 2 mobilibus; tamen cum disdiapason habeat 15 sonos seu locos potius, 4 hic solum fiunt mobiles, bini in utroque diapason, bisonus scilicet uterque, restabunt nihilo minus undecim stabiles, aut si etiam *f*, *fϱ* pro uno inter mobiles bis accenseamus ob istam literae geminationem, etsi divisionibus primis monochordorum non monstratos, tamen adhuc erunt numero 9, natura quidem duce, quae autem clavem non docet geminare.

Quod enim Ptolemaeus 4 in una octava seu diapason et sic 7 in disdiapason numerat stabiles, id est propter duo tetrachorda conjuncta, quae sonis *A*, *d* et *d*, *g* continentur in singulis diapason, quorum intermedios (*b*, *c* et *e*, f) longa usurpatione soliti sunt facere mobiles, scilicet non tantum *B*, *h* et *dϱ*, e, sed etiam *c*, qui tamen, natura docente, constituuntur rectissime stabiles, praesertim *c*. Ac etsi etiam mihi natura rerum geometricarum signat *G*, *c*, *d*, *g* prae ceteris, non vero signat *a* vel *f*, *fϱ*, nisi quatenus ars naturam imitatur: at signat eadem natura mihi etiam *h*, *B* et *dϱ*, *e*, quo nomine mobiles duo *B*, *h* et *dϱ*, *e* ab antiquis habiti, praestantiores esse deberent stabili *a*. Quin imo, si causam respicias, cur disdiapason introducatur, illa est desumta ex omnifaria successione sonorum omnino omnium, non tantum stabilium. Si ergo hic solum stabiles consideramus, nihil ad illos, ut tales, pertinet totum systema disdiapason. Nam idem ordo, qui est inter *g*, *c*, *d*, *g* recurrit inter *c*, *f*, *g*, *c* et *d*, *g*, *a*, *d*, nondum impleto systemate disdiapason. Itaque quod affectionem stabilitatis attinet, sufficit illis systema diatessaron cum diapason, quod habet

stabiles quinque. Sin autem sine causa placet duplicare diapason, placebit alii triplicare, ut plures habeat stabiles, etiam veteribus dictos. Tot igitur nominibus vacillat septenarius stabilium sonorum.

Nota IX. E contra septenarius numerus planetarum est in antiqua tantum seu Ptolemaica astronomia, ut illa nobis terricolis se per oculos insinuat, cum re ipsa res longe habeat aliter. Nam si primarios planetas in mundo consideres, sunt ii secundum Copernicum numero sex. Luna Solem non circumvehitur, sed Tellurem, est igitur inter secundarios, ut 4 circumjoviales et ceteri. Sin omnes numeramus planetas, etiam secundarios, et qui planetas alios circumvehuntur epicycli motu, jam experientia ad 13 usque excurrit. Omnibus igitur modis fortuita est conspiratio septenariorum istorum.

Nota X. Quae hic de motu diurno totius mundi ab ortu in occasum, et de motu sphaerae fixarum tardissimo in contrariam plagam dicuntur, ea sunt consentanea astronomiae Ptolemaicae. Copernicus reales hos motus non agnoscit, sed priorem quidem transscribit volutioni Telluris circa suum axem in plagam oppositam, posteriorem vero emotioni axis Telluris e suo situ parallelo.

Nota XI. In astronomia Copernici dicendum hic esset, apogaea limitesque planetarum boreos et austrinos perpetuo sub iisdem fixis quiescere; hoc enim credidit Ptolemaeus de planetis quinque. At observatio longioris aevi detexit plura; nam succedunt etiam haec puncta imaginaria a fixa ad fixam aliam, et inaequalibus quidem celeritate progressibus.

Nota XII. Jam quod sphaerarum magnitudines attinet, eae nullo modo mensuram eandem observant, quam chordarum longitudo, ac ne eminus quidem appropinquant, sed generalissima quaedam allegatur proportionum inaequalissimarum similitudo, et nudum meses nomen, et opinatio de sphaerarum magnitudine, quae in astronomia Ptolemaei libera quidem est, sed a vera astronomia refutatur. Quin etiam ordo planetarum veteribus creditus longe habet aliter apud Copernicum et praeter opinionem. Etsi enim in Saturno, Jove, Marte nullus error ordinis, at nec in Venere et Mercurio, respectu inclusionis et circumscriptionis; at in Sole errat vetus astronomia, cum certissimis experimentis demonstratum habeamus, Venerem (eoque et Mercurium) circa Solem ire, tam altiores illo quandoque, quam vicissim humiliores alias; et Mercurium quidem Venere nunc altiorem, si sunt humiliores Sole, nunc ea humiliorem, si ambo Sole altiores. Itaque ut emendetur hic ordo secundum Copernicum, Telluris et Solis conditiones sunt permutandae, ut non Sol, sed Terra circuitu suo mediet inter planetas, Sol vero cor sit omnium et centrum, non Terra. Et tamen etiam sic (restituto ordine vero) exulabit e numero Luna, ut quae Tellurem circumit, eoque a centro planetarum abest longius Venere et Mercurio. Ita nete hyperbolaeon nullum habebit planetam, aut, ut Lunam habeat, e numero eximenda et alibi seorsim erit tendenda.

Quod vero jam mobiles hinc sonos seu locos, inde particulares singulorum planetarum sphaeras attinet, hic iterum impedimenta multa, quo minus comparatio possit institui. Nam proslambanomenos non habet socios mobiles, cum Saturnus tamen habeat epicyclum, et Luna epicyclo secundo (in astronomia utrumque Ptolemaica) caret, cum sit apud neten socia mobilis, paranete. Nam quod Ptolemaeus Lunae per eccentricos etiam tribuit longos descensus ascensusque (quem ego ad numerum marginalem 13 in textu sum merito secutus, quippe loquens velut ex ejus ore), refutatus est dudum astronomicis experimentis. Sed nec respondent epicyclorum magnitudines intervallis inter stabiles, neque magnitudinibus (ut apparet ex eo, quod triplicandae fuerunt proportiones systematis musici), neque similitudine proportionis, non tantum in comparatione ad se mutuo, sed etiam ad orbes suos; his enim omnibus modis inaequales sunt utrinque proportiones, ut epicyclus Martis omnium maximus, Veneris ad suum orbem comparatus etiam major, cum stabilium sonorum intervalla solummodo sint magnitudine differentia, unum toni disjunctivi, alterum tetrachordi diatessaron. Ita vides in tabella, ne hac quidem triplicatione proportionum systematis caveri, quo minus in Marte et Venere immanes sint numerorum astronomicorum a musicis dis-

crepantiae. Adde denique, quod astronomia vera ignorat cum reliquas orbium plicas pro singulis planetis, tum maxime epicyclos illos 5 planetarum, alias potuisset institui talis comparatio, ut quia epicycli et eccentrici mutant intervalla, quae generibus cantus jussit comparare Ptolemaeus, epicycli quidem intervalla, eccentricis fere aequalia, generi diatonico, eccentrici vero parva et epicycli magna enharmonio sociarentur. At cum unus Terrae motus circa Solem annuus deleat 5 illos inaequalissimos et monstrosae quosdam magnitudinis epicyclos, nullus in meis veris et causalibus comparationibus poterit superesse locus istis epicyclis.

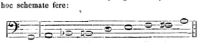
Nota XIII. Dictum est supra, in astronomia Ptolemaei non exstare proportiones planetarum ad se mutuo. Quare non est a vero dissentaneum, Ptolemaeum, si absolvisset etiam hoc caput, indulturum aliquid fuisse hujus similibus conjecturis. Est autem formata ex composita proportione. Nam si proportio reversionum Solis et Lunae duodecupla praestat proportionem intervallorum novemdecuplam, manente hic simplici proportionum contemperatione, sequeretur ad proportionem Solis et Saturni reversionum trigecuplam (longe majorem illa duodecupla), longe etiam major intervallorum proportio, quam illa novemdecupla. Admiscetur igitur respectus humilitatis Lunae et altitudinis Saturni, sic ut Luna quidem sit minus tarda quam humilis, Saturnus plus tardus quam altus, ob id ipsum, quia illa humilis, iste altus, quasi, quae centro inniterentur, aptiora essent ad motum. Itaque praesupponitur hic ut legitima collectio talis, quod sit sicut infra Solem proportio altitudinum novemdecupla ad proportionem reversionum duodecuplam et minorem, sic supra Solem sit vice versa proportio reversionum trigecupla ad proportionem altitudinum novemdecuplam, itidem minorem. Nam si 19 dat 12, tunc in ea proportione 30 dat 19 fere. Et haec proportio Saturniae sphaerae ad Solarem non multum differt a rationibus Albategnii et Alfragani, qui proportiones orbium (assumto principio, quod sphaerae se mutuo contingant) investigarunt ex principiis Ptolemaicis inveneruntque, Saturnum debere summoveri a Terra ad minimum: Albategnius 18100 semidiametris Terrae, Alfraganus 18500, qualium Sol absit 1176 circiter, quae est proportio sedecupla fere; licet autem augere altitudinem sphaerae Saturni, nihil impediente astronomia Ptolemaica, ut fiat et ipsa novemdecupla sphaerae Solaris, sicut ista est novemdecupla sphaerae Lunae. Licet vicissim (per observationes quidem eclipticas non accuratissimas, a Ptolemaeo adhibitas ad hanc demonstrationem) licet, inquam, contrahere sphaeram Solis, ut pro novemdecupla Lunae fiat illius sedecupla. Utrinque sphaera Solis media fiet medium proportionale inter sphaeras Lunae et Saturni extremas, sicut mese in tensione una omnium est medium proportionale inter neten hyperbolaeon et proslambanomenon. Hoc igitur in paragrapho prior est observata proportio, at in fine capitis in tabella posterior.

Haec igitur erant, quae circa hujus capitis textum ad mentem Ptolemaei a me concinnatum annotanda censui. Venio nunc ad collationem Ptolemaicae comparationis cum inventis tam veterum, quam meis.

Etsi enim Ptolemaeus capitis textum ipse non scripsit, ex ipso tamen capitis lemmate facile colligitur, Ptolemaeum hic aliquam partem philosophiae Pythagoricae, de siderum musica, tradere eamque melius emendare voluisse. Legimus enim apud Plinium lib. II. cap. 27, Pythagoram intervalla coelestia a Terra usque ad signiferum comparasse cum musico intervallo utrius diapason. Sicut enim in diapason sunt voces octo, constituentes intervalla septem, quae juncta faciunt circiter sex tonorum amplitudinem, sic etiam in mundo censebantur corpora octo totidemque orbes, septem quidem totidem planetarum, octava vero fixarum. Pythagoras igitur corpora coelestia comparavit sonis, corporum intervalla sonorum intervallis. Addidit coelestibus etiam Terram ipsam, comparans et hanc unisono, cujus accessione ex diapason seu octava fiebat nona. Facile enim deprehenditur Plinii lapsus, qui cum ex Pythagorae placitis a Terra ad signiferum collegisset summam septem tonorum, dispertitam in octo intervalla, novem terminis seu corporibus interstincta, postea pronunciaverit perperam, hanc summam septem tonorum efficere diapason, cum constet, sex solos tonos implere diapason; itaque hoc dicere debuit, a Luna usque ad signiferum secundum

placita Pythagorae esse diapason harmoniam, a Terra vero ad Lunam accedere unum tonum supernumerarium. Ita coelestibus quidem corporibus propter motum dati sunt singuli soni interque sonos intervalla; Terrae vero, quae putabatur quiescere, sonus tamen unus est attributus, propter solum intervallum hanc inter et Lunam, quod statuerunt aequale intervallo inter Lunam et Mercurium. Illusit enim seu Pythagorae seu ejus interpreti Plinio ambiguitas vocis »intervallum«, quae interdum significat alicujus spatii longitudinem, quo sensu inter omnia corpora deinceps locata in una serie interest aliquod intervallum, et sic etiam inter Terram quiescentem et Lunam mobilem; interdum vero intervallum, diastema, significat differentiam acuminis et gravitatis inter duos sonos, quo sensu competit tantum iis corporibus, quae motus celeritate vel tarditate sonos efficiunt, ubi quiescentia corpora, quippe sonum non efficientia, locum non habent. Quia tamen opinati sunt Pythagoraei, corporum intervalla localia tanta esse statuta, ut proportio eorum in corporum celeritates translata efficeret intervalla consonantiarum, ideo etiam id intervallum, quod inter Terram non sonantem et Lunam sonantem intererat, abusive tonum dixerunt, quae vox competit intervallo tantum vocali.

Potest tamen haec esse ratio, cur Pythagoras etiam Terrae quiescenti assignaverit suum phthongum, quod motus, quo sunt tardiores ut quieti propiores, hoc graviores edunt sonitus, jam vero Terra inter sidera motum repraesentat tardissimum, scilicet plane nullum, ergo Terra vicem gerit phthongi gravissimi. Consentanea est haec ratio etiam modo, quo fuerunt assignati planetis soni; est autem is, quod Pythagoras non respexit ad motus secundos, sed ad motum diurnum, horarum 24, in quo ut quodlibet sidus est altius a Terra, ita celeriori fertur impetu, scilicet ut majorem circulum eodem temporis spatio emetiatur, quo humilior emetitur angustiorem. Itaque celeritates siderum in hoc primo motu (si verus et realis esset) contingunt proportionales intervallis, acciditque, ut signifer cum stellis fixis altissimo loco constitutus rapidissimoque motu delatus, sortiatur sonum acutissimum (ut etiam Macrobius Pythagoraeum hunc modum explicat), Luna vero humillima per angustissimum circulum delata tardissime, definiat sonum omnium siderum gravissimum. Et sic tandem Terra, ut humilitate et remissione motus omnimoda, id est quiete, sic etiam gravitate soni recte et ordine succedit Lunae. Sententia Pythagorae tota, ut est a Plinio expressa, repraesentatur hoc schemate fere:



Nam a Terra ad ☽ dicebat esse tonum, a ☽ ad ☿ hujus dimidium, hinc ad ♀ tantundem fere, hinc ad ⊙ sesquiplum, et hinc rursum eodem ordine a ⊙ ad ♂ tonum, a ♂ ad ♃ hujus dimidium; hinc ad ♄ tantundem fere, hinc ad signiferum sesquiduplum, ut ita Sol connecteret duo diapente systemata, medians proportionem inter Terram et signiferum. Macrobius explicat paulo incommodius.

Ex his jam facile demonstratur, quae sit diversitas inter Pythagoram et Ptolemaeum. Quaedam enim communiter errant, in nonnullis Pythagoras praestat, in aliis Ptolemaeus. Primum utrinque assumitur ordo planetarum in mundo idem, qui est in astronomia Ptolemaei; atque hoc est το ὅτι, cujus causae quaeruntur, et το διότι. Atqui haec de coelestibus opinio erronea fuit, quod facile vel ex ipsa fluctuatione opinionum apparet. Nam apud Macrobium videre est eorundem Pythagoraeorum diversissimas opiniones super ordine sphaerarum. Erant enim qui sic numerarent: Luna, Sol, Mercurius, Venus, Mars etc., erant et qui aliter, Luna, Sol, Venus, Mercurius, Mars etc. Quare etiam diversissima commenti sunt coelestium systemata musica, et nisi me conjectura fallit, Archimedes ille tradidit systema Plinianum, hic a nobis explicatum: observasse enim legitur ordinem planetarum eundem, qui est apud Ptolemaeum. Nisi forte illius auctoris est intervallum tetrakisdiapason epidiapente, ad

quod usque Macrobius affirmat (apud Macrobium libro II. in Somnium Scipionis), sese tendere harmoniae coelestis accessionem; inter scilicet numeros 1, 2, 4. At Pythagoraei ceteri repudiato illo ordine tradiderunt ordinem alium, ex prius positis posteriorem, et usi sacrorum suorum numerorum familiis 1, 2, 4, 8 et 1, 3, 9, 27, invicemque intextis sic 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27, spatia sphaeris superioribus propemodum immensa attribuerunt. Ita apud omnes illos ipsum το ὅτι, ordo scilicet sphaerarum involutus erat magna caligine. Ptolemaeus quidem ordinem, quem ipse secutus est, in Opere Magno comprobavit argumentis tam levibus, ut facile appareret, etsi verum credidit, unico tamen experimento (quale est illud de Venere, nunc rotunda nunc corniculata) potuisse illum de hac opinione dejici.

Secundo Pythagoras de intervallis et topicis sphaerarum et musicis motuum quaestionem unam fecit, Ptolemaeus illam in duas, ut re vera sunt, divisit et priori de sphaeris caput 14. dedit, posteriori de motibus caput 15. Nec hoc mirum, quippe cum, quod tertio loco notandum, Pythagoraei primum motum considerarent, Ptolemaeus secundos singulorum proprios. Nam ipse de primo motu egerat capite 9. et 11, tanquam de eo, qui communiter adesset omnibus planetis; capite vero 14, ut supra dictum, orsus erat considerationem singulorum planetarum et sic etiam propriorum motuum. Nam etsi etiam Pythagoras singulos considerat planetas, recte tamen censuit Ptolemaeus, primum motum illis singulis loco quietis esse, cum omnes in eadem veluti domo volubili compacti, attritum aëris nullum, diversitatem motuum nullam sentiant, quod idem et de fixarum circulis diurnis, infinita magnitudinis varietate se invicem a polo ad aequatorem consequentibus, dicendum est. Rectius adhuc esset cum Copernico philosophatus, si statuisset, motum primum coelo re vera non inesse, sed saltem videri inesse, Terra in contrarium voluta circa axem. Hinc igitur emergit et hoc quartum discrimen, quod Pythagoras superiora, amplissimis orbibus citata, facit acutissima, infima gravissima, et Terram basin gravissimi omnium soni, cui tamen rectius silentium merum in hac analogia competeret: Ptolemaeus e contrario acutissimo sonitui comparat Lunam infimam, gravissimo Saturnum extimum; Terrae et fixis sonos hic nullos assignat, tanto quam Pythagoras verisimilior, quod in tota rerum natura moli corporum et prolixitati instrumentorum associatur gravitas sonorum. Vide libri mei III. cap. 4. Ex hoc itaque apparet, quantum aberraverit is ab intento Ptolemaei, qui lemmati capitis 16. tractationem subjecit alienissimam, comparans Saturnum, ut Pythagoraei, cum sono acutissimo, Lunam cum gravissimo, et quidem in alia systematis forma, in qua tetrachordon synemmenon est loco tetrachordi diezeugmenon. Mirorque Barlaam monachum, qui hunc errorem notavit, non notasse et illum, uti nec hoc, quod fucus iste Venerem supra Solem locavit. Quinto, jam vero Ptolemaeus in hoc absurdior est Pythagora, quod sphaeras primas vel etiam corpora stellarum iis vecta sic comparat sonis in systemate, ut illa respectibus motuum exuat. Longitudines enim diametrorum, seu quod idem est amplitudines circulorum, per quos eunt singuli, comparat longitudinibus chordarum systematis in hoc 14. capite, quanta vero celeritate vehantur singuli per suos orbes, id differt in caput sequens. Si enim eandem celeritatem tribueret omnibus, causa nulla esset, quin cum Macrobio a periodicis temporibus argumentaretur ad orbes, ut quia Saturnus trigecuplo tardior est Sole, eundem etiam trigecuplo altiorem Sole faceret, ne opus esset in lemmate capitis praescribere, se velle demum primos numeros investigare, quibus explicarentur sphaerarum proportiones. Itaque vides, non alienum hoc a mente Ptolemaei fuisse, a me perscriptum in tractatione capitis et explicatum paulo prius: quod inferiores sint re vera celeriores superioribus, non tantum brevitate reditûs, sed etiam vigore celeritatis, ut sint ita periodi inferiorum breviores, quam pro orbium amplitudine. Sextum et speciale discrimen inter systemata Pythagorae et Ptolemaei est in amplitudine. Pythagoras enim omnes planetas et fixas unico diapason includit secundum Plinium, alii Pythagoraei apud Macrobium id ampliarunt ad tetrakis diapason epidiapente. Ptolemaeo dispersi sunt planetae per systema perfectum, quod amplitudinem habet disdiapason. Septimo, septenarium planetarum uterque quaerit etiam in suo archetypo, religione praecipua septenarii, qui, ut Macrobius ex Somnio

allegat multisque exemplis confirmat, communis quidam rerum nodus habebatur; hoc tamen inter illos discrimen est, quod Pythagoras quidem unius simplicis diapason intervalla septem admiratus dignatusque est, Ptolemaeus vero, angustum mundum fieri cernens, in ampliori systemate duplicis octavae septenarium tamen et ipse invenit sonorum stabilium. At cum ne sic quidem satis amplum fiat mundi intervallum, elegantior omnino et mysteriorum fertilior censeri potest comparatio Pythagorica, quam Ptolemaica. Ille enim septem omnino naturalia numerat, iste septem magna ex parte arbitraria, ut in notis explicavi. Satis de comparatione Ptolemaei cum Pythagora.

Restat ut mea etiam inventa cum Ptolemaicis comparem. Primum igitur non possum non celebrare divinam quasi virgulam in Ptolemaei et Pythagorae conatibus, quod statuerunt, oportere esse aliquem archetypum, ex quo non tantum numerus sphaerarum coelestium, sed etiam singularum magnitudines seu proportiones unius ad alteram fuerint desumtae. Axioma divinum est, quod quidem mihi cum illis auctoribus communiter praelucet; de cetero dividimur. Secundo enim coelestia ipsa seu τὸ ὅτι rationem apud me habent expeditissimam ex Copernico, nec ulla talis qualis in Ptolemaeo superest haesitatio, neque de numero, neque de ordine, neque de magnitudine. Nam in astronomia Copernici sphaerae mobilium sunt numero sex: una Saturni, cum parastatis duobus, una Jovis, cum satellitibus quatuor, tertia Martis, quarta Telluris cum Luna, quinta Veneris, sexta Mercurii, quarum omnium centrum obtinet Sol. Nam etsi sphaeras solidas verior coelestium rerum disciplina nescit, illa tamen regiones sphaericas pro singulis planetis singulas largitur ultro stabilitque et munit indubitatis argumentis.

Tertio singulorum planetarum sphaerae apud Ptolemaeum sunt implexae inaequalissimarum proportionum epicyclis aliisque particularibus orbibus; apud Copernicum unico Telluris motu circa Solem sphaerae omnes fiunt simplicissimae. Nihil igitur habemus in rebus ipsis, quarum causae inquirendae sunt, quo de dubitemus. Illi vero veteres simul et res et causas rerum conjecturis alias aliter indagarunt, quasi fortunam invocantes, destituti corporum et ordinis experientia sensili, hoc est astronomica.

Quarto, quod jam attinet archetypum ipsum rerum coelestium, hic Ptolemaeus nihil divinius invenit, quam politiam rerum harmonicarum, neque tamen, ex quo rerum genere illa politia harmonica primitus esset orta, perquisivit accurate, contentus familia numerorum ex doctrina Pythagorica; itaque uni et eidem systemati harmonico tria illa (inter alia) praecipua interque se distincta comparanda censuit: 1) configurationes, 2) sphaeras, 3) motus. Ego vero considerans, haec ipsa tria esse inter se diversissima, diversos etiam iis archetypos, diversa exemplaria constituta esse sum arbitratus. Et circa configurationes quidem proxime accessi ad Ptolemaei conatus, ostendens, non quidem ex integro disdiapason systemate musico cum circulo comparato, ut ille, sed ex ratione divisionis circuli et ex simplici diapason cum semicirculo comparato: cur et in natura configurationes inter infinitas paucae essent efficaces, et in musica simile quid circa consonantias accideret. Hoc igitur argumentum fuit mei libri quarti Harmonicorum. Circa vero reliqua duo, sphaeras scilicet et motus, sic ego sum ratiocinatus, eandem oportere proportionem esse archetyporum, quae est rerum ipsarum, nec utrumque, tam sphaeras quam motus, eidem rei comparari legitime. Cum enim perpenderem, proportiones nec ex humana musica in coelum venisse, nec ex coelo in musicam, sed in utrumque ex circulo abstracto, scilicet ex geometria: foribus igitur geometriae apertis, jam potiebar thesauro omnis generis idearum, figuris scilicet tam solidis, quam planis. Et solidae quidem figurae pulchre respondebant corporibus solidis, planae vero corporum affectionibus, sic superficies sphaerica locis seu spatiis planetarum dimensionis solidae, lineae vero circulares motibus. Et superficiebus quidem sphaericis inscribi circumscribique figuras solidas videbam, circulis vero figuras planas. Ibi ex binis quibuscunque orbibus, uni figurae adscriptis, oriebantur proportiones certae orbium, hic ex figurarum in circulum inscriptione in partibus circuli sectione constitutis videbam expressas et constitutas

esse proportiones harmonicas. Secutus ergo cognationem rerum censui, solidas quidem figuras primas prima spatia mundi repraesentare; quinque enim figurae erant in geometria, quinque itidem interstitia (quippe planetarum seu curriculorum sex) in Copernico. Harmonicas vero proportiones, ut ex planis et circulari linea ortas, motibus exornandis fuisse destinatas.

Quod igitur materiam attinet duorum horum Ptolemaei capitum, unius de sphaeris, alterius de motibus, de sphaeris quidem exstat libellus meus, Mysterium Cosmographicum dictus, qui ante 22 annos editus est Tubingae, cujus praecipua capita repetii libro hujus mei operis harmonici quinto, cap. 1. et 3. in schemate, et cap. 4. folio 196 (285) et inprimis cap. 9, ut axiomate 2. et 46. et prop. 47. et 48. et in epiphonemate 49, ut et cap. 10. in epilogo, folio 248 (327). De motibus vero, ad caput Ptolemaei sequens 15. pertinentibus, ago libro quinto operis mei toto ex professo.

Sed de sphaeris agamus jam. Summa enim Mysterii Cosmographici haec est, quod, cum non possint esse plures figurae solidae regulares quam 5, non etiam debuerint fieri plura orbium planetariorum intervalla quam itidem 5, pluresque currentes stellae earumque curricula quam 6, quodque ex una qualibet figura quantitas intervalli praeterpropter fuerit desumta Nam si motus fuissent permissi necessitati physicae (cum intervallum planetae a Sole gignat celeritatem motus), tunc figurarum intervalla in curriculis planetarum fuissent expressa perfectissime, nihil enim huic perfectioni obstitisset. Qualium igitur Saturnus distat a Sole 1000000, talium Jupiter nactus esset 577350, Mars 192450, Sol 152931, Venus 121817, Mercurius 70158. Atqui etiam motus indigebant sua peculiari exornatione, quia non tantum harmonicis erant instruendi concordantiis, sed etiam concordantiarum erat iis concilianda varietas. Horum vero neutrum ad distantias figurales sic praecise observatas potuit sequi: non primum, quia nec omnes figurae proportionem inter binos orbes suos constituunt harmonicam aut omnino effabilem, sed solum tetraëdron triplam, nec harmonica proportio duplicata aut quomodocunque multiplicata (praeter diapason) manet harmonica: non secundum, quia nisi variato intervallo motus intendi remittique et sic proportio variari nequit. His igitur de causis primum sunt multa planetis intervalla variabilia, varietate tanta, quanta suffecit ad contemperandos binorum extremos motus, ut quam minima mutatione intervallorum figuralium proportiones motuum ex Sole apparentium constituerentur nobiles et harmonicae. Quo dato principio jam necessitas quantitativa pervadit omnes reliquos planetas, singulis suas harmonicas proportiones indulgens iisque exprimendis intervalla a figuris monstrata leviter corrigens, ut tamen in potiori magnitudinis parte vis figurae liquido nihilo minus agnoscatur. Quare nequaquam nobis opus est harmoniis ad concinnandum proportionis sphaerarum mancum et inidoneum archetypum, cum suppetat nobis pulcherrimus, aptissimus et plane necessarius ex geometria archetypus, quinque figurae regulares, ex quibus Deus ipse Creator numerum, ordinem et proportiones sphaerarum desumsit. Licet igitur Ptolemaeo per sphaeras quidem coelestes differre et reservare harmonias ad exornationem motuum, capitis sequentis 15. materiam.

CAPUT XV. [I)]

Quomodo sumi possint motuum propriorum proportiones per numeros. [II)]

Cum sphaeris igitur res sese habet, ut explicavimus. Transimus nunc ad motus singulorum planetarum proprios. Quemadmodum enim ex chordis diversorum sonorum simul pulsatis compositus sonus elicitur, qui aurium judicio vel consonantia dicitur vel dissonantia, sic etiam sphaeras coelestes videmus incitari motibus diversis, in quibus spectantur eaedem differentiae, quae et in motu chordarum, velocitatis et tarditatis. Cum autem magna sit

varietas motuum in planetis singulis, non potest nisi varia et multiplex fieri proportionum inter eos consideratio et laboris non minimi. Sunt enim planetis omnibus sui eccentrici [III]), quorum vel solorum causa illi fiunt tardi vel veloces; sunt et epicycli, qui non tantum velociores illos possunt facere quam eccentricus, sed et plane stationarios, aut etiam retrogrados [IV]). In Luna et Mercurio apparatus adhuc multiplicior est [V]). Sed generali divisione aut motus eccentricorum seorsim considerari possunt, aut motus epicyclorum seorsim, veluti nudi, et proportio horum ad illos in planetis singulis, aut denique compositi motus cujusque ex motu eccentrico et epicyclico. Primo modo motus planetarum inter se relati possunt comparari sonis consonantibus vel dissonantibus; secundo modo planetae singuli invenientur habere aliquid simile generum cantus; tertius modus, quippe apparitionibus cognatus, rursum infert comparationem singulorum cum tetrachordis et tonis disjunctivis, nec minus et cum consonantiis.

Prima igitur et principalissima comparatio sit motuum eccentricorum. Est autem haec ipsa quoque gemina; vel enim motus inter se medii singulorum comparantur, vel velociores cum tardioribus in singulis, et singuli unius cum singulis reliquorum. Est igitur mediorum motuum consideratio propria hujus loci, ut, quia proxime de primis planetarum sphaeris egimus, motus etiam illos jam producamus, qui primis illis sphaeris primo et per se insunt. Hae igitur proportiones facile numeris exprimuntur, quia mediorum motuum proportio veluti sub signifero circulo eadem est cum proportione eversa periodorum. Ut quia Saturni periodus est ad Jovis periodum sicut 30 ad 12, quare vice versa Saturniae sphaerae motus sub fixis est ad Joviae motum ut 12 ad 30 [VI]).

Hoc itaque pacto est inter motus Saturni et Jovis proportio, quae inter 5 et 2 fere, inter Saturni et Martis, quae inter 16 et 1 vel 47 et 3 fere; inter Saturni et Solis, Veneris et Mercurii, quae 30 ad 1; inter Saturni et Lunae, quae 364 ad 1. Sic inter Jovis et Martis, quae inter 6 et 1, vel inter 19 et 3 propius; inter Jovis et Solis, Veneris et Mercurii, quae inter 12 et 1 vel inter 107 et 9. Inter Jovis et Lunae, quae inter 147 et 1. Inter Martis et Solis, Veneris et Mercurii, quae inter 916 et 487; inter Martis et Lunae, quae inter 27 et 1 vel 80 et 3. Inter Solis, Veneris vel Mercurii, et inter Lunae, quae 12 ad 1 vel 235 ad 19.

Neque praeteriri debet nec hoc, quod sicut in systemate musico duae chordae diversae crassitiei tendi possunt in unum sonitum, crassa quidem remissius, gracilis vero durius, methodo illa, qua docuimus libro II. geminata monochordi applicatione systema instruere, sic etiam in mundo tres inaequales sphaerae, Solis maxima, Veneris media, Mercurii angustissima, motum unum sub zodiaco periodumque unicam temporis sunt sortitae [VII]). Quodsi jam accesserint ad hos medios motus intervalla singulorum inter tarditatem in apogaeo eccentrici et velocitatem in perigaeo, facile patet, inter binos planetas posse existere proportiones alias atque alias. Mutata enim unius velocitate, ut termino, manente reliquo, proportionem mutari necesse est tanta per singulos accessione vel subtractione, quantam fert cujusque eccentricitas. Veruntamen non soli eccentrici (praeterquam in luminaribus), sed etiam epicycli incitant vel debilitant motus. Itaque haec pars primi modi commune quid habet cum modo tertio. Transeamus nunc ad epicyclorum considerationem, quae numero secunda fuit. Haec enim peculiare et insolens aliquid habet. In epicyclis enim ratio motuum est contraria motibus eccen-

tricorum. Nam in eccentrico quidem superiorum motus erat tardior, Solis, Veneris, Mercurii motus velocissimi, excepto Lunae; in epicyclo vero Saturnus supremus velocissimus est superiorum, Mars tardissimus. Vicissim ex inferioribus Venus superior est tardior Mercurio inferiori [VIII]). Igitur ut prius epicyclus et alii secundarii orbes comparabantur chordis secundariis et mobilibus, sic nunc motuum variatio epicyclica repraesentabitur per pulsationem illarum mobilium chordarum [IX]). Et ut supra planetarum in genere intervalla maxima, minima, mediocria generibus cantus tribus respondebant, sic nunc singulorum motus epicyclici, quibus mutantur intervalla, aptissime poterunt accommodari ad eadem genera, cum hoc discrimine, ut quorum motus epicyclicus major est motu eccentrico reversioque in epicyclo celerior, quam in eccentrico, ii comparentur generi diatonico; quia etiam in illo intervallum quodlibet tetrachordi minus est junctis duobus reliquis; quorum vero motus epicyclicus minor, reversio tardior ob magnitudinem epicycli, eis genus enharmonium detur, in quo etiam intervallum unum tetrachordi superat juncta reliqua duo; quorum denique reversio aequalis in utroque, seu potius epicyclus nullus, qui ceteris peculiariter sic dictis et superiori parte in consequentia motis respondent, ii se associent chromatico, in quo tetrachordi duo intervalla juncta sunt aequalia reliquo. Sic igitur diatonicum genus habet Saturnum, Jovem et Mercurium, quia horum epicycli minores sunt et celerius restituuntur, quam eccentricus; enharmonium: Martem et Venerem, quia hi maximos epicyclos habent et tardius revolventes, quam eccentrici; chromaticum denique: Solem et Lunam, quia epicyclis talibus, qui superiori parte moveantur in consequentia, omnino carent [X]). Proportio quidem motus epicyclici ab apogaeo ad motum eccentricum a fixis eadem est in singulis, quae numeri revolutionum epicyclicarum ad numerum revolutionum eccentricarum: in Saturno 57 ad 2, in Jove 65 ad 6, in Marte 37 ad 42, in Venere 5 ad 8, in Mercurio 145 ad 46, omnia praeterpropter. Itaque propter has singulorum proportiones locum etiam hic habet comparatio cum variis sonituum bigis [XI]).

Sequitur tertius modus considerationis, in qua junguntur effectus epicycli et eccentrici, fitque ratio valde multiplex. Nam cum planetae fiant in apogaeo eccentrici tardissimi, in apogaeo epicycli velocissimi, compositus igitur motus non efficitur velocissimus, utroque apogaeo juncto, sed tunc, si apogaeum epicycli et perigaeum eccentrici sociantur. Tardissimus vero compositorum desinit omnibus aequaliter in stationem meram indeque convertitur in retrogradationem, adeo ut, cum planeta est in retrocessu velocissimus, id quadamtenus respondeat tarditati omnium remississimae. Est igitur alia comparatio velocissimorum directorum, alia retrogradorum, alia intermediorum. Sed cum sint in quinque planetis gemini velocissimi, secundum duo opposita loca eccentrici, in luminaribus tantum unus velocissimus, retrogradatio statiove nulla, patet quod missa retrogradatione, statione et illa multitudine motuum intermediorum usque ad stationem, debeamus planetas quinque inter se comparare causa velocissimorum tantum, et quatenus ii finguntur semper esse in apogaeo epicycli [XII]). Tunc eorum motus diurni apparentes sub zodiaco his extremis explicantur numeris: Saturni quidem inter 7 et 8 minuta unius gradus, Jovis inter 13 et 18, Martis inter 39 et 50, Veneris inter 73 et 76, Mercurii inter 90 et 135 circiter. Quibus adde motus Solis inter 57 et 61', Lunae inter 11 et 15 gradus. Itaque Jupiter duplo celerior esse potest Saturno, quo modo haec biga comparabitur cum consonantia diapason. Mars

triplo celerior fit quam interdum Jupiter, paria igitur faciunt hi duo cum diapason epidiapente. Sol cum Marte potest sesquialteram facere proportionem, potest et sesquitertiam et sesquiquartam et sesquiquintam; Venus cum Sole sesquiquartam, cum Mercurio plerasque positarum efficere potest; Mercurius cum Luna sextuplam et usque ad noncuplam. Cum igitur proportiones plurimae reperiantur eaedem in diversis bigis, ergo ubique fere occurrunt bigae motuum comparabiles cum aliis et aliis consonantiis dissonantiisque, fitque haec comparationis pars propemodum generalis. Inter has vero proportiones praecipue nobis veniunt notandae illae, quas quilibet eorum, qui epicyclum habent, cum luminaribus faciunt, epicyclo ejusdem conditionis carentibus [XIII]). Diviso igitur motu minori luminaris per majorem motum planetae superiorum unius, et vicissim majori illius per minorem hujus, prodeunt extrema proportionum, quae contingere possunt. Ita 8 Saturni in 57 Solis habentur septies, et 7 Saturni in 61 Solis paulo minus novies, contingere igitur poterit et octupla intermedia. Sic Saturni cum Luna proportiones extremae sunt 1 : 129 et 1 : 83; Jovis vero cum Sole 1 : 5 et 1 : 3, quare et 1 : 4, cum Luna 1 : 70 et 1 : 36, quare etiam intercidens 1 : 64; Martis denique cum Sole suprapositae sunt, quarum extremae sunt 5 : 6, et minus quam 1 : 2, cum Luna sunt 1 : 13 et 1 : 23, quare et intercidens 1 : 16 et ceterae. Sic ex inferioribus diviso majori motu planetae, ut 76 Veneris per minorem Solis 57, et minori illius 73 per majorem hujus 61, prodeunt extremae 4 : 3 et 6 : 5 fere. Cum Luna vero processu utendum est priori, veniuntque 1 : 12 et 1 : 9 fere. Et Mercurii cum Sole extremae sunt 3 : 2 et 2 : 1 circiter; cum Luna 1 : 10 et 1 : 5. Et tantum de positu planetarum in epicycli apogaeo, cum veloces et directi sunt [XIV]).

Etsi vero exclusimus conditionem retrogradationis et stationis singulorum a comparatione cum systemate perfecto, restat tamen generalis omnium quinque responsus cum tetrachordis et tonis disjunctivis. Quippe retrogradatio coincidit cum positu diametrali et in inferioribus cum occultatione inferiori. Statio in Saturno quidem cum positu tetragonico, in Jove cum trigonico, in Marte ulterius, vicissim in Venere et Mercurio tunc, quando minus 90 partibus a Sole distant, ut ita relinquatur directio seu situs in apogaeo epicycli, connectendus cum occultationibus sub Sole, inferiorum quidem superioribus. Cumque de tota astronomia nihil aeque notabile sit, quam hoc ipsum, quod planetae alias directa via incedant, nunc consistant, nunc retrorsum ferantur, prout Sol ab iis recesserit aut ad eos appropinquaverit: hoc ipsum quoque musicum quid sapere adeo insedit hominum animis, ut veteres musicae suae dramaticae formas secundum has planetarum affectiones apparentes sint dispertiti, chori sui munia tria statuentes: strophen, antistrophen et epodon. Quae vetustissima musices cum coelo comparatio etsi per se pertinet ad generales jam praemissas, habet tamen hoc inter particulares comparationes referendum, quod ut inter planetas Sol et Luna retrogradatione et statione carent, Sol potius est, qui affectiones in ceteris planetis luminis sui propinquitate vel remotione temperat, sic etiam choro Musarum additus fuit a poëtis choragus Apollo, et choragi officium erat, stantem in medio chori nutibus agere chorum in orbem. Sunt quidem, qui sic explicant motum chori ad dextras partes, quo motu strophe canebatur, repraesentando motu mundi totius ab ortu in occasum fuisse ordinatum, eo quod Homerus, vultu ad septentriones verso, dextras orientis partes reputet, occidentis sinistras; motum contrarium, unde pars carminis antistrophe denominata, referre planetarum

motum contrarium; stationem vero, in qua canebatur epodos, vice stationis Terrae fuisse. At Pythagoras, qui septem chordas lyrae ad numerum planetarum septem ordinavit, videtur potius ad planetas respexisse vultuque ad meridiem verso, dextras partes in oriente locasse, ut ita directi planetae et in orientem delati strophen adumbrarent, retrogradi antistrophen, stationarii epodon seu stantem chorum. Ita enim, sicut iisdem inest planetis directio, retrogradatio, statio, sic etiam idem chorus est, qui ad dextras, qui et ad sinistras it, et qui stat.

Nam si voluissent musici illi repraesentare stationem Telluris, non opus ad hoc fuisset parte cantus, quae caneretur stante choro, jam antea enim in chorago stante in medio suppetiisset illis instar satis luculentum stantis Terrae. At cum Apollo, choragus ille Musarum chori, poetis non Terram significet, sed Solem, ne in chorago quidem stante expressa fuisse videtur statio Telluris; multo enim verisimilius est, hac choragi quiete significatam esse simplicitatem motus Solis medii inter planetas, epicyclo carentem nec retrogradationi illi planetarum obnoxiam: ut ita tota chori facies unice ad coelum et planetas referatur, nullatenus ad Terram. Tantum igitur de multiplicium varietatum, quae insunt in singulorum planetarum motibus, comparatione cum rebus musicis dixisse sufficiat [XV]).

Nota I. De hoc quoque capite solus titulus est Ptolemaei, cetera mea sunt, sic quidem composita, uti, quantum ex antecedentibus assequi conjectura potui, Ptolemaeus ipse compositurus fuit. Nam tractatio, quae in vulgata editione latina inque manuscriptis graecis titulo subjecta est, penitus nihil habet, quod titulo capitis respondeat; quod operose demonstravit Barlaam monachus libello graeco, cujus supra etiam facta est mentio.

Nota II. Vides, praescribi tantummodo problema, propositum veluti astronomis, quod ne quidem attingit comparationem aliquam: sed adhuc intra septa se continet astronomiae. Dubitari igitur potest, an Ptolemaeus hoc capite comparationem omnino aliquam fuerit instituturus, et si motus planetarum comparaturus erat rebus musicis, cuinam igitur parti rerum harmonicarum eas comparare voluerit, cum id non indicet in titulo, quod solebat hactenus, nec restet ullum caput harmonicae doctrinae, quod non jam antea fuerit absumtum in capita rerum astronomicarum comparata.

Quia tamen proportiones motuum quaerere numerisque exprimere titulus instituit, suspicari possumus de consonantiis, quia et hae consistunt in proportionibus numerabilibus, et quia nihil impedit, eadem capita harmonices bis comparari: primum coelestibus in genere, ut in capitibus antecedentibus, iterum in capitibus abhinc sequentibus, planetis singulis. Ubi notandum, quod binorum inter se motuum proportiones vi causarum moventium plerumque sint ineffabiles numeris, motus scilicet inter se causa celeritatis et tarditatis incommensurabiles.

Qui defectus cum impediat, quo minus motus cum phthongis systematis comparentur, quippe hi omnes inter se commensurabiles sunt: haec igitur causa fuit Ptolemaeo, cur, quae ineffabilia sunt, effari tentaverit per numeros. Ex quo datur intelligi amplius: aut non accuratas hoc capite quaeri motuum proportiones, sed pro veris acceptari illas, quae veris motuum proportionibus appropinquant, numeris effabiles, aut in magna aliqua motuum binorum planetarum variatione, quam sequitur innumerabilis proportionum multitudo, omnes illas, quae cum harmonicis coincidunt, eruendas inque conspectum locandas fuisse, ut pateret, omnesne harmoniae omnium planetarum motibus inter se comparatis respondeant, an certae harmoniae seorsim certorum planetarum motibus?

Nec obscura est emphasis locutionis hujus: «quonam pacto quis sumserit», hoc indicans, id quod sumere Ptolemaeus intendebat, omnino difficile et perplexum esse sumtu, seu quia modi sumtionis varii, seu quia in singulis inconstans motuum cele-

ritas vel tarditas, inconstans etiam forma, inconstans denique duratio: intellige in astronomia Ptolemaica.

Denique totius tituli sensus sic est comparatus, ut facile pateat, caput hoc non sui ipsius causa scribi, nec finem dicendorum in se ipso continere, sed servire alii alicui secuturae comparationi, capite 16. sequenti instituendae.

Nota III. In Ptolemaei astronomia sunt orbes solidi vel quasi, motus nullus transscribitur ipsi stellae, nisi apparens ille, compositus scilicet ex pluribus simplicibus, qui re vera dividuntur inter sphaeras totidem: ut ita sphaerae singulae singulis propriis incitentur motibus iisque, ut prima fronte apparet, plane simplicibus et aequabilibus. Qua in opinione fuerunt etiam veteres, Eudoxus, Calippus eosque secutus Aristoteles, ut perscriptum reliquit Met. XII. Quam opinionem ego refutavi in Commentariis de motibus stellae Martis defendique rationibus evidentibus, omnem illam motuum varietatem, quae stellis inesse putatur, aut phantasiam esse visusque deceptionem, ex annuo Telluris motu natam, aut re vera planetarum globis ipsis inesse, sic ut illi nequaquam circumvehantur velut in curru aut ut clavus in rota, quiescentes sc. in uno sui orbis loco, sed re vera trajiciant per limpidissimam auram aetheream, illi nullatenus illigati. Quare meminerit lector, me hic, dum Ptolemaici operis lacunas expleo, non scribere ex animi mei sententia, sed Ptolemaei vestigiis necessario insistere, si viam quidem eccentricam planetis singulis relinquit etiam mea ex Copernico transsumta astronomia, quae scilicet aliud observat centrum a centro totius universi, quod Sol est.

Nota IV. Epicyclos omnes unicus Telluris motus annuus apud Copernicum tollit planetasque tantum directos, tantum uno modo veloces esse patitur, cum scilicet sunt in periheliis, et Luna in perigaeo suo; alterum hoc velocitatis augmentum, tanquam ex epicyclo, una cum stationibus et retrogradationibus, sublatis epicyclis et substituto simplicissimo et unico Telluris motu, simili motibus ceterorum circa Solem, in meram visus deceptionem evanescit. At Ptolemaeus, qui veros credidit epicyclos, praeterire has incitationes et retentiones nequaquam potuit. Unde factum, ut summa existeret motuum confusio apud Ptolemaeum, quae ineptam et abhorrentem reddebat omnem comparationem, utcunque ea institueretur. Hanc adeo causam esse puto, cur Ptolemaeus praescripto capitis lemmate tractationem subsecuturam lacuna texerit, quia impossibile videbat, in astronomia sua demonstrari talem motuum coelestium ornatum, qualem ipse ex archetypo rerum musicalium conceperat animo. Poterat sane confusio ista Ptolemaeo persuadere, ut missa sua astronomia ad veterem Pythagoricam confugeret.

Nota V. Ptolemaeus Lunae eosdem quidem tribuit orbes nominetenus, quos 5 reliquis, epicyclum scilicet in eccentrico: at vis est his hypothesibus diversissima a vi illarum. Nam primum apparentiae in Luna tales nullae sunt, ob quas ceteris singulis singuli dati sunt epicycli, cum Luna nec retrograda fiat, nec in summa apside velox. Itaque Lunae epicyclus aequipollet eccentrico ceterorum. Deinde eccentricus Lunae diversissimam a ceteris causam, nec minus et formam diversissimam habet motuum: vult enim Ptolemaeus, hunc eccentricum menstruo tempore volubile centrum habere per totum zodiacum, nec tamen circa id aequali cieri motu, sed velocem esse, cum fert epicyclum in summo, tardum, cum in ima et perigaea sui parte. Refutarunt tamen hunc eccentricum solidissimis rationibus Regiomontanus et Copernicus. Itaque ego substituo viam Lunae circa Terram eccentricam duplici modo: uno stato, altero variabili, ut interdum plane non sit, alias excrescat ad statam et certam quantitatem. In Mercurio Ptolemaeus pro simplici ceterorum eccentrico duplicem fecit; mihi, supposito Terrae motu annuo, via Mercurii plane similis fit ceteris quinque, sc. eccentrica circa Solem.

Nota VI. Haec periodorum comparatio nominetenus quidem attinet motum, re vera non motum, sed numerum dierum, qui metitur tempus reditus cujusque sideris. Aliter tamen mihi, aliter Ptolemaeo. Nam quia Ptolemaeus ponit sphaeram primam aequabilissimo motu moveri, hinc ex compositione magnitudinis sphaerae et tarditate reditus nascitur etiam motui sphaerae aliqua certa et constans velocitas; at mihi,

cum sphaera solida vel quasi nulla sit, nulla igitur pars circuitionis est, quam planeta conficiat eadem celeritate cum alia, praeterquam in binis aequaliter ab apogaeo remotis.

Quaecunque tamen sit proportio motuum mediorum in primis sphaeris Ptolemaei, ea non aliter exprimitur a numeris dierum periodicis, nisi quatenus apparet motus sub zodiaco. Non est igitur in his numeris proportio verae velocitatis sphaerarum ipsarum, sed saltem apparentia sub fixis; et tamen haec ipsa apparentia nulla est, cum sphaerae illae Ptolemaicae, ut veras et reales ponamus, perspicuae sint, minime vero apparentes. Restat ut dicamus, proportiones istas nullius esse rei praeterquam temporis, et sic terminorum mere mentalium. Atque ego demonstravi libro meo V. cap. 6, in his proportionibus nullas occurrere perfecte harmonicas.

Nota VII. Quod tres distinctae sphaerae apud Ptolemaeum unam et eandem periodum habent temporariam, hoc unum est ex maximis absurditatibus astronomiae veteris, vel ipso Aristotele teste, qui analogiam desiderabat inter tempora et orbes. Ignoscat itaque mihi lector, si videor ipsi etiam Ptolemaeo vim fecisse, comprobans velut ex ejus mente et ad archetypum musicum accommodans, id quod fortasse Ptolemaeus ipse incusaverat ut non recte habens et a natura alienum, atque hoc inter causas forte retulit, cur hoc caput imperfectum relinqueret. Neque tamen bene tectus est naevus iste astronomiae veteris a mea incrustratione, ut quae decolor et turpis est se ipsa. Nam quid diversitas tensionum ad systema musicum perfectum? Nonne vel unica potuit esse omnium chordarum tensio, omnium scilicet ejusdem crassitiei, vel singularum aeque longarum tensiones singulae? Bene igitur habet, quod ex rebus comparatis altera quidem, ex musica, mere est arbitraria, altera, ex astronomia, plane falsa.

Nota VIII. Hic Ptolemaeus, quod nota 1. ad caput 11. dixi, lectorem ad limina penetralium naturae adduxit, ipse non ingressus est. Motus aut considerantur ut aequabiles et sic competunt in sphaeras secundum Ptolemaeum, aut, ut sunt, inaequabiles et sic competunt in stellas ipsas motas. Quodsi stellae considerantur, ut eae videntur inaequaliter moveri, certe id non tantum ratione eccentrici fit, sed etiam et multo maxime ratione epicyclorum. Ita in astronomia Ptolemaei inaequalitatum eccentrici separata comparatio nulla potest institui cum harmoniis, quia latent illae minores apparentes inaequalitates in his majoribus. Hic igitur necesse fuit deficere conatus egregios Ptolemaei, quaerentis ipsum genuinum archetypum exornationis motuum; quare perscripto problemate, desperans exitum, qua via inceperat, manum de tabula sustulisse et lacunam reliquisse videtur.

Quemadmodum vero alias in astronomia eclipses Solis et Lunae non sunt inter mala reputandae, quia lumen illae praeferunt ad discendam doctrinam motuum praestantissimam (vide meae Opt. Astr. Partem, folio 3 et 4 [II. 128.]), sic etiam puto, divina providentia factum, ut hic ipse defectus textus Ptolemaici fuerit utilis, ut lector, ubi a scriptore Ptolemaeo perductus fuerit ad locum totius humanae philosophiae nobilissimum et majestatis divinae corusco fulgore venerandum jamque inhians mysteriis eminus animadversis, a duce hoc suo contextum abrumpente etiamque in meo hoc supplemento locum genuinum unico saltu transmittente, fuerit destitutus: tanto postmodum avidius, quod spero futurum, sitim suam in veris hujus harmoniae coelestis rationibus, a me libro V. traditis, expleat; vidensque, veterem astronomiam haerere perplexam, ubi vel maxime loquentem optabat audire, tanto et aequiori animo perfectam Copernici doctrinam, quamvis motus Telluris absurditate horridam inexpertis, in cathedram ascendere patiatur et attentioribus auribus de creationis arcanis disputantem audiat.

Igitur eliminatis his fictitiis epicyclis cum omnibus stationum et retrogradationum phantasmatis, visum decipientibus, et restitutis suae simplicitati motibus planetarum propriis, ut ii spectarentur ex Sole: si sic exscribamus motus planetarum diurnos sub zodiaco, velocissimos in periheliis, tardissimos in apheliis suis, statim ex iis apparet novus ab integro totius harmonices ordo et imitamentum, ac si homo non ex se ipso exque instinctu naturali didicisset musicam, sed plane Deum ipsum et au-

divisset primam omnium in planetarum systemate ludentem cantilenam et in suo cantu imitaretur.

Neque vero miremur, tam arcte expressas esse harmonias in motibus siderum easdem, quae in chordis audiuntur, cum videamus, quam cognatae sint subjectorum utrorumque conditiones. Stella motum habet et chorda motum habet: proportio quaeritur inter celeritates diversas motuum coelestium, quaeritur et inter diversa acumina gravitatesque chordarum, cum acutus sonus ex chorda celeriter mota prodeat, gravis ex tarda. Et chordas quidem aequaliter tensas longitudo tardas facit, brevitas celeres; motum planetae contra tarditas brevem facit, celeritas longum et prolixum, et vice versa, si sumas eandem motuum longitudinem, in ea celeritas efficit planetam brevi tempore morari, tarditas longo. Nihil igitur impedit responsum proportionem motuum, quod soni quidem audiuntur, motus vero vel videntur (ut ex Sole) vel intelguntur: quia neque illis propter auditum insunt harmoniae, neque his propter visum, sed utrisque propter longitudinem et brevitatem, et propter affectiones, quae motus consequuntur, propter scilicet comparationem horum, ut terminorum, qua fit intellectus. Sed vide originem, distinctiones totamque essentiam harmonicarum proportionum nostri operis libro IV. cap. 1. 2, 3, et cap. 4, 6. discrimen inter hujus loci coelestes harmonias et inter illas capitis 9. Ptolemaei, quae hisce in perfectione, nobilitate et praestantia nequaquam sunt comparandae.

Est igitur inter hos cujusque planetae binos extremos motus commensuratio perfecta, ut probo toto libro V. mei operis; est illorum certum aliquod systema, constans ex diapason septem et amplius; in eo sunt expressa omnia usitata musicis loca seu claves, ut vides capite 5, in eodem expressa sunt et duo cantus genera naturalia, durum et molle, eodem capite 5, et subtilissima quidem omniumque artificiosissima ratione; capite 9. a prop. 20. in 27. sunt singulorum planetarum singuli quodammodo toni, capite 6. sunt harmoniae particulares binorum, trinorum etc., sunt universales omnium sex capite 7, sunt voces etiam diversae capite 8. Et haec dispositio harmonica est ille archetypus, ad quem exprimendum planetarum eccentricitates suas singulas mensuras acceperunt capite 9. Denique concludo, nullam partem harmonices, ut ea nobis et nota et usitata est, in his binis et binis singulorum planetarum et binorum singulis motibus extremis mediisque interjectis deesse. Veruntamen, quia supra (cap. 6. nota 2.) Ptolemaeo exprobravi textum seu argumentum melodiae coelestis, age, ne forte et in meo opere hoc unicum desideretur, audiamus et de illo Regem Psalten:

Coeli enarrant gloriam Dei et opera manuum ejus annunciat firmamentum. Dies diei eructat verbum et nox nocti indicat scientiam. (Motus sane planetarum illos consideravi, qui unius diei noctisque spatio proveniunt singulis.) *Non sunt loquelae neque sermones, quorum non audiantur voces eorum. In omnem Terram exivit sonus eorum, et in fines orbis terrae verba eorum.* Non est credibile, locum hunc in sensu literali plane esse nullius momenti, qui in sensu allegorico divina nobis Evangelii pandit mysteria. *Annunciaverunt coeli justitiam ejus, et viderunt omnes populi gloriam ejus. Laudate coeli, quoniam misericordiam fecit dominus. jubilate montes laudatione, psalmum dicite nomini ejus, date gloriam laudi ejus. Dicite Deo, quam terribilia sunt opera tua domine. Laetentur coeli et exsultet terra. Paratum cor meum Deus, paratum cor meum, cantabo et psalmum dicam domino. Exsurge gloria, exsurge psalterium meum et cythara, exsurgam diluculo.* Quod sane fuit mane, 8. Martii 1618. *Confitebor tibi in populis* (literatorum) *domine et psalmum dicam tibi in gentibus* (librum scribam, qui sit veluti sacer hymnus Galeni), *quoniam magnificata est usque ad coelos misericordia tua et usque ad nubes veritas tua. Bonum est confiteri domino et psallere nomini tuo altissimo, ad annunciandum mane misericordiam tuam et veritatem tuam per noctem. In decachordo* (hexachordo coelesti) *et psalterio cum cantico in cythara. Quia delectasti me domine in factura tua, et in operibus manuum tuarum exsultabo. Quam magnificata sunt opera tua domine, nimis profundae sunt factae cogitationes tuae. Vir insipiens non cognoscet, et stultus* (ignorans et barbaro fastu contemnens literas) *non intelliget haec. Cum exorti fuerint*

peccatores sicut foenum (subito e re tenui, damno publico, creverint ut spongia, peculatores, avari, deglubitores, orbis exactores, nummularii et cambiatores, ii, qui nummis pretia augent, floruerintque gratia principum et communitatum in necessitate constitutorum) *et apparuerint* (fastu et splendore vitae et neglectu tenuiorum praestrinxerint oculos vulgi, jura nobilitatis usurpaverint evicerintque) *omnes qui operantur iniquitatem: ut intereant* (fama ipsorum post paucos annos exstinguatur cum ipsis) *in seculum seculi. Tu autem altissimus in aeternum Domine. Quoniam ecce inimici tui Domine, quoniam ecce inimici tui* (contemtores et neglectores operum tuorum et divinorum studiorum) *peribunt et dispergentur omnes qui operantur iniquitatem. Et exaltabitur sicut unicornis cornu meum et senectus mea* (saltem famae posthumae) *in misericordia uberi. Et despexit oculus meus inimicos meos* (ignorantes, qui philosophiam, quam colo, nihili faciunt, pecuniis, quibus careo, gloriantur; natura enim omnes ignorantes et contemtores studiorum omnibus scientibus inimici, etiam inviti) *et insurgentibus in me malignantibus, audiet auris mea; justus ut palma florebit, ut cedrus Libani multiplicabitur. Plantati in domo Domini in atriis domus Dei nostri florebunt* (contemplatione mentis inter orbes coelestes, Dei habitaculum, conversati, conspectu divinorum operum perfruentur Deoque conditori laudes accinent et mirabilia ejus docebunt alios; principibus, praelatis, nobilitati et optimo cuique chari, quamdiu fuerint superstites, tantoque remotiores erunt a multis tentationibus et laqueis diaboli et desideriis multis inutilibus et nocivis, quae mergunt hominem in interitum et perditionem viamque ad domum Dei post hanc vitam intersepiunt, quanto sibi ipsis amore philosophiae fuerint obstaculo ad divitias cumulandas). *Adhuc multiplicantur in senecta uberi, et bene patientes erunt, ut annuncient, quoniam rectus Dominus Deus noster, et non est iniquitas in eo.*

Nota IX. Hic unus planeta causa omnimodae suae varietatis tam epicyclicae quam eccentricae comparatur cum sonitibus plurium chordarum. Id per se non ineptum est, si epicyclus abesset. Nam etiam mihi libro V. cap. 6. planetae causa solius eccentricae volutationis cum pluribus chordis comparantur.

Nota X. Quid in hac comparatione planetarum singulorum cum generibus cantus tribus desiderari possit ab eo, qui omnia excusserit, dictum est ad caput Ptolemaei 11. in notis 2, 4 et 5.

Nota XI. Hae proportiones revolutionum epicyclicarum numeri ad numerum eccentricorum adhuc multo magis quam supra dierum in periodis mentales sunt nec rebus ipsis insunt, sic ut comparari possint. Nam quid attinet inter se comparare angulos diurnos ad centrum epicycli cum diurnis ad centrum eccentrici, a centri epicycli motu subtensis, cum oculus nullus sit in centro epicycli? Perinde enim hoc est, ac si quis inter se comparare velit vocem pueri, discantum canentis in templo, cum longe dissita voce vigilis, horam pronunciantis de turri; ut taceam, quod epicyclus nullus est. Quomodo vero motus Telluris eccentricus, quo tollitur omnis epicyclus, comparetur cum motibus ceterorum, id in astronomia Ptolemaei dicendum non est, dictum vero est a me libro V.

Nota XII. Hic unum e scrupulis Ptolemaei infestissimis eliminavi, nulla usus tergiversatione, quod facio Ptolemaeum recusare comparationem retrocedentium. Nam causa quam affero, quod non possim aliter ob luminaria, causa nulla est: imo comparationem ipsam destruit, quippe impossibilem.

Nota XIII. Hic indicatur una tantum inter binos vicinos proportio, motuum non extremorum, sed intermediorum, nec sincerorum, sed phantasia epicyclica imbutorum; comparationis tamen modus recte habet et est causalis seu archetypicus: eaedem enim sunt harmoniae abstractae, et quae inter motus binorum planetarum extremos a Deo fuerunt statutae, et quae animae humanae implantatae, ut illas inter voces recognosceret et probaret.

Nota XIV. Etsi hic secernuntur aliquae planetarum harmonicae proportiones non alia re, nisi diversitate terminorum causa epicycli, quod altrinsecus stant planetae, quibus epicyclus est, e regione planetae, qui carent epicyclo tali, qui superius in

consequentia moveatur: causa tamen hujus separationis non est in epicyclo, sed partim in eo, quod videtur Ptolemaeus in magna copia occurrentium harmoniarum delectum studio quaesisse, ut fusam materiam certis metis includeret, partim vero in eo, quod hae separatae planetarum quinque proportiones cum luminaribus in sequenti capite suum usum nanciscentur.

Nota XV. Quid sentiendum de comparatione occultationis et apparitionis figurarumque, quas planetae induunt, cum tetrachordis et tonis disjunctivis, dictum est ad caput 13. in notis. Quibus hic jam adde, quod non plane pari passu ambulent stationes retrogradationesque et apparitiones. Nam cap. 13. etiam Lunae apparitiones comparabantur; hic misera sola exulat, cum nunquam fiat stationaria vel retrograda. Est igitur hic multo magis manca comparatio, quam ibi. Alias non mala est connexio stationum cum figura bisecta. Nam Venus certe in stationibus dimidiata apparet per telescopium, retrograda vero est corniculata.

CAPUT XVI.

Qua ratione familiaritates errantium comparari possint cum familiaritatibus sonorum [I]).

Restat ultima et maximopere naturae consentanea coelestium cum harmonicis comparatio, causa facultatum, quae hactenus inter se comparatis accedere debere videntur communiter. Cum enim utrinque, tum inter sonos quam inter sphaeras earumque motus, occurrant proportiones, dubium nullum est, quin illae proportiones, quae sonis dant consonantiam, si existant eaedem inter sphaeras et motus binorum siderum, etiam illis convenientiam aliquam, et quae sonis discordantiam, eaedem etiam planetis inconvenientiam aliquam concilient. Cum autem duo diversa sint in primis sphaeris, magnitudo et motus, et aliter magnitudines comparentur, aliter etiam motus, quippe quorum proportiones ab illarum proportionibus multum discrepant: duo etiam facultatum genera in coelestibus nos animo concipere par est, objectis distincta, ut illae scilicet causa quidem magnitudinis circa res versentur, causa motus vero circa etiam motus, hoc est circa modum largiendi expedite vel impedite, et circa tempus, quod in motu spectatur, puta celeriter vel tarde largiendi; itaque distinctae duae sint quaestiones: 1) an bini et bini planetae in rebus ipsis consentiant, anne contraria polliceantur foveantve, et alter alterius opus destruat? 2) an, si in re consentiant, etiam conspirent operis mutuis ad maturanda decreta, aut si diversae naturae sint, tamen alter alterius opus causa temporis promoveat, an vero, causa inepti concursus, plurimum impediat tam consentientia, quam alterius contraria decreta? Ita tres fient gradus familiaritatis: aut enim in re et modo consentient, quae summa est familiaritas, aut in altero solum, quae mediocris, aut in nullo, quae perfecta hostilitas habebitur [II]).

Quod igitur sphaerarum magnitudines attinet, cum sonis stabilibus comparatas, ad eas jam deprehendemus consequi facultatum in planetis celebratarum comparationes nonnullas non inepte. Primum, quemadmodum inter sidera Soli calor, Lunae humor, singulis facultates singulae tribuuntur eaeque inter se sic oppositae, ut agens opponitur patienti (calor enim depascit humidum, humor vero nutrit calorem), Saturno vero duae simul facultates dictis contrariae inesse deprehenduntur, calori quidem frigus, humido vero siccitas: sic etiam inter mesen quidem Soli et neten hyperbolaeon Lunae tributam est

sonorum oppositio diapason, quia contrasonantes dicuntur et illarum proportio dupla prius in comparatione cum configurationibus oppositioni aequiparabatur; inter vero proslambanomenon, Saturno tributam, et dictas duas est similiter contrasonantia, ad mesen simplex, ad neten duplex, disdiapason dicta: quippe et duplae proportionis duplum, hoc est quadrupla proportio interest. Rursum inter Jovem et Venerem beneficos familiaritas est, respondens identisonantiae diapason inter hypaten hypaton et paramesen. Mars quoque cum Mercurio amicitiam colit, ut est inter hypaten meson et neten diezeugmenon identisonantia diapason [III]). Respondet et hoc, quod ut est inter maris gravem et feminae acutam vocem plerumque consonantia diapason (quas voces et naturae sequuntur, et munia et vires utriusque sexus; ut tamen contrariorum horum binorum gratissima sit copula, in unum generationis domusque sustentandae opus conspirans), eoque mares gravibus in harmonico systemate sonis, feminae acutis comparantur, sic etiam Sol et Saturnus Lunae, Jupiter Veneris, Mars Mercurii sonis sonos graviores, diapason et disdiapason obtinentes, masculini generis esse perhibentur ab astrologis, Venus contra Mercuriusque et Luna, quibus acutiores diapason termini fuerunt applicati, habentur pro feminini sexus planetis [IV]). Et quemadmodum supra, cum latitudo systematis applicaretur zodiaco, oppositis signis veniebant soni seu chordae illae, quae sunt postea Saturno et Soli tributae, sic etiam astrologi Saturni exaltationem dicunt in Libra esse, Solis in opposito Ariete, Saturni domum Capricornum, Lunae oppositum Cancrum. Saturni domum Aquarium, Solis domum Leonem, opposita signa [V]).
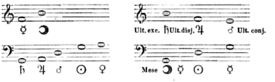
Veruntamen in motibus, ex quibus planetarum familiaritates vel impedimenta in largiendi modo colligenda diximus, forte plura respondebunt, si negotium in hunc, qui sequitur, modum tractaverimus. Etenim sic ab antiquis accepimus, certos esse numeros, per quos omnia, quae sibi conveniunt, junguntur et aptantur, ut fiat jugabilis competentia, nec quicquam posse alteri, nisi per hos numeros, convenire. Propagatio eorum est post unitatem per primum parem 2 et primum imparem 3 eorumque quadratos 4, 9 et cubos 8, 27 et ulterius continuata proportione, illic quidem 16, 32, 64, 128 hic 81, ... Ex his sunt, unde nascuntur proportiones, quibus harmoniae continentur. Sunt autem praecipuae: epitritos, hemiholios, epogdoos, duplaris (istae illarum differentia et summa), triplaris, quadruplaris. Sine his numeris nulla colligatio, nulla potest esse concordia. Vitam vero nostram praecipue Sol et Luna moderantur. Nam cum sint caducorum haec duo propria, sentire et crescere, aestheticon, id est sentiendi natura, de Sole (ob lucem ab eo), physicon autem, id est crescendi natura, de Lunari ad nos globositate (ut qua crescente, humores omnes crescunt) proveniunt: sic utriusque luminis beneficio haec nobis constat vita, qua fruimur. Conservatio tamen nostra et proventus actuum tam ad ipsa duo lumina, quam ad quinque vagas stellas refertur. Sed harum stellarum alius interventus numerorum, quorum jam fecimus mentionem, cum luminibus bene jungit et sociat; alius nullus applicat numeri nexus ad lumina. Ergo Venerea et Jovialis stella per hos numeros utrique lumini sociantur: ille Soli quidem per $^1/_3$ et $^1/_4$, Lunae vero per $^1/_{36}$, quod est sexies 6, vel ter quater tria, et per $^1/_{48}$, quod est ter quater quatuor, et per $^1/_{64}$, ista vero Soli quidem per $^4/_3$, Lunae vero per $^1/_9$ et $^1/_{12}$. Sed Jovialis Soli per potiores, Lunae vero per viliores numeros aggregatur. Hinc licet utraque benefica credatur, Jovis tamen stella cum Sole accommodatior est per $^1/_3$ et $^1/_4$, et Venerea cum Luna per $^1/_9$ et $^1/_{12}$, quia 12 est quater

tria; atque ideo vitae nostrae magis commodant, quasi luminibus, vitae nostrae auctoribus, numerorum ratione concordes. Saturni autem Martisque stellae ita non habent cum luminibus competentiam, ut tamen aliqua vel extrema numerorum linea Saturnus ad Solem per $^1/_8$, Mars adspiciat ad Lunam per $^1/_{16}$. Nam cum Luna Saturnus facit $^1/_{81}$ fere et $^1/_{96}$ et $^1/_{128}$, cum Sole Mars $^3/_4$ et $^2/_3$, proportiones non multiplices. Ideo minus commodi vitae humanae existimatur, quasi cum vitae auctoribus arcta numerorum ratione non juncta.

Finis Libri tertii Harm. Ptolemaei.

Nota I. Tertium hoc et ultimum caput est eorum, quorum Ptolemaeus solos titulos posuit, tanquam problemata aliis proposita; tractationem vero nullam adjecit. Nam etsi textus titulo subjectus in interpretatione Gogavini plane idem est cum graeco in manuscriptis, etsi etiam ex illo facile apparet, non cohaerere illum cum textibus duorum antecedentium, adeo ut primo intuitu videri possit hic ultimus Ptolemaei genuinus, priores solum duo adulterini, at contra Barlaam monachus hunc ultimi capitis non minus rejicit, quam duos illos praecedentium. Causas, cur adulterinum etiam hoc caput sit, partim ipse dixit, partim ego supra addidi capite 14. nota 13. et cap. 15. Ptolemaeus enim perfectum systema delegit, cui comparat planetas, in quo sunt tetrachorda superioris diapason disjuncta a tetrachordis inferioris, at auctor capitis vulgo exstantis propositum habet systema, cujus diapason inferioris tetrachordum est conjunctum (synemmenon) tetrachordo superioris. Ptolemaeus acutos sonos comparavit levibus planetis, graves ponderosis, auctor adulterini capitis contra graves sonos levibus, hoc est imis planetis, acutos ponderosis, hoc est summis. Praeterea Ptolemaeus Venerem infra Solem locat, hic auctor supra eum.

Ecce: Comparatio Ptolemaei. Comparatio subreptilis.



Ego igitur textum capitis ita concinnavi, ut existimavi Ptolemaeum illum fere concinnaturum fuisse ex principiis ante positis. Et in prima quidem parte meum solius judicium sum secutus, in altera vero potiores partes indicio Macrobii dedi, ut infra dicam.

Nota II. Quae hic astrologica dogmata tango, ea nolim mihi tribui, de his enim non sine curiosa et sollicita distinctione respondendum mihi esset, si sententiam rogarer et si mei propositi esset, materiam illam hoc loco tractare. Versor autem in concinnando contextu Ptolemaei, qui auctor quatuor libros de astrologia scripsit, in quibus dogmata haec sunt instar axiomatum.

Nota III. Oppositioni vocum perfecte consonantium seu potius identicum sonantium non male comparatur oppositio facultatum qualitatibus distinctarum vel idem aliquod opus naturae, veluti vocum ad eundem concentum conspirantium. At nequit haec comparatio continuari quousque opus esset. Quomodo enim identisonantia, quae est concentuum omnium perfectissimus, comparetur tam cum amicitia Solis et Lunae, quam cum hostilitate Saturni ad utrumque luminare (quippe Saturno proslambanomenos erat attributa, Lunae nete diezeugmenon, quae duae chordae supra, in comparatione systematis cum zodiaco, conjungebantur in unum locum, mesae, cui Sol tributus,

oppositum): id puto Ptolemaeo negotii tantum reliquisse, ut pro tractatione capitis problema nudum censuerit relinquendum.

Nota IV. Rursum hoc turbat comparationem perfectam, quod Sol, respectu Saturni acutum terminum ipsius diapason obtinens, non tamen habetur etiam pro feminino planeta, et quod Mercurius promiscui sexus habetur, cum tamen non sortiatur sonum gravem, diapason terminantem.

Nota V. Satis multa hic sunt aggesta, neque tamen astrologorum traditio est expressa. Rursum enim hic discrepat hoc, quod Jupiter et Mercurius, Mars et Venus domos, Jupiter et Mars, Venus et Mercurius exaltationes habent opposita, neque tamen iis sic combinatis respondent soni diapason facientes.

In genere, quod domos et exaltationes attinet, longe alia quam harmonica, nec profunde philosophica, sed levis potius et puerilis causa videtur esse distributionis signorum inter planetas. Primum ordo planetarum primis auctoribus hic erat in animo, in quo post Martem Venus sequitur, post hanc Mercurius, tum Sol, denique Luna. Jam a penultimo Sole initium domuum attribuendarum est factum datumque ei, ut calidissimo, signum Leonis, ut calidissimam anni partem signans, Sole sc. in eo versante. Cum autem Sol esset penultimus, Leonem etiam oportebat esse signum penultimum, hoc est pene proximum cervicibus seu vertici nostro. Lunae igitur infimae Cancer debebatur, signum vertici proximum. Duobus signis de numero duodenario (et ipso arbitrario, ut ostendi libro de Nova Stella) in duos planetas de septenario absumtis, eos quidem, qui peculiari jure luminaria dicti peculiari etiam modo singula tantum signa possidere sunt jussi: relinquebantur residua decem signa, in residuos quinque planetas et sic bina in singulos distribuenda. Atque sic Mercurio, qui proxime luminaribus succedebat, proxima signa, Gemini et Virgo, Veneri succedenti signa succedentia, Taurus et Libra, Marti superiori contigua, Aries et Scorpius, Jovi pene supremo praecedens, Pisces et sequens Sagittarius, Saturno altissimo residua signa Capricornus et Aquarius, Solari Leoni et Lunari Cancro opposita, veniebant. Exaltationes vero planetis oppositis assignatae in signis oppositis; quatuor quidem superioribus in quatuor cardinalibus signis, Soli, qui aperit annum in Ariete, ubi aperit; ergo contrariae facultatis planetae Saturno in signo etiam opposito Librae, Jovi succedenti in Cancro, altiori cardinalium, Marti inferiori in Capricorno, residuo cardinalium, Veneri in domo Jovis amici, scilicet in Piscibus, proximo signo exaltationis Solis, quia et Venus propinqua Soli, Mercurio, planetae opposito, in Virgine, domo propria, signo Piscibus opposito; Lunae denique solitarie in Tauro, signo sequenti Solis exaltationem, sicuti prius eadem Luna domum erat nacta praecedentem domum Solis. Haec ni fallor genuina et propria causa fuit distributionis, ut frustra sint, qui aliam ex causis harmonicis velint indagare aut ex quacunque alia facultate.

Hic finem capitis eram facturus, cum ecce in Macrobium incidi lib. I. in Somnium Scipionis sic scribentem: *Qui vero fulgorem Jovis humano generi prosperum et salutarem, contra Martis nitidum et terribilem Terris vocavit, alterum tractum est ex stellarum colore (nam fulget Jovis, rutilat Martis), alterum ex traditione eorum, qui de his stellis ad hominum vitam manare volunt adversa vel prospera. Nam plerumque de Martis stella terribilia, de Jovis salutaria diffiniunt. Causam si quis forte altius quaerat, unde divinis malevolentia, ut stella malefica esse dicatur, sicut de Martis et Saturni stellis existimatur, aut cur notabilior benignitas Jovis et Veneris inter genethliacos habeatur, cum sit divinorum una natura: in medium proferam rationem apud unum omnino, quod sciam, lectam. Nam Ptolemaeus in libris tribus, quos de harmonia composuit, patefecit causam, quam breviter explicabo. Certe sunt etc.* Ego itaque ab hoc Macrobii vestigio exorsus, textum Ptolemaei integravi pene iisdem verbis, quibus Macrobius est usus, nisi quod passim paucula interspersi. Non sane fuissem ausus, tribuere hoc Ptolemaeo, quod is Pythagoricam opinionem de numeris 1, 2, 4, 8 et 1, 3, 9, 27 amplexus fuerit aliter, nisi quatenus ex eorum aliquibus harmonicae proportiones definiuntur.

At quia Macrobius hoc disertis verbis dicit, se quod scribat ex libris tribus Harmonicorum Ptolemaei exscribere, fidem igitur Macrobii testis sequendam censui. Si

suspicionibus indulgendum censuissem, videbatur mihi sane Macrobius illa, quae dicto loco tradit quaeque ego exscripsi in Ptolemaicum textum, hausisse ex adulterino textu capitis hujus 16, quasi hic antiquissimus sit. Utrinque enim de maleficis planetis agitur, utrinque ex beneficis Jupiter Soli, Venus Lunae potius additur pro amico; ex maleficis vero Saturnus Soli, Mars Lunae familiarior perhibetur. Itaque, si Macrobius hunc adulterinum textum habuit in animo, oportet ut, quae ipse addidit, non contenta in illo textu adulterino, sc. de numeris jugalibus, in quibus harum rerum causae contineantur, haec, inquam, Macrobius ex suopte cerebro, tanquam juvans Ptolemaeum, addiderit oportet. At quia tam clare loquitur Macrobius, se quae tradat apud unum omnino Ptolemaeum reperisse: nolo igitur indulgere suspicioni, quin potius do considerandum lectori, num fortasse Macrobii aetate caput hoc in Ptolemaei opere fuerit auctius et correctius planeque integrum, ut ita, quae hic ex Macrobio exscripsi, ea vere fuerint pars capitis, pluribus quidem verbis et numerorum allegationibus explicata.

Non potui tamen ipsissimis ubique verbis Macrobii insistere. Non erat enim mihi verisimile, Ptolemaeum hic, quasi novo principio usum, loqui de numeris jugalibus, ex quibus harmoniae non essent, ut ex 27; sed sic feci Ptolemaeum temperare orationem, ut hunc ille sermonem cum harmoniarum ortu connecteret, utque non alligarer ad solas has proportiones: $^3/_4$ et $^2/_3$ et $^8/_9$ et $^1/_2$ et $^1/_3$ et $^1/_4$: quia si his solis fuissem adstrictus, non potuissem probationes idoneas ex cap. 15. petitas (secundum manuductionem Macrobii) afferre ad ea, quae Macrobius a Ptolemaeo probata ait.

Eadem tene de vocibus «potiores», «viliores», a me adhibitis, pro quibus Macrobius utitur his vocibus: «omnes», «plures». Nam omnes jam modo expressas proportiones inter Jovis et Solis motus ego nequaquam docere possum. Tentet id alius, me felicior.

Ne vero exspectet a me lector, ut familiaritates planetarum ex mea ipsius Harmonia coelesti tradam. Nam consideravi ego veros motus, ut ii ex Sole apparent, at astrologia, cujus pars (familiaritates planetarum) considerat planetas, ut ii apparent spectantibus ex Terra, quae mihi est ipsa inter planetas unus e numero.

Si quis vero meam etiam sententiam de distinctione planetarum in qualitatibus desiderat, illam inveniet in Tertio Interveniente, a numero 32. per sequentes aliquot. Summa haec est: Sol in mundo formae, Luna materiae, scilicet aquae rationem habet. Sol totus igneus, speciem etiam immateriatam emittit totam igneam, id est lucem, Luna, tota aquea vel quasi, emittit etiam speciem humectantem, eaque humectat in Terris idonea subjecta, puta viventia quocunque vitae genere. Hi planetae singuli singulas unicas habent facultates. Planetae ceteri quinque distribuuntur in tres superiores et duos inferiores realiter et situ sphaerarum, quae sunt interstinctae quodam veluti diaphragmate orbis magni. At hi numero multi, scilicet quinque, possent inter se distingui per easdem duas facultates calfaciendi et humectandi: oportuit illas combinari et id in geometrica differentia excessus, medii, defectus. Hinc pro tribus superioribus nascitur contrarietas cum medio. Nam in medio secundum altitudinem, scilicet in Jove, est mediocritas caloris et mediocritas humoris, temperaturae optimae et sic beneficae, in Marte excessus caloris, defectus humoris, hinc ipse malefica, in Saturno excessus humoris et defectus caloris (quippe ipse longissimus a Sole), id est glacies, hinc et ipse maleficus et Marti contrarius. Pro duobus vero inferioribus contrarietas sine medio constitui potest: ut in altero humor mediocritatem superet, in reliquo calor, Venus sc. humorem Saturni cum calore mediocri Jovis, Mercurius, Soli propior, humorem mediocrem Jovis cum calore summo Martis jungat.

Hic meus est lusus, at metaphysicus ille vel physicus, nihil communicans cum harmoniis planetarum: utatur qui volet, corrigat vero qui potest.

Finis notarum in librum III. Ptolemaei et cum iis appendicis totiusque adeo Operis Harmonici.

JOANNIS KEPLERI MATHEMATICI
PRO SUO OPERE HARMONICES MUNDI
APOLOGIA

Adversus demonstrationem analyticam

Cl. V. D. Roberti de Fluctibus,

Medici Oxoniensis.

In qua ille se dicit respondere ad Appendicem dicti operis.

Francofurti Sumtibus Godefridi Tampachii. Anno MDCXXII.

Ad Clarissimum excellentissimumque Virum, D. Robertum de Fluctibus, Medicinae et Philosophiae Doctorem celeberrimum, Joannis Kepleri, Mathematici, Epistola apologetica.

Sero tua, Vir Excellentissime, declaratio analytica meas ad manus devenit offenditque negotiis inextricabilibus implicitum, ut si plane praeteriissem intactam, nemo, qui mearum rerum conscius est, contumaciam silentii mihi in superbiae notam imputare possit. Vicit tamen natura mosque hactenus obtentus, vicit, inquam, taedium scribendi legendique, nec inhonestum hoc certamen existimavi, nec lectorem avidum frustrandum censui, denique hoc lucelli, quod typographi captare videntur irritandis in se mutuo incendendisque auctoribus, quantum in me est, nonnisi per honestatis speciem, bonis omnibus approbatam, illis expediendum sumsi. Nec pluribus praefatus, declarationem ipsam, prolixam antea satis, ut in qua mihi pro comparatione mea centuplum refundis, quantum potero conciso orationis genere percurram, quaeque in ea mihi videbuntur officere, diluam.

In titulo praefationis miror, quae te necessitas ad „respondendum“ adegerit, cui prior ego nihil spoponderim, nihil rogaverim, nihil objecerim.

Materia declarationis tuae sensusque sunt increpantis potius, ut si quem juxta te consistentem in publico, nec verbum proferentem, verbis profligare locoque pellere stomachabundus annitereris. In pulpito me constitutum existimabam, dum opus Harmonicum scribo comparationemque in fine subjungo, tu ecce me ad morum censuram vocas. Resdondebo equidem ad objecta, sed de pulpito; illud honestas postulat, hoc aequitas permittit. Censes errores quemque suos non recte obducere colorum diversorum obscuritate; duram in his, qui talia audent, agnoscis frontem atque audacem. Laudabile nimirum hoc est initium censurae tuae, promtus annuo. Facta vel scripta propria negas extollenda per philautiam vanamque gloriam: adsentior. Vitia publica cum auctoritate taxas: interest publice, ut te cum juventus studiosa tum scriptores omnes audiant. Iniquum censes, quemquam se populo venditare per laudis alterius detrimentum honestaeque famae depressionem, operum praeconia suorum per aliorum injurias et dedecus ore injusto ebuccinare: iniquissimum hoc omnino et praeceptis divinis humanisque contrarium. *Non praeripiendum lectoribus judicium de libris editis a disceptantibus*: plane inquam hoc vetare justum sanctumque est. Scripsisse te, ais, simpliciter, sincere, voluisse placere populo: laudo. Negas te quenquam clanculo vel aperte vituperasse: contentus sum. Malo neminem affecisse, nullum in quenquam dicacule probrum dixisse, nullius famam invidiae aeruginoso dente arrosisse, cynicis moribus calumniisque abstinuisse: macte, Christianum te praestas, perge ita! Negas te sermone temerario usum: magnum te praedico, si hoc usque quaque cavisti; rara linguae, rara calami felicitas omnibusque encomiis praedicanda. Atque hinc, ais, te constituisse, comparationem meam replicare amaritudine seposita: bona causa impellens, propositi forma speciosissima, spe plenus sum. *Animadvertis a me tibi objecta nonnulla subtiliter*, agnoscis tamen *serenam in iis quodammodo frontem*: non male, ut video, neque tu de me speras, nisi si in voce *subtiliter* subtilissima lateat querimonia. Ego mihi, Roberte, meis veluti auditoribus de pulpito sum locutus de Ptolemaeo aeque atque de Roberto, quantum ad erudiendos lectores conducere sum arbitratus, *subtilitate* usus illa, quae ad dividendum inter scriptiones affines requirebatur, ignarus, interesse Robertum ipsum. Quare nihil eorum, quae de ejus opere scripsi, tanquam *auctori objectum* scripsi. Sed quia cooritur e turba Robertus ipse improvisus, aequum equidem censeo, ut et ipse de se loquatur deque libro suo; si quid ego libro ejus praeter mentem scriptoris adscripsi, diluat, contrarium monstret, audiatur in hoc mundi theatro: primus ego mei judicii super ejus libro errores agnoscam et fatebor, si eos ipse mihi detexerit. Torquere, Roberte, tecum *in serenam frontem* potes, *retorquere* non potes, nisi in ferientem.

Ad Analysin I. Videor te accusare inscitiae, acriter, licet occulte. Tam hoc est occultum, Roberte, ut toto coelo erres. Quid intersit inter tuas measque harmonias, edissero fideliter, nulla circuitione usus. Nihil te inter et Ptolemaeum discriminis est, nisi quod tu superes, ille nos quindecim seculis antecessit. Quo nomine tibi parcendum censuissem, nisi, in pulpito constitutus, majorem profectus auditorum, quam tui rationem habuissem.

Ad Analysin II. Jure tuo uteris, quod vere, sed concise a me dicta (nam plura de tuis editionibus non noveram) tu explicas latius. Patior etiam, ut accedat ad comparationes meas ista, quod *plures ego in meo opere annos* insumserim, quam tu in tuo hebdomadas. Nihil tamen adrogabo temporis ad augendam gloriam, nec textum ipse meum immeritum (fol. 268) falsi

arguam. Anno quidem 1617. Tubingam profectus negotii causa, nihil in parato habui, praeter pauculas pagellas, libri III. materiam rudem complexas, quas monstravi amicis, explicavi scribendi propositum, quae a 20 annis in meditatis habeam quaeque restent inquirenda, singula recensui. Sed et gratiam habeo pro verissimo elogio mei operis; fateor, libri praesertim tertii materiam per 22 annos iterum iterumque revisam, fateor libris IV. et V. quanquam breviori tempore *plurimum cimentationis fermentationisque* adhibitum, quin et putrefactiones et calcinationes et sublimationes reverberationesque jure quasque suo apposueris. An vero singula ad eam perfectionem fuerint excocta, quam Robertus insinuat, super ea re judicia cum doctorum plurium, tum etiam meum ipsius exspectabo. Qua de re exstat fol. 320 mei operis provocatio luculenta.

Ad Analysin III. Ignosce, Roberte, lana mihi fuit opus, plus illius *in cauda, quam in capite.* Discedo porro, emtor jam contentus, a tua taberna; tu res tuas arbitratu tuo disponito, ordine sive recto, sive praepostero. Quin et parce meis verbis; ego nisi voce *quadamtenus* essem usus, in periculo fui, ne a te falsae gloriationis reus agerer. Nam tu a me est ubi dissentias. Quid quod et accusas meam in capite 2. prolixitatem, nunquam id facturus, nisi tu intra hujus vocis *quadamtenus* angustias constitisses? Et inferius vim capitis mei noni coarctasti, fassus ea, quae ipse multa locutione multisque foliis tradiderim, te in parvulum redegisse locum, hoc vero est *quadamtenus eandem materiam complecti.* Nam tu *speculum* profiteris erudiendis *oculis;* ego verbis tot sum usus, ut vel clausis oculis etiam aures, quid velim, percipere queant. Et quid est, quaeso, *cantus harmoniam et tres medietates*, capite meo 16. per suas causas deductas, *ab effectu ostendere*, nisi *quadamtenus*, scilicet causarum tenus, quas ante me nondum tentatas existimo, complecti? Omnium maxime tibi ipsi parcito, ne *μεμψίμοιρος* audias. Nam quid attinet voculae *usurpans* succensere? Egone titulum Harmoniae Mundanae soli meo operi arrogo? Aut quis hic super pallio trabeatus philosophus, qui *titulos et dignitates politicas* inter disceptationes philosophicas somnians, se ipsum stomachabundus incendit, ut nec ab injuria se contineat? Legite textum meum III, quem ipse verissime „sterile solum“ dixit; si in eo philautiam inveneritis, exemplum damnate et cavete.

Reliquas comparationes particulares a me omissas, adde, licet, pro tuis lectoribus. Ego in verborum numero partem discriminis pono nullam; de harmonica chordae sectione tanta sum usus verborum copia, quantum requiri censui ad explicanda musicae fundamenta; in medietatibus porro harmonicis tanta brevitate, quanta omnino potui; quia et parvum in iis momentum erat situm ad hoc genus contemplandi philosophicum, et ultro sequebantur medietates, constitutis extremis, id est harmoniis ipsis inter se compositis, quarum ortum docueram capite 2. Non video tamen, qui *superficialiter* scripsisse dici possim de medietatibus harmonicis, qui et definitionem pono ex sententia veterum et a fundamentis ipsis eam convello, ut quae frequentissime proferat numeros non harmonicos, nomen sine re. Quare monendus est mihi lector noster communis insuper, videat etiam atque etiam, num Robertus suas medietates harmonicas ex hac veterum definitione describat; quippe ait, se *copiosissime illas et verbis quidem concinnioribus tradidisse.* Si est quod dico (non est enim liber ejus ad manus), tunc equidem Robertus ista verborum copia erraverit cum veteribus a veritate. Quare cavendum erit lectori, ne acquiescat dictis, priusquam Robertus rationes meas veteribus oppositas legi-

time dissolverit. De reliquis Roberti particularibus comparationibus judicium esto lectoris oculati, quid quisque nostrum de sua tractatione vere dixerit. Nam si quid ego meum instruo lectorem super textu meo, par equidem est, ut idem et Roberto liceat in suo. Atque ecce, quid Robertus dicat, *de sectionibus chordae me egisse verbis nimis copiosis;* cum haec omnis copia non potuerit sufficere Roberto ad lucem aliquam circa inventionem diapason, de qua jam poenitudine ductus ait, me nonnisi obscure egisse. At mihi ego videor chordae bisectionem ex rationibus diametri circuli clarissime produxisse; videat lector, si quid lucis insuper apud Robertum hac in parte possit invenire, non invidebo, communes enim tradere lubet operas in lectoribus erudiendis. Itaque etiam in caput meum nonum, quod censes confusiori modo scriptum, libenter majorem ex te ordinem, quam ego consequi potui, recipiam, si lector majorem in tuis agnoscere poterit. Sed *nec inventioni clavium b, h claritatem majorem quam apud me,* suamve commendationem denegabo, siquidem lectori non suffecerit ad hoc (capite meo secundo) associatio quinquanguli et sexanguli; dummodo fateatur, se tantum in Roberto lucis invenisse.

Quod igitur fine hujus analyseos tuum, Roberte, scribendi modum de harmonica materia prolixe excusas, velim recolligas, nunquam illum a me esse accusatum; comparationem institui, non accusationem, ad erudiendum philosophiae studiosum, non ad implorandum judicis officium. *Ego longa oratione verbisque multis utor*, scilicet ut doceam, *tu in brevia contrahis*, ut quae quis ante te docuit, tu memoriae commendes; non sequitur tua brevitas nisi praeviam alterius copiam, et nisi rem alius prolixe sistat ob oculos, quod ego praestandum sumsi, non tu rei *figuram vel hieroglyphicum* effinxeris. Alius simplicia coacervat, tu extrahis essentiam colligisque; nec adeo *rejicitur faeculenta substantia*, ut plantae ipsius, quam natura repraesentat, obliviscamur; nec sufficit, *quod bonum est in vasculo proprio collocare,* quin etiam animadvertendum, unde sit illud collectum. Ego collectorem egi herbarum idonearum, videris tu, quibus ex herbis, a quo collectore coëmtis, tuos expresseris liquores. Esto, lateat *occultum adhuc arcanum scientiae,* quod verborum prolixitate indiget, nec *manifestetur natura, nisi exutis orationis vestibus;* non ista soli chymici, videntur affinia et Plato et Aristoteles inculcare, quando menti verum scienti jam definitiones et syllogismi ut superflui adimuntur. At hercle, mihi videbatur haec cognitionis harmonicae natura fugax latensque primum omnium vel summa veste apprehendenda verbisque prolixis involuta continenda, hoc est in lectorum animis exprimenda et formanda, si forte succedat mihi aliquis tui similis (nam tute ipse mea ista forte respues), qui tuo more *vestibus eam exuet, auro inserat*, eum in modum, ut posthac *virtus ejus absque verbis animo conspici possit.* Nobis hactenus in docendo discendoque non licuit esse tam felicibus.

Sed tu, quod passim tota hac analysi, idem multo maxime conclusione ista comprobas rectissime a me dictum, quadamtenus eandem abs te materiam esse traditam. Quodsi nondum satisfactum tibi putas, en ergo vocem tuam ultimam supplementi loco: *subjectum musices tuae artificialis margines suos latius exporrigit*, quam meus liber tertius. Quare etiam sic *quadamtenus* liber tuus cum meo concurrit, hactenus scilicet, quatenus intra mei libri angustias tenditur, necdum latius excurrit. Atque hic vere mei verbi sensus fuit, scilicet innuere volebam, inter plurimarum rerum speculationumque

congeriem etiam ortum harmonices, in quo ego solo fui occupatus, abs te proponi.

Ad Analysin IV. Satisfacio tibi uno verbo: comparamus vel ad consensum vel ad discrimen indicandum.[32]) Recte igitur tua ego cum meis contuli, ut sciret lector meus, plus interesse dissimilitudinis, quam consensus. In verbis vero quid attinet ludere? Artificialem tuam musicam dixi ex libro tuo, nam tu naturalem ab artificiali distinguis more tuo. Mihi nullum est legitimum nec auditui acceptum musices artificium, quod caret fundamentis a natura monstratis. Igitur etiam tunc rerum naturalium aperio causas, cum de origine musices artificialis disputo.

En vero difficilem te hominem, per quem mihi ne modesto quidem esse licet[33]); suspiciosum vero, qui verba singula torques in contrarium. Scripsi, me pauca de musices inventoribus tradere; hoccine est in te superfluitatem arguere, anne magis lectorem, de inventoribus satagentem, ad te ablegare?

Ad Analysin V. De temporibus ad musicam artificialem necessariis laudo philosophantem. Digna tamen occurrit quaestio, in qua hic exerceatur lector. Recte sane, Roberte, sonum definis per motum, nec a motu pateris sejungi tempus. Diligenter hoc sunt prosecuti Ptolemaeus ejusque commentator Porphyrius. Duobus igitur nominibus tempus adest sonitibus, primo ut essentiam format sonorum, seu differentias causa gravitatis et acuminis, altero ut jam formatis extrinsecus accidit ut mensura. Graves soni tremores habent tardiores, acuti celeriores. Verbi causa, si sit propositum tempus, quantum est inter systolen et diastolen pulsus humani, pulsentur duae chordae, quae diapason faciunt, trematque intra praestitutum temporis spatium chorda illa, quae gravem sonum emittit, tremat inquam 50 vibratiunculas, tremet altera 100, quae scilicet acutum consonat. Hanc speculationem attigi libro III. folio 137. in experimento mirabili. Vides, Roberte, deceptionem hic ex ambiguitate vocis „tempus" causam tibi fuisse mirandi. Quodsi non attigissem hanc primam considerationem temporis, potuissem excipere, me hanc cum ipsa sonorum differentia in acumine et gravitate supposuisse. De altero igitur respectu, quo tempus est extrinseca mensura sonorum, loquitur textus meus, loquitur etiam tuus, quem comparo. Illo enim respectu non est arbitrarium tempus. sed adhaeret gravitati vel acumini necessario, at hoc respectu omnino est arbitrarium, quo nomine inter ceteras causas musica artificialis dicitur. Quantum enim in re qualibet inest ex arbitrio artificis, totum illud arti transscribitur, quantum vero ars naturam imitatur arbitrioque suo leges ipsa fert, tantum censetur in artificio bonitatis inesse. Verbi causa, breves sonos in omnibus cantus figurati vocibus statuere potest artifex; si tamen basso longas accommodat mensuras, discanto breves, hic naturam ille spectat, graves enim sonos diximus etiam in essentiae suae formatione longis temporibus esse cognatos, acutos brevibus; at si e contrario bassum quandoque jubet brevibus mensuris circumvolitare, condimentum machinatur extraordinarium, consilio usus ex artis suae flosculis arbitrariaque licentia desumto. Tetigi hoc cap. 16. fol. 193 in alternatione consonantiarum.

Quae ubi tu perpenderis, mirabor equidem, si quid excusationis insuper afferre possis, cur fine hujus analyseos negaveris, *temporum dimensiones varias in longitudine et brevitate esse arbitrarias.* Nam de hoc ipso respectu temporis, ut mensura, loqueris.

Quantum igitur attinet hunc respectum temporis, quo tempora potius

quam tempus nominare solemus, miror ego vicissim, mirari te, Roberte, cur nihil admodum de temporibus perscripserim in opere Harmonico. Quae tu verba eo interpretaris, temporum inquisitionem a me frivolam aestimari.

An non enim, quaeso te, cum capite 13. cantum definirem, particulam definitioni inserui, quae temporum complecteretur mensuras? An potest quidquam aestimari *frivolum*, quod, qui hoc aestimare dicitur, in definitione rei ponit? An non vicissim in explicatione illius particulae fol. 178. paragraphi de mensuris aperte satis causam brevitatis lectoribus indicavi, *non esse scilicet instituti mei in hoc opere de mensuris disputare*? Quid miraris, non plura a me disputata? Causam accipe: non fuit instituti mei; quamquam etiam libro IV. fol. 228. addidi paucula, quae circa mensuras habet poëtice cum artificiali musica communia, quia ibi loci fuit instituti mei explicare varietatem subjectorum, in quibus essent harmoniae.

Quae affers argumenta, ut probes, disputandum esse de tempore scribenti de harmoniis planetarum, ea ducuntur a respectu temporis priori, de quo in praesenti comparationis particula nullus nobis est sermo. Graves sonos comparo sane motibus Saturni, ut planetae tardissimi, hoc est qui longo tempore parum itineris conficit. At quamdiu Saturnus obtineat eandem soni gravitatem, eandem inquam et uniformem motus sui tarditatem, hoc nihil attinet ad harmoniam coelestem, ut in qua omnis gradus tarditatis, si accuratissime agimus, est momentaneus, adeoque nec possibile est homini, procurare durantem ad aliquod tempus motuum Saturni aequabilitatem, nec ἐνδεχόμενον, post constitutam semel permutationem continuam intervalli inter planetam et fontem ejus motus, quam intervalli mutationem necessario sequitur continua intensio et remissio motuum, praeterquam in apsidibus. Non habet igitur locum mensura temporis in motibus coelestibus harmonice contemperatis, in quantum harmonice sunt contemperati; habet vero locum ubi procurari potest, in harmonia scilicet humanae vocis, ut quae omnis in aequabilitate sonorum versatur, ut explicavi libro IV. fol. 228. Nec enim omnis, sed humanae saltem vocis musica manca et deficiens est, sine mensura temporis. Et hoc, quantum attinet ad humanae vocis musicam, suffecit mihi brevibus monuisse dicto fol. 178, properandi quippe ad coelestes et astronomicas harmonias, in quibus locum non habet duratio temporaria uniformis celeritatis, scilicet quia scopus totius mei operis non in illa humana, sed in hac coelesti harmonia defixus fuit, ut clare professus sum fol. 195 libri III.[34])

Interim velut extra viam monendum te duxi, male me a te circa cubum esse perceptum, ut quam ego figuram neque pondere neque sono gravem statui, nec supremis planetis ob eorum motus tarditatem, sed ad constituendum eorum intervallum figurale interposui.[35])

Eadem cautio mihi pagina tua 7. circa varios planetae unius motus est adhibenda. Nihil enim facient periodi ad demonstrandum, proportiones harmonicas in motibus inveniri planetarum; diligenter hoc cavi Lib. V. cap. 4. fol. 283. in medio. Sed nec medii diurni motus planetarum idonei sunt harmoniarum termini, ut qui veri non sunt, sed solum imaginarii; ego vero in ipsorum planetarum realibus motibus, ut quidem ex centro Solis apparent, harmonias quaero. Ita motus augium motus non est physicus, sed potius differentia realium motuum et mobile intentionale; sola stella verum mobile est, et motu quidem non uno, sed pluribus, pro diversitate centri, axis, corporis stellae. Omnino consultius faciet lector, si missis eis, quae hic de rebus astronomicis deque periodis planetarum tute scribis, ipsos adeat astro-

nomos, inveniet longe aliam Martis periodum ceteraque tuis non parum dissimilia.

Sed quaeris (nec hoc insulse dictum vis): cum planetarum motus in tempore fiat, cur ego temporum varietatem recusem? Quia non omne, quod cum motibus est conjunctum, concurrit et ad harmonias. Nihil enim ad eas facies Lunae variabilis, etsi non sine hac succedit Lunae motus. Quatenus vero tarditas vel celeritas alias alia definitur per tempus, respectus temporis prior valet nec a me recusatus est, ut dixi. Sed neque hoc dissimulare coram lectore meo possum, concinniorem in meo opere quam hic apud te inveniri vocum musicae figuratae distributionem inter planetas. Nam ad harmonias duorum nihil interest, tota cujusque periodus quot constet diebus, sed quovis momento quam sit ejus motus tardus vel velox, hoc interest, in periodo vero confusae insunt omnes tarditates celeritatesque.

Semibrevibus contentus fui plerumque sonos meos signare, non propter *ignorantiam multifariarum differentiarum*, sed ut haberem etiam in tuo opere, ad quod lectorem remitterem, qui notarum arbitrariarum scientiam magni aestimas.

Oedipum vero mitte, qui aenigma mihi hoc tuum dissolvat, quod jubes *corpora mea triangularia sonare in nescio qua proportione.* Ego nec triangulare corpus inter coelestia cognosco, nec sonos in coelo statuo. Tetraëdron quidem statuo inter orbes Jovis et Martis, at id non soni, sed amplitudinis causa. Aliae postmodum accedunt causae, quae motus horum planetarum ordinant in proportione sonorum concordantium.[36])

Asseris, notarum speculationem *indigere ingenti causarum inquisitione, nec esse parvi momenti, quae notae sint perfectae.* Quaere causas arbitrariae perfectionis arbitrarias, non impedio; mihi de naturalibus causis est sermo; aut tu mihi dicito, quae causa naturalis sonos docuerit his notis signare, non aliis, quaeve sit causa naturalis, cur nota caudata sit minima, carens cauda semibrevis, quadrata brevis? Nam ego quidem longitudini caudae censuissem rectius admetiri nos etiam tempus, si mei res arbitrii fuisset initio.

Omnino vero festivus es, qui a me etiam *pausas* exigis, cum nec in pausa sit harmonia, de quarum ortu mihi disputandum erat, nec coelum unquam pauset, ego vero coelestium proportionum causa scripserim.

Sed finis hanc analysin argumento, quod speciem habet non contemnendam: si enim in humana musica sunt adhibendae mensurae temporum, videntur eae tibi nec a coelestibus abesse posse. Quod confirmas divina Jamblichi sententia, quae equidem vellem mei libri IV. capita 2. et 3. ceu pretiosa gemma radiare collustrarique[37]), etsi descensum animarum ex mundo intelligibili Christianus homo non alio sensu potest recipere a Pythagorico philosopho, quam quem ego expressi dicto fol. 224, quatenus scilicet imago creatoris etiam naturaliter relucet in animis creatis.

Sed ad argumentum revertar. Non sequitur, Roberte, a cantu humano ad motus coelestes. Nam quae sunt in humano cantu harmonica, non sunt desumta ex harmonica contemperatione motuum coelestium, sed tam haec quam illa, vel tuo Jamblicho auctore, descendunt ex ideis mundi intelligibilis. Sicut autem Jamblichus diversitatem ipsarum animarum introducit, quarum una magis, alia minus afficitur harmoniis, sic multo magis diversa subjecta sunt, in quibus harmoniae secundum magis et minus repraesentari potuerunt, in motibus quidem planetarum secundum unum solum temporis respectum,

27*

in cantu vero secundum duos, quod discrimen diligenter inculcavi libro IV. fol. 228. Et quid multis? Res ipsa loquitur: humana vox saltibus intervalla permeat, non tensione continua, planetarum motus ex celeribus tardi fiunt tensione continua, non saltu; qua negatione sublata est omnis mensura temporaria durationis ejusdem celeritatis. Hoc, hoc unum est, Roberte, quod velim in divinam ingenii tui vim penitius esse transfusum; videres statim, quam impertinenter compararentur inter se tempora, periodis planetarum attributa. Tempora enim nihil sunt nisi numerus, nec mensurant ea durationem uniformis per partes motus; falleris hic, Roberte, tenaciusque, quam huic speculationi conducat, adhaeres aequabilitati motuum, quam tradit astronomia vetus; hinc est, quod celeritatem cujusque aestimas ex tempore reditus, non igitur mecum in globis ipsis planetarum, sed cum scriptoribus theoriarum et cum Aristotele in concentrico versaris, qui cujusque planetae systema claudit exterius vehitque. Atqui toto sic erratur coelo; rejiciendi sunt ex animo fictitii orbes, amplectendum ex libri mei V. capite 3. axioma 6. fol. 278, non quia id axioma meum est, sed quia ratio certissima coelestium observationum ad calculos revocata de ipsissimis planetarum corporibus testatur, verum esse axioma. Quare etsi nihil plane dixissem in explicatione cantus humani de mensuris temporum, nullus hinc error in librum V. inque contemperationem motuum coelestium harmonicam redundaret.

Ad Analysin VI. Non solus ego, Roberte, minima intervalla pronunciavi dissona, dixit idem ante me Ptolemaeus omnesque adeo scriptores harmonici. Vide ne frustra te profitearis assertorem antiquorum, ut contra quos hic ultro pugnas.

Sed explica tua contraria argumenta. 1) *Tonus*, ais, ***tono consonat aeque temperato ad unisonum.*** Ludis aequivocatione; tonus hic tibi idem est quod sonus, terminus pro intervallo. Cum duae chordae faciunt unisonum, intervallum hic nullum est eoque non potest dici tonus; tonus enim est unum ex intervallis. At harmonici tonum dissonum dicunt intervallum, cujus duae voces, tono distantes, inter se dissonant. 2) ***Semitonium additum harmoniis nonnullis facit aliam harmoniam; consonum igitur est intervallum.*** Effectum, Roberte, non recte consideras pro causa. Sunt intervalla consonantias distinguentia, a quo officio concinna, ἐμμελῆ, dici solent, at non consona, σύμφωνα. Moneo lectorem meum, ne hic te audiat, qui confusionem vult vitare, dum quae sunt eadem, tu promiscue et consona appellas et dissona.[38])

Ad Analysin VII. Causarum una est procul dubio, cur praxin musicae compositionis non attigerim, quod sim ejus ignarus et in hoc opere inexercitatus. Ex quibus tamen tu ***stigmatibus operum meorum*** hoc sine mea confessione probassis? Cedo cantilenas a Pythagora, Ptolemaeo, Porphyrio compositas. An igitur et hos a theoria repellis? O misellos philosophos, qui de creationis opere speculationes suas obtrudunt, cum creaverint ipsi nihil.[39]) Scilicet etiam in oculis, etiam in experientia operis alieni habet suum theoria subsidium. De cetero ignosco acerbitati tuae in assumendis meis extenuationibus augendisque; quippe scripsisti iratus. Tu quidem, ut hic et in superioribus apparet, magni facis proportiones etiam illas, quas homines in notis musicis constituerunt, qualia plura libro meo IV. fol. 228, quae certe non ideo probae sunt proportiones, quia non ita multis ante seculis a Guidone Aretio sociisque sunt electae ad cantum scribendum, sed quia imitantur alia quaedam naturae seu Dei creatoris opera.

Ad Analysin VIII. Quem hic feris, Roberte? aut quis causa tibi tanti motus? Nam ego quidem procul a tuis ictibus in angulum me recondidi; at nec causam tibi textus meus praebuit, ut qui praeter ingenuam confessionem, ut scirent lectores, quae a meo libro petere non deberent, nihil habet.[40])

Ad Analysin IX. Et quis negat, te etiam in theoria versatum, sed in libris prioribus? Quis dedecori tibi esse praxin garrit? Dignus equidem, quiscunque sit audaculus, non tua tantum, sed et mea ipsius ira. Quin et omnes *gradus excellentiae* tibi perlubens ob hanc praxin assigno. Transigamus et cetera: Pythagoras malleorum ictus consideravit ante causas musices inventas, et tamen Robertus hodie tradit instrumenta nova, Keplerus causas a Pythagora dictas vel convellit rationibus vel emendat. Rursum non solus Robertus experitur manu, non meras Keplerus affert speculationes, orditur enim et ipse a manuaria, adhibet *chordae plectrum*, *campanae marculum*; *chordarum proportione consonantias enucleat*, motuum coelestium proportiones examinat, *meliorem viam non invenit*. Haec omnia, Roberte, sunt utrinque in confesso; et tamen ut de potiore verum et hoc est, me pro eo, quod tuis instrumentis liber meus careat, consonantiarum causas mei lectori praestare.

Pergamus ulterius: et causas quaero consonantiarum et mathematicas demonstrationes concinno; hic enim usus illis potior. Demonstro equidem in *abstracto*, nisi quod super charta, sed applico demonstrata concretis, id est subjectis physicis, motibus scilicet corporum. Et tamen abstracta mea sunt similia illis concretis, nihil enim magis est alii simile, quam antitypus suo typo. Convenit et de his. Illud solum manet in causa: physicos sine mathesis ope causarum ais inquisitionem fecisse per principia priora; ego in nudis substantiis, sine accidentium internunciis, negotiari nego possibile cuiquam, inter accidentia vero primum genus quantitatum ex Aristotele didici, reliqua omnia posteriora. Negas, veteres ab arte in artem transcurrisse, ego a Platone didici, geminas esse alas astronomiae, geometriam et arithmeticam; quamvis illa de sensilibus agat, istae de abstractis. Quo magis tuam conclusionem miror, ut quae contradictorium praemissarum subsumit, *harmoniam et mathematicis indigere et physicis ad causarum inventionem*, addideris rectissime metaphysicis. Et addis quidem: ais enim, ortum intervallorum spectare magis ad physin ratione suae naturae occultae, quam ad mathesin, si internum ejus principium inspiciamus. Physin procul dubio dicis, quam ego metaphysicam. Nam subjungis, arcanum ejus consistere in spiritualis materiae divisione, cujus divisor sit anima, actus canentis vel pulsantis. Multo malo commode tua interpretari, quam occasionem arguendi quaerere. Igitur arcanum intelligo formam et essentiam contemperationis harmonicae in Terram. Id disco esse *spiritualem materiam*; sane harmonias et ego agnosco ens rationis, ratio vero spirituale quippiam est. Ejus *divisionem* intelligo ego discretionem ejus, quod est harmonicum, a non harmonico. *Divisorem* ais *animam?* Et ipse libro meo IV. prius animam inde a sui creatione ad exemplum Dei, sui archetypi, facio compotem formationis arcanae harmonicae, impressas illi scilicet ideas harmoniarum, quarum applicatione ad ea, quae per sensus offeruntur, harmonicum a non harmonico discernatur. Hactenus igitur infers in conclusione, quod in praemissis negatum ibas, nec facile te, ne ex sequentibus quidem contradictionibus exsolvo, nisi tu me adjuves. Dixeras *veteres ab arte in artem non discurrisse,* jam asseris, *illos naturam*

et motum substantiae vere physicae solitos aperire ratione mathematica. Miror cur idem me factitantem reprehendas.

Sed quid ego multis de mea philosophandi methodo? cum tu vel jam nunc in hujus analyseos fine capitalem aequivocationem in vocibus musica, harmonica, inferas in sequentibus identidem iterandam, qua ambiguitate omnem hunc, non meum tantum, sed etiam veterum conatum in disceptationem vocas. Egregiam vero palaestram, in qua transcurrimus alternis; ego mathematicam veterum methodum comprobans, in progressu circa particularia contra illos pugno, tu, methodum ipsorum ipsam generalem insimulans, in minutis nonnullis veterum assertorem te profiteris.

Medullam tu nescio quam divinae musicae producis, cujus umbrae sint mathematica, quae vix tangant illam. Hanc medullam in visceribus naturae recondis.

Error tibi est ingens in arte musicae, quod haec inter artes liberales mathematicas collocatur. *Vanam in ea umbram esse* pronuncias, *non tunicam, non corticem,* perque eam ignorari ais essentiam interiorem seu nucleum.

Si hoc velles innuere, non acquiescendum esse philosopho in sonis elementaribus et sensuali musica, sed philosophandum altius, indagandumque cum Jamblicho tuo, qui fiat, quod verbi causa ex intervallis tertia, quarta, quinta, octava delectent, secunda et septima non delectent, non me tantum haberes consentientem, sed neque apud veteres quidquam invenires, quod incusares. Nam Ptolemaeo voluntas egregia fuit, hunc nucleum eruendi, qui philosophandi etiam genus adhibuit sublime, nec indignum visum Porphyrio, Jamblichi tui magistro, in quod ipse commentaretur. Atqui nullus veterum harmonices interiorem essentiam ausus est exuere quantitatibus, quin potius tam illi, quam qui illos est secutus, Proclus, geometriae thesauros altissime extulerunt inque penitissimam animorum ipsiusque adeo divinitatis essentiam recondiderunt. Quos quidem hac in parte et ego secutus sum strenue, dogmata tamen illorum ex praescripto doctrinae catholicae correxi, uti lectores hoc agnituros spero ex lectione potissimum libri mei IV. capitum priorum. Hoc solum censui novandum, imo necessariis demonstrationibus adactus sum novare, quod veteribus pro suis numeris, discreta quantitate, ipse substitui circulum et figuras geometricas, quantitatem scilicet continuam.

Si haec veterum ratio enucleandi harmonices essentiam tibi non sorderet, et si mathematica non in corticem aut tunicam relegares, imo vanam et frivolam umbram indigetares, quin potius in ipsum nucleum reciperes, jam porro nemo vere philosophantium tibi non applauderet asserenti, musicam eandem esse in homine, quae est in mundo, eandem in elementis (ut sonos intelligamus elementares), quae in planetis; eandem tandem in illis, quae in ipso mundo archetypo, unde originaliter orta sit harmonia machinae totius. Nam eadem iisdem pene verbis et me vides asserere passim, praesertim libro III. fol. 136 et libr. IV. cap. 1, 2, 3.

Modicam enim hanc aequivocationem admittere cogimur jure grammatico, cum harmoniam alius quidem, usu jam trito, admittit solam illam concentus, quae est cum sono, alius, secutus primam vocis originem, pro congruentia rerum geometricarum omnifaria recipit, alius, mediam incedens viam, geometricas proportiones, quae inveniuntur in vocibus consonantibus, ubicunque eas praeterea invenit, velut abstractas a subjectis subintelligit; quo sensu ego his vocibus utor per totum fere opus meum. At tu, non contentus hisce significatibus, vocem profers ulterius ad congruentias tam physicas agentium

et patientium, quam hyperphysicas typi et archetypi. Non culpo, habes, fateor, socios in hoc usu vocis, philosophos eximios, dum ludunt in poëmatibus, quos inter et Proclus, cujus hic est de Phoebo versiculus fol. meo 325:

Κιθαρῃ ὑπο θεσκελα μελπων
Εὐναζει μεγα κυμα βαρυφλοισβοιο γενεθλης,

suavissimam innuens harmoniam inter marem et feminam in actu generationis; et hic de Paeane:

Πλησας ἁρμονιης παναπημονος εὐρεα κοσμον,

quod intelligo de omnifariis naturalium motionum successibus.

Patior, inquam, te vocibus uti arbitratu tuo, illud tamen necessario moneo, te sub hac ambiguitate latitantem plurimas passim turbas excitare, quae detecta aequivocatione facillime sopiuntur. Aut si detegi non potest (ut quidem hoc ipso loco plures in tuo *harmoniae nucleo* seu *medulla* sensus latent, quam meus stupor capere possit), tunc irritis conatibus congredimur, quaerit involutum tectumque lorica inexplicabili homulum anhelans fera deseritque non inventum; frustratur sua voluptate spectator; nullam inquam lector utilitatem capit ex concertatione tenebrarum plena.[41])

Ad Analysin X. Propterea, inquam, quod ille praxi magis indulget, ego theoriae, ipsi quidem picturae sunt commodae, mihi theoremata. Non injuriam tibi feci, Roberte; nullum in opere tuo fixi *stigma invidiae*, sed opus lectori a sua propria nota descripsi, ut sciret, qui nondum emit, inventurum se quod delectet, prout ingenium fuerit hominis. Nam et picturis ex aere abundat excusus liber, et tute ipse analysi III. modo recensuisti, quibus utaris picturis in vicem sermonis, templo, columnis, hieroglyphicis, speculo, turri, triangulorum figuris; ad quas tu ibi loci non aliter provocas, quam mathematicus aliquis ad suas propositiones et theoremata, quasque etiam hac ipsa anal. X. pro diagrammatibus tuis haberi vis. Quin etiam fateris iterato, te picturas introduxisse plurimas. Cur igitur succenses? An exprobravi tibi figuras ut insulsas, ut dedecus? Cur igitur quasi mutuum reponeres et meas ipse figuras recenses, quae tamen non sunt aliud quam diagrammata? Et quem in te genium agnoscam, qui verba indifferentia, cum facillime posses in bonam accipere partem, mavis in malam? Tuis picturis mea comparavi diagrammata, fassus librum meum non aeque atque tuum ornatum esse, nec futurum ad gustum lectoris cujuslibet; excusavi hunc defectum a professione, cum ego mathematicum agam. At tu hinc *jactantiam* nescio quam dicis. Jactantiam odi et damno, sed in pulpito stans discrimina rerum dissimulare non possum; invitandus est mihi discipulus ad mathematicarum disciplinarum studium, suppeditandum animo sincero consilium, quo quemque libro juvari existimem.[42]) Liceat mihi etiamnum proferre vocem magis claram: qui mathematicarum disciplinarum certitudinem amat, plus ille capiet utilitatis in parte mathematices harmonica perdiscenda ex opere meo harmonicorum, quam ex Roberti de Fluctibus. Qui vero ingenium philosophia mystica (quae per aenigmata tradi solet), oculos picturis pascere cupit, quod quaerit, in meo libro non inveniet.[43])

Ad Analysin XI. Hic ansam aliquam invenisti, Roberte, mihi succensendi, tenes enim me verbis meis, perinde ac si ego mea luci comparassem, tua omnia tenebris. Verum si paulum te continere ab indignatione poteris, efficiam declarando mea verba, ut non tantum in te dolor animi conceptus, quem verbis acerbis testaris, mitigetur, sed etiam lector, si qui

forte minus attentus ad verborum meorum sensum fuit, contemtum operis tui vicissim exuat.[44])

Primum facio discrimen in materia. Nam cum nihil sit in toto mundo, quod operis tui amplitudo non complectatur, de ceteris quidem operis tui partibus unus ego non intercedo suffragiis tot doctorum virorum, quae allegas; quod vero partem illam attinet mathematices, quae harmonice dicitur, spero equidem, me diagrammatum meorum operosa suppellectili demonstrasse lectoribus egregiam voluntatem, conatum seu *nisum*, *res ipsas involutas obscuritate in lucis intellectum proferendi*, cum tu vicissim harmonica tractes paulo aliter, illaque quantitatibus (id est meo judicio luce sua) spolies. Nam hoc secundum jam est discrimen observandum in verbis meis, quod illa non de profectu, sed de conatu loquuntur. Quid igitur tibi sit circa harmonica propositum, jam supra dixisti, *multa in pauca congregare, extractam harmonices essentiam colligere, facculentam substantiam* (quantitatum, ut infra explicas) *rejicere, quod bonum est in suo proprio vasculo* (sunt autem figurae hieroglyphicae, hoc est aenigmata) *collocare*. Hoc enim tibi est *arcanum scientiae detegere*, *occultum manifestare, si rei harmonicae natura interna, vestibus exuta* (quantitatum), *includatur figurae hieroglyphicae naturae suae* tuo judicio *magis aptae, ut in ea tanquam in speculo* vel aenigmate *virtus ejus absque circuitione verborum oculis et animo conspiciatur*. Quod igitur aenigmata tua, harmonica inquam, tenebrosa appello, loquor ex judicio et captu meo, et habeo te astipulatorem, qui negas, tuam intentionem subjici demonstrationibus mathematicis, sine quibus ego coecus sum; tibi tu videris luculentissime omnia depingere, figuris hieroglyphicis valde significantibus explicare. Et illud mihi et tibi hoc videtur; abundemus uterque suo sensu, judicet lector et composita lis erit. Illud solum mihi relinquatur, quod nulla injuria nec tuo in harmonicis scopo aenigmata, nec meo conatui rerum obscurarum explicationem, quae fit per verba et quantitates, tribui. Nam illud de tuo scopo jam verbis tuis ipsius probavi, hoc de meo conatu rursum tute ipse analysi nona es fassus, me consonantias coelo, terra, non meliori via quam longitudinum proportione enucleare posse. Et passim verbositatem mihi objicis, qua re perspicuitatem utique solemus affectare, cum tu saepe loco verborum, quae recusas, exhibeas picturas.

Neque tamen hoc idem est, ac si te dixissem *celare mysteria veterum*, quod est propositi. Etsi enim mihi, qui mathematicis demonstrationibus assuevi, multum tenebrarum offundunt in harmonicis hieroglyphica tua, fieri tamen potest et factum credo, ut tu existimaveris, te luculentissime omnia depingere.[45]) Quin ne hoc quidem ausus fuissem dicere, quod tu pag. 12. de te credi vis, te occulta pro posse manifestasse, nam plura hic te posse, quam una vice libuit praestare, malim credere.

Quae deinceps praecepta sapientum tute tibi ipsi objicis, mysteria physica revelanti, ea velim a te ipso dissolvi. Forsitan enim aliquid afferes, quo et ipse tueri me possim, harmonias coelestes in lucem proferens et *silentium in scientia secreta recusans*. Quin etiam tibi ipsi quaerenti tute respondeto, cur, cum arcana physica mundo propalatum eas, aenigmatibus potius utaris in vicem sermonis?

Quaero vicissim ego, cur succenseas mihi, aenigmata tibi tribuenti, cum hac ipsa super re tam operose te defendendum tibi a linea 16. putaveris? Nonne ergo fateris aenigmata tenebrosa, si recte a te usurpata contendis, si exemplis te magnis munis? Licetne mihi tuum in tanta sermonis inaequa-

litate agere interpretem? Et pandere te mysteria dicere vis, et id tamen facere caute per aenigmata, quibus arceantur oscitantes. Haec utique sincera est oratio mysticorum omnium; hanc laudo, quoad cetera, in harmonicis, disciplina mathematica, non recipio. Tu, si placet interpretamentum, causam dicito, cur igitur mihi succenseas, modum scribendi per aenigmata tibi tribuenti? Qua re tantum opprobriorum commerui, ut *simiam* me communi cum arte ipsa epitheto, ut Mysterium meum Cosmographicum nomen sine re appellares, ut secretorum ignorantiam exprobrares, *intellectum mihi imaginarium et lucem illi praestigiosam* tribueres, vanitatem objiceres? Velim te respicias in posterum diligentius, ne tuae ipsius aestimationi noceas. Nam me quod attinet, mihi neque recantatione tua neque contraria laudatione opus est, neque efficies hac importunitate, ut detrectem tecum velitari, quoties id sine meo sumtu et cum aliquo lectoris profectu potero. [46])

Quantum nunc per Deum immortalem bilis in membro analyseos altero! Cum ego chymiam, cum Hermetis et Paracelsi doctrinam ne verbulo quidem pupugerim, nisi quod rem omnibus notissimam narro, obscuram et tenebrosam esse, cum *titulum Hermetici nec odii nec ludibrii causa tribuerim*, sed ut nominatione sectae morem philosophandi, quem in tuo libro deprehendi, lectoribus futuris describerem evidentius, cum haud quaquam *dedecoris aut infamiae in parte posuerim, Hermetis esse discipulum, cum nec oderim, nec damnaverim nec pro nihilo habuerim* hanc facultatem, tu tamen cum panoplia in me consurgis, mathesin mathematicosque omnes in certamen vocas cum chymia cumque Hermete. Frustra quidem, quantum ad me; nam lectores adhortor, legant pensitentque, quae tu hoc loco scripsisti chymiae sociarumque disciplinarum ipsiusque Hermetis encomia; circa mathesin vero et cum vanam geometriam, cum motuum stellarum inquisitionem phantasticam proclamas, ne te audiant, nisi cum ista scribis de omni temeritate. *Nam quae major est deliratio ac vecordia* (utor ecce verbis tuis), *quam eam damnare et pro nihilo habere scientiam, in qua prorsus nihil olfeceris?*

Non sunt adeo, Roberte, divisa mathesis et chymia, ut in eundem hominem non cadant, qui mathematica tradat dilucide, verbose, per literas et diagrammata, chymica more sectae. Vis scire conjugii hujus exemplum? Accipe Tychonem Brahe, cui in parte operis ego successi. Quam ille fidus silentii custos in Hermeticis, tam fidelis contra perspicuusque doctor, quoties in mathematicis aliquid in vulgus proferendum sumsit; nulla tunc ille comminisci solitus est aenigmata, nihil in picturis tradidit, non pollicitus est motus coelestes docere sine quantitatibus, non dedignatus est subvenire ingeniis infirmioribus, vel ipsa calculi forma compendiisque publicatis.

Illud seorsim tibi, majoris evidentiae causa regerendum hoc loco censui, magna cum injuria mea te efferbuisse, qui duas mihi sententias impias et blasphemas tribueris, alteram quidem cum typo variante expressam, ut lector credat, formalia mea referri, fol. 12. lin. 41: *Me haec omnia invenisse ingenio meo proprio*, intelligo namque hoc abs te esse oppositum lineae antecedenti, qua *concedi* scientiarum arcana dicebas *per acquisitionem Spiritus Sancti, cujus solius sit haec omnia vere docere.* Iterum: me, dum Solem fontem motus voco, titulum hunc derogare creatori, arrogare creaturae. Vereor, ut est natio hodie perversa, ne non ista iniquitas ultra verba se in facta ipsa proferat, si lectorum aliqui tibi temere credant, non inspecto meo textu.

Ad Analysin XII. Sex meis lineis iisque brevibus plus tu quam sex

plenas paginas refundis. Utinam ex iis plurima ad profectum lectoris depromere et explicare possim.

Primum jactantiam mihi exprobras, ut plerumque. Non metuo, ut hoc credat lector. Versor in eo instituendo, discrimina librorum proponenda fuerunt, quorum hoc non est postremum. Rogatus, quid intersit, respondeo, aliud mihi esse institutum, aliud tibi; te a veteribus transsumere, transsumtis uti, me videre, ne quid praeter naturam transsumatur; te de confusis non cogitasse, me insuper et disponere voluisse. Quibus verbis simul causa lectoribus insinuatur, cur nobis non per omnia conveniat; hoc quoque ex usu lectoris.

Deinde quiritaris, me tentare, tuam ignorantiam atque inscitiam mundo propalare. Plane falleris aut fallis. Ego, ut dixi, mea cum tuis comparo, ut lectorem erudiam, quem scio *ex ignorantia et inscitia* cujusquam haud quidquam proficere. Pergis, me nihil tribuere propriae tuae inventioni. Si attentum habes animum ad res, de quibus hoc textu ago, fateberis id ipsum. Cur ergo falsum ego de te dicerem? Quaeritur, quas tu tradas proportiones harmonicas? quibus numeris comprehensas? quid tibi tonus? quid semitonium? Haec tu omnia a veteribus, ego, utcunque inveniantur aliqua etiam apud veteres, non tamen ut a veteribus transsumo, sed dissimulatis auctoribus ab ipsis fundamentis eruo. Tu reluctaris et quae inveneris indicas. Quaenam illa? Hieroglyphicae picturae. At hic vince. me non pugnante, non erat mihi hic sermo nisi de intervallorum proportionibus. Nec probro tibi dedi sequi veteres, errantes licet, dummodo hoc te lateat. Non omnia ubique nec sunt tractanda nec possunt tractari.

Petis *instantiam incorrectionis et confusionis?* Ecce: semitonium cum Platone definis ordinarie numeris $^{243}/_{256}$. Hoc incorrectum. Non dantur enim duo toni majores deinceps, ut eorum summa $^{64}/_{81}$ subtracta a $^{3}/_{4}$ relinquat $^{243}/_{256}$. Et hoc jam esto confusionis exemplum, quod tonos cum Ptolemaeo duos habes $^{8}/_{9}$ et $^{9}/_{10}$ eisque addis semitonium $^{243}/_{256}$. Atqui si sunt duo toni deinceps, alter $^{8}/_{9}$, alter $^{9}/_{10}$, summa $^{8}/_{10}$ vel $^{32}/_{40}$ ablata a $^{3}/_{4}$ vel $^{30}/_{40}$, relinquit semitonium $^{30}/_{32}$, id est $^{15}/_{16}$. Est itaque confusum semitonium Platonis cum tonis Ptolemaei. Talia plura occurrunt, non ideo reprehendenda in usurpante, si propositum ei fuerit, sequi veteres, at cavenda a legente, si adspirat ad emendatam harmonices cognitionem, quare et monenda a docente, si vult officio functus videri. Non haeret igitur in me conjectum *invidiae caninae* probrum, nec probas crimen, quod intentas, accusari te a me pro imitatione opinionum aliorum. Nam ego mihi laudi duco, sequi veteres non errantes, et gratulor humanae felicitati, quoties id posse mihi videor, idemque quoties hoc non possum, desertis veteribus ad naturam transfugio. Nulla hic *inconstantia*, nam utraque via constanter ad veritatem tendere propositum habeo.

Pythagorae igitur et Boëthii intervalla quod meis praefers, non ante persuades, quam objecta illis a me dissolvas, mea firmamenta demoliaris, idque verbis et diagrammatibus quantitativis; nimio enim mihi constabit, cum vestris sapientiae filiis trans mare currere, ut haec abs te oretenus sub fide silentii hauriam tuisque aenigmatibus repraesentata, tui templi pictura expressa, intelligam.

Consentaneum dictis est, ut tibi ego gratias agam, loca conquirenti ex libris meis, ubi veteres ego sum imitatus, etsi rectius id ego ipse fecissem citraque hallucinationis periculum. Quaecunque tamen hic tu congeris, ad

alias spectant materias; at membrum comparationis, quo de nunc agimus, est de ortu harmoniarum in specie; hic idem ille ego, qui alias veteres toties imitor, nunc eosdem respuo, rerum naturam consulo. Nulla hic *assertionum mearum inconstantia.*

Mavis tu Boëhtii Guidonisque sententias sequi quam meas, qui vera scientia multis gradibus iis sum postponendus? Excusationem habes, quatenus speculatione insuper habita tendis ad praxin; hujusmodi enim contenti sunt auctoritate famaque scriptorum. Mihi causas examinanti legitime nulla sufficere potest auctoritas, praesertim si famosi scriptores in errore aliquo deprehendantur. An tu quemquam existimas eo provectum scientia multiplici, ut in nulla re erret? An impossibile, ut quod vel Aristoteles vel Hermes tuus sic erravit, id videat discipulorum unus? Quibus positis, non equidem effecerint centum millia verorum dogmatum, in sapientis animo impressorum, ut error unus interspersus non sit error.

Si Keplerus, inquis, *veterum profunditatem in natura intellexisset, astronomiam suam falsam, harmoniam imaginariam exclamaret.* At hoc, Roberte, non est refutare. Nego sententiam meo conditionis positae sensu. Pythagoram enim et Boëthium circa quidem astronomica et harmonica sine te interprete intelligo. At tuo sensu fortasse verum est, si pennis illis tuae imaginationis instructus essem, fortasse transvolarem a meis correctionibus ad veteres, quin imo vel cum Platone intonarem,

Ἥφαιστε, πρόμολ᾽ ὧδε· Κέπληρος σεῖο χατίζει.

Variis corporum resistentiis consonantias diversas procreari exque tuis unicam mundi harmoniam procreari; et infra pag. 15. lin. 29: *harmoniam naturalem esse inter actiones benevolas et passiones bene dispositas animae mundanae cum ejus substantia materiali;* haec, inquam, pars est orationis tuae, pars aequivocationis, jam supra tactae. Mihi consonantia in sonorum mixtione est, quos elicit corporum conflictus; harmonicae proportiones inter quantitates sunt, motuum praesertim, non inter ipsa corpora, nec inter resistentias. Loquimur arbitratu quisque suo, nec hoc diverticulo ad conflictum invicem obviamus.

Si *condemnare* est, refellere unum in harmonicis errorem (ut de duobus tonis majoribus semper se invicem insequentibus et similia), age, ad te esto provocatio, tu revide acta, meas rationes refelle, pone et ipsorum verba et tuam juxta verborum interpretationem; dic ubi ego me ipsum *confundam, deteriora eligam, recusem meliora?* Hoc enim si et dixeris et demonstraveris, non me tantum sed et lectorem juvabis. Nihil agis colligendo locos, ubi scriptores refuto, nisi etiam tu defendas, quae me putas male refutare. Dico ego auctores ipsos mihi concessuros, si praesentes adsint. Importuna hoc loco est tua vis eloquentiae fol. 15, non in me solum directa, sed in illos ipsos etiam vibrari potest, quos tu ad speciem propugnas, praecipue in Aristotelem, qui dimidiam partem operis sui consumit refutandis veteribus. In jactabundos sic inveharis aut in victos, non in luctantes et pugnantes.

Qualem te vero correptorem invidiae praestas, dum quoties ego verbum de meis institutis discriminis indicandi causa profero, continuo tu mihi *philautiae jactantiaeque* alapas impingis? Non versor in paeane operi meo pangendo, sed in explicando scopo, quem habui propositum, ut appareat aliud abs te quaesitum, aliud a me; num sim assecutus, lectoris esto judicium, praesertim ubi censuras tuas quae jam sequuntur, measque defensiones contra se invicem posuerit. *In libro,* inquis, *primo nihil ad veram mundi harmo-*

niam invenimus, sed comparantur figurae. Non puto me facturum operae pretium, si te adhorter ad legendum librum diligentius, non enim parebis, solum lectorem moneo: non legit Robertus, non pensitavit, aut si pensitavit, ludit ergo aut cavillatur. In praeambulo indico causas harmoniarum petendas ex geometria, ex divisione circuli, quae fit per figuras regulares demonstrabiles, liber ipse figuras exhibet. Nondum sane figurae sunt idem quod harmonia, sunt tamen via ad illam. Quid, si dum sponsa comitur, nondum sunt nuptiae, nihil ergo sponsa facit ad nuptias? Aut si nihil agit Euclides libro IV. de corporibus solidis, sed solum de figuris planis, nihil ergo facit liber IV. ad solidorum quinque formationem libro XIII. sequentem? Sed video, quid volueris, Roberte: in sinum gaudes, quod me commoveris, rides defensionem non necessariam. Quare nihil addam amplius.

Libro meo secundo tribuis mihi, quod credam, in quinque corporibus regularibus consistere vim harmoniae mundanae. Rursum praepeti volatu turbo transcurrit igneus ingenii tui volatilis, quod fixum facere jubet Hermes tuus. Liber meus secundus adhuc in figuris versatur, quae libro tertio constituent coaptabuntque proportionum harmonicarum terminos. Agnosco tamen ideam quandam harmoniarum mundanarum, praesertim radiationum, in congruentia figurarum geometrica, dum illae adhuc in abstracto considerantur. Ex hac congruentia, quae Graecis est ἁρμοσις, prima petitur origo vocis harmonia. Verum hic sensus vocis adhuc generalior est, quam proprium operis mei subjectum; significat enim nudam applicationem laterum in figuris, quarum anguli locum solidum vel planum implent. Quanto magis improprius est significatus vocis, cum quis etiam orbes coelestes inter se congruentes ad normam orbium geometricorum, qui et figuris solidis inscribuntur et circumscribuntur, si hanc inquam congruentiam quis harmoniam dicere velit. Ego quidem ambiguitatis vitandae causa nunquam id dixi. Non enim harmoniam inter Saturnum et Jovem, hoc quidem orbium respectu, sed proportionem orbium cubi seu figuralem dico interesse. Scapham appello scapham. Vide lector, quid intersit, ex meo libro de sententia deque locutionibus meis judices, an ex interprete Roberto. Nequaquam igitur in cubo consistit vis harmoniae mundanae inter Saturnum et Jovem; alias ego doceo proportiones harmonicas inter motus horum planetarum, quae etsi cognationem habere cum cubo debuerunt (quippe juxta invicem habitandum fuit et illis et huic, nec impediendus hic ab illis), non tamen illae formantur a cubo, figura solida, sed a figuris planis; nec libro secundo locus est explicationi plenarii ortus harmoniarum, sed libro tertio, nec ante quintum librum harmoniae, quamvis jam formatae, potuerunt applicari mundo seu planetarum motibus. Sed tu falsam de sensu meo persuasionem conceptam (propterea quod Mysterii mei Cosmographici materiam praecipuam esse interpositionem corporum eamque in Harmonicis libro V. repetitam vidisti), hanc inquam persuasionem, semel conceptam, per totum tuum discursum analyticum retines, magnam ejus partem intermissurus, si hunc errorem animadvertisses.

Libro meo tertio nihil ais inveniri, nisi musicam meram artificialem, ex plurium veterum auctorum libris decerptam, nihil ex proprio. Si musica artificialis idem tibi est quod humana, profecto haec libri tertii materia est, sic tamen, ut circa ortum harmonicarum proportionum moneam, subintelligendum esse generale quippiam, quod sit abstractum a vocibus, tanquam a subjecto physico vel materia. Sin autem vox ista artificialis a te in id usurpatur, ut excludas naturam, jam dudum respondi ad haec, artificiorum huma-

norum fundamentum esse naturam, inprimis in consonantiis, quibus utitur artifex, non aliud hujus, aliud illius auribus placere, sed eundem consonantiarum numerum ab omnium hominum auribus approbari, quod indicio est, naturae hoc opus esse. Ex libris auctorum decerpta sint capita libri, an ex proprio, non est animus nec locus tecum litigare; sufficit, quod verum id est, quod in comparatione dixi, ea, quae a veteribus possunt transsumi, me ex rerum natura eruere. Definitionem ego certam pono consonantiarum. Hanc definitionem recipit, quidquid auribus probatur ut consonum, respuit, quidquid aures respuunt ut dissonum. Horum aliqua etiam Pythagoras consona dixit, aliqua consona ipse negavit, Ptolemaeus affirmavit. Non tamen ego neque illa neque ista recipio inter consona, quia Pythagoras aut quia Ptolemaeus id dixit, sed quia primum aures, deinde definitio mea recipiunt illa inter consona. Nolim equidem novam auribus consonantiam invitis obtrudere de proprio, nunquam tanta me gloriae cupiditas incessit, ut naturae obtrectandum censuerim, sufficit mihi, si causas eorum, quae natura monstrat, in luce ponere possum. Frustra ergo tu mihi adimis, quod comparatio mea nuspiam arrogavit. Negas, me harmoniae meae materiam secundum promissum e rerum natura eruisse, aut a fundamentis constituere. Materiam quam tu dicas harmoniae ego non conjicio, neque de harmoniae materia quidquam hujus ego promisi, sed hoc me voluisse liber ipse tertius testatur, me causas, cur certarum quantitatum termini, in voces naturales introducti, faciant eas consonare, aliarum quantitatum termini hoc non faciant, hujus inquam rei causas me e rerum natura eruisse. Vin' igitur tu scire, quae sit illa rerum natura? Anima humana pars est naturae, in anima relucet circulus cum suis divisionibus per regularia plana, propterea quia animus est imago Dei; ex divisione circuli, quae fit in ipsius animae essentia secundum Proclum, tui Jamblichi discipulum, constituuntur termini harmoniarum intellectualium in mundo, ut tuus Jamblichus, intelligibili, ut ego, in mente divina, cujus exemplar hic est humana, characterem rerum geometricarum inde ab ortu hominis ex archetypo suo retinens. Amplius: auditus pars est animae testaturque is de sonis eorumque quantitatibus, quas sensus communis repraesentat intellectui. In his si invenitur proportio, in intellectu jam ab origine relucens, soni hi censentur harmonici, hinc oritur delectatio ab iis. Haec sic in genere. Jam in specie, pars naturae rerum intelligibilium est triangulum, pars quadrangulum et sic de ceteris, et quodlibet distinguit circulum in partes, quae fiunt quantitate seu longitudine sua termini proportionis alicujus harmonicae. Ad numerum consonantiarum sic constitutum sequuntur reliqua, quae insunt in cantu artificiali naturalia.[47]) Jam ito tu, Roberte, et prius everte has partes naturae, subrue haec fundamenta, tum demum nega, me promissum implesse, naturaliter processisse. Negas, me quidquam ad naturae leges emendasse, confusionem evitasse: non recte negas. Qui quantitates consonantiarum concinnorumque exscribit ex veteribus, is interdum aliam invenit quantitatem, verbi causa semitonii in Platone, aliam in Ptolemaeo. Ergo hoc observans exscriptor duplex ait esse semitonium, alterum $^{243}/_{256}$, alterum $^{15}/_{16}$. Ita nascitur opinio falsa, quasi natura doceat et monstret utrumque, aut quasi recte promiscuo usu vel hoc vel illud adhibeatur. Haec itaque confusio quaedam est Platonici semitonii cum naturali, quae major fit, si etiam id adjungatur, quod relinquitur abscisso naturali $^{15}/_{16}$ a tono majori $^{8}/_{9}$, relinquitur enim $^{128}/_{135}$, semitonium minus seu diesis major, quod tamen ego distinctionis causa et ut confusio vitetur lemma malui appellare. Quae-

cunque igitur quantitates ex opinionibus veterum nascebantur, quas ego non eruebam ex ipsa natura, id est ex figuris regularibus aut ex comparatione mutua consonantiarum ab iis derivatarum, illas ego dimisi ut plurimum intactas; quas vero ego elicui, ad placita veterum non applicavi, ubi confusio metui potuit. Diatessaron quidem applicavi, quia non errant hic veteres, diesin vero non applicavi, non comparavi, hoc est aequiparavi cum ea, quam veteres diesin dixerunt, quia illa diversa est a mea. Idem tenendum de lemmate meo et veterum, cujus alia quantitas, alius abscindendi modus. Sic cantus genera, durum et molle, non comparavi ego cum iis generibus, quae veteres agnoverunt, quia a confusione lectori meo metui, non enim fundatam inveni in natura triplicitatem illam generum cantus.

Libro quarto videor tibi tollere harmoniam omnem praeter circularem. Etsi primae terminorum harmonicorum ideae sunt in arcubus circuli, a figura regulari divisi, tamen illae multiplicantur etiam in rectas quantitates; nec enim amplius fiunt termini proportionis propter figuram circularem, ut quae divisione jam est destructa, sed solum propter longitudinem, quae reperitur etiam in rectis. Non igitur circulares facio harmonias aliter, quam respectu primarum idearum mentalium ortusque earum ex circulo.

Hic tu etiam me mactas, Roberte, tuis additionibus, ubi voluntatem egregiam collaudo, ceterum operam deprecor in meteorologicis meis harmoniis: nullas ego partes musicae diversas diversis planetis signisve accommodo; mens tua, ut video, praecurrit oculos. Rursum harmoniam angulorum tantum abest, ut *in motu consistere* dicam, ut potius, quamdiu et in quantum moventur planetae, continua sit dissonantia, concordantiae vero omnes, in quas planetae motu transeunt, sint momentaneae, si exactissime res pensitentur. Sed nec, quomodo mixtam ego statuam harmoniam, satis clare explicas. Mixtam patior appellari, quia cum radii, qui angulos, proportionis harmonicae terminos, interstinguunt, sint coelestes, angulus tamen ipse, qui terminus fit proportionis, in Terra formatur. Nec nihil deest et illi tuae narrationi, dum sextilem a me ais comparari tertiae molli; non ipsi, inquam ego, sed ejus sociae diapente epidisdiapason; ita et de ceteris omnibus. Atque hic repetis comparationis meae verba, quae ego tantum de libro III. deque investigato harmoniarum omnium ortu ideali scripseram, ut facile apparet consideranti, quae ego tui operis capita cum quibus mei comparaverim. Audiam tamen objectiones tuas, si quid illae forsitan operi meo praeter et ultra verba ista, perperam huc applicata, ereptum eant.

Videtur, inquis, *quod non angulus in terra duarum radiationum causa sit tempestatum, sed potius influentiae cujusdam virtus occulta et admirabilis.* Haec, mi Roberte, vox est unius e communi coetu doctorum, qui nullam dum operam posuit in pervestigatione causarum. Ex admirando, inquit ille, coorti sunt studium atque labor investigandi. Hic cum tu meas molitiones videas, jam dudum enim et ego unus illorum fui, qui influentias, qui *occultas coelorum virtutes* admirabar, miror equidem, cur non alia re censeas illas reprimendas, quam pristina illa et obsoleta admiratione. Hoccine igitur est, philosophum agere, Roberte, philosophantem objectu ignorantiae inveteratae prohibere ab aditu penetralium naturae? Et quantae quaeso sunt vires illius tuae vocis *Videtur*, quas cum argumentis meis conferas?

Aspectus in coelo non est, in Terra formatur; in Terra vero et circumfuso aëre sequitur aspectum commotio, aspectus ergo causa est commotionis tempestatum. Rursum, non omnis angulus coincidentes habet motus aëris,

sed ille tantum, qui in geometria invenitur harmonicus. At geometria ens rationis est, quod per se nullam habet efficaciam. Oportet ergo, ut geometria haec, latens in aspectibus, agat objective. At objective in nullam rem agere quidquam potest, nisi in facultates animales, ut musica in auditum agricolae saltantis. Quod igitur causatur motus aëris ad praescriptum aspectuum in Terra formatorum, id est animalis facultatis particeps et in Terra praesens; et quia id meteora versat pene arbitratu suo (nec enim id bini planetae faciunt, ut penes quos in coelo currentes nihil est de aspectu praesenti terrestri, nec id facit aspectus ipse, ut qui accidens est radiorum et propter suam geometricam conformitatem ens rationis), his igitur tot rationibus conficitur, id esse quoddam genus animae. Tu has, Roberte, rationes pensitato, tum demum quid tibi videatur, rescribito. Nam nunc quidem nullius momenti est illud tuum *videri*, dum influentiam quidem nominas, vocabulo accidentis de praedicamento actionis vel passionis (in genere motus), interim tamen huic influentiae, non naturam tantum, sed etiam *appetitum* ut substantiae cuidam tribuis, ad quem ille aërem huc atque illuc flectat. Quomodo enim ex hoc tuo *videri* liqueat, falsam esse meam sententiam, potius quam ex rationibus pro mea sententia productis liqueat, falsum esse tuum obscurum *videri* sine rationibus, sola sapientis nescio cujus auctoritate, nec ea liquidi sensus, munitum? Spiritum solarem si tu hic substituis, dic igitur, cur spiritus iste solaris non aliis nisi illis temporum momentis moveat aërem, cum binorum quorumcunque planetarum radii configurantur in Terra? Quo medio spiritus iste Solis pervestigat, quid de planetarum radiis fiat in Terra? Quanto facilius est, ut ibi potius sedem figamus spiritui, ubi cognoscit, ubi et operatur secundum quod cognoscit. Illud tu agis, hoc ego. *Virtutes* agnosco *sapientiae ubique agentis*, omnes omnino facultates animales, seu in Terra seu in plantis sive in homine. *Dispositiones* vero in coelo vel *spiritus solaris* vel *sapientiae ubique agentis* ego nullas novi, secundum quas natura sublunaris concitetur. Concitatur enim secundum certas dispositiones radiorum in Terra, hoc experientia perpetua constat; at in coelo dispositiones istae nequaquam insunt, ob id ipsum, quia in Terra insunt. Spiritus Solis, ais, dat planetis vitam et animam. Quid commodi habet tua sententia prae mea? Tu ad quodvis momentum novam educis planetarum animam ex spiritu Solis, per quam bini planetae inde ex sedibus suis coelestibus meteora cieant in sublunari mundo, idque ad praescriptum aspectuum in Terra. Quantae hae ambages? Quanto ego probabilius ibi hunc, si ita vis, spiritum pono perpetuum, ubi praesens illi lex agendi, ubi et opus ejus, in natura scilicet sublunari? Aërem dicis animae mundi spiritum inferiorem. Non contendam hac de re tecum, éa, quam ego dixi Terrae animam, sitne se ipsa quaedam separata anima, anne potius alterius animae majorum gentium spiritus, ut si quis in corde animalis animae sedem ponat, in oculo non animam neque illam decumanam, neque separatam minorum gentium, sed saltem spiritum plenum specie illius reginae in corde sedentis in se egressa. Sit, inquam, hoc ita, sit mea haec anima, quam Terrae tribuo, nihil aliud quam spiritus animae mundi alibi sedentis. At huc adduci non possum, ut largiar tibi, materialem hunc aërem illum ipsum esse spiritum, qui et percipit geometriam aspectuum, in Terra formatorum, et secundum eam meteora ciet actibus intermittentibus, velut ad edictum praetoris comparans. Nam nec illa geometriae impressio fit in materiam, obtusa nimis est illa, sed in solam talem naturam, quae rationis est quodammodo particeps, cum geometria sit rationis habitus, et

haec efficacia in naturam sublunarem majoris est operae, quam quae a crasso aëre, quem tam facile excludimus ab inanibus, praestari possit.

Unde, pergis, vis radiationum est in aëre? Unde inquis inesse? Num ex eo, quod planetae coelestes animam a Sole accipiunt? Id enim ante hoc *unde* legitur in tua oratione. Atqui nihil opus est planetis anima, qua negotiante radiationum in Terra formatarum vis veniat in aërem. Nam si hoc esset, illa planetarum anima cum radiationibus ipsis iter haberet necessarium in Terras usque. Atqui hoc fieri non potest. Nulla enim *est vis in aëre radiationum*, nisi quando geometrica aliqua conformitas in aspectu seu angulo binarum radiationum est spectanda. Hoc vero quis internuncius hinc a Terris usque ad Saturnum et Jovem indicet, ut inde animas vel cujusque suam, vel utriusque communem in Terras deducat, ut hic illa *vim aëri* conciliet praesens. Dixeris potius, lumen ipsum planetarum, ex quo radiationes constant, hanc esse animam, sicut antea nostrum hunc aërem fecisti spiritum animae mundi. Mihi omnia succedunt facilius, facultatem aliquam spiritualem in Terra ponenti.

Terrae animam dicis potius esse ab aëre et in aëre, quam ut aëris motus a Terrae anima procedant. Non pugno, quin imo sic publice profiteor, hanc, quam dico, Terrae facultatem, animalis similem, per speciem egredi etiam in aërem circumfusum ibique pro re nata gignere bruchos, cicadas et alia insecta. At praecipuam illi sedem in aëre ponere, excursus solum in Terra concedere, hoc perinde mihi videtur, ac si quis animae saltem vegetantis in homine sedem praecipuam diceret vapores illos ex corpore exspirantes inque sinubus corporis haerentes, ubi pediculos et similia gignit.

Pergis: aër vitam dat aquis et terrae, et omnibus ex iis compositis. Velim scire, num tecum stare contendas Aristotelem? Hic quidem omnia ista calori Solis tribuit, aër illi inter instrumenta est. Et quam tu dicis vitam in aquis et terris? Nonne pisces innuis illic, hic plantas? Ego vero vocem olim obscuram a chymicis tuis hausi, Solis esse beneficium, non aëris, quod mare scateat monstris, quod terra plantas sine semine, quod lacuna, Solis ardoribus tepefacta, mures producat. Quomodo vitam aliis dabit aër, quam non habet ipse? Nisi tu sub aëris voce nobis quippiam divinius obtrudas, quam est iste nos circumstans, ex humoribus extenuatus vapor. Scio, pisces aërem continere in geminata vesica, sed quae illis instrumentum est motus et quietis, et cujusdam quasi suspensionis naturalis ex aquae superficie; itaque restat iis hic aër vesicis inclusis, etiam cum anima excessit corpusque exanime dependet jam a ventre, qui vesicam hanc continet, cum prius id beneficio animae niteretur incumbens ventri et sustentatum ab eo. Adeo differt instrumentum a motore, aër ab anima. Scio etiam, animalia beneficio aëris animam retinere, intercluso illo exspirare; non est tamen aër anima ipsa, nec vitam dat inspiratus, sed ventilat flammam vitae in cordis latebris flagrantem, vetatque ne illa se ipsam suapte fuligine suffocet, suffocatam aut non ardentem ipse nunquam ultro incendit; multo minus vita ipse est aut ab ipso cocta. De plantis nihil simile dici potest; nullas hic vitae partes tuetur aër, ne ut instrumentum quidem; nisi in quantum igni et flammae similior est vita plantae, quam aëri, et tamen secundum te aër etiam Terrae vitam dat.

Mirum equidem, Terrae tu das vitam, neque me pateris eidem inspirare suam animam, qua vivat.

Aëris motus a Terrae procedere anima, hoc est paulo alienius verbum a mea philosophia. Propius vero est dicere, aërem gigni ab anima Terrae;

haec enim caloribus subterraneis concitatis, foris etiam adjuta Solis caloribus, humores subterraneos in vaporem attenuat, eum in modum, quo hominis anima sudores simul et evaporationes ciet, irritata mithridatico aut motu corporis exaestuans. Jam vaporibus exhalantibus reliqui motus, gravitatis et levitatis, caloris et frigoris, densitatis et raritatis, momentis ultro sequuntur. Sed argumentum etiam audiamus unum, hactenus enim meras sententias loquebaris: si anima Terrae tempestates in aëre concitat, *corpus igitur suum ipsa destruit et dilacerat.* Hoccine tibi, Roberte, absurdum? et nunquam tuam ipse linguam errore praecipitatus momordisti, nunquam sulcos in cute egisti unguibus? An forte non tua hoc praestitit anima, sed dentes et ungues seorsim ab anima? Verum tu ad sententias reverteris: *anima universalis mundi est, unde tempestates, cometae etc. procedunt.* De cometis nihil obloquor, non enim eos ex Terra minusque ex aëre nostro oriri puto, aut certe paucissimos. De tempestatibus cedo rationes aut fatere nihil abs te dictum esse. Est, inquis, aër passivum, illius animae mundi proprium ejusque actionibus magis aptum. Quid? si de Terrae anima dicerem ego idem, verisimilior equidem haec esset familiaritas inter vicinos, inter aequales, quam ut tantum negotii sit illi mundi amplissimi animae in his aëris nostri angustiis, *ut affatim illa in his natet et agat.* Verum et hoc nego, aptiorem esse aërem suscipiendis animae Terrae actionibus, quam humores corporis Terrae. Quid quaeris? aër extra est, humor intus, in humore calor ab anima concitatus invenit quod agat, aër jam attenuatus vim illius evasit. Sic igni actio est in lignum, in cinerem non est.

Velim etiam scire, quodnam illud sit *simile animae mundanae, quod e coelis quandoque impluit,* quod non sit configuratio harmonica, ut ego doceo, sed *quod fortificetur ab illa?* Velim scire, quid conferat *exhalatio terrae magnetica ad suscipiendum spiritum,* id est aërem? Anne hoc vis, Terram exhauriri exhalatione illa eoque sitientem sese attractu aëris reficere? Magnetica exhalatio, Roberte, non est materialis, sed potentialis; est enim formalis corporis potentia aspirare ad unionem cum sibi simili. Quodsi Terrae ad generationes opus est aëre, facilius hic illi suppeditabitur ab intus, calore extenuatis humoribus.

Crebris a te sententiis, Roberte, dissideo. Problema jucundum, cur sudent marmora pluviis ingruentibus? Tu respondes, aërem jam humectum ingredi salemque marmoris resolvere. Pondera ergo marmor et refer, quanto id sit factum levius, si tantum salis foras misit. Ego quidem spero, me lectori satisfacturum melius. Non solum marmor, non semper hoc praestat, sed tunc tantum, quando frigus et marmori et densis omnibus impactum haeret tenacius, tunc subito superveniens vapor humectus et tepidus resolvitur occursu frigidi in aquam adhaeretque superficiei marmoris. Nam tepida sunt et rara, quae frigidi occursu condensata locum capiunt angustiorem, itaque tepidae partes vicinae succedunt, ne detur vacuum. Ita fit ut aër tepidus feratur ad marmor. Non probat igitur hoc exemplum, aërem in Terram ingredi , si foris adhaeret. Aliud argumentum ducis a pluviosis constitutionibus putasque defecturam maris copiam, si inde materia et non ab aëre. Puto ego contra, defecturam aëris copiam multo citius. Sic enim in Opticis olim et vere scripsi, plus esse materiae in unica gutta aquae, quam in aëris amplissimo spatio, quod scilicet impleat conclave totum. Igitur majorem ego assensum spero, qui pluvias non ex aëris externi, ut tu, sed ex vaporis adhuc a matrice sua subterranea tepentis condensatione genero. Erat enim humor

subterraneus et calore subterraneo ab anima Terrae concitato resolutus in vaporem exspiransque in frigidum aërem, continuo in formam aquae revertitur. Adhuc igitur bene stat anima Terrae.

Post argumentationes ad conclusionem tandem devenis, neque tamen desinis intermiscere consequentias. Si aër talis est spiritus, qui vitam inspirat, ut tu probare visus es, ego refutavi, et si hujus spiritus anima (quam mundi animam esse supra docuisti) est ignis (de quo alibi sobrie, vide Harm. lib. IV. fol. 255), sequi tibi videtur, ut aër recipiat influentias et radiationes coelestes infundatque receptas in viscera terrae. At mihi hoc non videtur ex illis sequi, si etiam vera illa concedam. Recipit quidem, hoc est admittit aër radiationes, nihil enim illas impedit, ne Terrae quidem opacitas; penetrantior quippe vis est inconspicua radii, quam lumen visibile: exemplo est virtus magnetica, quae transspirat per aureas laminas. At non sic recipit aër radiationes, ut eas a suis formationibus geometricis singulas internoscat. Aër enim materia est, corpus est, geometrica anguli pulchritudo, quae aspectum format, ens rationis est; anima vel simili facultate, rationis quodammodo participe, opus est, ut radiationes hoc pacto recipiantur. Sed quales receptiones tu statuas, id probant tuae transfusiones; de liquore loqueris, non de effabilitate proportionum, re geometrica, omnino quasi de coelo deplueret aliqua materia, quam tu influentiam dicas.

Concluseras et ecce vicissim aperis novum argumentum: Terra passivum est elementum, non igitur agit in aërem activum. Tolle depositum, nihil pugnabo. Num vero ideo corpus illud Telluris etiam facultate animali caret, cujus efficacia vapores subterranei exciti misceant et turbent aërem tuum? Terra passivum est elementum, etiam cum in corpore hominis est, nec ut id non sit impeditur ab hominis anima.

Tum etiam quaestionem mihi moves, *physici sint anguli isti an mathematici?* Perturbavit te multiplex aequivocatio, ut hic in me consurgeres improvide et irrito. Non sunt sane istae lineae radiationum nudae mathematicae, sunt enim lucidae, lux vero res est physica, nec carent dimensionibus suis, cum stellae sint corpora omnibusque punctis luceant. Quin ultro tuas instantias augebo accessionibus ejusmodi, de quibus tu ne cogitasti quidem. Non sunt, inquam, ne singulares quidem anguli, ut alias in mathesi demonstrationis causa pinguntur; tota enim natura sublunaris, quanta quanta est, undique plena est angulis sextilibus, cum bini planetae sextilem faciunt, aut quadratis, cum quadratum, ob quos illa panno quodammodo comparari potest, subtemine staminibus intercurrente undique. Radii enim a planetis omnibus ad omnia totius mundi puncta delabuntur. Tot igitur nominibus concedo tibi, radiationes esse physicas. At haec omnia in aspectu adhuc tantum materiae seu subjecti rationem habent; superest forma, ratio scilicet aspectus, ducta ex proportione geometrica, res mere mathematica, mere intellectualis, et quae in nullum corpus recipi vel inprimi potest, seu solidum sit illud, ut terra et metalla, seu fluidum, ut aqua et aër tuus. Hoc inquam discrimen, separans sextilem a septili, ut ille sit efficax, iste non, nulla ratione ullam corpoream materiam movere potest; animali facultate opus est, quae hactenus sit geometriae particeps et ejus quidem congenitae, non demum ratiocinationibus et disciplinis acquisitae.

Illud vero ratiocinium tuum non intelligo: *in primordio spiritus Domini vectus est movitque super aquis, non in tenebris. Ergo radiorum visibilium anguli facti sunt in aëre, non in terra.* Video quidem, quo

tendas. Mea Terrae anima latet intus; quodsi tu probaveris, radiationes manere foris, confossa igitur est philosophia mea, non movebitur anima Terrae ab aspectibus, quare cessante ejus officio, unde animam ego demonstrare volui, ne quidem erit aliqua Terrae anima. Hunc, inquam, scopum tuum video, at quomodo ad eum collimes, non capio. Si visibiles anguli sunt in aëre, erunt iidem et in Terra, quia non reputatur distantia centri a circumferentia aëris in radiationibus planetarum, ac ne in Lunae quidem plus quam quod duarum horarum spatio pensari possit. At, inquis, opacitas Terrae impedit. Esto de lumine, nego tamen de virtute, do instantiam a magnete, radiationem ejus non impedit soliditas auri.

Cur autem tu negas angulos radiationum in Terra? Quia spiritus Domini non sub Terra (tu ais, non in tenebris, incogitans, lucem tunc nondum fuisse) sed super aquis, loco scilicet aëris, ferebatur in primordio. Quasi vero intersit ad radiationes, ubi spiritus Domini dicatur latus esse. Radiant planetae coelis jam conditis, textus tuus ante coelos conditos intelligitur. Et loqueris de angulis, non ut de accidente individuarum radiationum quotidiano et transitorio, sed ut de substantia durante a primordio, angulos factos esse in aëre. Illud denique dabimus theologis excutiendum, Roberte, quod spiritum Domini ex verbis Mosis tu dicis animam totius; nam ita me catholica docere videtur ecclesia, spiritum Domini creatorem esse, animam totius, si qua est, creaturam. Tanto minus igitur habes, quod a spiritu Domini ad radiationes tuis consequentiis deducas.

Bisextilem et trisextilem falso meis admisces novis aspectibus. Non sum adeo stupidus, ut nomina sine re multiplicem, cum sciam, illo trinum, isto oppositum aspectum constitui.

Durum tibi videtur, plures esse aspectus, quam sunt in zodiaco partes integrales. Non plures statuo, mi Roberte, si pars integralis idem sonat, quod aequalium portionum una. Divide namque zodiacum in dodecatemoria: erunt aspectus semisextus, sextilis, quadratus, trinus, quincunx, oppositus. Divide rursum (potes enim) in decatemoria: erunt aspectus decilis, quintilis, tridecilis, biquintilis, oppositus. Divide denique in ogdoëmoria: erunt aspectus sequadrus seu octilis, quadratus, sesquadrus seu trioctilis, oppositus. Potest dividi et in heptemoria, non erunt tamen ulli secundum hanc divisionem aspectus. Ita non plures, at pauciores habeo aspectus, quam partes tuo sensu integrales.

Rursum me oneras falso fine, *ut corpora regularia comparem aspectibus.* Atqui nullum exstat hujus conatus vestigium. Cur enim aspectus aliunde deducerem, quam a figuris planis? At nec illud verum est, proportiones harmonicas seu consonantias in opere meo ortus causa distribui inter quinque corpora. In Mysterio Cosmographico tentavi quid hujusmodi, in Harmonicis potius discutio veteres has meas hallucinationes, dum aspectus non ipsis consonantiis simplicibus, sed earum sociis, consonantiis majoribus, copulo. Cave lector quidquam huic Roberto credas earum rerum, quas ille mihi tribuit, quarum fidem tibi liber ipse meus facere possit.

Diapson et oppositionis aspectum ex iisdem ego fundamentis geometricis deduxi, nec hujus consociationis auctor sum primus, omnis astrologorum natio inde a duce Ptolemaeo dudum eam recepit. At tu, Roberte, tanti consensus oblitus, in me solum intueris, me omnibus ictibus per omnes occasiones petis, ut comparationes meas disturbes. Veruntamen tu, relictis consociationis hujus fundamentis, quibus non subrutis firma illa semper stabit, ad effectus coeco

et irrito impetu transvolas. More receptum esse nosti, si dogma quoddam bene stabilitum est, ut cum objectionibus postea levioribus transigatur. Campanae, inquis, in templis minime silent in oppositione Lunae cum malevolis, peste grassante. Si bene conjicio, tu patriae tuae morem hic tangis, in qua, qui sunt in agone constituti, ii campanae signo impetrato publicas preces sollicitant. Non caret haec observatio laude sua diligentiae et circumspectionis. Illud etiam philosophi remittent moribus astrologicae disciplinae, quod ab hoc effectu oppositiones lethales et violentas appellas, etsi qui me audit, ille non magis oppositiones, quam vel haustus purgantes, clysteres, vomitoria vel diminutiones sanguinis lethales et violentas dicet.

Vera enim sunt epitheta de particularibus nonnullis eventibus, falsa, si vel naturam harum rerum, vel intentum auctoris spectes. Legis his consona fol. 260 libri mei IV. Ergo tu hanc antipathiam appellas, sympathiam negas. Imo inquam ego: si cum astrologis loquimur, mera haec est sympathia, si, quo tempore Luna a Saturno, aeger oppugnatur a morbo, nisi, missa coelestium et sublunarium consociatione, sidera seorsim consideres, nisi hoc adscribas radiationi ex opposito, quod tunc Saturnus et Luna inter se dissideant. Atqui ne sic quidem oppositio sustinet antipathiae crimen. Nam haec antipathia, sciscentibus astrologis, per naturam inest sideribus, ac propterea non in oppositione solum tenet, sed etiam in quadratura, in conjunctione. Ex adverso da beneficum planetam, nihil erit in ejus oppositione cum Luna periculi, quo de moneant astrologi. Non est ergo in oppositione sita neque sympathia neque antipathia, sed vires solum efficacitatis majores.

Atqui hoc ipsum est, quod cum consonantia vocum comparari debet. Quod enim est in angulis efficacitas, hoc est in vocibus consonantia, quod illic inefficacitas, id hic est dissonantia. Nam etsi particulae *con* et *dis* contrarietatem insinuant, non est tamen vera contrarietas inter consonantiam et dissonantiam, sed oppositio simplex contradictoria, non in idea tantum inter angulum geometricae pulchritudinis unicum et infinitos non pulchros, sed etiam in effectu delectationis et offensionis aurium. Nam si diligenter attendas, ipso concursu sonorum non magis offenditur auditus, si soni dissonent, quam si consonent, nec ullam a dissonantia passionem sustinet contrariam delectationi, sed ideo solum dolet ob dissonantias, quia circumgestat cognatas ideas sonorum consonantium, quos cum desideret, quippe jam antea degustatos, ideo privatus iis tristitia contrahitur animus interior, non auditus in mentis limine positus. Sic in puero aliud est fames vel sitis vera, aliud cupido vescendi de cerasis ob oculos positis, quae nisi memoriam dulcedinis dudum degustatae refricarent, nuda sui absentia puerum non torquerent. Hoc igitur obtento, nihil obstat dissonantiam copulare cum inefficacitate, quasi quae nuda sit negatio, non positio contrarii ipsius efficacitatis.

Superfluum existimas, plures observare aspectus quam quinque. Primum non est superfluum, dicere rerum apparentium causas; ut si, quo tempore nulli sunt aspectus ex antiquis, videam naturam praecipue commoveri, digna philosopho cura est quaerere, quam ob rem potissimum hoc ipso die natura commoveatur; digna est philosopho opinio, si videat, illo die esse inter bonos planetas semisextum, recipiendum fortassis in numerum et semisextum, digna philosopho sedulitas, attendere ad similes occasiones alias. Et ita factum est. Nam de hujus aspectus efficacitate testati sunt meteoroscopi ante causas inventas adeoque me non mediocriter exercuit hic semisextus, ut causas sic constituerem aspectuum, ut etiam hic recipi in numerum posset, cum viderem,

ipsum ab observationibus habere testimonium. Rursum non est superfluum, Roberte, causis inventis, quibus ceteri aspectus fierent efficaces, videre, num eaedem causae reciperent etiam alios nondum observatione comprobatos et quo quemque gradu, eademque mensura etiam efficacitatem illis admetiri, etiam citra observationem. Ut quia causae aspectuum non excludunt decilem, tridecilem, sequadrum, sesquadrum, neque tamen admittunt illos nisi remotissimo gradu post alios notos, pertinet igitur ad causarum istarum cognitionem, ne hos quidem commemorando praeterire, quamvis ad illos observandos non magna causarum dicendarum necessitate adstringimur. Possunt *exigua et obscura* in experimentis capiendis praetermitti, quae in causis elucidandis non possunt. Ita praetervehimur hic alter alterum sine ictu. *Fractiones* tamen et *minutiae* dicendi non sunt aspectus illi, quos decatemoriis, quos dodecatemoriis, quos ogdoëmoriis zodiaci metimur.

In Terris dixeram coire radios planetarum, qui coitus si sit harmonicus, tunc pluvias decidere. Tu occurris: primum in aëre concurrere. Non est, Roberte, distinctio prioris et posterioris, ubi effluxus luminis fit sine tempore; aut dic *prius*, id est superius centro. Pergis, mixtiones suas accipere in aëre, non in Terra. Quid accipiant radii vel hic vel illic, non capio. Mixtiones, inquis; at ipse coitus est mixtio illa, quam ego concedere tibi possim. Dixeram vero, semper illos in hac conjunctione mutuaque sectione versari; quid igitur sibi vult illa tua oratio, quod *mixtionem* demum *accipiant*, quam semper, si ita lubet, habent. An id illos accipere in aëre dicis, quod mixtioni huic dat, ut fiat aspectus? Atqui hoc et in aëre et in terra simul uno tempore accedit his mixtionibus. Unde, ais, nubes in eo generantur, antequam pluat. Hoc sane verum est, prius esse nubem, postea pluviam, nec cum ego de pluvia dixi, nubem exclusi. At illud tuum *unde* si excutiam, invenio, te generationem nubis ex ipso aëre tribuere praesentiae aspectus in aëre. Atqui cantilenam occinis, explosam a me rationibus Harmon. lib. IV. illo ipso fol. 251, unde tu verba hic mea, quae refutares, decerpsisti. Rationes Roberte meas adorire, quibus dogma stabilio, et promtior postmodum ero in dimovendis instantiis.

Quaeri enim a me posse vidisti, quibus instrumentis sectio radiorum harmonica conficiat ex aëre nubem, imo cur unam potius aëris particulam prae alia occupet, nubem ex ea efficiens, cum eadem sectio in toto aëre circumcirca sit praesens? At quod nubes non in aëre primum existant, sed prius evaporet materia nubium ex terra, hoc probavi dicto loco rationibus et experimentis. Haec cum tibi fuissent submovenda aut assentiendum bene demonstratis, tu satis ad obtrectandum esse putasti, si cum illis, quos illo ipso loco taxavi, simpliciter negares, nubis vaporem a terra oriri, id est ab extenuatione humorum, qui in visceribus Terrae latent abditi.

Terra, inquis, quieti est aptissima, contraria actui animae, scilicet ut neges, inesse in Terra animam. Atqui et hoc terrae, quod inest in corpore meo, quieti est aptissimum estque contrarium actui animae meae; dum enim agitatione mentis ista scribo, connivent oculi, defluit caput, denique obsecundandum huic terrae, dimittendus calamus, corpus in torum abjiciendum; intercedendum huic agitationi mentis, ut quiete et somno corpus fruatur. Neque tamen inde sequitur, non inesse in hoc terreno corpore animam.

Ciere aërem ad praescriptum aspectuum, hoc ego dixi munus animae Terrae et probavi. Tu intactis causis, cur hoc animae Terrae transscribam, satis habes, aliam illi substituere mundi animam ad obeunda isthaec munia.

Hanc, ais, invisibiliter natare in elementis et spiritu aëreo. Non sum sapientiae filius, ut sciam, quid sit *natare in aëre*, dic sodes, cur non ibi hanc volare potius dicam? Hanc etiam ais alterationes facere, at non explicas, cur ad praescriptum aspectuum illorum, qui sunt in Terra, non explicas, cum illa sit mundi anima, cur igitur in aëre potius terrestri sedem habeat, quam vel in toto mundo, vel saltem in Sole? Si mecum hic sentis, Roberte, ut non aliam illi sedem des, non aliud *vehiculum proprium*, quam naturam sublunarem, levissima erit inter nos de nomine contentio, Terraene potius an Mundi anima dicatur, et illa altera sitne in Terra potius an circa Terram proxime. Nam exemplum hominis jam non amplius applicabis, nisi mecum velis πλατωνίζειν. Hominis enim animam totam aiunt versari in singulis partibus, tu mundi animam in hoc aëre circumterrestri sic statuis, ut proprio vehiculo. Sin autem Platonicum dogmatistam aequis auribus audis, qui animam radicaliter ad unam cordis sedem determinat, in ceteris membris illam adesse dicit per sui speciem (ut quidem sentire videris, dum animam mundi Soli comparas, animam vero aëris radio Solis), non digna videtur sedes propria animae mundi totius nec in aëre nec in terra, unde illa per speciem sui excurrat usque in fixas; dignior profecto sedes illi propria in Sole, quod ego mihi libr. IV. Harmoniae placere dixi tuque ipse concedere videris, dum Mundi animam Solis animam appellas. An magis medicos sequemur, qui quantumvis unitatem animae in homine defendant, diversas ejus facultates agnoscunt pro diversitate viscerum, cordis, hepatis, cerebri, et suas quidem singulis visceribus praesentes facultates. Tunc sane etiam in mundo, ut Sol cor quoddam est, sic Terra hepatis vicem gerit aut lienis. Certa igitur erit Terrae facultas illique insita, quamvis illa principatum cedat animae mundi universali eique se per unitatem essentiae copulatam fateatur. Hoc si vis, Roberte, sublata omnis lis est; mihi sufficit, in Terra praesentem esse talem aliquam facultatem, seu ea informet Terram, seu inhabitet, sive sui se juris esse contendat, sive alteri se ipsam mancipet, dummodo Terrae adsit, humores, aut ut tu vis aërem, in potestate habeat, radiationes, ut illae sub Luna sunt comparatae, percipiat.

Pergis: instinctu coelesti varios producit effectus. Quis est ille coelestis instinctus, qui animae mundi praecipiat aut quidquam praescribat? Rempublicam sistis ob oculos in mundi corpore, in qua certis conditionibus imperet anima, jura majestatis habens divisa cum suis proceribus. At ego ob hoc ipsum non censeo universalem illam mundi animam esse, quae tempestates ciet, quia praescribit ei aspectus quilibet planetarum, ut membrorum mundani corporis; hunc enim solum instinctum coelestem scio, qui est a radiationibus. Varios autem effectus dum ais animam mundi producere, propius ad astrologos inclinas, quam ad philosophos. Nam astrologi varietatem hanc pene ad singularia extendunt, philosophi omnem illam sub unum genus commotionis contrahunt.

Materiam meteororum vel vaporem esse vel spiritum siccum et igneum et utrumque ex terra exhalare, prorsus negas. Quanto me metu perculisses, si ego solus ita statuerem, si non Aristotelem ducem sequerer. Et quid tu contra substituis? Materiam hanc ais esse in occultissimo elementorum gremio. Non est occultius elementorum gremium visceribus Terrae, velut utero. Thesaurarium divinum montes sunt, ubi aurum argentumque ais apparere quandoque visibiliter in aëre. Nihil dicis, quia exemplo non uteris. Indigna res est, Roberte, me tibi respondere nihil probanti, nihil destruenti

argumentis, solum vel affirmanti vel neganti pro lubitu. Auctoritatibus ego philosophorum utor quoties possum et quoties de iis mihi constat; quid in religione secuti sint, nihil ad hanc philosophiam, quamdiu dogmata religionis non immiscent. Tu inaequalissimus nunc succenses excipienti contra auctoritates, ubi rationes cogunt, nunc omnes auctores rejicis cum stomacho. Exscribam tua hic verba: *Legi et relegi omnium ethnicorum scripta hac in re, nec inde evasi doctior.* Quid mihi diceres, si hanc tuam orationem tuis ipsius verbis retunderem ex pagina tua 15: *Deus bone quantum est in homine isto ingenii acumen, qui in tantorum virorum doctrinae medullam post tot secula jam elapsa irrepsit atque penetravit, ut tandem mundum ab erroribus tam diu latentibus purgare queat! Aut quam grossa fuit mundi antiqui speculatio, quod ante hoc tempus in veterum errores inspicere non potuerit?* Haec supra a te propinata et a me devorata nunc ego tibi regero, non ut tibi dicta velim, sed ut eadem mihi non meo merito dicta recognoscas.

A diluvio Noëtico si licet argumentari contra philosophiam, cavere nunquam quisquam philosophorum poterit, quin ego plurimis ipsum perplexitatibus induam. Mones suffocari Terrae animam a diluvio, quod altitudinem omnium montium superavit. Est haec plaga non irrita, sed en tibi vicissim alteram: si diluvium omnes montes superavit, quorsum ergo receptae sunt istae aquae, et cur aetnei ignes non exstincti? Seponamus ista miraculosa, quorum similia porro nunquam futura divinis obtestationibus confirmatum habemus.

Si pluviae ideo non e Terra, quia e thesauris Dei, non est igitur, quod in Terra est, inter thesauros Dei. Et tu ipse sic per thesauros istos titubas, nunc coelum interpretatus, nunc aërem. Imo inquis, *aër est vita* (Terrae), est sic ejus vita, ut halitus ex ore, qui frigido coelo fit conspicuus specie fumi, est vita hominis, nam et aër ille noster quotidie renovatur exhalatione Terrae. *Est Terrae anima lucida cum spiritu*: neque lucet aër neque anima est, nimis ad hoc crassus est, neque *vivere facit terram*, id supra satis. Quae vero jam sequuntur, non intelligo, quia chymicus non sum: *aër contractus est ignis in aqua etc.* Quae si omnia certo sensu sunt vera, nescio, quomodo inde sequatur, Terrae non adesse facultatem animalem, quae ad praescriptum aspectuum cieat tempestates. *Internum cujusque rei per se operari* contendis, *sine coeli harmonia*. De ordinaria ipsius animae Terrae operatione me idem illo ipso loco statuere, dissimulare non debuisti. Nam astrorum aspectibus transscripsi solum insignes impetus. Semper tantum exsudat Terra, ut flumina non deficiant, per aspectus vero exstimulata tantum exsudat, ut etiam insuper pluat. Tarde dixeram exstimulari Terram. Tu objicis, non posse igitur illam 24 horis converti. Atque hoc ipsum respondeo, quo de modo dixi: motus diurnus opus est ordinarium et perenne, effervescentia illa extraordinarium est et in montanis saltem, ut si camelus viam suam pergat non intermissis passibus, interim vero nunc hanc nunc illam partem cutis corruget ad enecandos culices. Cum multa signa proferrem vitae in Terra, tuque ipse vivere illam concedas propter aërem, tamen ut officias quae potes, inania signa cetera dicis, nec probas: unum non fideliter refers, non ideo do Terrae auditum, quia lapillus in ejus hiatibus sonitum edit, sed ideo, quia lapilli conjectu tempestates oriuntur. Nec nesciebam, sine aëre non posse esse sonitum, at *aëris occulta virtute* quid opus est ad has tempestates ciendas, si anima suppetit, quam manifestis documentis sta-

bilivi. Etiam medicum te oblivisceris, qui nullos morbos nisi ab anima pessima et malevola causari garris, quasi non creberrima sit alimentorum culpa. Dum vero explodis causam fluxus et refluxus maris, respirationem seu reciprocationem Terrae, qualis in piscibus, prodis te non esse geometram. Nequaquam major fit moles attractae aquae, quam est Terrae corpus. Esto enim, ut tota intus plena sit aqua, non opus habebit ad defluxum causandum plus attrahere per contractionem partium aliquarum mollium, quam quantum efficit paucorum pedum altitudo, cum reliqua profunditas aequet 900 milliaria. Si testam tute ipse facis Terram aut ollam aqua plenam, quantulo minus erit illa tibi miraculosa, quam si cochlear unum atque alterum hauriat amplius. Ex meo fol. 255. ut plerumque perperam allegas sumisque hoc potissimum impugnandum, quod animam Terrae dixerim flammam, sorbitione marium fovendam, cum ego scripserim, *flamma quaedam esse videtur,* ita vero loquimur de eo, quod est simile flammae. Sic anima plantae est flamma quaedam, tendit enim sursum; sic in hominis corde est lucerna quaedam, ventilatur enim et effumat etc. Quamquam non valde pugnas, recordatus Archaei tui Paracelsici. Ego, mi Roberte, de vocabulis non pugno. Si tibi non placet vox anima Terrae, per me tibi licebit illam Archaeum Terrae dicere, quem mirum non dudum abs te productum in superioribus, cum aëri circumstanti omnia tribueres, quae vel hic ipse Archaeus a Theophrasto suo peragenda accepit. De geometria in mente Dei mecum tu non pugnas, qui pene ex meo ore loqueris, ratus te contra me excipere. Sententiam meam ultimam de charactere zodiaci laudas et approbas, solum priorem habes ejus impressionem in aërem et cetera tuo more. Adeoque qui supra dixeras, aërem dare Terrae vitam, nunc insuper locum ei das intra Terram etiam et illum cum mea Terrae anima sub idem genus, ignis scilicet, refers, aërem asserens intra Terram esse ignem contractum. Benigne dimittor, gratias ago, nihil mihi porro eripis nisi nomina, rem relinquis. Cur igitur in conclusione hujus loci paeana canis super me triumphato, adeoque et falsis me criminibus oneras: *omnes me praeter me ipsum condemnare*? denique verba mea de materia libri III. sonantia tuo commodo velut de libro IV. dicta repetis et explodis?

Libro meo V. primum non censes audiendam suasionem meam, ut veteres hypotheses animo ejiciamus. Neminem cogo, sed hoc certum habe: qui hic mihi non paret, is voluptate illa non potietur, quae hauriri potest ex speculationibus libri V. Negas, meis scriptis hactenus effectum, ut Ptolemaeum rejicere possis. Ignosce, si te non juvo, non explicas enim, qua potissimum in re haereas. Nuspiam vero clarius probas coetui tot doctorum mathematicorum, te astronomiam ignorare, quam hic, ubi veterem astronomiam contra omnes modernos extollis, a certitudine praedictionis motuum (quae crebro 2, 3, 4, 5 gradus peccare oculis deprehenditur) atque certitudine praedictorum astrologicorum, quae sunt de futuris contingentibus, commendas. Neque tamen mihi tuis epithetis opus est, ut doctrinam Ptolemaei ore immodesto *spuriam* appellem. Itaque quia in suasionum contentionem descendimus, suadeo ego lectoribus, Clavium potius audiant, exercitatum in Ptolemaica astronomia mathematicum (qui suadet, alias quaeramus hypotheses), quam te Robertum, mathemata inter umbras et phantasmata abjicientem, dum suades Ptolemaica retinere. De quiete vel motu Solis non erat locus disputandi in Harmonicis, habet haec res idoneum suum locum Epit. Astron. libro IV, ubi invenies quod agas, si refutare fundamenta illa tentaveris.

Moveri Solem circa corporis axem immobilem, oculis patet, sed astronomicis. Non tamen is illi motus inest ob luminis, quam tu celebras, mobilitatem, nam hic motus luminis est sine tempore, veri motus sunt in tempore. Ad motum vero ceteris planetis inserendum opus esse Soli motu proprii corporis, id est dogmatum unum dictae Epitomes. *Terrae motum tu refutasti in physico tractatu Macrocosmi?* At eundem ego Terrae motum defendi in Epitome doctrinae sphaericae diurnum, in libro ejus IV. (doctrinae theoricae primo) annuum. Contendant inter se libri nostri, judicent vero spectatores, id est lectores. Falleris tamen si putas, erepto mihi Terrae motu cadere meam Harmoniam; scilicet non legisti ne titulum quidem libri quinti, ubi aperte moneo, ut et cap. 3. fol. 275, stante etiam Brahei sententia, cui Terra stat, valere harmonicas demonstrationes, quas doceo. Piget tandem tot contradictionum faciendarum. Nam quid interest (pag. 20), quantum *tu perceperis ad hanc usque diem,* qui astronomiam insuper habere fateris etiamque contemsisti supra? Ternos circulos ego non ipsis motibus periodicis, sed regionibus assigno, intra quas coërcentur motus. Ergo verum hic dixisti per accidens, orbita planetae aequalis est circulo regionis suae medio, eademque a Sole est eccentrica. Et quia jam excusasti tuam ab astronomia nostra peregrinationem, quippe in aliam tibi sic dictam astronomiam, ut tamen tela tibi suppetant in astronomum, transfugis igitur ad theologos, jubens me ex scriptura probare, quod Deus creator coelorum numerum ex quinque corporibus regularibus desumserit; nisi faciam, non tu mihi credes hoc asserenti. Ego, mi Roberte, si te scissem ex hoc loco pugnaturum, plane non comparuissem, quod uno verbo dictum esto.

Non desinis me gravare, me consonantias harmoniae meae coelestis aedificare super proportiones horum quinque corporum. Atque nihil illae minus sunt quam harmonicae, excepta tetraëdrica. Cognatione quidem aliqua laxa probo, trahi certas harmonias a certis figuris, jam antea inter orbes interpositis, at ipsissima in individuo proportio causis nititur longe pluribus. Non attulisti, Roberte, tantum diligentiae ad legendum librum meum V, quanta convenit illi, qui hunc vult convellere; quare praestitisset te de ignotis tacuisse, quia honor non meus, sed creatoris agitur.

Ad Analysin XIII. Aliud textus meus texuit, aliud analysis tua dissolvere aggreditur. Super causis consonantiarum, non jam super concinnis minimis, cum veteribus mihi contentionem esse dixi, deque iis te ne quidem cogitare, adeo verum dixi, ut etiam me de iis clare dicentem ne quidem exaudias, respondes enim de concinnis dissonis, non de consonantiis. Age tamen, pensitemus etiam illa, quae abs te de ortu concinnorum sunt dicta.

Recte formas meam negationem: intervallis consonis non positam esse communem mensuram numeralem. At rationem unicam a me prolatam ais, quae ratio tamen non est. Hoc voluisti dicere, te praeter unicam illam similitudinem, de pusionibus hominem componentibus, nihil intelligere. Ratio a me dicta haec est: proportiones inter se non multiplices sunt incommensurabiles, intervalla consona sunt proportiones inter se non multiplices, praeterquam intervalla diapason, ergo intervalla consona praeter diapason sunt incommensurabilia. Haec ratio invicta est, quare nihil impedit vel „unicam“ esse. Neque tamen hinc solum infero, consona concinnis esse natura priora. Nam etiam veterum aliqui, qui consonantias esse incommensurabiles negare non poterant, concinna natura priora fecerunt. Sed haec est illationis meae causa, quia consona, ut diatessaron $^3/_4$, diapente $^2/_3$, monstrantur per figuras

circulo inscriptas, scilicet tetragonum, trigonum, concinna minime, sed unumquodque horum monstratur seu gignitur per comparationem duorum consonorum; ut tonus major seu $^8/_9$ per nonangulum nequit gigni, nihil enim gignit nonangulum, cum sit figura indemonstrabilis; at resultat $^8/_9$ ex comparatione diatessaron cum diapente, quia differt $^3/_4$ a $^2/_3$ per $^8/_9$.

Tu negas, intervalla minora oriri ex consonis majoribus. Enim vero, Roberte, quam diu te ipsum in Hermetis tui lucos abdidisti, tuitus es existimationem utcunque, perinde ac si in harmonicis scires aliquid certius rebus mathematicis, quas contemsisti. Nunc postquam prodis in palaestram mathematicam, statim omnibus huic professioni addictis adeo manifestus es, ut indignam operam clamitaturi sint, me in eo sudare, ut te doceam arma tractare, quibus mecum pugnes.

Numeri omnes, inquis, *unitate communi minima mensura utuntur. Consonantiae denominantur a numeris, ergo consonantiae communi minima mensura utuntur.* Non animadvertis, te aliquid concludere contra jactatos abs te veteres, qui consonantias fecerunt incommensurabiles.[45]) Hoccine est refutare? Non tu refutas dogma geometricum de proportionibus incommensurabilibus, sed objectionem solum proponis, more disputantis in schola, contra scilicet dogma, quod concedis verum esse. Ergo cape dissolutionem: non ideo consonantiae sunt numeri, quia denominantur a numeris; magna est differentia inter septenarium et diapason, inter quaternarium et diapente, inter ternarium et diatessaron; septenarius unitates habet omnes ejusdem, ut sic dicam, quantitatis, diapason habet intervalla septem dissimilia et inaequalia, tonum majorem ter, minorem bis, semitonium bis. Aut si juvandus est adversarius, adjuvetur sane: est in intervallo, quod generis rationem habeat, est quod speciei, conveniunt igitur intervalla septem eo, quod in genere intervalla concinna, dissident in specie quantitatibus, uti dictum. Quatenus igitur vox generis, concinnum, comparatur unitati, commensurantur sane (potius connumerantur) intervalla consona. Nam diapason habet septem concinna, diapente quatuor, diatessaron tria. At quatenus differunt concinna quantitatibus, nequaquam eorum unum emetitur omnes consonantias. Sed dicas, si non unum, at tria junctim sumta emetientur omnes? Verum hoc non est commensurare, sed diversis mensuris uti, quasi dicas dimensurare quodlibet eorum. Norunt geometrae definitionem commensurationis, quae unam solam communem mensuram requirit, non duas inter se incommensurabiles, ut quod earum uni est impossibile, id cedat alteri.

Hoc igitur fundamento posito, consonantias esse inter se ut numeros, illasque concinno intervallo (quantocunque) ut numeros unitate mensurari, jam promoves machinam ulterius et quia rationem consequentiae propriae non invenis, cur, si maxime probasses, consonantias esse inter se commensurabiles, propterea tonos et semitonia priora dicas consonantiis, ad similitudinem confugis: *sicut,* inquis, *unitas se ipsa est et prior omnibus numeris, sic etiam concinnum prius est consonantiis.* Atqui ratio comparatorum est diversissima: 1) unitas, ut numeri omnes, mentis est opus, concinnum requirit terminos foris constitutos in sonis; 2) unitas simplex est et unica (quatenus numeri in abstracto considerantur, ut numerantes; quippe de quibus tu loqueris), concinnum non est simplex, differunt enim 3 vel 4 concinna quantitatibus et differunt eo ipso respectu, quo consonantiae id sunt quod dicuntur. Nisi enim concinna diversarum quantitatum inter se misceantur, non acervabitur verbi causa ex 6 vel 7 tonis majoribus aliqua consonantia diapason,

et sic de ceteris. 3) Quodsi urges similitudinem tuam, ut claudo etiam pede properet, dic quaeso, quodnam ex concinnis compares cum unitate causa prioritatis? Anne non unum primum, sed omnia tria simul existunt ante consonantias? Et cur non plura, non pauciora? Et quam ob causam quodlibet? Denique quae causa triplicitatis in ipso ortu? Hisce angustiis liberatur is, qui concinna singula definit esse differentias consonantiarum binarum, priores statuens consonantias, tum demum ipsas differre intelligens differentiamque hoc nomine concinni indigetans, nam pro diversitate bigarum diversa illi gignuntur concinna; denique omnium quaesitorum causas expediet ex hoc ortu assignato. Hic tu multa interseris, quae dispeream si videam, quomodo mecum pugnent; quae quia me non attinent, neque defendo, neque refuto.

Absurdum foret, inquis, *puncta derivari a lineis.* Nova similitudine pugnas omnium dissimillima. Punctum et linea toto genere differunt, illud negat quantitatem, hoc ait. Concinna et consona sub eodem proximo genere proportionum continentur. Et tamen ut fieri solet in plano, ut puncta certa determinentur concursu linearum, ubi lineae binae priores sunt puncto illo causa sui determinati situs, sic etiam ex consonantiis binis unum concinnum determinatur, id quod declarationis solum causa dictum volo, non probationis. [49])

Sequuntur Cimmeriae tenebrae; ignosce Roberte obtusitati captus mei. In figuris planis consideras trigonos, ut elementum figurarum simplicissimum, in trigono observas lineas, quas partes trigoni appellas, in lineis puncta, quibus illae concurrunt. Jam consonantias figuris comparas, tonum lineae. Exspectabam, ut sicut a trigonis figuras, sic a tonis consonantias componi assereres; hoc enim videbatur requirere instituta ratio similitudinis, jamque habebam in ore, quid hoc dicenti reponerem. At tonus, ut video, lineae comparatur, ut sicut in figuris multiplicantur latera, sic in consonantiis toni intelligantur acervari. At quid opus est, Roberte, ortum consonantiarum eruere de novo ex similibus claudicantibus, cum sit in promtu genuinus et verissimus earum ortus ex sectione chordae circularis, quae fit per figuras? Quid opus transfugere ad multitudinem laterum figurae, si locus est ortui consonantiarum in proportione constitutarum partium circuli? Non habent, Roberte, consonantiae sua multitudinis nomina a numero laterum figurae, quae quamque gignit. Et quia de iisdem figuris tu balbutis, quas et ego adhibui ad generationem consonantiarum, age, discrimen ostendam inter id, quod verum et clarum, et id, quod tu somnias. Sit verbi causa pentagonus; hunc tu procul dubio comparares sextae, quia ut pentagonus habet quinque latera, sic sexta quinque habet tonos promiscuos. At irrita est comparatio, non enim discrimen ullum indicat inter sextas, majorem et minorem. Aliter ego. Nam consonantiam, quae tertia major dicitur, elicio ex pentagono, qui circulum distinguit in arcus aequales quinque. Sive igitur totum circulum comparem cum quatuor suis quintis, sive quinque pentagoni latera in unam rectam composita cum lateribus ejus quatuor, utrinque mihi gignitur proportio $^4/_5$, et inveniunt aures, consonare chordas ejusdem tensionis sic comparatas. Mihi igitur gignitur aliqua consonantia a pentagono, at non accipit nomen, non numerum tonorum a pentagono. Et si nulla alia esset consonantia praeter hanc, natura hanc unicam non doceret in tonos dividere, sed fit jam comparatione plurium consonantiarum quantitate inaequalium, ut secundum earum excessus minimos, quos concinna dicimus, et haec et aliae omnes in sua

concinna dividatur et quaelibet denominetur a numero concinnorum, quae recipit unitate aucta, quia pro intervallis terminos unitate plures numeramus.

His, inquis, *consideratis more geometrico.* O geometrae concurrite, inquirite, si quisquam e vestro numero sit, qui praecedentem Roberti orationem intelligat. *Patet, minora intervalla esse simplicia.* Nec hoc patet ex tuis considerationibus, nec ego negavi unquam, partem formalem esse simpliciorem toto suo, sed hoc docui: simplices has partes, quas concinna dicimus, ortu posteriores esse consonantiis ipsis, ita ut consonantiae, causa quidem suae quantitatis, non causa qualitatis, in illa concinna natura duce dissolvantur seu distinguantur.[50])

Quid ego nunc dicam de sequentibus, ubi videri dicis, hanc esse rationem meam productionis concinnorum a consonis, quod scilicet cubum agnoscam primigenium, idque libro V. An est ulla magis iniqua perversio verborum, scopi, methodi? Quid cubo cum ortu concinnorum? Quid libro meo V, ubi musicam in coelos induco, cum libro III, ubi musicam ex suis principiis gigno? Omnino, Roberte, tibi quis credat methodum, si quis methodum bene curatam velit? Quae igitur tu contra rationem hanc falso mihi tributam disputas, ea transmitto aliis excutienda, quippe iis mihi neque seritur neque metitur.

Sequitur linea 15. ex puro, ut ais, naturae fonte longissimus inductionis rivus per tres paginas, cujus exitus pag. 24: *fieri in consonantiis progressionem a minori ad majus, non a majori ad minus.*

Ut igitur a conclusione prius incipiam, velim te meminisse, Roberte, me hoc, quod tu concludis, neque negasse neque affirmasse; sed hoc dico, consonantias, quantitatem majorem, definiri prius, concinna intervalla, ut quantitates minores, definiri posterius, scilicet per ipsarum consonantiarum inter se comparationem. Definiri autem hoc loco est idem, quod induere certam qualitatem, quae sit jucunditatis in auditu causa. Jam tua illa ratiocinatio non refertur ad qualitates hasce, sed ad hoc solum: si duae chordae sint aequaliter tensae earumque altera sonet invariabili sono, reliqua inter pulsandum successive minuatur (quod est πάθος quantitativum), tunc quidem, his positis, verum est, transiri omnia minima intervalla concinna, priusquam veniatur ad tertiam minorem, quae est minima consonantiarum. At si casum fingere licet, fingam ego contrarium: neque enim minus poterit altera chordarum sonantium etiam augeri successive, initio facto a puncto, chordae termino; quo posito sequetur, ut minimum concinnorum ultimo omnium conficiatur. Neque tamen interest, neque hic neque illic, quid his positis casibus primo, quid ultimo existat, sed quodnam eorum, quae existunt, ab auribus approbetur seu ut concinnum seu ut consonum, hoc interest. Hoc etiam interest, ut quaeramus, quam ob causam aures ut concinna approbent ex intervallis ordine emergentibus illa potissimum quam ista, et qua de causa; num ob consonorum comparationem, seu quia sunt excessus consonorum majorum supra consona minora, ut ego dico, an ob causas aliquas, quae sunt antiquiores ipsis consonis, quas te nondum invenisse certum est.

Jam quod inductionem ipsam attinet de sonis, etsi multum tu tenebrarum et locutionum ambiguarum ingeris, illud tamen passim ex iis elucet pulchrum et consideratione dignum problema, quae sit natura sonorum in genere, quid sonus, quae causa acuminis et gravitatis per omnes sonantium formas. Materia disceptationis est physica, pertinens ad libellum Aristotelis de Audibilibus adque cognatas ejus problematum sectiones. Hic multa essent in

tota oratione tua ventilanda, multa elucidanda, multa refutanda, quaedam et recipienda; sed quia non est institutum operis mei harmonici, de sonis disputare propter se ipsos, sed de sonorum inter se proportionibus, missis itaque locutionibus tuis multiplicibus apponam paucula ex mea sententia. Mihi enim quam plurima sonantia consideranti non bona videtur ista definitio soni, qua tu niteris per totum fere, cum sonus percussione aëris definitur, in quo corpus sonans consistit. Nam rectius ego definivero sonum speciem immateriatam corporis pulsati, in quantum id et figuratum et densum est vel rarum, hoc est aëre intus infarctum, et in quantum est durum vel molle. Nam corpora motus violentia speciem induunt duritiei, cum sint mollia. Est ubi figura violentia transspirati aëris speciem aliam induit, et foramen amplum speciem praebet angustioris. Sic tensio mollibus duritiem conciliat. Dura vero causa sonitus aequiparantur brevibus, comparatione longitudinis ad latitudinem; nam et latitudo seu crassities et durities flexibilitati derogant. Ut cum vitrum rotundo labro affrictu digiti humecti sonitum edit, ipsa rotunditas jam censetur pro longitudine. Haec longitudo, vacuo vitro, habet latitudinem tantam, quanta est profunditas illius vacui, sonat igitur acute. Si successive impleatur, demitur latitudini jamque rotunda sonans longitudo respectu diminutae latitudinis censetur longior; sonus igitur ingravescit. Talia multa coacervari possent a variis experimentis sonantium deducta. Verum his missis, quae sunt indifferentia respectu nostrae disceptationis, pergo ad reliqua tua argumenta.

Videmus ais *etiam in physicis, res omnes ex suis principiis conflari tanquam ex partibus et non tanquam minora ex majoribus.* At ubi ego dixi, concinna ut minora conflari ex consonis ut majoribus, tanquam ex partibus? Praeterea, ubi tu vidisti unquam rem physicam, puta corpus animalis, conflari ex suis partibus, seu integralibus, ut ex capite, trunco, pedibus, seu similaribus, ut ex carne, adipe et aliis hujusmodi? Nonne omnia simul oriuntur ex similari massa seminis producta a facultate formatrice? Nonne aliqua demum nascuntur post corpus jam formatum, ut adeps, semen, dentes, barba, pubes, in animali cornua? Dissolvi sane possunt naturalia in partes hujusmodi, quemadmodum et ego doceo, consona dissolvi in concinna. Vis ut accommodem propius ortum concinnorum ad ortum partium physicarum? Tentabo. Consona intervalla sunt quantitates, corpus hominis etiam est quantum. Consonis nomen ponitur a numero concinnorum in ipsis, et corporis proceritati mensurationis nomen datur a numero pedum, spithamarum et digitorum. Ibi concinna mensurantia sunt excessus consonorum super consona formanturque a natura contemperationis harmonicae in perfecto intervallo diapason, hic etiam pes, spithama, digitus formatur in ipso corpore animalis a formatrice facultate. Quamquam adhuc claudicat in eo similitudo, quod aliter pes in homine formatur, aliter tonus determinatur in diapason.

Indirectam ais esse meam assertionem, cum dixi, cuique consonantiae suam esse causam internam. Nescio quid arguas hac voce. Video tamen, te aberrare a meo sensu. De illa causa dixi ego, quae forma est terminorum proportionis, ut triangulum ipsius diapente, diameter ipsius diapason; tu de *agente* opponis, nec quodnam sit illud agens indicas. Atqui si de agente quaestio est, tum et mihi agens, id est concilians proportioni suam suavitatem in auditu, est mens eaque una et eadem per omnes consonantias.

Alio impetu capto negas imperfecta nasci a perfectis, concinne dissona a consonis. Nega eodem argumento, perfecta componi ex imperfectis, ut

consona a concinnis dissonis. Non gignitur, Roberte, concinnum unum dissonum a duobus consonis, ut puer a mare et femina, humana species ab humanae speciei parentibus, sed est haec genitura nihil aliud, quam sectio geometrica consoni majoris per epharmosin consoni minoris. Epharmosis vero fit in proportionibus, constituto altero termino utrinque eodem, utrinque scilicet majore vel utrinque minore. Nihil autem novi est in geometria, sectis figuratis per applicationem figurati generis alterius lemma constitui non figuratum, sed nobilitatis vilioris. Sic latus sexanguli est effabile longitudine, latus trianguli effabile potentia, et tamen si auferas latus sexanguli a latere trianguli, relinquitur ineffabile quippiam, quod apotomen appellant. Et dixi in Harmonicis, proportiones harmonicas ab hujusmodi figurationibus fieri harmonicas, non a quantitate nuda, ut quae materiae rudis ideam prae se fert.

Denique totus in physicum abis, dum harmonica disceptas, *a cruditate maturitas, ab imperfectione perfectio,* scilicet hoc vis, a concinnis ad consona viam moliri naturam. Velim scire, qua in fornace fiat ista excoctio et quo igne? Physica fiunt, mathematica sunt. Omnis maturitas praeviam habet necessario cruditatem, at consonantia quaelibet propter se ipsam est consonantia, non propter aliam secum comparatam. Itaque consonantia unica non necessario praesupponit concinnum dissonum; possemus enim canere perpetuo, *ut, sol, ut sol,* nec opus esset intervallis intermediis, *ut, re, mi, fa, sol,* si non praeter *ut, sol* natura doceret etiam *ut, fa* et *ut, mi*, denique si non intervallum *ut, fa* esset aequale intervallo *re, sol.*

Porro notabis hoc mihi, Roberte, iterum te, dum omnes rationes profers, ut tonos et semitonia priora natura facias consonantiis, interim firmamentum hoc intactum reliquisse, incommensurabilia esse haec illis et utraque sibi ipsis, itaque fieri non posse, ut ab horum minimo comparentur reliqua; non esse igitur unum minimum natura prius majoribus. Item consona oriri a figuris demonstrationem admittentibus, quodlibet igitur se ipso seorsim; at concinna dissona, si figuris applicentur ad exemplum consonorum, indemonstrabilibus applicatum iri, tonum scilicet utrumque nonangulo, semitonium quindecangulo, demonstratione propria destituto, diesin icosipentagono. Cum igitur harum figurarum nulla sit subsistentia mentalis, nihil igitur ex iis in mente orietur, quia non entis nulli sunt effectus. Non oriuntur igitur concinna dissona ex figuris, ut consona, at vero apparet clarissime, illa esse excessus majorum consonorum supra minora. Conficitur igitur, ut unum concinnum dissonum oriatur ex comparatione duorum consonorum jam ortorum. Sunt ergo toni et semitonia natura posteriora consonantiis.

Ad Analysin XIV. Jam dudum abs te, Roberte, petii, uti me excusatum habeas de crimine obtrectationis aut malevolentiae. Nullum neque tibi neque Ptolemaeo dedecus obtrudo, quod symbolismis utimini nihil directe demonstrantibus. Quin potius agnosco, naturam ipsam rerum sese prodere gestientem primis illis conatibus, ad verum quidem alludentibus, viam tamen ipsam meri veri nondum assecutis. Invenies alicubi similitudinem a me usurpatam fluminis cum asperata superficie undarum, Solis radios clarissime et latissimo tractu repercutientis, nuspiam tamen puram Solis imaginem repraesentantis, ut alias fit in aqua quieta et stagnante. Neque dixi, vos a philosophorum limine aberrasse, sed potius (id est propius) ad poëtas vel oratorum flosculos deflectere. Multa equidem me latent, nec enim operam posui in eruendis mysteriis naturae ex poëtarum fabulis, quia cum mathematicarum demonstrationum certitudine tantum est mihi negotii, ut ad illa nihil supersit

temporis. Quin etiam alia ingenia illis Orphaicis, alia his geometricis apta sunt, ut quantum tu abes a comprehensione certitudinis mathematicae, tantum ego tibi vicissim cedam in conjectandis illis aenigmatibus.

Quod vero *quinque corpora a symbolismis* nudis *Pythagoricis* ad demonstrationes astronomicas et mathematicas traduxi, hic ergo tibi pernego, *a vera philosophia ad fictiones et deliria* me transivisse.[51])

Ad Analysin XV. Quod dixi, in comparationibus saepe usuvenire, ut crinibus trahenda sint, quaé non ultro sequuntur, id probrum nullum continet, quod vel in te, Roberte, vel in tuos Hermeticos conjectum videri possit. Res ipsa loquitur experienti, nullum igitur neque mihi abs te licet irato probrum regestum puto, dum *retorques*, me intentionem Pythagorae (nam Aristoteles ex suo sensu non loquitur) crinibus traxisse. Conjecturam dixi, vocibus „forte, fortasse“ ubique interspersis. Hoc erat intentum textus mei, quem hic dissolvis, ostendere, te in occupatione versari tali, quae difficultates pariat, nec ἀκρίβειαν mathematicam patiatur. Tu vero pervertis scopum mearum στοιχειώσεων; non sunt illae comparatae ut *Pythagorae intentiones*, sed ut rem ipsam, quinque scilicet corpora, ad astronomicam veritatem accommodent. Gratiam tamen habeo, quod demonstrationes meas, quamquam incogitans et obtrectans, ornasti elogio, quod *vim et arma, manuum pedumque nixum* agnoscis. Tu virum te praesta, nodos illos dissolve, ut irritos hos nixus demonstres. *Violentia est* non mea, sed Copernici et vetustissimi Aristarchi, qua *urgetur* non natura, sed popularis humani generis opinio oculorumque deceptionibus nimium agnata ingenia, quod *Terram inter astra levo.* Neque tamen *grave ut sursum tendat cogitur*, sed ut Terra inertia sua fruatur, ut regionem assignatam, motu carens, ipsa se ipsam obtineat, permittitur. Vim unam agnosco, qualem tute Roberte tuae intulisti manui, dum ista scriberes, quam scilicet Terrae infert anima ipsius intus et species corporis Solaris exterius, utraque illam movens. Quod lumen Terrae tribuo mutuatitium ex Sole, id non alia vis est, quam si homini dormienti quis palpebras per vim divellat, ut Solem jam ortum lucentesque ex illuminatione Solis montes conspiciat. Si vis est dicenda, *quae tempestates ciet, aëri et aquis imperat*, ea tanto major est ex tua, quam ex mea sententia, quanto major vis est, si Germania, si Britannia exterorum tyrannide, quod absit, opprimatur, quam si quaelibet provincia indigenae antiquae stirpis dominatu teneatur. Neque tamen mihi anima Terrae ciet aetherea, auctarium hoc tuum tibi habeto.

Solis motus a me nulla vi cohibentur, nullos enim esse motus centri doceo. Ut tamen is per speciem egressam et sic mero nutu (ecce tranquillitatem) planetas movere possit, volutionem illi corporis circa suam axem, attestante sensu ipso, largior.

Ad Analysin XVI. Nuspiam clarius apparet, me in comparatione versari nostrorum operum, non in obtrectatione, quam hic, ubi ego subjectum meae harmonices in angustum contraho, quod contemtum quid est, tuum vero, Roberte, amplio. Quid non turbat ira? Ne hoc quidem concoquis, quaeris quod mutuo reponas, objicis contrariam amplitudinem, exprobraturus utique contrarias angustias, si spatium ego majus harmonicis meis arrogassem.

Causaris, me coelestis harmoniae descensum ad nos nolle respicere aut attendere. Quid dicas, non capio; non sum enim filius sapientiae Hermeticae, nec assuevi locutionibus aenigmaticis. Nam de Jamblichi oraculo supra satis cavi, quomodo id etiam ego intelligam. Est una sane ratio, qua non

datur descensus in Terram illius coelestium motuum harmoniae, quam ego doceo. Termini enim proportionum harmonicarum coelestium, id est motus planetarum dimensiones suas accipiunt non ex terrestri, sed ex solari apparentia. Descensum igitur coelestium harmoniarum non in Terram, sed in Solem docui in epilogo libri V. Recoquis ex analysi quinta objectionem, cur tempora ego non attendam periodica, si inter motus, qui in tempore fiunt, harmonias agnoscam. Satis dilutam existimo hanc objectionem in responsionibus meis superius.

Tandem aliquid subjungis, quo jus tuum asseris. Non pugno. Accedat haec comparationis particula ex te illis meis comparationibus. *De harmonia enim ascendente et descendente* nihil ego hoc sensu, nec *de rerum exaltatione per harmoniam;* lectorem igitur ad opus totum remitto. Qui si etiam hoc in illo invenerit, quale tu *coelum habeas in terra,* tunc demum comparet, quae ego de charactere zodiaci in anima sublunari inque omnium hominum vitalibus facultatibus sum philosophatus, judicetque, idemne dicamus an diversa? Nam quod Terram inter sidera ferri credo, non is est *raptus poëticus,* sed astronomicus, ut proxime cautum.

A d A n a l y s i n XVII. In constitutione terminorum harmoniae cujusque descripsi, te fisum veteribus, qui credebant vim harmonicam esse ex numeris abstractis. Etsi enim illi chordis applicarunt unitates longitudine aequales, vim tamen non a quantitate continua, sed a numero, ut numerus, esse crediderunt. Per hoc dogma fieri facile potest, ut quis missa aequalitate geometrica unitatum contra etiam morem veterum delabatur ad unitates geometrice inaequales. Hoc tibi contigisse dixi. Tunc hoc affirmas an negas? Exordiris quasi negaturus, affers argumenta negationis impertinentia totaque passim oratione confitentem te prodis. Exhibes primo Pythagorae trigonum numericum, *non figuris plane mercatoriis, sed mere formalibus depictum,* itaque ab abstractis numeris ipsum longe distare contendis. Atqui, Roberte, jam hoc est amplius aliquid, quam formare terminos harmoniae; est enim formatos dudum applicare rebus, de qua mihi opera sermo non fuit. Et cur me refutas ut negantem, qui legis affirmantis verba, te unitates applicare rebus, quod est sane ex abstracto concretum facere?

Quam igitur tu hic plena pagina 26. infers philosophiam Pythagoricam de mysteriis trigonicorum numerorum 1, 3, 6, 10, ea suam meretur laudem loco suo a peritioribus hujus philosophiae quam sum ego. Mea quidem haec messis non est, nec ea indigeo. Spicas tamen aliquas passim legere expedit. *Gradus progressionis formae in natura ab imperfectione ad summam perfectionem* appellas *proportiones formales.* Hunc numerum ais *formalem, vere igneum, rationi familiarissimum.* Vide, qua re conveniamus. Mihi mentis et in ea quantitatum et circuli, tibi naturae generantis opes praecedunt, quas sequitur utrinque numerus. Et ut ego sine quantitate determinata in mente, sic tu sine gradu certo progressionis in natura, unitatem nullam agnoscimus. Propior tamen sum ego philosophiae Procli, qui Jamblicho tuo posterior fuit, qui titulum ilium *vere ignei* ad mentem traducit, *πυρος νοερον* inculcatione; tuas vero *maturationes et perfectiones* abjicit in *μεγα κυμα βαρυφλοισβοιο γενεθλης.*

Atque hinc vel maxime demonstro, nullam doctrinae tuae injuriam illatam a meis comparationibus, dum ego meos harmoniarum terminos appello mathematicos, tuos vero aenigmaticos, pictos, Hermeticos. Nam non esse mathematicos, facile est ex illis tuis gradibus perfectionum in natura demonstrare.[52]

Age namque, conditionem tibi defero, regulam mihi praescribe, ex qua agnoscam in continuo perfectionis opere, quando tandem, quo indicio perveniatur ad exactum aque reliquis distinctum gradum perfectionis. Demonstra etiam graduum singulorum aequipollentias physicas, unde sciam, inesse illis quandam rationem aequalitatis. Sic enim in geometria inque continuo fluxu puncti ad gignendam lineam demonstro ego, quando quove indicio perveniatur ad exactam aque reliqua lineae longitudine distinctam mensuram, quae divisionem in circulum inferat harmonicam; demonstro etiam, partes circuli, quae singulis unitatibus afferuntur, esse longitudine aequales. Tunc concedam, tibi non minus quam mihi ex numeris sic formatis eoque *formalibus concentus in musica constare et in iis jacere totius harmonicae essentiae secretum.*

Etsi hoc erit liberalitatis meae. Nam possem adhuc obloqui, gradibus illis perfectionum in natura potius ex his meis formationibus quantitativis accessisse determinationes illas, quam ut musicae nostrae concentuum suavitas veniat ex illis gradibus perfectionis, propterea, quia quantitates in mente sunt mundumque praecedunt ut archetypi, at perfectionis gradus sunt opera mundi jam constituti. Non igitur assentior, cum ais, sine cognitione horum numerorum, qui scilicet a gradibus perfectionis naturae formantur, impossibile esse, de musica sive mundana sive artificiali rite judicare. Nam si modo sint numeri, ut tecum loquar, formati, verius concreti quantitatibus mentalibus et archetypicis, rectissime ex iis de omni musica judicari potest etiamque de illis ipsis tuis gradibus perfectionum naturae.

Illud etiam paulo mihi est insolentius, quod, quos ego numeros appello abstractos, tu materiales et sensiles appellas. Omnis numerus, ut sit numerus, menti inesse debet, ut docet Aristoteles; in sensibus inque materia numerus non est, sed unitates dispersae. Videris etiam titulum formalis numeri confundere cum distinctione illa Aristotelica, cum Pythagoricos ait nunc loqui de numeris suis ut numerosis, nunc ut de formatis, ut in denario consideratur vel multitudo unitatum vel figura.

Negas te vim harmoniarum tuarum ex numeris abstractis accepisse. Neque hoc ego plane ita dixi, sed cum didicisses ex veteribus, inter numeros 3 et 4 esse proportionem harmonicam, neque observasses, illis unitates omnes in applicatione fuisse aequales longitudine chordarum, dixi, te dimissa aequalitate quantitativa applicasse numeros ipsos 3, 4 cum unitatibus suis partibus mundi, non amplius inter se aequalibus. Jam nihil interest, unde tu *vim* his numeris conciliaveris, num ex eo solum, quod sunt numeri, ut veteres, an ex illis gradibus perfectionum naturalium; sufficit, occasionem ab ipsis veteribus te petiisse deferendi numeris.

Ego tibi, mi Roberte, fateor, cum agitur de certitudine comprehensionis rerum, *elatum me esse* omnino *opinione* non *mea*, sed communi mathematicorum omnium, ut quaecunque tu tractas mathematica more Hermetico, seu strictiora seu remissiora, in contemtu habeam, idque non odio rerum ipsarum Hermeticarum seu mysteriorum naturae, sed ob id ipsum, quia nec capere mathematica nisi per demonstrationes mathematicas, nec in *penetralia tui Hermetis opacissima oculis mathematicis inspicere* unquam didici. Nam postquam omnia tua mihi quam diligentissime rimatus esse videor, somnus obrepit, obliviscor, quas tu formalitates dicas unitatum tuarum, quem spiritum formalem, quo illum ingenii conamine ex qua *rei litera* eruendum. Quare me recolligens ab hoc somno temperare mihi non possum, quin omnibus, qui certitudine gaudent comprehensionum, et linguam et modos mathematicorum

hujusque comprehensionis (si qua illa in materia, ut est harmonica, locum nanciscitur) *excellentiam ebuccinem.* Qui cum sit comparationum mearum scopus, ostendere scilicet lectoribus, quod harmonica, rem mathematicam, ego tradam mathematice, tu Hermetice, miror igitur, cur illum tu mihi pergas ablatum, quem omnibus orationis tuae voculis confirmari altiusque defigi cernis.

Sed audiamus etiam, quid tu meis objicias demonstrationibus musicis. *Duae* inquis *chordae aequalis tensionis ejusdemque longitudinis, sed diversae grossitiei, consonantias varias in gravibus et acutis reddere solent.* Aut desine mihi obloqui in professione mea, aut a me disce loqui. Diversos, vis dicere, sonos edunt causa acuminis et gravitatis. Atqui si diversos edunt sonos, non censentur *aequaliter tensae.* Primum igitur oportet duas chordas esse tensas ad unisonum, quo facto, jam eaedem plane divisionum leges valebunt in utraque, nihil impediente diversa crassitie. Esto, sonet utraque vocem imam G sintque sic divisae, ut altrinsecus stent besses vel dodrantes, utriusque tam subtilioris quam crassioris bes sonabit rursum eandem vocem D, servato etiam in partibus chordae unisono; utriusque dodrans sonabit C, nihil turbabit diversa crassities.

Quin neque hanc orationis tuae particulam sine testimonio relinquis ejus affirmati mei, quod de te dictum irasceris. *Assignare te* ais *sonos bassiores densiori et spissiori mundi materiae, acutiores vero tenuiori mundi spiritui.* Si tu sonos assignas mundi partibus, prius igitur, quam assignares, seorsim illi erant. At sunt soni bassiores a numeris majoribus, numeros igitur majores assignas materiae densiori, qui antequam in hunc modum a te consociarentur materiae, abstracti erant a materia. Esto ut vim illam, quae acumini et gravitati comparatur, non acceperint secundum te ab hac abstractione, sed a materia consociata numeris, at certe vim illam, quae acumen unius et gravitatem alterius contemperat in suavem concordantiam, habebunt secundum te etiam a proportione sua numeri, ut sunt numeri, quia scilicet alter 3 unitates habet, alter 4; nam si alter 6 habeat, alter 7, jam nulla est concordantia, quia proportio horum numerorum non est harmonica. Quorum omnium ego causas ex aequalitate unitatum quantitativa exque divisionibus circuli desumsi. Habemus itaque te confitentem de abstractorum numerorum applicatione ad mundana, qualiacunque illa dicas. Sed et ex hoc elucet, quam tibi *nulla sit cura, cujusmodi unitates accumules*, ut confletur tibi formalis tuus numerus, quod tuae unitates partim ex materia constant, partim ex spiritu, quae duo secundum te, opinor, non sunt sub eodem genere. Non equidem invideo, miror magis, sed hinc argumentum duco, recte me et ex usu lectoris fecisse, quod hoc discrimen indicavi, ut sciat, apud te Hermeticam inveniri harmoniam, apud me mathematicam, itaque nullo merito te mihi irasci.

Ad Analysin XVIII. Jam quoties hoc mihi repetendum est, non hoc esse mearum reprehensionum intentum, ut tuam ego philosophiam examinem, vel *vulgarem* pronunciem, vel *acriter reprehendam*, vel illi hoc vel illud objiciam, vel culpam tibi cujusquam rei imputem. Age nempe, dicito mihi, ubi *temere de tuis ego unitatibus judicem*, quibus id fiat verbis?

Dico, te mundum ratione semidiametri divisisse in tres partes aequales, et verum dico de tua pyramide, ut quae tenditur a centro mundi, quod Terram facis, ad circumferentiam, estque divisa ratione longitudinis in tres partes aequales. Quin etiam fateri hoc ultro videris, dum factum excusas fol. 28. Nam si proportio vera amplitudinis repraesentata esset, negas, et vere qui-

dem, quantamcunque tibi chartam suffecturam. Atque hoc idem et ego in te excusavi, cum addidi, tibi sat esse cognitum, non esse has mundi regiones inter se aequales. Quin etiam tuam ipsius rationem ipsissimam, quam tu hic verbis tam multis prosequeris, complexus esse videri possum, dum recenseo tres tuas unitates: elementa, aetherem, empyreum. Etsi vero intelligi possum de unitatibus nullo plane respectu inter se aequalibus, at patuit et tuae sententiae, quam hic prolixe explicas, receptus sub ista verba. Nam doces, tibi nominatas partes aequales esse potestate, sic enim geometrae loqui solent, quippe tantundem esse materiae in uno, quantum in alio; quod tu appellas naturae pondus. Idem igitur dicimus, nec invenior ego hic temere de tuis sententiis locutus. Quamquam fol. 27. in fine negas corpore (id est materia varie diffusa) aequales esse, *has enim mensuras a sapientum intentione multum aberrare.* Relinquitur igitur potestatum physicarum quaedam aequalitas. Sed nec sequentia ad te pertinent, dum unitates nego pingi aliter posse (puta in quantitate continua), quam aequalitate linearum; haec enim generaliter vera me dicere putavi. Nec omnem tibi unitatum aequalitatem per hanc sententiam ademi, sed excusavi per eam factum tuum in divisione longitudinis pyramidum in aequalia. Negas etiam tuas illas aequales potestate unitates mensurari communi et aequali linea mathematica. Si negas, quod ego hic significare volebam, tuum ipsius factum negas. Pinxisti enim sub aequalitate linearum pyramidis tuae, pinxisti inquam unitates, ponderibus naturae, ut ais, aequales. Ex quibus omnibus apparet, verissimum esse hunc meum contextum, nec eum per tuam analysin vel minima parte dissolutum. Etsi vero fateri cogor, multam esse penes me tuarum speculationum inscitiam, non sum tamen penitus rudis aequalitatum istarum, ratione ponderum, ut tu ais, naturae. Sic enim et ego agnosco quandam materialis copiae aequalitatem in globo Solis, in toto spatio mundi seu aura aetherea inque sphaera fixarum, quam alii crystallinam vel ex Mose aqueam dicunt, illamque aequipollentiam tradidi libro IV. Epit. Astronomiae.

Agnosco, inquam, proboque, sed eam non inter subjecta seu terminos harmoniarum mundanarum habeo. Habes ergo, mi Roberte, discipulum capacem, disco ex te, unitates tuas esse potestate aequales, disco, diversum aliquid ex tua partium aequalitate in longitudine pyramidis colligendum non esse, disco, multa hic latere mysteria naturae nec unquam ista negavi, habeas tibi tua illibata, *adhaereto mensuris tuis naturalibus*, *illas ponderibus essentialibus instruito;* tu interim vicissim hoc mihi permittito, ut tuas unitates cum meis comparare possim, ut dicam, meas esse cognatiores unitatibus, quas designamus in chordis, ut abs te petam, non nude tantum asseveres, sed etiam liquido demonstres hanc potestatum tuarum aequalitatem; patere, ut indicem lectoribus (pateris ecce et affirmas ultro disertis verbis), me *res harmonicas inquirere magis mathematice et quantitative*, te vero physice etc., id est Hermetice. Velim ex te scire, quae tibi causa sit irascendi mihi tunc potius, si quid ego meis, quam si idem tu tuis verbis proferas?

Lubet vero tecum colludere. Quam enim tu dicis harmoniam et hac et praecedente analysi, ego analogiam appello recepto vocabulo; quod cum dico, non damno analogias, nec contumelia est negare, illas etiam harmonias esse. Nam ut illam agentis et patientis, maris et feminae, superi et inferi, quam hic attingis, copulationem proferam, eandem et ipse societatem comparavi libro meo IV. Harmoniae cum consonantia diapason, quam ipsam mas et femina etiam vocibus ipsis ut plurimum exprimunt. Tu quidem tuis insistens

29*

principiis marem et feminam unitates facis physice aequales, societatem eorum unisonum. Mihi mas est ut binarius, femina ut unitas, ratione quidem comparationis cum concordantiis musicis. Tu, si lubet, verte ordinem, sit mas unitas, femina binarius, propterea quia tardos sonos materiae comparas, tardi enim soni majoribus quantitatibus familiares, ut materia feminae.

Hactenus itaque collusum nobis est analogiis, at jam in diversa discedimus, dum tu negas, *sine analogiis hisce perveniri posse vel ad harmoniae secretum vel ad motuum coelestium mysteria;* ais, *mensuris potestatum tuarum exactissimis harmonias, mysteria naturae et mundi motus elici;* ais, *hanc esse doctrinam solam, sine qua nulla mensura, proportio etc. acquiri possit;* ais, *sine hoc sapientiae Hermeticae dono neminem scientiae astronomiae peritum de siderum situ et motibus recte judicare posse;* ais, *sine his neminem in scientiam aliquam ex illis 7 liberalibus recte penetrare posse;* meam vicissim astronomiam appellas imaginariam. Ego multa quidem video promitti, malim tamen clare demonstrandi. Nam astronomia nostra, hominum, quantum ego scio, minime Hermeticorum (si Tychonem excipias) in propatulo est, ipsa pro se loquitur. Non expedit, studiosos bonarum artium, dimissa per contemtum astronomia vulgari, tuis inhiare promissionibus, nec postquam a me nova methodo sunt in lucem prolatae causae harmoniarum, quidquam tu admirationis concitabis quasi mysteriorum harmonicorum, quae penes te premas, nisi quid eorum etiam publice proferas. Ipse Proclus, Jamblichi tui admirator, Platonicae philosophiae antistes, philosophus admirabilis, qui numeros Pythagoricos non tantum per naturae partes omnes introduxit, sed etiam usque ad theologiam ipsam evexit, hic, inquam, astronomiam hanc, quam tu dicis imaginariam, non neglexit, sed diligenter eam tradidit libro Hypotyposeon Astronomicarum scripto.

Ad Analysin XIX. Hic inconstantiam mihi tribuis et errorem circa tuam intentionem. Vincis utroque crimine, nam hic quidem error illam inconstantiam et peperit et excusat. Errori vero causam tute dedisti. Nam tibi familiare *sapienti loqui*, at ego, si ex stultis vel ignorantibus fecero sapientes, tum demum me scriptionis munere probe functum existimo. Igitur pyramidas tuas, diagramma mathematicum, quantum ad lineas et numeros, contemplatus fueram oculis mathematicis, ratus te ignoranti mihi aperturum aliquid arcanorum idque per genus scribendi communiter notum utrique; haec enim est methodus, qua alter alteri significat. Atqui valde me mea decepit opinio; negas *examen hoc pyramidis tuae mathematicae ejusque soliditatis cum numeris inquisitionem ad rem pertinere*, ais, *te produxisse quidem figuram geometricam, at non ideo, ut protinus ad mathematicam pyramidis numerationem transiret lector;* et ne non optime perciperemus, quid velles, pergis, *non eo animo introduxisse pyramidem geometricam in tuis demonstrationibus, aut ut ejus materiae* (intelligo soliditatis abstractae) *identitatem consideraremus, aut soliditatis partes ad invicem compararemus, aut longitudinem metiremur;* adeo vix tibi ipsi satisfacis explicando. Euge ut vel tandem clare loqui incipis, nec quidquam aenigmatibus involvis, intelligo vel tandem, te figuris uti ut picturis, cum mathematicis figurae sint loco diagrammatum. Intelligo, picturas tuas inter se multum differre; quae enim ad systema musicum pertinent, eas ut diagrammata mathematica considerare debemus, quae ad physica, non debemus. Vere tu ista analysi X. proposita discrimina nunc exhibes oculis conspicienda. Pauca tamen subsunt priscae vestigia noxae: nondum didici conciliare quae sequuntur cum praemissis.

Non in id esse dixeras *pyramidem tuam, ut ejus materiae identitatem consideraremus;* at jam ad mentem revocas, *pyramidis mathematicae omnes partes esse ejusdem materiae, unamque ejus partem homogeneam cum alia, ideoque ad meliorem subjecti explicationem te fecisse partes aequales.*

Pyramidem tuam dum doces physicarum contemplationum causa expressam, ex eo dicis, *eam magis esse formalem, quam ut sub consideratione mathematica comprehendi possit.* Rursum aliquid proficio, quod enim hactenus scholae *concretum* dixerunt, tu appellas *formale.* Utere vocibus arbitratu tuo, mihi formalitas omnis ex geometria est, saltem mentali, omnis applicatio partium operumque naturae ad materiam adque subjectum refertur. Interim meminisse te velim postulati mei analysi praecedenti sane quam aequi illius. Dum enim persuadere vis, *in hoc jacere omnem intentionem sapientum harmoniae proportionum et mensurarum, ut intelligamus progressionem formae ad depurationem materiae etc.*, restat igitur hoc tibi addendum, quod etiam supra flagitavi, ut gradus progressionis hujus certis signis definias, ex quibus intelligamus, quando depuratio propositi temporis ad depurationem plenariam sese habeat (verbi causa) ut 3 ad 4, quando scilicet faciat concordantiam seu harmoniam diatessaron; nam hoc ex pyramidibus tuis negas elici debere. Mihi quidem, si liberet indulgere analogiis, omnis ista imperfectio depurationis, quocunque numero seu harmonico seu alio, quacunque proportione seu effabili seu ineffabili contenta, dissonantiae similior videretur, contra omnis conjunctio formae cum materia in suo genere perfecta. Verum enim vero me retraham, neque enim hujus est loci, tuam illam Hermeticam philosophiam penitissime vel addiscere vel excutere.

Ad Analysin XX. Nunquam mea, Roberte, recitas sine auctario; omnino liberalis es. Egone falsas pronunciavi consonantias tuas Hermeticas? Atqui adeo nihil mihi cum iis negotii volui esse, ut distinctione seu comparatione clarissima censuerim illas a meis summovendas. Non refuto Roberte tua, sed comparo mea, ut sciat lector, quid penes te quaerat, quid penes me. Quam igitur tu hic affers explicationem harmoniarum tuarum physicarum, quas tu laxo vocis usu complecteris, eam lectoribus tuis remitto commendoque. Mirum tamen, cur in hoc meo textu repugnantis et refutantis oratione utaris, cum tamen ipse idem de te ipso dicas verbis paulo aliis. *Consensus* inquis *formae et materiae quantitates easdem non admittit, quatenus forma communi geometriae mensura non mensuratur, sed ideali, quoniam forma lineis geometricis depingi non potest.* Et pergis explicare, quomodo formae mensura competat et quomodo intelligendum, quod materiae diversas formae portiones recipiant. Quae omnia pertinent eo, ut intelligamus, *te rem tentare diversissimam a mei operis proposito.* Nam etsi tu provocas ad locum ex meo libro III. cap. 4, ubi me hoc ipsum ais agnoscere, at scire poteras, illa a me ex Pythagoricis esse relata κατ' ἄρσιν, non ut θέσιν. Rectius ad alia loca libri mei IV. Harmoniae provocasses. Nam ibi pene ad verbum tecum invenies loquentem de ideis rerum geometricarum in animarum penitissimis essentiis. Non est tamen ne hic quidem idem nobis utrinque sensus. Mihi enim duo termini, pure mentalis uterque, mentalem effigiant harmoniam, quae sit idea sensualium terminorum, duo iterum termini sensuales requiruntur, in quibus eadem sit expressa proportio, quae relucet in mente; at tibi formae ipsae fiunt alter terminus, materia terminus reliquus. Hoc est, quod indicavi, discrimen nostrarum conceptionum,

dum dixi, nequaquam eodem respectu formis quantitates inesse, quo insunt materiae.

Numeros 1, 2, 3 quo tu sensu, quo exemplo proportionales dicas, ipse videris; in geometria proportionales sunt isti 1, 2, 4, sic 1, 3, 9, sic 4, 6, 9. In his 1, 2, 3 formalibus (scilicet ut sunt figurati) delitescere ais mysterium harmoniae mundanae. Laxe nimirum uteris voce harmonia, quod si non esset et si de ipso proportionum ortu loquereris, quae proportiones in musica suavitatem conciliant binis consociatis sonis, thema hoc esset meo themati contrarium, quod totis tribus primis Harmonices meae libris ursi; non itaque sic nude affirmari posset, quippe post decisionem causae, nisi eandem novo etiam molimine, novis argumentis censueris fulciendam, contraria mea diluenda.

Non esse diversissima materiam et formam, ex eo arguis, *quia conveniant in actione et passione*. Quantam ego molestiam capio vetulus discenda de novo tuae philosophiae lingua! Nam antiquitus non diversa tantum, sed et contraria cluebant, quae in se mutuo agunt. Adeoque etiam figuris diversis utuntur ille tui exempli vir et illa mulier, in quantum scilicet agunt patiunturque; quam figurae diversitatem etiam numeris Pythagoricis expressam invenis libro meo IV. Harmoniae.

Formarum ego cum materiis convenientiam seu conjunctionem recuso harmonias indigetari, sensu vocis apto meis speculationibus; conjunctionem ipsam non recuso. Exemplum meum diurnorum motuum Martis et Jovis nova inscitia miror *formale* appellari. Duo termini sensiles sunt, proportio inter illos res est sola mente percipienda, aestimanda, fruenda. Nisi enim mentis lumen inesset in auditu, non is delectaretur proportione 1 ad 3 in vocibus, et nisi prius in ideali circulo intus in mente creatrice reluxisset ista proportio, non fuisset illa indita motibus, Saturni tardissimo et Jovis velocissimo.

Incongrua tibi videtur affirmatio mea, dum dico, diversissimas esse tuas harmonias a meis. Et quare incongrua? Quia cum tibi sit harmonia inter lucem et materiam, mihi inter motum et motum, motus tamen ipse a luce tibi esse videtur. Atqui o bone, non idem terminus est, lux ut causa et motus ut effectus, non eadem combinatio, tibi quidem materiae et lucis, mihi duorum motuum, lucis (si ita vis) effectuum. Etsi quaestio, an motus planetarum a luce Solis oriatur, non est adeo expedita, ut inter fundamenta possit assumi. Ego in Comm. de motibus Stellae Martis inque libro V. Epitomes Astronomiae demonstro causam, quae planetas circa Solem agit, non esse lucem, sed aliquid luci perquam simile in multis proprietatibus, illos vero motus, qui fiunt harmoniarum coelestium termini, formari et causari a concursu insitae virtutis in planetis eccentricitatisque planetae a Sole. Itaque tarditas et velocitas motuum nequaquam ab ipsa luce nec ab ea causa, quam ejus comitem dixi, primo oritur, sed ab eccentricitate planetae. Tibi etiam lux idem est quod forma et anima, mihi motus planetarum nulla indigent anima, indigent vero forma corporea, quae consistit in fibris corporis magneticis.

Quomodo etiam diversae crassitiei chordae recipiant eodem respectu quantitates, supra explicatum est. Ita dilutam existimo *incongruitatem* objectam.

Ad Analysin XXI. Hic tu divellis textum meum eumque per partes aggrederis inermem et exanimem. Atqui tres ordine a te collocatae partes textus, videlicet 21, 22 et 23 conjuncti sensum habent unum, adduntque ceteris discriminibus, quae sunt inter te et me, unum insuper, quod scilicet tu partes rei cujusque, quam pro subjecto harmoniae venditas, non aliqua

naturali et conspicua nota dispungas, sed in dispungendo mero utaris arbitrio, mihi partes terminorum inter se comparatorum per se ipsas, sine arbitraria divisione sint conspicuae. Igitur hoc 21. textu, dum id ipsum incipio dicere, tu stomacharis veluti super *importunitate mea*, *cogique te* ais *ad defendendam dignitatem quaternarii*. Ego vero, etsi non possum aliter, quam venerari mysteria, quae tu hic ex philosophia Pythagorica promis exque cabala Hebraeorum, non existimo tamen te coactum a me potius, quam invitatum, nec invenio quidquam, quod comparationi meae officiat. Est omnino magna quaternarii dignitas, at hac non obstante situm tamen in tuo fuit arbitrio, dividere subjectum aliquod harmonicum vel in quatuor vel etiam in tria. Non enim uteris ubique divisione quaternaria, interdum tibi placet et ternaria, ut sequenti textu 22. indico. Quid si ego tecum ex tuis ipsius disputem principiis? An erit mihi difficile probare, te hac quidem vice nequaquam respexisse primo ad dignitatem quaternarii, dum quatuor gradus opacitatis exhibes, sed immediate ad numerum elementorum quaternarium? Nam quidquid est in excessu opacitatis terrae super opacitatem aquae, id puto tibi esse gradum quartum, quidquid plus in aqua quam in aëre, tertium, quidquid plus in aëre quam in igne, secundum, ipsa vero ignis tenebrositate primum definis gradum. Haec equidem distinctio naturae ipsius est, si ponimus, quaternionem illum elementorum niti naturae principiis. Sic enim etiam apud me diurnus planetae motus non se ipso, sed comparatione ad motum alterius partes sortitur quatuor, tunc scilicet, cum excessus unius super alterum ter continetur in altero exacte. At vicissim etiam expende rationes meas, quibus hanc quaternitatem graduum refellam. Primum elementa corporum non sunt quatuor, nititur numerus iste Platonica potius symbolisatione, vel Aristotelica qualitatum combinatione, nisi quid aliud ignem dicamus, quam illum, qui depascitur corpora. Nec mea est novatio ista, negavit idem Cardanus ante me multique alii. Si compositionem respicimus, ex terra et aqua constant artificialia pleraque, est ubi etiam ex aëre, ex igne nihil fit, sed ignis omnia consumit. Quaecunque vestigia quis ignis monstrare velit in naturalibus, ea formae potius aut animae sunt, quae non est elementum corporeum vel materiatum. ut terra vel aqua. Sin vero ad resolutionem venitur corporum naturalium, jam dudum Arabes, chymicorum tuorum majores, tria agnoverunt principia: sal, sulphur et mercurium, puto, sensum in hoc secutos mercurium dixisse, quicquid exhalat, quod odoratum movet; sulphur, quo pascitur flamma; sal, quod post conflagrationem residet in cineribus. His igitur auctoribus ignis vastator est, divisor est, dissolutor est, pars corporis haud est. Multa in hanc sententiam disputari possent, quae tamen hujus loci non est prolixius explicare. Quaternario igitur elementorum numero dissipato, deletur etiam distinctio ista qualitatum quarumcunque in gradus quatuor. Deinde qui gradus alicujus rei numerat, is non debet in numerum referre vel negationem rei puram, vel infinitum quippiam. At in his tuis, Roberte, gradibus video in terra negationem lucis meram, obscuritatis vim infinitam et illimitatam. Hoc perinde est, ac si quis diceret, cujuslibet lineae tres esse partes, punctum initii, lineam ipsam et punctum finale. Atque hujus defectus confessionem veluti quandam habemus in ipsa oratione tua, cum ais *terram parum vel nihil habere formae seu lucis vivificae in se*. Tertio si qualitates ipsas sumamus, ineptae illae invenientur ad hunc quaternarium. Si lucem intuemur, nulla lux est in aëre insita et propria, nulla in aqua, nulla in terra; si pelluciditatem, ea in aethere maxima est,

in aëre puro minor, in vapido rursum minor, post in aqua, tunc in oleo, electro et crystallo; sin densitatem, ordo erit alius, aëri succedet oleum et electrum. huic aqua, tunc vitrum, crystallus, adamas, inde opaca, sal, magnes, stannum, ferrum, cuprum, argentum, plumbum, hydrargyrum, aurum. Adeo natura nihil confert ad quaternarium tuum graduum. Relinquitur igitur haec quadripartitio tuo arbitrio. Neque tamen super eo te *condemnavi*, sed comparavi tuam methodum et quae illam ingrediuntur, cum mea, idque lectoris erudiendi causa, nequaquam igitur *inconsulte*.

Ad Analysin XXII. Jam ad praecedentem analysin est dictum, hanc textus particulam cohaerere sensus causa cum superiori. Frustra igitur te munis, Roberte, non advenio oppugnator, sed hospes, eminus te salutans. Nam etsi nullam attulisses rationem, cur singulas regiones trisecares, non ideo te reprehenderem, sufficeret mihi, et hoc et praecedenti textu monstrasse, te arbitrio uti in distinctionibus tuis, quippe qui nunc quadriseces, nunc triseces. Multum et ipse tribuo archetypali Trinitati in effigiando mundo, quod Epitom. Astron. libro IV. explico. Tuam quidem distributionem dierum creationis inter personas Trinitatis sacrosanctae transmitto theologis, ego sat habeo, si in ipsa figura mundi inque praecipuis ejus membris quandam exhibeam similitudinem sacrosanctae Trinitatis.

Si trisectio cujuslibet elementi probabilis ex eo fit, quod coelum superum triplex esse perhibetur, esto, non ego id negavi, nam aliud est probabilitas rationis, de qua tu hic, aliud *probabilitas sensuum*, quam ego nego per omnia sequi. Ais, *te de proportione locutum actionum et passionum inter materiam et formam, non de dimensione intervallorum.* Atqui sensuum probabilitas ne sic quidem ubique sequitur. Aëris quidem tres regiones qualitatibus quodammodo distinctas habet Aristoteles, sed habet sine invidia hodiernorum philosophorum; at in igne vel aqua, ut in magno oceano, quid quaeso te ex sensibus allegabis, unde probes, aliter superius comparatum cum actionibus et passionibus formae in materiam, aliter in medio, aliter denique in fundo, et quodnam signum, quem terminum quo loco pones, confinia distinguentem mediae regionis cum extremis, quia mensuris quantitativis, aequalitate vel proportione continua constantibus, tute ipse jam modo renunciasti. Sed quid ego frustra fatigor? Fateris ecce ipse *probabilitatem hujus distinctionis non esse in sensu, sed potius in intellectu;* frustra quidem, nihil enim est in intellectu verum, quod non sit in re, quae est extra, hoc est in sensilibus. Sed ne quid extra septa; illud dicebam, frustra te irasci meo dicto de tuis distinctionibus, cum id ipse usurpes.

Ad Analysin XXIII. Quod potissimum urgebam in hac conclusione unius comparationis, tuarum unitatum mensuras esse indeterminatas a natura, id video te tacita praeteritione concedere. Recte igitur habet mea comparatio. Accipio tamen abs te auctarium illud comparationum mearum, quod mones, tibi etiam motus esse propositos, inter quos sit harmonia, non minus quam mihi, sed tuos motus esse universales, esse motus alterationum et perfectionum, meos esse particulares. Accipio et concludo: tui igitur dimensionibus mathematicis non subdurtur, at mei subduntur, quapropter, ut maxime concedam, illos tuos motus ex illo rerum genere esse, quod proportiones harmonicas certas, puta diatessaron vel diapente recipiat, at media, quibus tu harum quamlibet de praesenti adesse discas, nulla sunt. Hoc ipsum monere lectores mei est propositi. Nam de motibus alterationum ex professo egi

libro IV. Harmon. cap. 3. et commentariis in Ptolemaei harmonica nondum editis, quod scilicet in illis harmonicarum proportionum ratio nulla possit iniri.

Ad Analysin XXIV. Motus tuis harmoniis tales ademi, quales meae pro terminis habent, qui nempe *circinis geometricis* possunt mensurari. *nulla in hoc sermone temeritas, nulla invidia*, ut vero *argumentum id tibi sit inscitiae meae*, patior, quia de illis tuis motibus analogicis, quibus forma materiam, lux tenebras, anima corpus subjugat domatque, ne per somnum quidem cogitavi. Quare partiamur operas, *ridicula* tibi mea sit *asseveratio*, ridebo ego vicissim tuos illos motus, non quod non sint, sed quia *informare* nemo philosophorum hactenus, quod sciam, dixit *movere*, causam nomine effectus, et quia frustra tu jactas, *te quaerere proportiones harmonicas in tenebrarum et lucis gradibus, respectu motus, quo forma moveat materiam*, si nulla tibi vestigia magnitudinis motuum horum praebet ipsa natura, quorum adminiculo tu comparare possis motum cum motu, ad eliciendam et aestimandam eorum proportionem harmonicam. Quaeris et metiris iter navis inter fluctus, volucris per aërem. Comparatio enim omnis fit secundum numerum, numerus ex mensura capitur. Harmoniae vero subjectum mundanum, *quod animo respicitur solo, non etiam oculis*, hoc est, quod aptum non est ad species certas harmoniarum, quantitate differentes, ut diatessaron, diapente, seu $^3/_4$ vel $^2/_3$ induendas, id vero non tantum *substantia* nulla, *nucleus* nullus, sed ne *cortex* quidem est, imo *umbra* est sine corpore et umbrae somnium.

Ad Analysin XXV. Novum discrimen in numero intervallorum statui dixique, te applicare paucula intervalla, me vero omnia applicatione mea complexum esse. Hic tu multa in contrarium dicis magnifice, probas nihil. *Ex semidiametro mundi te* ais *monochordum fecisse, in monochordo vero potestate inesse intervalla omnia.* Atqui non est hoc, Roberte, applicare intervalla omnia partibus mundi, non est hoc demonstrare, quibus in membris quaelibet harmoniarum insit. Age namque dic, ubi tu semitonium colloces, quibus naturae metis id sit distinctum, dic quibus mediis expressa sit in mundo differentia generum cantus, nomina terminos contrapuncti, exprime speciem clausulae seu harmoniae alicujus universalis omnium terminorum, quos tu adsciscis ad repraesentandas proportiones harmonicas.[53]) Haec ego nequaquam provocandi animo nec scripsi nec nunc scribo; nam nisi haec omnia et plura alia fuissent in ipsa rerum natura, in ipsis scilicet planetarum motibus expressa, nunquam ego illa ulla mentis agitatione potuissem eruere. Sed cum nos creaturae merito admiremur, adoremus et propalemus haec vestigia sapientiae creatricis agnita, nec quisquam mihi vitio vertet, quod plenus certitudine rei lectores monui, plus aliquid divinorum operum in meis Harmonicis detegi, quam in tuis, qui privatis de mundo conceptionibus, nullo sensu confirmatis indulgeas; nec nunc ego connivere debeo quietus, quin potius indignationem meam demonstrare, quod te video aemulatione irritatum injuriaeque (quam tibi imaginaris ex eo, quod ego Deo suum tribui, munere meo functus distinguendo inter tua et mea), hujus inquam offensiunculae ultionibus exagitatum te transversum rapi, ut aspernatione et deformatione mei operis opera ipsa Dei diuturnioribus ignorantiae tenebris, quantum in te situm, involvas. Non ego tibi irascar, quod assimilas opus meum harmonicum chimaeris vanis in aëre imaginatis, multa talia ut occurrant in eo fieri posse puto; at quod motus planetarios per contemtum appellas accidentia mera creaturarum naturalium, eaque de causa proportiones

harmonicas ex iis *extractas*, id est demonstratas, quod verissime illis insint, vanas pronuncias, id puto ad Dei creatoris injuriam pertinere. Scito enim, haec illa esse accidentia, quorum creator curam habuerit, in quibus exornandis aliquem radium sapientiae suae impenderit.[54]) Ecce enim negare non potes, inter Saturni tardissimum et Jovis velocissimum esse diapason epidiapente proportionem, inter illius velocissimum et hujus tardissimum proportionem diapason simplicem, agnoscis perfectionem harum proportionum $^1/_3$ et $^1/_2$, nec audes asseverare, id fortuito sic evenisse, quasi nihil de hac re cogitante creatore. Haec omnia cum tu scias, ut tamen me ulciscaris non valde male meritum, os in coelum tollis, vanam et chimaerae similem hanc harmonicam proportionem pronuncias. Haec ex parte Dei creatoris. Nunc ad alia convertar, quae ad me scriptorem pertinent. *Ac si omnis* inquis *anima a planetarum aspectibus aut motibus dependeret*. Ego quidem, Roberte, consequentiam video nullam, neque sane hoc meum dogma est, citra vel ante motus coelorum motum vegetationemve in plantis et animalibus nec fuisse nec esse posse. Lege libri mei IV. cap. 7, invenies ibi, naturam sublunarem semper incumbere operi suo, ad stimulos vero aspectuum praecipuos aliquos capere impetus; hoc jam supra inculcavi. *Si totum*, inquis, *corpus harmonicae contemplationis in extremis planetarum motibus consistit, sequitur, nullam in mundo fuisse harmoniam ante planetarum positionem in coelis*. Male colligis. Totum in hisce quid impedit sic consistere, ut simul etiam totum sit in aliis? Non est idem dicere, totum in hisce et totum in solis hisce. Quaere, Roberte, quaerantque tecum omnes alii, forsitan enim occurrent aliae res sensiles, in quibus etiam sit expressum totum corpus harmonices; quae ubi vos protuleritis, tunc ego caput tertium libri mei IV. Harmoniae augebo, prolatis terminis subjecti harmonices. Quam vero tu doceas harmoniam lucis et tenebrarum, novo et laxissimo sensu vocis, id jam saepius in superioribus est dictum.

Quamquam etiam in voce *contemplationis*, quam mihi reposuisti pro mea voce *contemperationis*, lucrum captare videris, sed frustra. Non enim omnis mea *contemplatio* versatur in planetarum motibus, pars ejus, libro scilicet IV. mei operis, decidit in Terram inque radios planetarum eorumque angulos in Terra formatos, pars rursum, libro scilicet III, in voces humanas et artificiosas. At *contemperationis harmonicae* (qua circumlocutione ego exprimo illam Ptolemaei, cum *την του ἡρμοσμενου φυσιν* nominat) totum corpus invenio in motibus planetarum, totum quantum quantum est in vocibus humanis, non vero ita totum in radiorum angulis. Non utar exceptione illa justissima de unico illo triduo primae mundi infantiae, quid magnum enim vel insolens, si per id *non pluit Dominus supra terram etc.*, non utar, inquam, quia mihi opus illa non est.

Quid jam nunc ego potius facio, quam ut tibi ceu alteri Aristophani, festivissimam exhibenti comoediam (in qua *extremum hominis delirium*, tuis imaginationibus formatum, sub persona mei nominis introducis) spectator assideam Socrates ego, subridens applaudensque. Certe equidem magnum *delirium, oblitum materiae, in qua lux opera sua designat profligandis tenebris, oblitum facultatum naturae, quibus illa ut rex aliquis imperat, ad stellas confugere cum ethnicis* et quae sequuntur oratoria poppysmata luxuriantia.

Solem equidem fontem statuo motus coelestis, at sapientiam creatricem non pererrare tantum mundi laticem, sed fontis ipsius architectum agnosco,

ut supra ad finem analys. XI. sedulo cavi. Accidentia vero pro substantia, motum pro natura lucis nuspiam accipio, sed cum diversa sint regiones planetarum et motus per eas, utrique rei suum esse ornatum a sapientia creatrice inventum doceo: regionibus quidem ut spatio corpora quinque regularia, spatii participia, motibus vero proportiones harmonicas. Tibi vero, Roberte, quid imputem, audi: video enim te id non recte percepisse flammatum ira, quod scripsi, te privata pictura mundum animo tuo circumgestare tibique tuum illum conceptum mundi subjectum esse harmonices. Tu scilicet mundum in tres regiones dividis, hoc quidem privatum nondum est, idem enim et alii fecerunt ante te; jam vero singulas regiones in alia tria subdividis, singulos planetarum orbes, singula elementa, tunc ducta semidiametro, particulas ejus applicas quantas lubet facisque monochordum, vestis illud duplici pyramide jamque ex hac pictura, quam praeter te invenit nemo, harmonias elicis. Nolim hoc crederes, ipsam per se picturam hanc mihi in animo esse de subjecto tuae harmonices cogitanti, scio rei aliquid subesse in tuo conceptu; at illud jam dudum ultro fassus es, te harmonias tuas nonnisi mediante hac tua privata mundi pictura partibus mundi applicasse. Ipsa tibi lux materiam suppeditat scio, at pyramides tuae dant modos et quandam veluti mensuram, sine quibus modis mensuraque nulla materia in ullam harmoniam congruit, nisi tu forte abjures, te, cum diatessaron applicares mundanis, de nulla plane mensura numerove cogitasse. Jam tute te recollige, Roberte, tecumque expende, quodnam probrum in te conjectum a me sit, dum tibi ego *picturae mundi* novae, hoc est *privatae* inventionem mero merito tuo assignavi.

Ad Analysin XXVI. Ecquisnam hic Kepleri triumphus, qui paean? quodnam *laudum mearum monumentum?* quid ingenue fateor, *vel totius operis mei notitiam a mysteriis tuis longissime adhuc abesse?* Nam quod *demonstrationibus mathematicis accuratissimam certitudinem* arrogo, id non ad me privatim, sed ad ipsam scientiam pertinet. Qui vero *dedecoris abyssus* quomodove in eum *famam tuam detrudo,* quod tradere te dico philosophiam profundissimam, quid mysteria in illa conferta celebro?[55]) Nam quod perplexissima illa mysteria dixi, id nescio qui tu mihi exprobres, quem ne dignaris quidem erudire scriptis tuis; scribis enim *filiis sapientiae*, cum me filium ignorantiae persuasum habeas. Mihi itaque meique similibus mysteria tua perplexa sunt, id est mysteria culpa tua tuorumque, quos laudas, *roseae crucis fratrum*, qui „fugiunt ad salices, et se cupiunt ante videri." Age namque nisi doctrinam jactent ipso Evangelio coelesti pretiosiorem, prodeant in hominum frequentiam, ad mare Galilaeae, in montem, ad festum, dimittant discipulos per castella et vicos, tunc loquantur, si ita libet, in parabolis perplexis, copiam sui privatim conventurientibus faciant et tunc nisi percontemur, nisi discamus, perplexitatis culpam nos sustinebimus. Et quodnam hoc sit opprobrium, quod dico, tua mysteria ab accuratissima certitudine demonstrationum mathematicarum longissime recessisse, cum tu ipse id omnibus paginis, omnibus prope lineis ultro fatearis? Pyramidas pingis, numeros et mensuras mathematicas applicas, nec eas vis nos intueri oculis mathematicis, nec applicare pateris circinos metiendi causa. Mathematicas demonstrationes adeo procul habes, ut disertis verbis eas contemnas interque vani capitis deliria rejicias. De mysteriis tandem me ais loqui. Etiamne hoc quoque vindicandum censes? Sed a te male intellecta dico? Non dico; potest quis secum ipse optime intelligere secretum aliquod, quod demonstra-

tionibus legitimis explicare non vult. Nec unquam crimini dedi, mysteria tradere; quare non est, cur doleam exprobrari mihi libellum meum primum hoc titulo scriptum. *Futilitatem* illius libelli tunc agnoscam, ubi tu illam detexeris. *Lucis et tenebrarum effectus* nonnullos ignorare possum, abnegavi nunquam ore duro. Mathesin si tu aliam nosti (praeter vulgarem illam, a qua denominati fuerunt, quotquot hactenus mathematici celebrantur), quae scilicet sit *naturalis et formalis*, eam ego fateor *nunquam delibasse*, nisi ad generalissimam vocis originem confugimus, dimissis quantitatibus. De illa igitur scito me hic non esse locutum; habeas tibi Roberte laudem et illius et demonstrationum in illa, quae quam sint accuratae, quam certae, tute tecum judicabis sine me arbitro. Motus ego cogito visibiles sensuque ipso determinabiles, tu *actus internos considerato* deque iis in gradus distinguendis laborato; *caudam ego teneo* sed manu, tu *caput amplectaris* mente, modo ne somnians; ego contentus sum *effectis* seu planetarum motibus, tu si in ipsis causis invenisti harmonias adeo liquidas, quam sunt meae in motibus, aequum erit, ut ego et tibi de inventione et mihi de perceptione gratuler, ubi primum percipere potero.

Inhaerere me, dicis, *coeno et luto impossibilitatis meae doctrinae;* non sum hujus perplexitatis mihi conscius, age, me doceto de his angustiis, fidelis monitor, dic ubi, quid, quomodo inexplicabile? *Obligar vinculis obscuritatis perplexissimis?* Verum crimen arguis, si materiae insolentiam novitatemque, si mores hujus seculi, si neglectum mathematum, si stuporem ingeniorum respicimus. Non id tamen privatum meum crimen est, socios habeo Pappum, Serenum, Apollonium et (pro te quidem, obscuritatis aestimatore) ipsum adeo Euclidem. Tu vero cedo mihi cathedram, cedo auditorium frequens, assiduum et attentum, cedo juventutem philosophiae operantem: efficiam cum Deo intra semestre, ut illi (tuque adeo ipse inter ceteros, si volueris) *ex laqueis* istis difficultatibusque liberemini, non minus atque ipse consummato libro meae Harmonices tandem emersi. Interim dum in ignorantiae gurgite natat pulcherrima doctrina, nihil ego *de salute honoris mei* sum sollicitus, qui me scio Dei creatoris honori propalando destinatum esse.

Ad XXVII. seu complementum numeri analyseon. Per Deum immortalem te rogo, abstineas manum a summario operis mei scribendo, quod mitius dixero te non intelligere, quam si dicam te studio pervertere. Mihi non est aliud *harmoniae subjectum*, quam bini cujusque harmoniae termini. Situs vero planetarum in coelo non sunt harmoniarum mearum termini, non igitur subjecta harmoniarum. Si vero de libri mei quinti Harmonicorum subjecto, id est materia seu capitibus intelligi vis, loquere igitur distincte, ut ne in fraudem meam intelligaris a lectoribus. Partem enim aliquam libri V. facit illa distributio spatii mundi mobilis inter planetas, facta secundum proportionem orbium figuralium geometricorum. Neque mihi *collocatio Terrae inter sidera complementum est harmoniae* ipsius, sed bene extremi motus Telluris sunt complementum numeri terminorum, quibus continentur proportiones harmonicae coelestes. In sitibus planetarum ipsis nullas statuo consonantias, frustra enim fui, cum in illis has quaererem. Neque philosophorum dicta *torqueo*, cum voculis utar dubitativis *forte*, quibus omnis vis tormentorum enervatur et remittitur. Tibi namque ceterisque lectoribus liberum relinquo, quid credas Pythagoricos insinuare voluisse. Nec me contemplationes harmonicae demum induxerunt, ut Terram inter sidera numerarem, jam dudum hoc dogma magnis magistris acceptum fero; astronomia est,

Roberte, quae hanc nobis confessionem extorquet. Quod corporum quinque *quodlibet sumatur ex alio, tanquam filius ex patre, vel minus ex majori,* nec geometriae figuratae consentaneum est, nec meis enarrationibus. Nam tetraëdron ex cubo sumi dixi geometrice, tanquam Evam ex Adamo; intelligit similitudinem, qui rationem inscriptionis illius in hoc intelligit. Dodecaëdron vero ex illis duobus, ut filium ex utroque parente oriri largior, at non ut *minus ex majori.* Nam ratione figurationis, hoc est inscriptionis, majus est dodecaëdron cubo, quantitas vero figurarum in mundo non est ex figuratione, sed ex necessitate spatii. Rursum octaëdron et icosaëdron feminis magis assimilantur cubi et dodecaëdri, quam filiis. Nec propositum meum fuit *componere harmoniam a proportionibus corporum regularium ad invicem.* Harmoniam enim componunt, hoc est constituunt bini termini proportionis probatae. At proportiones corporum geometricorum invicem non fiunt mihi termini ulterioris alicujus, nimirum harmonicae proportionis, quia inter terminos hosce non recipio nisi motus reales planetarum ipsorum diurnos. Sed hoc solum in re inest, quod jam supra monui, quod cum et figurae solidae singulae interesse debuerint inter binos orbes et harmonicae proportiones singulae inter binos motus in illis orbibus, utraeque suis juribus, ut igitur bene illis una habitantibus inter se conveniret, principio libri V. familiaritas aliqua conciliata fuit inter cohabitaturas. Et cubo quidem assertae sunt $^1/_2$ et $^1/_3$, non quod cubus illas et pariat et harmonicas efficiat, sed quia vel origo utrisque cognata, vel quantitas pro usu futuro conveniens, vel dignitatis praerogativa utrinque pene eadem. Neque *varietas motuum eccentricorum proportionaliter oritur ex proportionibus regularium corporum;* distinctius ista sunt efferenda: oritur sane varietas aliqua motuum proportionaliter ex proportione corporum regularium (non sola, sed sociata cum aliis causis, de quibus in Physica Coelesti seu Epit. Astron. libr. IV.), at haec varietas attinet motus binorum planetarum inter se comparatos, non attinet motus diversos unius planetae eccentricos, in quantum eccentrici.

Vicissim illa varietas, quae est in motibus diversis unius planetae, nequaquam oritur ex proportione corporum regularium, sed oritur ex ipsa cujusque planetae eccentricitate. Nec *compono harmonias propter hujusmodi varietatem,* sed ex hac varietate, id est ex motibus, utraque de causa differentibus in celeritate, tanquam ex terminis constituuntur vel resultant proportiones eaedem, quae sunt et consonantiarum in humana musica. Denique etiam hic falleris, quod quamvis libro IV. proportiones illae harmonicae, quae angulis radiorum conciliant efficaciam, omnino desumuntur a figuris planis, non tamen pari passu proportiones, quas inter planetarum motus inveni, desumtae sunt a figuris solidis; essent enim aliae ipso ortu et figuratione, cum tamen omnibus tribus 3, 4 et 5 proportiones harmonicae sint eaedem ortu et formatione, nisi quod alia deinde sit supellex concinnorum in 4, alia in 3 et 5. Atque his iisdem correctionibus meis summarii tui multa insuper loca comparationis tuae, quae sequitur pag. 38, diluta existimo. Nam cum epitoma tuae harmoniae mundanae, praeterquam quod illam cum doctrina mea comparavi, nihil mihi porro superest negotii.

Ad comparationem etc. pag. 38.[56])

Praeter jam dissipatas tuas oblocutiones hic etiam contradictionem mihi exprobras, quod uno loco libri mei (fol. 82) recenseo sententiam Pythagoraeorum de 5 corporibus ex vulgari traditione, alio loco (fol. 121) dubia usus ora-

tione, nitor illam in melius emendare. Atqui contradictio nulla est, quae lectorem impediat, cum constet, quo respectu quodlibet eorum affirmaverim.

Alio capto impetu in spatiosum operis mei agrum excurris, vastitatem utcunque et damna illaturus hostiliter. *Mundus*, ais, *tertio die completus fuit, elementis ordinatis, secundo coeli, cum nondum essent sidera. Ergo Plato et Pythagoras applicando figuras elementis non cogitarunt de stellarum distantiis.* Sufficit recensuisse argumentum, nam hoc jam plus est quam refutare; quanquam de conclusione non pugno, quod testantur voces meae, *forte, forte*, ut cavi ad analysin 15. Sequitur haud paulo violentius telum: *incongrue Keplerus de philosophorum intentionibus, quare valde debilia fundamenta harmoniae ejus mundanae*, cum ego philosophorum meminerim obiter, nec ullum iis locum fecerim in fundamentis meis.

De tuae harmonices epitoma nihil antea dixi, nihil igitur ne nunc quidem ad me pertinere puto, quomodo tu applices figuras regulares; illud solum cavendum, ne tu meis abutare verbis. Accipe sensum. Cubus ratione figurae primigenius est et rationem totius habet, consentaneum igitur erat, ut illi etiam locus extimus et amplissimus (eorum scilicet, quos figurae nancisci possunt) assignaretur. Quid hoc, inquis, ad Saturnum? Omnino plurimum. Nam quinque figurae sex dederunt circuitus, cubus igitur dedit extimos, Saturnum et Jovem. *Atqui* (regeris tu) *Saturnus est minima pars totius.* Quid tum? Dummodo sit ejus regio amplissima totius mundi mobilis; nam causa erat, cur non omnis, non *totum* illud, sed sola pars mundi mobilis ex praescripto figurarum multiplicaretur.

Ex Trismegisto tu tibi videris probasse, quod *spiritus igneus vitam, harmoniam et concentum det elementis atque elementatis, et nequaquam planetae nec eorum motus.* Atqui non dixi, vel planetas vel motus planetarum dare vel elementis vel elementatis concentum et harmoniam, sed hoc dico, Deum conciliasse seu dedisse ipsis motibus planetarum proportiones easdem, quae sunt in concentibus humanis.

Ad testimonia et auctoritates contra Keplerum jactatas. Distincte si non scripsisti, saltem adhuc mea percipias velim. Ad ornatum coelorum harmonicum *basin* ego *securitatis* causa nullam in ipsissimo reali Terrae motu erigo; frustra mihi hoc etiam supra analysi XII. imputasti, nam ut ibi scripsi, mihi sufficit vel apparens ille ex Sole motus Telluris, qui relinquitur etiam a Tychone, cum Terra interim illi re vera quiescat. Multo minus radiationum ego proportiones huic basi motus Terrae superstruo; nam expresse doceo libro IV, naturam sublunarem sic a coelo commoveri, ut id appareat in Terris, non ut est re vera in se ipso comparatum.

Denique quod Terrae animam qualemcunque tribuo, non ideo facio, ut anima haec fiat terminus vel subjectum proportionis illius harmonicae, quam statuo in radiis, sed ut istae radiorum proportiones possint esse efficaces in meteoris. Huic parti philosophiae tu nescio quid obloqueris serione an aliud agens tuique oblitus: *in scripturis sacris nulla inveniri argumenta, quod meteora ab aspectibus excitentur.* Id equidem sciunt quam optime, qui sunt a philosophia quam maxime vacui. Quid vero tu inde? Num ideo aspectus nihil faciunt ad cienda meteora? Nec stellae plus habent facultatis, quam eam ipsam, distinguendi tempora signis, ad quam in scriptura dicuntur factae ab origine? Argumentare itaque ulterius, in scriptura nullam fieri mentionem discriminis inter stellas errantes et fixas, nullos igitur esse errones seu planetas. O finem mihi contingat videre taediosissimae lectionis! Non

tenes ecce institutum, opponis tibi ipsi vim Solis admirabilem duabus plenis paginis. Quid hostes faciant, dicunt si talia auctores ipsi de suis dogmatibus? Cur ut mihi oppositum ostentas, quod ipse luculentissima oratione de Solis dignitate protelasti?

Sed enim Sol tibi geminus est, unus inconspicuus, et illi ut principi tribuenda ista omnia. Invenio inferius etiam planetas geminatos. Ecquando tandem finem imponis, Roberte, nomenclaturae tuae arbitrariae? Solent, quibus oculi vino et crapula diriguere, singula per errorem aestimare gemina, num eadem vis sit cerevisiae Britannicae, non habeo dicere. Non sumus tamen adeo carnales, ut cum Solis, ut instrumenti, munia cernamus in mundo, sapientiae creatricis obliviscamur, quae instrumento utitur. Nam quaerenti tibi, *cur non attribuamus harmoniam elementorum potius principi, quam principiato* (Soli), respondeo ego, hunc, quem in opere meo harmonico detexi, ornatum motuum harmonicum nec a *visibili* Sole esse, nec ab *invisibili* aliqua creatura, sed primum esse conceptum in archetypo mentis divinae idque ab aeterno; deinde in tempore per ipsam creationem procuratum esse, ut esset (hic quem ego doceo) nec in elementis nec in elementatis, sed in motibus planetarum coelestibus. Nec opus habet haec harmonia, ut etiamnum hodie *procedat ab anima seu natura lucida primaria,* sicut ventus solet excitari a flatore ad implendas fistulas, consonantiam edituras; sufficit enim, ut extremi planetarum motus moderatione eccentricitatum in tantas sint expressi celeritates, quantae comprehendunt proportionem harmonicam; sufficit, animam esse, quae, cum existunt illae proportiones, illas et percipiat et ab iis irritetur.

Sequitur locus paulo tolerabilior; incipis agnoscere animam circa hanc meteororum officinam occupatam, eam vero dicis esse illam ipsam mundi animam. Jam supra facilem hic me tibi exhibui; esto, dummodo quidquid agit nonnisi mediante hoc Telluris loco agat, in quo concurrunt planetarum radii, quando sunt operosi in naturam. Sic enim et hoc largiar, non inesse in hepate peculiarem animam, sed facultatem aliquam universalis illius in corpore humano animae, quae quod agit suum, id mediante hepate agat. Atque ob id ipsum sedes harum facultatum rectissime tribuuntur illis instrumentis.

Ex hoc loco transvolas ad hyperphysica quaedam opera, de quibus sacrae literae, quaerisque, num illa sint ab aspectibus? ut quod Terra Dathanem et Abiram deglutiit ad imperata Dei et alia similia. Quaero ego vicissim, num hujusmodi opera sint ab anima mundi, aut a quoquam creato spiritu? Cur igitur ex tua opinione cadit mea Terrae anima, non cadit tua Mundi? Quin potius ista miraculosa seponimus, ad consueta vero et stata naturae opera convertimur? Quis Deum fertilitatis ac proventus Terrae auctorem negat? Aut qua ratione transscribitur aspectibus fertilitas, si transscribitur illis conturbatio meteororum? Anne sufficit ad fertilitatem, incitari statis temporibus naturam sublunarem? Quis *omnes mundi inferioris eventus a stellarum motibus nectit?* Quis vero vicissim philosophorum, qualem tu Roberte personam geris, ad id ineptiarum cum insulsis nonnullis theologastris, adhuc a matre rubentibus, progreditur, ut, cum legit, *Deum omnibus escam dare,* propterea vanum et inutile existimet investigare, quae arbor quam escam cui fundat animali? Cum *Deum* audit *aperire manum suam, ut saturet,* propterea vetet patrem familias aperire manum, ut hordeum equis suppeditet? Et cui fini tute ipse tuum illud ingens opus Macrocosmi et

Microcosmi scribis, si non licet *scrutari secreta naturae, nec instrumento cuicunque tribuere mysteria momenti alicujus, nec auctoritate sapientum duce* ad causas rerum viam tendere propterea, quia illi a veri Dei revelata cognitione fuere longiores? Cur ergo tu Trismegistum sequeris, si mihi Platonis interdicis contubernio? Cur Jamblichum tibi Porphyriumque licet allegare, Christianae doctrinae hostes, mihi Proclum aut Aristarchum non licet? Sed enim coecus ego palpito in vasto hoc orationis tuae coenaculo, nec ubi te obvium habeam, divino. Tandem occurris et feris. *Sapienti* inquis *non mundano, sed theosophico data est cognitio certa institutionis mundi etc.* Tu nimirum theosophus es, alii cosmosophi, tu quantitates invisibiles calles, tu numeros non numerandos, tu Solem spiritualem, tu planetas αὐτοπλαστας, sola mente cernendos, ego spurios, tu veram astrologiam elicis, ego adulterinam exerceo, tu vera frueris anima harmoniae mundanae, mea est *imaginaria,* tu *splendore sapientiae praesentissimo illuminaris, mihi sapientia ista est incognita.* Omnino, Roberte, conclusionum tuarum undique et undique sic satis est, ut abunde etiam sit.

Illam potius orationis tuae partem, quae laudes continet sapientiae divinae, consideremus devotis animis et ab illa speremus illuminari, etiam cum naturalia rimamur, quod nos tanto propius assequemur, quanto remotiores utrinque ab aemulatione fuerimus. Illud solum te monitum volo, si prima (ex analysi 12.) ultimis comparem, videri mihi hanc sapientiam a te sic confusam cum creaturis, ut nesciam, quando creatam subintelligere jubeat sapientiam, quando creatricem.

Sine spiritu Dei tanta naturae secreta operaque Dei admiranda speculari insania est maxima, fateor. At sive tu de conversione mentis ad Deum loquaris, desine quaeso profanitatis condemnare secretum meum, in quod solus Deus inspicit, sive de impletione mentis a divino numine: ex effectu causam censeto et, si vera de operibus Dei profero circa *stellarum positiones et motuum rationes,* agnosce grato animo digitum Dei, nec mihi hoc imputaveris impietatis, quod oraculum damnem apostolicum, *omne donum perfectum desuper a patre luminum;* sin alicubi falsitatis mea dogmata coarguere potes, id ipsum age honoris divini studio mente tranquilla, seposito contentionis aestu.

Intelligere me divinorum operum ornatum harmonicum eumque demonstrasse principiis geometricis vulgo sic dictis, etsi non jacto, ut me ostentem, te deprimam, dissimulare tamen non debui, ne in Deum ingratus, in honorem ejus injurius, in lectores (proximum meum) inofficiosus coarguar. *Si, ut inventionibus meis faciem splendidiorem conciliem, antiquorum scripta damno,* damno ipse me ipsum; sin veritas et creatoris honor potior esse debet honore veterum, nemo ex vere et legitime philosophantibus ab hujusmodi calumniis tutus erit unquam. Quare tu missis obtrectationibus perge potius aureas dictare sententias, ut applausore me potius utare, quam confutatore.

Est Deus *propior stellis, non impeditur a stellis,* cum vult punire, non indiget *radiationibus,* cum benefacere; *cocca est sine ejus praesentia* cum natura ipsa, tum ejus simia, coeci sine hac scriptores tam Hermetici, quam mathematici. Neque tamen ex his omnibus sequitur, inutilem a me collocatam esse operam in supplenda doctrina meteorologica Aristotelis, in pervestigandis causis commotionum naturalibus; non ideo nulla est vel mundi totius vel naturae sublunaris anima, non ideo evanuit vox Dei creatoris, cum dixit *„producat terra“.* Quare male tu *concludis hoc* a me assertum

harmoniae mundanae (puta illius efficaciae) *fundamentum merum esse figmentum, nulloque modo a Christianis approbandum vel aestimandum.* Quorum aliquid si prior ego in te dixissem, plus excusationis invenire potuisset haec tua vindictae cupiditas, quam nunc, ubi meris comparationibus usus, sepem in gratiam lectoris inter tua et mea harmonica struxi, nec ullum ad eam virgultum ex tuo dumeto decerpsi, nec quidquam tibi tuaeve doctrinae imputavi, quod non tu ipse disertissimis verbis fatearis.

In oppugnando motu Telluris circa Solem (meorum terminorum harmonicorum uno, nec tamen necessario, ut dictum ad finem analyseos XII.) quo magis tu φιλονεικίαν demonstras, qui, quae sunt aliorum inventa, ea in me potissimum exagitanda sumis, hoc minus ego moveor tuosque ictus persentisco ob causam eandem. Antiquitatis desertae invidia non ad me pertinet, qui alios sequor, novationis crimini locum hic non praebeo; non ad Copernicum, quos enim ille sequitur, illi sunt plane vetustissimi. Creaturae, Soli scilicet, attributa Dei transscribi toties jam criminaris, quod is movere statuitur ipse immobilis quodque fons motus esse perhibetur, perinde ac si voces non sint aequivocae, ac si non idem et tibi ipsi posset objici, trinitatis imaginem agnoscenti in hebraea voce Jehova, praecipue loquenti de luce, igni, spiritu, anima mundi? Et quid fons est nisi instrumentum? An qui cor fontem vitae asserit, is obliviscitur, inspirasse Deum in hunc ipsum fontem spiraculum vitae? *Si coeli multi sunt, non erit aliquis Terrae cursus circa Solem?* Quasi vero, qui Terrae suum assignat cursum, is non eidem et suam assignet regionem, id est coelum, per quod illa currat?

Rursum autem solennia tironibus arma rapis, argumenta ab hexhemero primo deducis. Jam quoties respondi, me textus Mosaici non agere interpretem! Age, dic ut is sit intelligendus, respondeboque ad quaesita. Esto, ut inhaereamus literae. Ergo cum jam esset divisa lux a tenebris, uno loco lux erat, ceteris materia luce vacua. De figura lucis ne percontertis, non affui spectator, nec fido vel Hermeti vel picturis tuis. Sed lucis regione designata jam datur tempus ejusque partes, vespera et mane. Mansisse dicam centrum Terrae loco suo, volutam vero Terram circum axem immobilem, quoad illucesceret dies quarta. Revolutionis illius diurnae fons fuit idem, qui nunc est, principium scilicet animale insitum; nam ex Sole non hunc partium corporis diurnum, sed centri motum annuum derivo, nec opus illi ad hanc revolutionem diurnam corpore regulari. Quodsi motu centri tunc nondum erat praedita, nullus igitur tunc adhuc terminus erat proportionis ullius harmonicae, quas ego quidem doceo. Tu si meam hic inopiam censes commiseratione dignam, age mihi erogato quippiam de laxis tuis significatibus vocis harmonia, ut tecum etiam primis diebus harmoniam aliquam fatear, sed non quales ego trado. Nihil enim impedit, succedere novas harmonias die quarto, quae nondum erant prioribus. Nonne celebratissima illa tua harmonia inter marem et feminam totis quinque diebus defuit, vix demum sexto, creata femina, emicuit.

Porro ad superiora Copernicus tribunalia citatur, causam coram judice Scriptura dicturus. Et supra excusavi me, non litigaturus in hoc foro (fine analys. XII.), nec est aequum, te Roberte hanc orare causam, cum theologus non sis. Ipsi videbunt, nec tuis utentur oculis, tua lingua. Nam tu quidem oppido quam suspectus actor hujus causae futurus fueris. Cedo namque *bases Terrae* ex tua sententia. Literam vis, an mysticos sensus? Si Terra stat ad literam, bases habebit ad literam, si bases, tu non bases ob-

trudes, ut supra planetas non planetas, Solem non Solem; quietem ego tibi non quietem reponam. Dic porro mihi, qua regione mundi tendatur *Solis thalamus?* quae *sponsa*? quae *exsultatio?* dic ubi *coeli extremitas?* unde Soli cursus diurni principium, ubi finis? Et nonne qui *de die currit*, idem de nocte quiescit? Quodsi Sol *cognoscit occasum suum* ad literam, cognosces et tu Solis occasum. Dic ergo, quaeso, quo loco terrarum sit Solis occasus? Dic ubi in coelo superum, quorsum ille oriatur, ubi inferum, quorsum decidat vel occidat? Dic quod *coeli medium*? Ex re ipsa nunquam tu haec mihi depromes, ex sensu visus ego tibi omnia facillime. Quin etiam eo res deveniet, ut nasci statuas Solem instar floris aut ovi in gallinae utero, ut advenientes velut a longinquo loco somnies nepotes, seu *generationem praetereuntes* et abeuntes quasi post tergum majores, si interim Terra tibi stat ad literam adque rei veritatem, et non durare eadem intelligenda est. *Quid planius esse potest ad approbandum* ei, qui oculis captus est, Solem videri ceteris hominibus moveri? Et quid tu, Roberte? Liceat enim retorquere tuam orationem. An putas, *prophetas in secretis et mysticis coelorum motibus adeo fuisse exercitatos*, aut *quod temporum et motuum planetariorum calculatio* ipsis fuerit opus quotidianum, ex Tabulis puto Prutenicis? aut illi forte doctrinam opticam Euclidis aut Vitellionis, quam vix hodie centesimus ex literatis adspicit, perdidicere, ut differentiam inter veritatem sensus et veritatem rei tam remotae scirent? Omnino Roberte tui illi astronomi *ex tribu Issaschar*, quorum inter laudes commemoras, *dies et horas electionis praescribere Israëlitis* (id est Esaiae faciem conspuere, cap. 47.), hi poterant omnia docere, ex praeceptis scilicet et experientia sua militari. Et proh Deum immortalem, *quantus hic in Bibliis error* (ut tuis verbis et exemplo etiam hic exclamem), quod febri praecipitur, ut creaturae rationali, audiendi, aut quod Hiobi 38. negatur tibi cognitio viae lucis et tenebrarum limitumque, quam tu tamen evidentissima pyramidum pictura vel oculis conspiciendam exhibuisti. Etsi, ut jam saepe dictum, stat doctrina de planetarum harmonia, etiam si quis Terram re vera stare supponat.

Jam etiam veluti de novo lancinas intervalla regionum planetariarum, primus post annos 25 quam Mysterium Cosmographicum est editum, postquam jam tandem iteratam editionem extorserunt amici; ubi, si usquam, faberrime cohaeret oratio tua. Omnino stupidus ego sum, qui nunc demum animadverto clare, quod supra olfacere coepi, te mihi illudere, ut habeas quod rideas, si cum scriptione nihili me in occupationem compegeris. Pergendum tamen tanto aequiori animo, quod finis apparet. Primum haec *dimensionum ratio* non est ipsissima *harmonia vera*. Deinde habuerit mundus statim ab initio quaecunque tu dicis, meas certe harmonias non habuit, quo tempore non habuit planetas currentes. Tertio, firmamentum ego nullum unquam petii ab auctoritate veterum, sed a ratione, quae si pro regionibus planetarum stat, quod scilicet hae conformatae sint ad 5 corpora, id mihi satis est. Tu has rationes dissolve, si tuae conclusioni vis credere lectores, *quod debilissima sint meae harmoniae mundanae fundamenta*. Quarto, quod causaris *difficillimum invenire talia coeli secreta* (causam scilicet numeri proportionisque orbium) *sine adjumento spiritus divini*, ex eo non sequitur, meram *me fictionem meam attribuisse creatori fabricae*. Difficillima namque fuit tota astronomia tantoque difficilior, quanto propior origini suae; inventa tamen est et constituta illa, quam nos hodie callemus, non a populo Dei, sed a Chaldaeis, Aegyptiis et Graecis. Et quis ore duro negabit, etiam illis *datam*

a Deo sapientiam missumque spiritum ejus e sanctis coelis? Non igitur, si *difficiles* meae demonstrationes, propterea et *instabiles*, nec si vel tu vel quisquam alius non ultra *opinationem*, legendo meum opus, profecit, propterea *rei veritate non confirmatum* id haberi debet.

Quid vero denique te struere dicam, quod astrologiam illam vanam sive tuis sive Mirandulani verbis vexas, quam ego libro meo operis Harmonici quarto (ut non dicam de aliis meis libris) a sincera philosophia longissime secrevi, quam tu tamen, comitatam chiromantia et geomantia pedissequis, magnam operis tui partem fecisti, quam non uno loco hujus ipsius tuae declarationis seu veris seu falsis laudibus ebuccinasti: oppositiones lethales et violentas pronunciasti, animae mundi varios effectus astrologicos permisisti, veteres a certitudine praedictionum astrologicarum commendasti, hoc ipso in titulo paulo superius electionum astrologicarum sortilegia ad tribum Issaschar adque ipsas scripturas retulisti. An ego te somniare an potius furere dicam, qui ut me quacunque ratione ulciscaris, tua mihi crimina exprobras? Anne etiam excusationem apud cordatos sum inventurus, quod examinandis tuis analysibus, oppido quam dissolutis et confusis, tempus aliquod perdidi?

Sed ecce rursum excusso somno ad objectionem *difficultatis* reverteris, exprobrationes ignorantiae humanae ex Jobis 38. 39. cap. ultimo conatu ingeminas, nec animadvertis, hoc eodem orationis tuae torrente omnem Aristotelis disputationem de motu, de coelo, de generatione et corruptione, de meteoris, de anima, de historia animalium, omnes Hermetes, tua ipsius καυχήματα, omnes Platones ipsumque adeo tuum tam Macrocosmum quam Microcosmum, tam naturam tuam, quam insidentem illi simiam, uno impetu rapi, provolvi, in abyssum demergi. Audiantur potius interpretes loci illius legitimi et sobrii.

Non *ex meis lineis quantitativis*, Roberte, sed ex aeterno sapientiae penu depromta sunt illa 5 corpora, quibus coelorum idea constat, nec negabis, aeternas esse rationes geometricas, ipsum scilicet λογον, cujus imagini, ut saepe dictum, nos homines omnem nostram animi naturalem aptitudinem ad percipienda geometrica, omnes notitias concreatas acceptas merito ferimus. Non igitur ideo *debilia* sunt, aut *ficta* fundamenta disputationum geometrica, quia in mente hominis, sed firma, quia ex imaginis Dei participatione naturali dependent; nec si homo ratiocinatur ex lumine naturae, quid coelorum aedificio conveniat, propterea coelorum architectus humanas respicit regulas, sed quia tales ipse regulas ex se ipso desumsit struendi mundi, propterea imago ipsius ratiocinando non alias invenit.

Ad testimonia pro harmoniis Roberti de Fluctibus. Etsi in hac postrema repetitione philosophiae tuae, quam tu plenis novem paginis infers, plus decies inserta invenio vel nomen vel crimina mea, id tamen causae non putavi satis esse, cur prolixior essem in illa examinanda. Sic enim existimo, vix quemquam lectorum, sive mathematicus ille sit, sive Hermeticus, perduraturum in hac lectione usque ad finem, itaque nomen meum in hoc chao facile latitaturum; quodsi etiam inveniatur, omnia tamen objecta diluta sunt in superioribus. De tua vero philosophia plus aliquid delibare, quam quod faciat ad explicandum lectoribus discrimen inter harmonica tua et mea, consilium mihi in hac scriptione non fuit. Et finis tu quidem, non sine felle *gratiis Dei praeeuntibus acceptum ferens, quod stimulis incitatus meae invidiae feliciter opus pertexueris*; ego vero invidiam strenue inficior, ad periti lectoris judicium provoco, num qua invidenda bona reperiat, quae imputati

criminis opinionem sustineant. De cetero candide me tibi excuso, me praeterquam quod omnibus pene lineis sum fassus, nihil aliud quaesivisse, hoc scilicet unum spectasse, ut lectores imperiti, qui facile titulis decipiuntur, scirent, quid apud quemque, quo discrimine invenirent. Id si aliter fieri non potuit, quin tu vel perstringereris leviter vel offendereris graviter, illud equidem necessario, hoc contra meam voluntatem factum perpendito. Et haec quidem de comparationibus meis ex appendice ad opus Harmonicum.

Quantum attinet praesentem apologiam, etsi crebris injuriis irritatus causam habuissem passim excandescendi, spero tamen nihil in te, nihil in honorem vel dignitatem tuam dictum esse gravius, nihil quod cum acerbitate tua conferri possit; sales vero et joci disputatorum sunt embammata. Hac mea aequanimitate si tu fueris mitigatus, nihil in posterum impediet, quin amicitiam colamus literariam et quod quisque accepit a Deo talentum, id in laudem creatoris inque eruditionem proximi citra obtrectationem alterius conferat; quae vero alter ab altero bene scripta offenderit, ea ab illo cum veneratione largitoris spiritus animo grato acceptet atque fruatur. Vale.

Cal. Augusti anni 1621.

F I N I S.

IN HARMONIAM MUNDI
NOTAE EDITORIS.

---

1) pag. 79. Volumen XI. Mss. Pulkoviensium manu Kepleri scriptam dedicationem exhibet, quae plurimum discrepat ab ea forma, qua postea illam typis excudi curavit Keplerus. Omissis iis, quae verborum singulorum discrepantiam vel ordinem verborum mutatum attinent, in sequentibus ea notamus, quae majoris videbantur momenti.

Fol. 77. lin. 7. ab infra: „omniumque ejus partium, si lubeat aut vacet illa cognoscere legendo, sis futurus intelligentissimus.

Fol. 77. linea 3. ab infra: .... motibus propriis, ceu subjecto, in quo inessent harmoniae, invitante me ad quaerendas inter motus harmonias instinctu quodam naturae et ratione unica et summa: quod mundum Creator fecerit quam posset fieri optimum: jam tunc ego ...

Fol. 77. linea ultima: Majestatis tuae legatis ad aulam imperatoriam, primum Pragae, superstite Rudolpho Imperatore, rursum ante annos 5 Lincii quoque testatum feci. Quippe inter speculationes harmonicas subinde me admonebat Maj. Tuae diuturna ista dissonantia religionis; quam cum cernerem non equidem ex inconcinnis intervallis conflari, sed plane ex concinnis et articulatis et omnino musicis: non desperandum de providentia Dei censui, quin ipse totius ecclesiae melodiam, in motu constitutam, sic esset moderaturus, ut concinna ista, licet dissona per hos 100 annos, tandem in plenariam concordantiam deflecterent.

Si enim de hac re certamen esset, Christus an Mahometus sit sequendus, implacabile omnino bellum hoc sciebam; sed quia partium altera emendationem cultus et doctrinae Christi, altera disciplinam et ordinem ecclesiasticum doctrinamque et mores antiquos a patribus acceptos urget, quorum studiorum utrumque bonum est, si alterum alteri, quo loco par est, cedat; utrumque malum, si modum excedat, aut si sub sanctis praetextibus alia mysteria peragantur; quis igitur dubitet, quin Deus in hunc finem permittat, partes inter se confligere, ut veritate utrinque satis superque ventilata separatisque et profligatis humanorum affectuum paleis (quod fit bellorum tribulis), quisque quid sibi sequendum, quid etiam a sua parte vitiosum eoque fugiendum sit, clare perspicere posset, tandemque saltem posteritas aliqua paulatim in puram pacem consentiret.

Cum igitur is Rex esses, qui utriusque partis subditos haberes, cum adeo aequum Te gereres, ut dubitarent aliqui tunc temporis, utri partium animitus assentireris, cum turbulentam plebem, partis unius carcinoma, publica voce coërcuisses, ordinem ecclesiasticum, gloriationem partis alterius, collaudasses, retinendos filio episcopos Angliae emendandumque et ornandum illum ordinem, nondum rex ipse Angliae, censuisses cum postea, Angliam adeptus, brevi commune illi cum Scotia nomen Britanniae Magnae exque utraque provincia regnum et Harmoniam unam (nam quid aliud est

regnum, quam Harmonia?) confecisses, discordia haereditaria nationum infensissimarum, quae crebris et cruentissimis cladibus aliquot seculorum seriem ceu notis quibusdam interstinxerat, felicissime sublata et exstincta: cum etiam titulum haereditarium «Defensoris fidei», diversissimis studiis datum usurpatumque, retinendum tibi censuisses: haec et alia signa non infida mihi videbantur secuturi majoris et praestantioris etiamque durabilioris operis tui, pacis scilicet ecclesiarum procurandae: quod quidem .... fol. 78 lin. 26—30. .... proponebam.

Et visus quidem est eventus aspirare votis meis, cum in regnum tuum se recepissent viri duo (ut de aliis nihil dicam), quorum uterque scientiam et eruditionem ad tantum opus necessariam, alter et dignitatem attulisse videri potuit: ille aliud quidem agens et pene merus grammaticus, radium tamen emisit latentis altioris consilii, iste medicum sanandis ecclesiae vulneribus palam professus, nec tamen verbis adeo apertus, quin vere (non minus iste, quam alter ille) plus aliquid, quam diceret, innuere velle videretur.

Fol. 78. lin. 13. ab infra: Verum proh dolor, vulnus ecclesiae decussatum, seu sacratiori feliciorique vocabulo cruciforme, tumet adhuc multiplici labro, et nullo illorum connivente adhucdum irrita videtur esse haec cura et medicula ingrata. Et quid mirum, si medicus, aegro deliranti sese accommodans, multa consulto faciat, multa simulet, quae a sana ratione plurimum abire videntur, ut hac via medicinam fallens ingerat cum ignaris artis, tum praesertim partibus nimium difficilibus nimiumque morosis? Spero tamen, Deum O. M., a quo unum illorum publice mundo commendatum esse incensa stella nova anno 1604. hoc potissimum argumento conjicio, quia ipsum illum ego vivis coloribus tot annis antequam prodiret depingere potui in descriptione illius stellae; Deum, inquam, qui hos duos viros veluti consolidantia cerata jam mundo monstravit ex tuo regno, eundem, ut supremum medicum artisque suae certum nec quicquam frustra applicantem, jam nunc etiam lenientia expedire ad deprimendum tumorem, aut si caro putrida et fera, charitatis sc. exstinctae, succrescens impedit blanda ista, per hos igitur ipsos tumultus et similes alios medicum erodentia applicare, quoad aliquis doloris sensus ad vivae carnis profunditatem descendat.

Ego vero, etsi votis meis de concordia brevi coalitura hactenus excidisse videor, tamen hoc ipsum in magni beneficii divini parte numero, quod non tantum cetera, quae mihi fuerunt ad absolutionem operis necessaria, loco pristino, sed etiam Majestatem tuam, cui patrocinium operis tam diu antea destinavi, huc usque incolumem et florentem vidi: audeoque etiam ex hoc eventu exque ipso inventionum mearum successu (cujus equidem felicitas audaciam in quaerendo longe superat) animare magis magisque spes meas, etiam contra spem susceptas, de pace ecclesiarum tandem aliquando constituenda. Potens enim est Deus (ut sic ex libro meo de stella nova repetam), ex his etiam tenebris producere lucem. Denique, si nos omnia deseruerint argumenta bene ominandi, non tamen desinam a Deo, pacis auctore, contendere devotis precibus, uti Tibi et vitam et Majestatem regiam tueatur incolumem usque ad illum optatum eventum, ubi Harmoniam illam ecclesiae tuis ipsius velut ulnis fovens et proferens, exclamare possis: eja nunc tandem exsolve servum tuum Domine cum pace, postquam viderunt jam oculi mei salutis hoc pignus verissimum, quo lumen aeternae felicitatis ex hoc magis magisque reveletur gentibus, adhucdum in umbra mortis delitescentibus, et quo tandem enitescat orbisque terrarum oculos perstringat ecclesiae tuae gloria.

Interim ... vide p. 79. lin. 10.

.... *Joh. Keplerus.*

Viri, quos supra Keplerus in Angliam transgressos significat, sunt Antonius de Dominis (v. s. p. 61.) et Isaakus Casaubonus, qui a Jacobo Geneva Londinum vocatus ibi munere functus est consiliarii regis.

2) pag. 83. Fundamenta arithmetica et geometrica, cum eorundem usu in variis problematis geometricis, partim solo linearum ductu, partim per numeros irrationales et tabulas sinuum et algebram solutis. Authore Ludolpho a Ceulen Hildesheimensi. E vernaculo in Latinum translata a Wil. Sn. R. F. (Rudolphi filio) Lugd. Bat. 1615. Praefatio scripta est

a vidua Ludolphi, Maria Simonis; pag. 81. novae inscriptioni (Variorum problematum libri 4) Snellius nomen suum totum adscripsit. In dedicatione (Aemilio Rosendallo J. V. D. et in curia Hollandica senatori) recensitis omnimodis mathematicae laudibus, addit: numerorum, maxime rationalium et surdorum, usum philomatis invidere non debuimus, idque adeo tanto magis, ut clarum cuilibet sit, quantopere ad usum inutilis sit Pythagorica illa ἀλογιας in tredecim species distributio, in qua Euclides totum x. Elementorum librum occupavit, cum generales istae numerationis leges nihil pensi habeant, ad quamnam speciem hic vel ille numerus sit referendus; una enim et catholica hujus numerationis regula est. Verum Euclides, Pythagoricae sectae philosophus, potissimum se ad Pythagoricam solidorum corporum adscriptionem composuit, inquit Proclus, tanquam illud esset geometriae summum bonum et finis extremus, ideoque de utilitate libri decimi minus sollicitum mirari desino; nullum enim inter eas species elementum exstat, quod usquam in Archimede, Apollonio, Sereno etc. ipsoque adeo Euclide extra elementa vel citetur vel usum ullum habeat.

3) pag. 86. Sint a, b, c quantitates rationales et $\sqrt{a}$: $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$ lineae irrationales, deinde sit $\sqrt{a} = \sqrt{b} \,.\, \sqrt{c}$: erit $\sqrt[4]{a}$ „μεση“, quia $\sqrt{b} : \sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{a} : \sqrt{c}$. (cfr. praef. p. 9.)

4) p. 87. Latera quadratorum sunt inter se ut $\sqrt{2} : \sqrt{8} = 1 : 2$ (ratio dupla); quadrata vero ut $2 : 8 = 1 : 4$ (ratio quadrupla). $\sqrt{2} \,.\, \sqrt{8} = 4$.

5) pag. 91. Cum sit $AP : AG = AG : AX$, erit $AG - AP \cdot AX - AG = AP : AG$, et quia $AO = AP$, $AX = \frac{1}{2} AG + MX = \frac{1}{2} AG + PA + \frac{1}{2} AG = AG + AO$, erit $AG - AP = GO$, $AX - AG = AO$, ergo $GO : AO = AO : AG$ et $AO = \sqrt{(GO \,.\, AG)}$. Cum vero sit $GM^2 = GA^2 + AM^2 = 5AM^2$, est $GM : AM = \sqrt{5} : 1$, quare, cum $AP = GM - AM$ et $AX = GM + AM$, est AP „apotome“ et AX „binomium“. Denique, cum e proportione secundo posita prodeat: $AG + AO : AG = AG : AO$, et inde $AO\,(AG + AO) = AG^2$, ergo $2 \,.\, AO\,(AG + AO) = 2\,AG^2$ et, addito utrinque AG^2, $2\,AO\,(AG + AO) + AG^2 = 3\,AG^2$, vel $AO^2 + (AG + AO)^2 = 3\,AG^2$. Cum sit AG „effabilis“, erit etiam summa $AO^2 + (AG + AO)^2$ „effabilis“, quare, cum etiam rectangulum $AO\,(AG + AO)$ „effabile“ sit, illa quadratorum summa et hoc rectangulum „cadunt in quintum gradum scientiae“. (def. 15.)

6) pag. 92. Quae his insunt geometrica, sic sunt intelligenda: Cum sit $GM^2 = \frac{5}{4} GA^2$ et $PX^2 = 4\,GM^2$, quare $PX^2 = 5\,GA^2 = \frac{5}{4}\,(2\,GA)^2 = PG^2 + GX^2$. Est vero $(PG + GX)^2 = PG^2 + 2\,PG \,.\, GX + GX^2$ et $2\,PG \,.\, GX = 2\,AG \,.\, PX$, quare $(PG + GX)^2 = PG^2 + 2\,AG \,.\, PX + GX^2 = PX^2 + 2\,AG \,.\, PX = PX\,(PX + 2\,AG)$. Deinde, quia $PA : AG = PG : GX$, h. e. $AO : AG = PG : GX$ et AO pars major lineae AG, in O ratione „aurea“ sectae, erit etiam PG pars major lineae GX secundum eandem rationem sectae vel $GX : PG = PG : GX - PG$; hinc prodit $GX + PG : GX = GX : PG$, hoc est linea composita ex GX et PG in G est secta secundum media et extrema.

7) pag. 98. Ut in praecedenti annotatione geometrica, quae insunt propositioni 39. his illustrentur. In $\triangle$ COA ad O rectangulo est $AC^2 = CO^2 + OA^2$ et quia $CO = \frac{1}{2} CA$, $\frac{3}{4}\,AC^2 = OA^2$, vel $AO^2 : AC^2 = 3 : 4$, quare $AO : AC = \sqrt{3} : 2$. In $\triangle$ HLP ad H rectangulo est $HP^2 = LP \,.\, OP$, et $HL^2 = LP \,.\, LO$. Cum sit $OP = AP + AO = AC + AO$ et $LO = AC - OA$ et PA, AO „sola potentia commensurabiles“ sint, est PO binomium et LO apotome, et sic etiam HP et HL, utraque secundum Euclidem „primi gradus“. Partes lineae HP sunt HS et SP: triangula HSB et KSP ad S rectangula, sunt aequicrura, quare $HB^2 = 2\,HS^2$ et $KP^2 = 2\,SP^2$, h. e. HS^2 dimidium est quadrati lateris sexanguli et SP^2 dimidium quadrati lateris trigoni. BP, latus quadrati in circulum inscripti, aequale est RP, quare $RP^2 = \frac{1}{2}\,LP^2$. Denique $(LH + HP)^2 = LH^2 + HP^2 + 2\,LH \,.\, HP$; $LH^2 + HP^2 = LP^2$ et $2\,LH \,.\, HP = 2\,LP \,.\, OH$; $OH = \frac{1}{2} HC = \frac{1}{4}\,LP$, ergo $2\,LP \,.\, OH = \frac{1}{2}\,LP^2$ et $(LH + HP)^2 = \frac{3}{2}\,LP^2$.

8) pag. 100. Cum hodie aliis utamur quantitatum significationibus quam Keplerus, demonstrationem Kepleri his dilucidiorem fieri censemus: Cum sit angulus R rectus, erit $DB^2 = DR^2 + RB^2$; $DR^2 = DA^2 - AR^2$, $BR^2 = BA^2 - 2\,BR \,.\, RA - AR^2$, quare $DR^2 + BR^2 = DA^2 + AB^2 - 2\,AR\,(AR + BR) = DA^2 + AB^2 - 2\,AR \,.\, AB = DA^2 + AB^2 - AS \,.\, AB$; $AB^2 = AS \,.\, AB + BS \,.\, AB$, quare $DR^2 + BR^2 = DA^2 + BS \,.\, AB = DB^2$; $BS \,.\, AB = AS^2$, ergo $DB^2 = DA^2 + AS^2$.

9) pag. 102. Cardani Opus novum de proportionibus numerorum etc. Bas. 1570. propos. 66. (p. 55) haec habet: proportionem laterum heptagoni et subtensarum considerare, et quae a reflexa proportione pendent. In libro XVI. „De Subtilitate“ sic explicat Cardanus proportionem reflexam: cum fuerint 3 quantitates (a, b, c), quarum proportio aggregati primae et secundae ad tertiam fuerit velut tertiae ad secundam $(a + b : c = c : b)$, dicetur proportio haec reflexa. Quodsi proportio aggregati primae et tertiae ad secundam praeter hoc fuerit, qualis secundae ad primam $(a + c : b = b : a)$, diceretur tunc reflexa

bis. Haec autem in numeris exemplo declarari non potest, sed ab heptagono ortum habet. Hujus proportionis auxilio ad laterum heptagoni inventionem procedimus docemurque resolutoria methodo uti.

10) pag. 104. J. Byrgium diximus Vol. II. p. 834. Quae Keplerus in praemissis proponit, desumta sunt ex illius „Arithmetica", quam exhibet Vol. V. Mss. Pulkov.

Ratione, qua hodie utimur, signatae Byrgii formulae sic se habent $AB : BC = 1 : x = x : y = y : z = \ldots$ (Keplerus scribit pro x signum simile literae R, pro z signum simile signo &).

Sit $BP = 2$, erit $BO = \frac{x^2}{2}$, $CO^2 = x^2 - \frac{x^4}{4}$; $HC = 2CO$, $CH^2 = 4CO^2 = 4x^2 - x^4$.

Cum sit $BD \times CE = CB^2 + EB \times DC$, erit $EB = \frac{BD \cdot CE - CB^2}{DC} = \frac{CH^2 - CB^2}{CB}$

(quia $BD = CE = CH$ et $CB = DC$) $= \frac{4x^2 - x^4 - x^2}{x} = 3x - x^3$.

In quadrangulo BHED est $BD \cdot EH = DH \cdot BE - BH^2$, hinc $DB = \frac{DH \cdot BE - BH^2}{EH}$

$$= \frac{EB^2 - BH^2}{EB} = \frac{9x^3 - 6x^4 + x^6 - x^2}{3x - x^3} = \frac{8x^2 - 6x^4 + x^6}{3x - x^3}$$

$$DB^2 = \frac{64x^4 - 96x^6 + 52x^8 - 12x^{10} + x^{12}}{9x^2 - 6x^4 + x^6} = 4x^2 - x^4.$$

$$64x^4 - 96x^6 + 52x^8 - 12x^{10} + x^{12} = 36x^4 - 33x^6 + 10x^8 - x^{10}$$

$$28x^4 - 63x^6 + 42x^8 - 11x^{10} + x^{12} = 0, \text{ vel } 63x^6 + 11x^{10} = 28x^4 + 42x^8 + x^{12}$$

Hinc $28 - 63x^2 + 42x^4 - 11x^6 + x^8 = 0$.

Sic in quadrangulo DBGE est $DG \cdot EB - DB \cdot EG = DE \cdot BG$, h. e. $EB^2 - DB^2 = DE \cdot BG$,

$$\text{et } BG = \frac{EB^2 - DB^2}{DE} = \frac{9x^2 - 6x^4 + x^6 - 4x^2 + x^4}{x} = 5x - 5x^3 + x^5$$

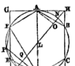
$$BG^2 = 25x^2 - 50x^4 + 35x^6 - 10x^8 + x^{10} = 4x^2 - x^4;$$

$$\text{hinc } 21x^2 - 49x^4 + 35x^6 - 10x^8 + x^{10} = 0$$

$$\text{et } 21 - 49x^2 + 35x^4 - 10x^6 + x^8 = 0$$

11) p. 112. Cum sit $BH = \frac{1}{2}AB$, erit AH^2 $(= AB^2 - BH^2) = \frac{3}{4}AB^2 = \frac{3}{16}AD^2$, LH^2 $(= LA^2 + AH^2) = LA^2 + \frac{3}{16}AD^2 = \frac{1}{4}AD^2 + \frac{3}{16}AD^2 = \frac{7}{16}AD^2$. Deinde cum sit $LH : HA = AL : AO$, ergo $LH^2 : HA^2 = AL^2 : AO^2$ vel $\frac{7}{16}AD^2 : \frac{3}{16}AD^2 = \frac{4}{16}AD^2 : AO^2$, erit $AO^2 = \frac{12\,AD^2}{7 \cdot 16} = \frac{3}{28}AD^2$. AO est sinus anguli $ALN = \sin. 40^0$ et dimidia subtensa arcus $\frac{2}{9}$ circuli, quare haec $(= \frac{1}{2}AD\sqrt{\frac{3}{7}})$ „effabilis potentia".

Fig. 48.

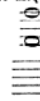


In Mss. Pulkov. Vol. V. Keplerus simili ratione, ut supra septangulum, Bruni nonangulum inquirit. Sint, inquit, DM, MP et PF latera nonanguli regularis, et sit $LD = 1$, erit $DF = \sqrt{3}$. Sit $MD = x$ (1'). Notum est, duo rectangula $MP \cdot DF$, $MD \cdot PF$ simul sumta aequalia esse PD^2; $MD \cdot PF = x^2$ (1'); et quia $DF^2 = 3$, $MP = x$, haec duo in se multiplicata faciunt $3x$, de quibus radix valor est rectanguli $PM \cdot FD$, sc. $\sqrt{3x}$, duo ergo rectangula simul sunt $x^2 + \sqrt{3x} = PD^2$.

Porro $NM : MP = MP : MQ$, $MQ = \frac{MP^2}{NM} = \frac{x^2}{2}$; $MQ : QP = QP : QN$, $NQ = 2 - MQ = 2 - \frac{x^2}{2} = \frac{4 - x^2}{2}$; $MQ \times QN = \frac{x^2}{2} \cdot \frac{4 - x^2}{2} = \frac{4x^2 - x^4}{4} = QP^2$ et hinc radix est $QP = \frac{x}{2}\sqrt{4 - x^2}$, tota igitur $PD = x\sqrt{4 - x^2}$ et $PD^2 = 4x^2 - x^4$. Supra quadratum fuit $x^2 + \sqrt{3x}$, aufer x^2, restat $\sqrt{3x} = 3x^2 - x^4$. Keplerus dicit: radix de $\frac{4'' - 1''''}{4}$ est $\frac{2' - 1''}{2}$, quare $PD = 2' - 1''$, cujus quadratum $4'' - 4''' + 1''''$,

eoque prodit ipsi aequatio $\sqrt{3''} = 3'' - 4''' + 1''''$. Deinde pergit: ascendamus uno gradu $3''$ et $3''' - 4'''' + 1'''''$; adde $4''''$: $3'' + 4'''' = 3''' + 1'''''$. Descendamus: $3 + 4'' = 3' + 1'''$, $1'' + \sqrt{3''} = 4'' - 4''' + 1''''$, descensus $1 + \sqrt{3} = 4 - 4' + 1''$. Aufer 1, adde 4′, prodit $4' + \sqrt{3} = 3 + 1''$. Quatuor latera nonanguli et unum latus trianguli aequant 3 latera sexanguli et proportionalem nonanguli secundam. Praeceptum. Multiplica quaesitum latus nonanguli in se et summam divide per radium, quotienti adde 3 radios, hinc aufer latus trianguli, residuum divide per 4: prodit quaesitum latus nonanguli, vel 1′ valet $\frac{3}{4} + \frac{1''}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Bruni nonangulum est nimis magnum. Nam si minuatur, dimidio minuetur proportionalis et sexta diminutionis redundabit in compositionem nonanguli secundo constituti.

12) pag. 147. Notae Kepleri aliquantum differunt ab iis, quibus hodie utuntur musici. Pro notis hodie sic signatis  Keplerus integras repetit lineas quinque pro notis superioribus, et clavem (diagramma) cantus altissimi (discanti), qui hodie pingitur sic  talem ponit:  ejusque ortum explicat pag. 166.

Deinde notamus, folio 145 commissum esse errorem typographicum, cum signum , quo locus notae inusitatus signatur, non in lineam a supra tertiam, sed inter lineam quartam et quintam a supra (sexta delenda est) ponendum sit, adjecta litera 7. Sic folio 153 in diagrammate priore (in medio) litera 2 ponenda est in linea tertia, litera 3 inter lineas ab infra secundam et tertiam.

13) pag. 156. Nota, Keplerum, quod saepius diximus, voce: „pars secunda, quarta" dicere radices quadratas et biquadratas. Est vero $\sqrt{\frac{72}{75}} = \frac{\sqrt{72 \cdot 75}}{75} = \frac{74}{75}$ circ. $\sqrt[4]{\frac{96}{100}} = \sqrt[4]{\frac{96^4}{100 \cdot 96^3}} = \frac{96}{97}$ circ. Sic in sequentibus additionis et subtractionis vox intelligenda est pro multiplicatione et divisione.

In laterculo ostenditur, quomodo tonus major $\left(\frac{8}{9}\right)$ dividatur in diesin, semitonium et comma, sic: $\frac{8}{9} = \left(\frac{72}{75} \cdot \frac{75}{80} \cdot \frac{80}{81}\right) = \left(\frac{24 \cdot 3}{25 \cdot 3} \cdot \frac{25 \cdot 3}{16 \cdot 5} \cdot \frac{16 \cdot 5}{9 \cdot 9}\right)$

14) pag. 223. Quae „hic repetita" vult Keplerus, leguntur quidem in Optica, Vol. II. pag. 131, et in Epitome (lib. IV. parte 1.); neque vero in Comment. Martis, ubi in praefatione (vol. III. p. 150) itidem repetitum vult locum ex Optica, addens Prodromum, ubi similia inveniuntur vol. I. p. 123.

15) pag. 245. In praefatione Ephemeridum, cujus partes in praemissis voluminibus locis aptis inseruimus, pag. 25. „*instructionem*" affert Keplerus „*de iis, quae in hac Ephemeride nova et hactenus insueta ratione digesta sunt*", illaque instructio haec habet: De ordine planetarum. 2) De planetarum latitudinibus. 3) De syzygiis Lunae cum planetis et tabula aspectuum. Recensitis causis, cur horas et minuta, in quibus aspectus singuli incidant, non addiderit, pag. 33. affert capitulum 4) De novis aspectibus et sic pergit: In compensationem omissi laboris magni sed inutilis ego sumsi laborem alium necessarium, hactenus fere neglectum, exquisitis 1) pluribus aspectibus, 2) congressibus Lunae cum sideribus, quorum illud meteorologiae, hoc astronomiae et rei nauticae servit; de utroque distincte dicam.

Aspectus novos tres addidi, *semisextum*, *quintilem* et *biquintilem*, idque in omnibus planetis, praeterquam in Luna. De his novis aspectibus etsi primum in Mysterio Cosmographico ante annos 20 (I. 141), deinde in Fundamentis Astrologiae cer-

tioribus ante annos 14 (I. 428), et in libro de Stella Nova ante annos 10 (II. 642), rursum in Tertio Interveniente ante annos 7 (I. 602), et denique in Dissertatione cum nuncio sidereo Galilaei ante annos 6 (II. 506) non pauca disserui, facit tamen nonnullorum cacozelia et supinitas, ut etiam hoc loco sit aliquid dicendum.

Notent igitur naturae studiosi tam initia quam progressus inventorum et introductorum novorum aspectuum. In Mysterio Cosmographico ostendi ex harmonicis, septem omnino esse divisiones chordae harmonicas, sic comparatas, ut partes tam inter se, quam cum integra chorda consonent. Cum his septem divisionibus chordae, quae linea recta est, manuducentibus Ptolemaeo et Cardano animadverti cognationem intercedere totidem divisionibus circuli per applicationem linearum rectarum, quibus figurae regulares inscribuntur circulo; sunt autem hae latus sexanguli, latus quinquanguli, latus quadranguli, latus trianguli, subtensa tribus octavis, subtensa duabus quintis partibus circuli seu uni angulo quinquanguli, et diameter. Cognationis lex haec est, quod circulus his septem modis divisus seu signatus in una qualibet divisione duabus notis, arcum ejusque subtensam terminantibus, si extendatur in rectum, diremtus in una notarum fiatque chorda et supponatur magadium notae reliquae: partes magadio distinctae et inter se et cum tota chorda consonant. Cum igitur harum septem circuli divisionum, respondentium septem divisionibus harmonicis chordae, quatuor sint, quae formant aspectus, ab astrologis observari solitos, scilicet sexangularis, quadrangularis, triangularis et diametralis, efficientes sextilem, quadratum, trinum et oppositum, et cum constans experientia testaretur, figuras has valere ad incitandam naturam sublunarem, quoties duorum planetarum radii talem zodiaci partem intercipiunt, non minus quam chordae divisiones respondentes valent ad suaviter demulcendas aures: in hanc opinionem transii, Creatorem aut ex harmonicis rationibus desumsisse leges ordinandorum aspectuum, aut ad coelestes aspectus attemperasse aures humanas, concordantiarum judices. Inde vero sequebatur, oportere nos plures etiam et omnino septem in coelo observare aspectus praeter conjunctionem, scilicet etiam quintilem, biquintilem et sesquadrum; sicuti sunt in musica praeter unisonum septem aliae voces concordantes cum ima, singulae ex singulis divisionibus chordae ortae, ut ita causa suo effectui adaequetur. Sequentibus annis cum diligenter attenderem ad dies, quibus tales aspectus contingunt, quoties soli incidebant, animadverti creberrime, quintilem et biquintilem efficaces esse, interdum etiam sesquadrus sese prodere videbatur. Conclusi igitur, addendos esse tres hos aspectus reliquis, idque ad Maestlinum (I. 201) et Fabricium (I. 309 s. 322) perscripsi et anno 1602. Thesibus de Fundamentis Astrologiae, quibus illius anni prognosticon sum complexus, evulgavi. Ex hoc itaque tempore certatim prognostae his utuntur aspectibus. Sed accidit quibusdam, ut sesquiquadratum in semiquadratum mutaverint, seu errore librarii inducti, sive sua ratiocinatione, sive denique auctoritate. Nam cum ego pro sesquiquadrato brevitatis causa scripsissem sesquadrum (quod videbatur sonare latinius quam trioctilis), typographus alicubi sigma medium omisit expressitque sequadrum; et hac voce utuntur hodie aliqui pro sesquadro. Atqui sequadrus sonat semiquadrum seu semiquadratum, ut selibra semilibram, semodius semimodium. Itaque alii decepti semiquadratos, id est octiles, computant pro sesquadris, 45° pro 135°. Quod cum ceteros monuisset Marius in prognostico anni 1617, exstitit tamen astrologus, qui ut recte factum constanter tueretur, qui etiam hoc mihi tribuit, ex mea sententia semiquadrum observandum, quod ego non ex animi sententia, sed saltem ut objectionem scripseram. Scilicet ratio mea jam ex harmonicis explicata non satis insedit lectorum animis, itaque velut in supplementum ejus accersunt praecellentiam semiquadri, sed ex principiis longe aliis. In iis vero principiis, quae tunc ego sequebar, nullum locum habuit semiquadrus vel octilis, hoc est, divisio chordae cognata octangulo. Divisa enim chorda in 1 et 7, etsi segmentum 1 cum tota 8 consonat, tamen neque residuum 7 cum 8, neque 1 cum 7 consonant. Secus est in sesquadro seu trioctili, ubi circulus et ad ejus exemplum chorda dividitur in 3 et 5; consonant enim tam segmenta 3 et 5, quam totum 8 et cum 3 et cum 5 consonat.

Auctoritas vero, cujus tertio loco mentionem feci, Maestlini est. Is enim monuit in quadam disputatione de multiplici varietate motuum coelestium, praeter triangulum, quadrangulum, sexangulum, alias insuper esse regulares et pulchras figuras, formandis aspectibus idoneas, eodem cum ceteris jure, ut quinquangulum, octangulum, decangulum, stellam octangularem, quinquangularem, decangularem, quarum figurarum aspectibus nomina facit quintilem 72°, semiquadratum 45°, semiquintilem 36°, sesquiquadratum 135°, biquintilem 144°, sesquiquintilem 108°, et allegat meas observationes astrologicas super tribus. Ex eo igitur tempore sunt, qui non tantum semiquadros, sed etiam semiquintiles et sesquiquintiles prognosticis suis inserant. Haec de initiis hujus considerationis, sequitur de progressu.

Potuit sane Maestlini docta et perspicax admonitio viam praeire ad inveniendas veriores aspectuum causas et numerum. At ego partim mea principia supra explicata ruminando, partim diligenter observando tempestates, vidi tandem, deserendam esse musicam, ut quae septenarii sui principia nonnulla ex ipsa rectitudine chordae trahit, cum circulus, in quo notamus aspectus, in se ipsum redeat, nec possit, ut ex chordae, sic etiam ex zodiaci residuo fieri circulus alius. Itaque in libro de Stella Nova inque reliquis supra nominatis fideliter monui, de sesquadro illo, utcunque is a musica commendetur, nihil certi testari experientiam tempestatum, de semisexto vero, quamvis illi nulla respondeat divisio monochordi harmonica, offerre se crebras et clarissimas attestationes ultro, non quaesitas, quippe inopinatas, ultra metas harmonices, ignoratis initio causis.

Ut igitur et speculationem praemissam emendem et rationes instituti mei reddam, cur praeter quintilem, biquintilem et semisextum nullos alios novos aspectus inducam, hoc insuper adjiciendum est hactenus dictis: magnam quidem esse cognationem harmoniis cum aspectibus, eandem utrique generi originem ex figuris nobilibus circulo inscriptilibus, aliis tamen legibus formari septenarium numerum divisionum monochordi harmonicarum, aliis itidem numerum aspectuum. Nam in aspectuum constitutione valent causae diversae earumque concursus, quo fit, ut semisextus quaedam jura, cum quadrato communia, juribus quibusdam communibus cum sextili jungat eaque copia potentior evadat ipso sextili. Sic trinus, quadratus, quintilis et biquintilis in prima et validissima causa sunt aequales, cui trinus et quadratus secundam non multo leviorem conjungunt, quadratus etiam tertiam, quare omnium potentissimus est.

Rursum habet sextilis aliquam nobilitatem communem cum opposito, habet et aliam communem cum trino et quadrato, cujus particula solum aliqua obvenit semisexto, quintili et biquintili; et in hac jam particula conveniunt etiam plures alii partim a Maestlino dicti: in primo gradu semisextus et octilis; in secundo decilis, tridecilis; in tertio quincunx, qui habet 150°, et sesquadrus; in quarto vigintilis 18°, quindecilis 24°; in quinto qui ex horum stellis sunt, ut 54°, 126°, 162°, item 48°, 96°, 168°. Hic finis est aspectuum secundum vera et genuina principia.

Patet itaque, quo jure quis uti velit sesquadro, eodem jure esse etiam quincuncem et multo potiori octilem, ut vere quidem (hujus solius causae respectu) supra collegit astrologus; potiori etiam decilem et tridecilem, et si usque ad sesquadri imbecillitatem descendamus, causam nullam esse, quin etiam duos penultimi et sex ultimi gradus adjiciamus. Sin autem natura delectum habet eorum, qui pluribus sunt instructi praerogativis, et si prognosta debet naturam sequi, denique si, quod est in proverbio, οὐκ ἀγαθὸν πολυκοιρανίη, utique praetermittens decilem et tridecilem, unica gaudentes praerogativa, sed ea mirabili et ipsorum geometrarum voce divina, omittet etiam semiquadrum et sesquadrum, non attento hujus jure in musica divisione monochordi, quod ibi habet ob chordae rectitudinem, quippe cum rectitudinis inter aspectus ratio habeatur nulla; denique omnibus omissis, qui una sola praerogativa sunt instructi, numerum aspectuum mecum concludet eundem quidem, quem in musica, divisionum harmonicarum, non tamen omnes illos respondentes suis in harmonica divisionibus, quippe inter aspectus deerit sesquadrus, respondens harmonicae sectioni chordae 8 in segmenta 3, 5, quae gignit sextam mollem; inter sectiones vero harmo-

nicas deest illa, quae totam chordam 12 dividit in segmenta 1, 11, respondens aspectui semisexto.

Poterunt tamen observare, non omnes promiscue, non creduli, sed circumspecti et pollentes judicio, poterunt inquam observare tridecilem seu sesquiquintilem, 108°, coryphaeum scilicet inter secundarios, levis armaturae milites. Nam decilis ejus socius, 36°, nimium vicinus est semisexto forti, 30°, eoque et obscurior ejus vis (natura majoribus in propinquo stimulis occupata) et difficilior observatio ob dierum vicinitatem.

Non dissimulo, jam semel atque iterum mihi tempestates observanti visum esse etiam quincuncem, 150°, validum admodum. Et ecce hoc anno Fabricium in Ephemeride anni 1618. introducentem eundem sub nomine quadrosexti.

Itaque adjiciendum esset aliquid rationibus hisce, seu potius penitius investiganda stellae duodecangularis natura, num quid nobilitatis et ipsa habeat. Tunc igitur character iste sextilis proprius esset quincuncis. Sed de his alias, si Deus vitam et vires concesserit.

16) **pag. 263.** In manuscriptis Kepleri Pulkoviensibus inter multa diversissimorum hominum themata genethliaca deprehendimus hoc thema Kepleri, ipsius manu scriptum.

Fig. 49.



Huic themati subjuncta est descriptio, itidem ab ipso Keplero scripta, quae, quamvis nomine occulto, neminem tamen alium describit, quam ipsum Keplerum. Quo tempore illa scripta sit, patet ex contextu, dum dicit, scripsisse se haec annum aetatis agentem 26, quare anno 1597. Quamvis hoc „thema" multa habeat superstitiosa, concedendum erit hoc juveni, tum primum astrologiae vanitates carpenti. Paulo post rectius rem astrologicam taxavit, dum anno 1602. Fabricio, thema ipsius desideranti, scriberet: certitudini artis in singularibus parum tribuo. (cfr. vol. I. p. 310 s.) Constellationes planetarum in sequente descriptione eaedem sunt, quae pag. 263 referuntur, nec non eaedem, quae in figura praemissa occurrunt. Ceterum notamus, descriptionem hanc non ad calcem perductam esse, cum media in pagina orationem sistat Keplerus. De sociorum, quos dicit, quorundam vita pauca verbis Kepleri literis minutis inseruimus, libro usi, in quo enumerantur studiosi theologiae Tubingenses, qui ad „magistri" gradum promoti sunt.

Homo iste hoc fato natus est, ut plerumque rebus difficilibus tempus terat, a quibus alii abhorrent. In pueritia fuit metrorum rationem aggressus ante aetatem. Conatus est scribere Comoedias, Psalmos elegit prolixissimos, quos mandavit memoriae. Grammaticae Crusii omnia exempla ediscere tentavit. In carminibus initio operam dedit ἀκροστιχίσι, gryphis, anagrammatismis, postquam hos ex suo merito contemnere potuit convalescente judicio, aggressus est varia et difficillima Lyricorum genera, scripsit melos Pindaricum, scripsit dithyrambica, materias complexus est insolentes, de

Solis quiete, ortu fluminum, Atlantis prospectu in nebulas. Aenigmatis delectatus fuit, sales salsissimos quaesivit, allegoriis ita lusit, ut quae sunt minutissima persequeretur et crinibus traheret. In imitando verba fere singula retinere studuit, translata ad suam materiam. In problematis scribendis paradoxa illi placuere, Gallicam linguam prae Graeca discendam, studia literarum esse signum interitus Germaniae. In opponendo nunquam quicquam, quod non ita censeret, attulit. In describendis suis inventis semper aliud intulit in mundum, quam fuit in exemplari. Mathemata prae ceteris studiis amavit. In philosophia textum Aristotelis ipse legit, quaestiones conscripsit in Physica, Ethica fere neglexit, sic et topicis neglectis analytica posteriora sumsit. Sed Planerus (professor philosophiae et medicinae Tubingensis) illi hic placuit. In physica Scaligerum suspexit. In libro quarto Meteororum inhaesit praecipue disputando. In Theologia statim initio de praedestinatione incepit et in Lutheri sententiam de servo arbitrio incidit. Et mirum, annorum tredecim scripsit Tubingam, ut mitteretur illi disputatio de praedestinatione, unde in disputatione quidam eum ita vexavit: Bachant, hast auch tentationes de praedestinatione? Postea Lutheri sententiam ejus libelli missam fecit et se ad sanitatem cum Hunnio composuit. Verum statim controversias alias Calvinisticas aggressus, se medium interposuit, tali modo persona Dei conficta, quem ignoramus qualis sit. Sic in verba «coenae» Hebraismum inducendo. Cum aliquando contendit, ante Christum et ab antiquissimis ignoratam fuisse resurrectionem, illo duxerunt illum certamina partium, huc loci obscuri sacrarum literarum. Etiam gentibus non omnimodam damnationem propositam existimavit, motus speculatione misericordiae divinae. In mathesi multa rimatus est, quasi non sint inventa, quae post jam ante inventa vidit. Horologium coeleste confinxit, novam theoriam, et inprimis quinque corpora, difficilia omnia.

In historiis hebdomadas Danielis aliter explicavit. Novam Assyriacae monarchiae historiam scripsit, Calendarium Romanum investigavit. In omni genere professionum disputando inhaesit, lectiones extrahens.

Sic etiam chartas exiguas a se scriptas asservavit, libros quoscunque oblatos, tanquam utiles olim futuros, mordicus retinuit.

Tempus minimum dilabi aegre tulit, abstinuit hominum consortio contra cupiditates suas. Tenax in re pecuniaria nimium, in oeconomia rigidus, minutissimorum censor, quibus omnibus tempus extrahitur. Laboris interea pertaesissimus, adeo ut sola cupiditate retineatur. Et tamen pulchra sunt quae appetiit omnia, veritatemque ut plurimum fuit consecutus.

Crusio par diligentia minutula, labore longe inferior, judicio major. Laborabat ille colligendo, hic separando, ille rastrum, hic cuneus.

Mercurius in VII. celeritatem et laboris odium, quia is quoque velox est, ☉ in sextili ♄ diligentiam et tenacitatem. Haec duo sunt in homine contraria, perpetuo poenitere tempus amissum, et tamen semper amittere sponte. Mercurius enim jocis et lusui deditum facit et delectationibus ingenii in rebus levioribus. Nam in pueritia fuit lusui deditissimus; ut adolevit, alia animum delectabant, aliis igitur deditus fuit, ergo, quae hominem delectabant, judicii est statuere. Cum autem tenacitas pecuniae a lusu absterret, saepe secum ludit. Et notandum, tenacitas est non ad opes, sed ad tollendum metum egestatis; quamvis omnis forte avaritia ex praepostero metu. Imo non. Sed ipsius amor nummi multos capit. Hic usum respicit et honestatem. Forte etiam multa causatur pudor egestatis. Est nempe arrogans et contemtus judiciorum vulgarium, et nempe ad dura inclinatus. Crusio vero Mercurius in statione est et in oppositione Saturni. Credo Mercurium, quo liberior sit radiis aliorum, hoc minus corruptum significare judicium, ut et ascendens. E. g. si Mercurium adspicit Saturnus, infrigidat, ut hebescat ingenium, si Jupiter, humectat et calfacit; illic igitur omnia trahuntur ad lucri studium, hic omnia ad honorum. Si Mars adspicit, ut mihi, nimium terret. Praecipitat igitur ingenium et ad iram rapit, ad lusus, ad varietates, inde ad historias, ad bella, ad patranda, ad audaciam, ad πολυπραγμοσύνην, quae nato omnia adjacent; ad contradicendum, ad impugnandum, ad reprehendendos omnes ordines, ad criticos mores. Nam notabile, quicquid homo

iste fecit in studiis, facere in conversationibus, impugnare, insultare, lacessere malos mores cujusque hominis. Id etiam Ortolpho commune (cfr. I. 296). Si Mercurius jungatur Soli, moderatum puto esse in omnibus; nam in Sole est ipsa mediocritas omnium rerum. Itaque motus Mercurii stationarius, directus, retrogradus, pro vi ingenii et judicii, adspicientis planetae pro eo, in quo se vis exseret. Nam si sit Venus illi juncta, mores venereos dat: is enim molliter judicabit, rapietur ad cantus, ad humanitatem etc., si Luna, ingenium est humidum, simplex, bonum, ut Maegerlini (anno post Keplerum inter „magistros" Tubingae receptus; natum Megerlinum refert K. anno 1572). Si Jupiter, simplex quidem, sed insuper et superstitiosum, in magnis simplex. Si Mercurius liber omnibus radiis est, maxime sincerum est ingenium. Nota: Sol significat, quae a ceteris significantur planetis, itaque etiam ad Solem est in ingenio respiciendum; sic et ascendens, nam significat corporea instrumenta. Unde in Maegerlino Jupiter in ortu, Luna cum Mercurio simplicem facit. Ita et in affine Simone Luna, Venus, Sol, Jupiter conjuncti simplicem.

Et nota, homini, qui aliud judicat, et tamen semper scribendo pergit, significatur hoc a Mercurio in quadrato Martis; Mercurius liber judicium purum, sed quadratum Martis praecipitat hoc et adigit, ut non exspectet judicium: hinc illius tam crebra poenitentia, judicium enim semper manet, impetus transit. Forsan et Mars impetum tantum ibi significat, ubi ipse impetuosus est. Imo non: sed in me, quia stationi proximus, vim stationariam et penetrantem et inhaerentem, in aliis cum Sole vim succedentem, in opposito vim irritatam.

Ingenium est omnifariis simulationibus aptissimum. Hoc ex ingenii bonitate.

Sed adest etiam simulandi, fallendi, mentiendi libido. Hoc indidem unde et joci. Mercurius hoc efficit, a Marte stimulus. Sed duo simulationes has impediunt: primo metus infamiae. Est enim omnium maxime verae laudis cupidus et omnis generis infamiarum impatiens. Sinistros rumores leviculos vel maxima pecunia redimeret et paupertatem fugit tantum ob infamiam. Hoc necesse est a Jove esse. Id esse potest tripliciter: 1) quia Jupiter bene collocatus; sed quid hoc ad animum? numquid potius ad fortunam? 2) Quia in aspectu Solis et Veneris. Id ideo valeret, quia supra dixi, Solem idem valere, quod Mercurius. 3) Quia in quadrato ascendentis. Hoc magis probarem, quamquam separatio est per 6°. Alterum, quod retundit simulationes has, est singularis earum, etiam optime et cautissime institutarum, infelicitas. »Nam felix dolus assequitur quoque tardior acrem.« Redit hoc secundum ad illud primum. Nam infelicitas pudorem elicit et confundit. Quamquam nescio, an ipsa rerum natura causetur hanc infelicitatem, dum impossibile est omnia hominis machinamenta succedere. Et aliqua quidem succedunt in tam magno numero.

Jam causas inquiramus hujus infelicitatis. Et Mercurius quidem significator non tantum essentialiter (ut ita dicam) expeditus est, sed etiam accidentaliter, hoc est in angulo VII. Hinc igitur nulla infelicitas, sed felicitas potius. An a Martis quadrato? sed inde ipsum esse deduxi, nempe simulationes ipsas. Quodsi nullus dolus felix recte habet, nam ille quadratus et dolos suppeditat et necessaria ejus adjuncta. Et tamen quorundam doli sunt adeo felices, ut Deum et homines fallere posse videantur; in quibus etsi finis ultimus est irritus, ipsa tamen fallaciae diuturnitas est mirabilis. Quid igitur illi habere possunt pro hoc? (♄ radium.) An hic etiam inconstantia, incogitantia, incircumscriptio, temeritas loquendi locum habet et aliunde deducendum est responsum? Et certe ita quidem infelix est hujus nati simulatio, ut nullum amplius incommodum sequatur, quam ipsa haec irritatio affectuum. Unde videri possit, quod infeliciter cadunt doli, hujus rei causam non esse immediate in themate, sed in aliis animi qualitatibus. Tertio fortasse Luna abjecta causa est hujus infelicitatis. Nam ita succedunt etiam omnia reliqua ejus opera ut doli. Est in eo humanitas, sed sub opinione stultitiae; est facilitas, sed pro credulitate; religio pro superstitione, comitas pro ineptia, justa ira pro furore.

Sic igitur concludo, Mercurius in quadrato Martis, celer motu et orientalis astutiam notat, et in angulo VII. per se felicem, h. e. bene circumspectam, et quae nihil ex singulari infelicitate in consilio capiendo omittit (ut homines saepe fataliter errant),

quod totum negotium turbat. Sed primo non pergit in illis propter animi velocitatem etc. Secundo, non possunt sua natura omnes succedere, sunt nempe malae ex quadrato Martis. Tertio Luna in XII. notat, invenustam esse apud homines hanc astutiam, una cum ceteris.

Homo hic usque ad annum 26, quo haec scripsi, fuit rationis non audiens, magis tamen in juventute. Deinde fuit valde multarum et variarum actionum negotiosus. Tertio non omnia vidit suopte Marte. Ex quibus tribus rebus sequitur perpetua poenitudo priorum.

Dicamus primum de ultimo. Et sane sine significatione natalitia in juvenibus inest multarum rerum ignorantia, in hoc certe minus quam in aliis. Jam de secundo. Quod multa incipit nova prioribus imperfectis, causae naturales hae sunt: 1) taedium laboris, sive ardor subitus et non durabilis. Nam quamvis est laboriosissimus, tamen est laboris osor acerrimus. Laborat autem propter cupiditatem sciendi et amorem fingendi et fictorum. 2) Causa alia, quod coepta non absolvit, in fortunae arbitrio est, vel potius in conditione naturae. Nam impossibile est, ut omnia ejus incepta tam multa succedant. Atque etiam ex ardore omnia sibi facilia persuadet, quae sunt tamen in opere difficillima aut longissimi temporis. Nam ingenium longe subtilius, agilius, celerius expeditiusque est, quam cujusquam manus. Sed tamen, ut dixi, fortunae culpa intervenit, ut etiam illa, quae sua natura fieri poterant, differantur aut impediantur, credo quia ☿ est in □ ♂. Sunt autem illa in duplici differentia; aut enim res est ab aliis absolvenda artificibus, quam ipse ingenio suo coepit, ubi rursum nihil novi accidit, si in artifices sui similes non incidit, rari enim sunt, et eximia felicitas esset in tales incidere. Quaedam ab aliis necessario tanquam adjumentis perficiuntur et sunt moralia. Ubi infelicitati peculiari do, quod aut in adjutores necesse habet incidere, aut adjumenta tarda sunt. Sed differatur hoc in illam quaestionem, cur homo hic omnia per alios efficiat, nihil (quod felicitatem spectet) per se. Tertia causa, quod nova multa incipit, est multiplex: quamvis enim absterrere ipsum deberet, quod priora sunt imperfecta, cupiditas tamen nova tractandi longe fortior est. Cupiditatis hujus illecebrae sunt vita scholastica et umbratilis; nam si difficili onere functionis distineretur, non posset indulgere cupiditati huic speculandi, ut nec tum, si egestate premeretur. Itaque nutrix hujus cupiditatis est vita nec summis honoribus onerata, nec egestate pressa, de cujus signis vide postea. Quod autem cupiditatem ipsam attinet, cum nulla sit eruditio sine illa, omne vero ingenium et eruditio a Mercurio, existimo cupiditatem hanc significari a Mercurio veloce, orientali in VII. Et forte etiam a □ ♂, qui ardorem et praecipitantiam denotat nocentem et se ipsam impedientem.

Sed accenditur ut plurimum haec cupiditas exemplis aliorum et ipsa difficultate rerum, quod proprie Martis est, ut et ignis, cujus naturam habet Mars. Exempla faciunt aemulationem, quae est a Marte. Est autem amor veri, pulchri, honesti, laudis, gloriae, nutrimentum et finis hujus cupiditatis; quae cupiditas harum rerum unde sit, alibi considerandum est. Porro ex illa praecipitantia et cupiditate, quam nocivam dixi, hoc sequitur, ut prius aliquid incidat dicendum, quam perpendi possit, quam bonum sit. Hinc hallucinatur perpetuo in sermone, hinc ne quidem epistolam bene scribit ex tempore. Modica vero correctione adhibita, omnia fiunt optima. Bene quidem loquitur et bene scribit, quamdiu nihil premit, nisi quod praemeditatus olim fuerat. Sed loquenti, scribenti perpetua intercurrit cogitatio de novis vel verbis vel rebus vel modis loquendi aut argumentandi, vel de novo consilio vel de reticendo illo ipso, quod loquitur. Cum igitur alii, ut Scaliger, ex tempore scribant optima, necesse est, illos habere significatorem optimae rationis, junctum significatori cupiditatis. Quid mirum autem, si sermo est character vitae, quod erat initio propositum. Neque tamen alius, cui est ☿ in VII. orientalis, velox, directus, propterea statim idem erit, quod hic, quia naturam ingenii oportet esse simul capacem tot cogitationum unitarum. Haec naturae capacitas esse videtur a ☽ et Asc. simul cum stellis plurimis, unde imaginatio et reminiscentia mirabilis unius ex alio, cum tamen memoria, qualis in aliis, nunquam fuerit bona; hoc est, quae species ex sola auditione aut

lectione retineret. Tantum enim illorum et tantisper meminit, dum unum prius notum alterius causa recordandi est et cum illo cohaeret. Haec causa est plurimarum parenthesium in sermone, dum omnia, quae ipsi simul incidunt, propter fortissimam commotionem omnium cognatarum specierum in memoria, sic etiam efferre loquendo cupit. Ex eo taediosa aut certe perplexa et minus intelligibilis efficitur ejus oratio. Notandum autem, supra etsi dixi, esse cupiditatem hanc vivam in otiosa vita, non tamen verisimile, exstinctum iri in negotiosa. Nam ne sic quidem, quamvis perpetuo occupatissimus (de cujus fortunae causa alibi), abstinet a cupiditatibus suis. Quin potius omissa honestissimae functionis necessaria cura, eo abit, quo fertur ipsius animus, ut reprehensionem non effugeret, nisi promta eruditione extemporanea satisfaceret utcunque functioni suae. Summa: etsi functioni invigilat, fit hoc tamen cum illis impedimentis, quae dixi. Nunquam enim ipsi deest materia cupiditati, ardori, scrutandi studio difficilia. Et millia simul incidunt, quibus explicandis, cum tempore nullo circumscribi possit, magis impeditur cura in officio, quam incuria. Et sane si fors ipsum in militiam intulisset (de quo alibi), fortis omnino fuisset. Non enim magis ille miles est, qui rebus consumtis ex desperatione in castra descendit. Adest ira, industria doli, vigilantia, assultus repentini subitique, nec fortasse deesset felicitas.

De primo jam dicendum esset, si non esset jam dictum. Nullus, cui tam fortis est cupiditas, rationi paret; juvenum enim juvenilia sunt desideria. Sed tamen ad quaestionis absolutionem inquirendum est in rationem, judicium, intelligentiam. Existimo, illum, qui verum et honestum videt, omnium videre acutissime, proinde semper cum ingenio esse judicium, et qui habet signa boni ingenii, habere etiam judicii pro modulo rerum, in quibus versatur, ut semper melius judicium literati, quam plebeji, ceteris paribus. Unde semper mirabilium operum architecti recte de rebus judicant, quamvis non semper faciant. Nam judicare ingenii est, facere cupiditatum. Atque hinc est, quod homines doctissimi interdum pessime consulunt reipublicae, quia sc. cupiditatibus indulgent et malam causam pejori conscientia defendunt. Etenim quo quisque doctior est, hoc aequior, et indocto sive imperito nihil usquam iniquius Quosdam etiam aliae circumstantes causae coërcent, quo minus verum quod vident fateantur: papistas dominatus Papae, religio antiquitatis, alios superstitio, alios studium ordinis politici, alios opinio multitudinis consentientium. Itaque impossibile est astrologo praedicere, quid in qualibet re natus censiturus sit. Generaliter autem id verum est, qui valent ingenio, minimum impediri in judicio. Nec longe absunt a fastigio, si qui moventur rebus illis, quae subjacent universali formae et consuetudini humanae, ut propterea verum non cernant. Sed tamen, qui his impediuntur, non sunt vere alti animi nec omnium doctissimi. Bellarminum inter doctissimos habeo. Sed illum non impedit religio, verum cupiditas et metus infamiae. Heu quam multis obstaculis gravatur veritas. Non legit ille forsan aut non perpendit nostrae causae defensiones. Sperat forsan, se lenimentis quibusdam correcturum causae suae malitiam. Et inter medios versatur hostes nostros, non temere quid mutandum, omnia experienda et toleranda censet. Nam idem fecere doctissimi illustrissimique ante hoc tempus. Quid de Luthero dicam? Singulare quid in illo. Ut veritatem desereret, non fuit motus, quibus moverentur sapientissimi quique. In hoc omnium fuit sapientissimus. Sed quid de maledicentia et spurciloquiis? Num haec cadunt in sapientem? Fecit, nec probavit. Peccavit igitur cupiditate, non judicio. Oportet igitur in viro utilissimo inesse non judicium saltem, sed etiam ardorem et cupiditatem. Ista vero, si per omnia officium faciat et rationi respondeat, divinitus utique gubernatur. Alias *αἱ μεγαλαι φυσεις μετα μεγαλων ἀρετων και μεγαλας κακιας προφερουσι.* Aequitas multa patitur ab honorum cupidis aut dominationis aut argenti. In illis vincit rationem cupiditas. Itaque verum fit id, quod initio posui, cum ingenio esse judicium. Et quia hic sunt illius signa, sunt et hujus. Sed ad producendam eam. de qua dixi, poenitudinem non sufficit, ut lumine judicii valeas, ut ardeas cupiditatibus variis, ut multa incipias, facias, dicas inconsiderate, et in juventute non omnia videas. Accedit quartum incredibilis amor gloriae, celebrationis, favoris, applausus hominum, et par illi metus offensionis justae, aut contemtus sui in alio. Metus, ut ineptus videatur,

quoties ineptum quid fecisse vel dixisse existimat. Et in hac censura peccat in partem alteram, prout fortuna respondet, ita quamlibet rem vel probat vel improbat. Et quoad bene vel male succedunt incepta, non est sincerum de iis judicium. Si quid occulte peccavit, quiete fere considerat. Saepe non factum saltem, sed totam naturam suam damnat. Non victus, non amictus, non doloris, non gaudii, non operum illi cura major, quam opinionis hominum de se, quam cupit nonnisi magnam esse. Unde haec insania »videri«, quamvis per rem honestam? Duo igitur nobis consideranda: 1) cur amet veram tantum gloriam? 2) cur tantopere? Aliud autem in superioribus tractavimus, sc. cur omnia ejus incepta primitus cum tanto ardore et calore proveniant.

Itaque si Soli inest virtus Mercurii, causa mediocriter patet. Est enim ☉ in sextili ♃ et cum ♀, quae nil est, nisi species, et forte addendum, quod □ ♃ ante ortum, quodque ☉ in VII. et quia ☽ in △ ♂. Forte etiam quia ☽ et Asc. cum tam multis stellis. Jam etiam ♃ in M. C. Sed an non haec tam multa fortunam potius significant? Itaque ☉ in sextili ♄ suspicacem et sollicitum et anxium facit, et vigilantem et attentum in singula. Ubi igitur inquisiverit in vitam suam et deprehenderit peccata sua, sane de eo maxime dolebit, quod pessimum ipsi videbitur. Diximus autem, videri ipsi, quae sunt. Pessimum vero re vera infamia. Cur autem dolet de ea cognita? An quia naturale hoc est et divinus instinctus? Contra. In hoc ipso luculentissime distinguuntur homines a se invicem, quod quidam dolent de turpitudine, quidam non, quos nominibus bonae vel malae indolis distinguimus. Unde igitur tantus dolor? An ex eo, quia tantus amor gloriae? At unde uterque? supra enim tantum diximus de cupiditate et delectatione speculandi fabricandique, jam de moralibus agimus. An igitur dolet ideo vehementer, quia vehementer cernit, quam malum sit, et naturale est dolere de malo? Sic omnis virtus animi ex intellectu deduceretur.

Optimum igitur est, ubi jungitur industria ingenio. Et hic optime habent omnia, nisi quod Martis radius quadratus illam nimiam auget praecipitantiam et multarum rerum inceptionem. Nota: Maegerlino est Jupiter in ortu. Et ille non est ita laudis studiosus et tamen honoris. Jovis igitur ingenium simplex est, appetere honores. Et aliud est honos, aliud laus. Distinguantur: laus fundatur in opinione hominum et in existimatione, honor in ceremoniis, salutationibus, titulis, officiis, et potest fieri sine laude. Deberet tamen ex laude proficisci, nisi degeneraret. Dignitas adhaeret honori quodammodo, si honor cum laude est. Praestantia, excellentia sunt fundamentum et possunt sine laude cogitari. Auctoritas ultimum videtur esse in opinione, primum in facto, quo aliquid retribuimus, est autem communis etiam benefactoribus et patronis, quamvis non laudentur, ut et potentibus atque divitibus. Virtus est secretius quid quam praestantia, quia illa simpliciter consideratur, haec relata. Auctoritas est tacitum regnum sine honore regio. Lutherus sic regnavit.

Ab ineunte aetate fuerunt huic homini adversarii aliqui, primus, quem memoria teneo, Holpius, imo omnes consodales, Molitor, Wielandius Mulpronnae, et Tubingae Köllinus, Bebenhusii Braunbaum, Mulpronnae Ziegelheuserus. Recenseo diuturnos.

Tubingae Huldericus, Seifferus, Ortolfus, Adelbergae Lendlinus, Mulpronnae Spangenbergius, Tubingae Cleberus, Mulpronnae Rebstock, Huselius, Tubingae Dauberus, Lorhardus. Cognatus Jaegerus, Jo. Regius, Murarius, Speidelius, Zeilerus, Jo. Molitor frater, An. Crellius, socer, plerique aequales, reliqui forte in causa. Itaque animus ejus exercetur in cogitationibus contra adversarios. Unde? an quia virtuti, profectui, honoribus, felicitati semper aemuli? An quia ☉ et ☿ in VII?

Holpio (inter magistros receptus anno 1592 cum Maegerlino, locum obtinuit 14. Pastoris munere fungebatur a. 1596—1628 Neidlingae) mecum de eruditionis opinione occulta contentio. Is me manifeste oderat, mecum bis pugnavit, semel Leobergae, semel Mulpronnae. Postquam ibi locus superior mihi cessit, rediimus in gratiam. Desperavit enim restitutionem, cumque prius semper metueret, jam, facto quod metuerat, odisse simul atque metuere desiit. Molitori (pastori Kirchhemii 1597—1627) eadem occulti

odii causa, sed praetextus juris erat. Olim ipsum atque Wielandium prodideram. Ego vero ipsis eram supplex, ut et Ziegelheusero (pastori Wildbadii 1594). Köllinus (Magister 1590, Pastor Blabirae 1592, Adelbergae 1606) me non oderat, sed ego ipsum potius. Semel enim inita mecum amicitia, perpetuo mecum contendit. Ego quidem ipsi nunquam malefacere studui, sed oderam ipsius conversationem. Causa justa fuit, quia, quoad affectum, plus quam amatoria fuit, quoad opera, pura, nullo contaminata flagitio. Non alia cum ullo acrior aut diuturnior contentio. Braunbaumium (Mag. 1590 „defecit ad Calvinistas Heidelbergae, mort. 1598„) ex amico mihi reddidit infensum ipsumque mihi pariter mea morum et ludendi lascivia, ex quo orta fuit utrimque injusta permutatio, qua una re vehementissime offendor.

Huldericum a me abalienavit primum non servata fides et mea temeritas in exprobrando. Seifferi odium sponte suscepi, quia oderant ipsum et reliqui, ipsumque lacessivi nulla provocatus injuria. Ortolphus me oderat, ut ego Köllinum, cum ego ipsum contra amarem, sed multiplex haec fuit contentio. Nam et ipsius aemulabar industriam, et judicium pene invidebam et exardescebam contra illius maledicentia et suspicacitate. Universos saepe in me concitavi mea culpa, Adelbergae proditione, Mulpronnae defensione Graeteri, Tubingae silentii violenta rogatione. Lendlinum inepta scriptione, Spangenbergium (Mag. 1591) temeraria correctione, cum is praeceptor esset. Cleberus (Mag. 1591, pastor 1596) falsa suscepta suspicione me ut rivalem oderat, cum antea impense amarat. Inde accessere mea oris petulantia et illius morositas. Unde saepius in me irruit, colaphos intentans. Rebstockium (Mag. 1589) stimulavit mei laus ingenii, dein levitas, quia in meum parentem probra conjecit. Hoc ego ulturus in superiori, plagas accepi. Huselius (Mag. 1592) etiam meis obstitit incrementis; in hos nulla mea exstat injuria. Cum Daubero (1591 cum Keplero, qui obtinuit locum 2, magistro creato, loc. 6.) fuit occulta simultas et aemulatio, utrimque pene aequalis. Propensior tamen ipse ad injuriam. Lorhardus (Mag. 1590) mecum non communicavit. Aemulabar ipsum ego, sed hoc nec ille scivit, nec quisquam alius. Tandem quia Dauberus mihi postponebatur, quem ipse praetulit, me odisse coepit et nocuit mihi, erat enim superior. Postea mea protervitate apud cognatos Mehringenses subinde in reprehensionem incurri. Tandem cum comes meus Jaegerus fidem meam fefellisset, mihi mentiretur, multum de mea pecunia prodigeret, suscepi offensionem biennalem eamque stomachosis literis abunde exercui. Interea nactus sum alium hostem Rectorem. Causa odii, quod videbar ipsum ut magistratum non satis honorare et ipsius placita refellere. Itaque mirum in modum me exagitavit. Ego a mutuo quidem facto temperavi, sed tamen passim offensionem et injurias non reticui. Murarium (Mag. 1591) adversarium suscepi, quia, ante ipsi cum benefecissem, sumsi mihi libertatem ipsum reprehendendi, quasi id jure possem. Speidelius, rectori cum crederet, meam fortunam labefactare coepit sub auctoritate ordinariorum. Post matrimonio aperte restitit, πλεονεξίᾳ quadam; nam viduam ipse cum amplificatione suae gratiae arbitrio proprio elocaturus et benefacere charo alicui voluit. Nec non et viduae melius consultum cupiebat. Zeilerus est, in quem maxime exarsi omnium. Causa multiplex. Prima origo, quod insolenter usurparem uxoris ipsius bona. Ibi jam ille mihi colaphos meditabatur. Mihi causa justa, uxoris dotem petere, modus forte minus humanus, irritare petendo. Ille vero injustus, qui utrumque negabat. Ex eo accessere injuriae uxorum, mea dicendi intemperantia. Postea rei compositio ipsa plurimum adjuvit. Demonstravit ille singularem πλεονεξίαν, ego singularem iram contra eam. Cum Müllero causae eaedem. Illius injuria in me contemnendo vel carpendo, quae meam per opinionem major fuit, quam re ipsa. Filiam privignam seducere et abalienare volebat. Hoc pertinebat ad meam injuriam, contra ego irae acerbitate provocavi ipsum, ut mihi extrema quaeque minitaretur. Cum fratre causa rixae primo ipsius vanitas morum, deinde mea reprehendendi libido, ipsius immodica postulata, mea tenacitas. Ultimo Crellium religio a me dividit, sed fidem fregit etiam. Hinc ipsi irascor. Faxit Deus ut iste sit ultimus. Itaque causae partim in me, partim in fortuna. In me ira, intolerantia taediosorum, proterva vexandi libido, ut et jocandi, denique censoriae praesumtiones, cum neminem non reprehendam. In fortuna hoc est, ut ipsam

comitetur invidia. Illius causa est ☿ in □ ♂, ☽ in △ ♂, ☉ in sextili ♄, hujus causa est ☉ et ☿ in VII.

Habet homo iste naturam undiquaque caninam. Est instar catelli domestici delicati. 1) Corpus est agile, aridum, bene proportionatum. Victus utique idem, delectatur rodendis ossibus, duris panis crustis, est vorax, sine ordine, ut quodque obversatur oculis, arripit. Parum potat. Contentus est vel vilissimis. 2) Mores simillimi. Primum superioribus (ut canis domesticis) perpetuo sese insinuat, ex aliis pendet per omnia, illis ministrat, illis non irascitur si reprehendatur, omni modo studet redire in gratiam. Per se omnia rimatur in disciplinis, in politia, in re domestica et vilissimas operas. Est in perpetuo cursu et quoslibet quidlibet agentes consectatur idem agendo et excogitando. Est impatiens conversationis et crebro in aedes ventitantes non secus salutat ac canis. Ubi quis ei minimum eripit, murmurat, ardet, ut canis. Est tenax, insectator quorumlibet prave agentium, latrat scilicet. Est et mordax, dicteria pungentia habet in promtu. Plurimis igitur exosus est et ab iis vitatur, sed superiores carum habent, non secus ac domestici bonum canem. Horret balnea, tinctiones, lotiones ut canis. Summa ei infrenis temeritas inest, nempe a ☿ in □ ♂, ☽ in △ ♂. Sed juxta vitae curae. Audacia in vita periculosa longe abest, opinor quia non ad ☉ pertinent hi aspectus. Hactenus fere de temeritate, audacia, ira, cupiditate deque iis, propter quae ut plurimum solet reprehendi. Dicendum jam est de iis affectibus et moribus, ob quos in aliquo censu est, cujusmodi sunt probitas, religio, fides, honestas, elegantia. Ultimo dicendum erit de mediis vel mistis quibusdam ex utroque horum, sc. de curiositate et irrita rerum maximarum appetitione.

Igitur laudatus est ob indolem bonam in pueritia a praeceptoribus, quamvis tum pessimorum esset morum inter aequales. Adulta jam juventute opinionem habet pietatis, moderationis, industriae, ob quam boni ei favent. Hoc ad fortunam pertinet et posterius explicandum est. Rem ipsam quod attinet, est ille quidem per se religiosus ad superstitionem usque. Puer 10 annorum, cum primum legere sacra potuit, exemplum Jacobi et Rebeccae sibi in ineundo conjugio proposuit, legis praecepta servare voluit; doluit sibi ob jam admissam vitae impuritatem negatum esse prophetiae honorem; cum quid sceleris patravit, expiatione certa usus est, qua rite administrata credidit se poenis eximi. Erat autem quarundam concionum recitatio. Preces vespertinas si noctu somno praeventus omisisset, mane cum matutinis conjungebat. A Deo maxima et optima quaeque petere institit, uti temporali se auxilio patefaceret, quo aeternum auxilium credere posset etc. De religione cupide in vulgus disserit. Tum autem et supra dictum est, virtutis per se studiosissimum esse. Itaque vita ejus caret insignibus maculis, nisi quae ex ira et lascivis atque inconsideratis jocis proveniunt, quia illi adhuc regnant apud ipsum. Senes amat et colit, gratitudinem verbis et opere exercet atque etiam ostentat. Moderationis studiosus est, quia causas rerum diligenter expendit. Nam quod non probat, ibi et ipse arma crepat. Ex eo fit, ut ne Deum quidem existimet simpliciter damnaturum gentes Christo non credentes: ex eo pacem inter Lutheranos et Calvinistas suadet, erga Papistas aequus est et aequitatem eam omnibus commendat.

Haec quidem omnia ex eodem fonte quis derivet, scilicet quia, qui dextre judicat, omnia haec ita censet, Deum amat et proximum; sed tamen videtur mollities quaedam peculiariter subingredi omnia ejus consilia. Unde igitur ista? Nam Christianae virtutes ex Deo sunt. Unde, nisi ex ♃ ♀ cum ☉ connexis? Certe a ☿ in □ ♂ nihil tale est. Nam humanum esse oportet, qui hunc ad modum mollescit. An hic etiam Asc. et ☽ aliquid possunt? Porro haec nimia sunt et in stultitiam degenerant quodammodo, ut et religio in superstitionem. Nam et somniis tribuit. Unde hoc? An quia ☽ in XII. abjecta? Et quamvis hoc sic sit in rei veritate et a multis etiam videatur (unde nonnihil contemtus est), tamen in genere praevalet opinio et existimatio honesta. Unde hoc? An quia ♃ est in X, ☉ ♀ in VII? Fortior itaque exaltatio Jovis vincit depressionem Lunae. . . . . (nil sequitur.)

17) p. 263. H. Cardani libelli quinque de Supplemento Almanach, de restitutione temporum et motuum coelestium, de judiciis geniturarum, de revolutionibus, de exemplis 100 geniturarum. Norib. 1557. Folio 114 inter 100 genituras undecima est Lutheri: „1483. d. 22. Oct. h. 10. p. m. Cor coeli 14° ♈, ☽ 29° 16′ ♋, ☉ 8° 40′ ♏, ♄ 8° 12′ ♏, ☿ 4° 55′ ♏, ☋ 28° 18′ ♎, ♃ 22° 20′ ♎, ♀ 18° 40′ ♎, ♂ 18° 10′ ♎. Hanc veram genituram Lutheri, non eam, quae sub anno 1484. publice circumfertur, esse scito, nec tanto negotio minor genitura debetur, aut tali geniturae minor eventus. Existimo autem, non intelligentes hujus artis fundamenta eam corrupisse; nam nec illa robore huic aequalis est, nec si damnare velis deest hic, quod possis accusare. Nam ♂, ♀, ♃, juxta ♍ Spicam coeunt ad imum coeli ad unguem, ut ex horum conspiratione regia quaedam potestas decernatur, sed sine sceptro: sunt enim erraticae sub Terra. Porro quod ad religionem pertineat, jam saepius adeo dictum est, propter Spicam Virginis, ut repetere pigeat. Incredibile igitur, quantum augmenti brevi tempore habuerit hoc dogma. Fervet mundus hujus schismate, quod, quia ♂ admixtam habet et caudam, solvitur in se ipso infinitaque reddit capita, ut si nihil aliud errorem convincat, multitudo ipsa opinionum ostendere tamen possit, cum veritas una tantum sit, plurimos necessario aberrare. Porro firmitatem dogmatis ☉ et ♄ cum Lance meridionali in loco futurae conjunctionis magnae ostendunt, cum diu trigonus ille jam dominetur. At ☽ juxta ascendens longitudinem decernit vitae, verum cum ☉ ♄ adjungatur, pro tanto rerum motu nullam dignitatem praestat."

18) pag. 265. G. Horstius, nat. Torgaviae 1578, medicinae professor Wittebergae 1606, Giessae 1608, deinde medicus Ludovici, Hassiae Landgravii, ab anno 1622 Ulmae physicus primarius, mort. ib. 1636. Inclaruit Horstius scriptis variis de rebus medicis (Opera omnia Norib. 1660.); cum Keplero pluries per literas egit privatas, e quibus apparet, Horstium singulari familiaritate usum esse Kepleri. (Comp. Hansch. coll. Ep. Kepleri fol. 687.)

19) pag. 282. De voce „proportio", quae saepissime occurrit, iterum notamus, Keplerum eam eodem sumere sensu, quo nos hodie vocem „ratio". Proportiones dicit rationes 4 : 9, 5 : 8 etc. Deinde repetimus, quae supra diximus, Keplero significare voces „proportio dupla, dimidia, tripla" etc. quadratum, radicem quadratam, cubum etc. rationis. Ergo in rationibus praemissis significat „dimidium" de $\frac{4}{9}$ radicem quadratam de $\frac{4}{9}$ h. e. $\frac{2}{3}$; „duplum" rationis $\frac{8}{9} = \left(\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{64}{81}$; „sesquiplum" rationis $\frac{8}{27} = \sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^2} = \frac{4}{9}$. Sic „differentia" rationum $\frac{5}{8}$ et $\frac{2}{3} = \frac{5}{8} : \frac{2}{3} = \frac{15}{16}$; verba „ratio $\frac{75}{128}$ major quam ratio $\frac{5}{8}$ quantitate $\frac{15}{16}$" idem significant quod $\frac{75}{128} : \frac{5}{8} = \frac{15}{16}$, et verba": $\frac{2025}{3456}$ tanto superat proportionem eversam $\frac{5}{8}$, quanto" .... idem quod $\frac{2025}{3456} : \frac{5}{8} = \frac{15}{16}$ et $\frac{5}{8} : \frac{2}{3} = \frac{15}{16}$.

Quae Keplerus primo linearum rationibus, deinde numeris demonstrat, his forte dilucidiora fient:

Sint a et $a_{,}$ intervalla media planetarum binorum, b et $b_{,}$ motus eorum medii, e et $e_{,}$ eccentricitates, erunt $a + e$, $a - e$ intervalla maxima (aphelia) et minima (perihelia) superioris planetae, $a_{,} + e_{,}$ et $a_{,} - e_{,}$ eadem inferioris; sint porro c et $c_{,}$ motus perihelii, d et $d_{,}$ aphelii, erit

$$b : c = (a - e)^2 : a^2 \text{ et } d_{,} : b_{,} = a_{,}^2 : (a_{,} + e_{,})^2.$$

Hinc: $b \,.\, d_{,} : c \,.\, b_{,} = a_{,}^2 (a - e)^2 : a^2 (a_{,} + e_{,})^2$. Deinde

$$\frac{b_{,} : b = a^{3/2} : a_{,}^{3/2}}{d_{,} : c = (a - e)^2 a_{,}^2 \,.\, a^{3/2} : (a_{,} + e_{,})^2 \,.\, a^2 \,.\, a_{,}^{3/2}}$$

$$= (a - e)^2 a_{,}^{1/2} : (a_{,} + e_{,})^2 \,.\, a^{1/2} \text{ vel}$$

$$\frac{d_{,}}{c} : \frac{a - e}{a_{,} + e_{,}} = \frac{a - e}{a_{,} + e_{,}} : \left(\frac{a}{a_{,}}\right)^{1/2}.$$

Kepleri numeri sunt: $a : a_{,} = 9 : 4$, $b : b_{,} = 1600 : 5400 = 8 : 27$, $a - e : a_{,} + e_{,} = 8 : 5$; $d_{,} : c = 3456 : 2025 = 128 : 75$; quos numeros si in proportione ultima substitueris, prodit:

$\frac{128}{75} : \frac{8}{5} = \frac{8}{5} : \sqrt{\frac{9}{4}}$ vel $\frac{75}{128} : \frac{5}{8} = \frac{5}{8} : \frac{2}{3}$, h. e. ratio motuum convergentium $\left(\frac{75}{128}\right)$ superat rationem intervallorum respondentium eversam $\left(\frac{5}{8}\right)$ tanto, quanto haec $\left(\frac{5}{8}\right)$ superat radicem quadratam rationis orbium $\left(\frac{2}{3}\right)$.

20) pag. 283. Numerus 687 motum exhibet periodicum Martis; pars sedecima motus periodici Saturni (10759) est 672, pars octava motus Jovis = 541, duplum motus Veneris = 449, quadruplum motus Mercurii = 351. His positis numeri Kepleri prodeunt proportionibus hisce:

$687 : 120 = 672 : x;\ x = 117 +$
„ „ $= 541 : x;\ x = 95 -$
„ „ $= 365 : x;\ x = 64 -$
„ „ $= 449 : x;\ x = 78 +$
„ „ $= 351 : x;\ x = 61 +$

21) pag. 285. Similem huic deprehendes comparationem intervallorum planetarum in Prodromi capite 21 (I. p. 180), item ut hic ad mediam Terrae a Sole distantiam, 1000, computatam. Numeros discrepantes a prioribus computavit Keplerus, ut ipse dicit, secutus Tychonis observationes. Distantiae a Keplero proditae extremae has exhibent medias, quibus adscripsimus cancellis inclusas eas, quas hodie computant astronomi: media distantia ♄ = 9510 (9538,8); ♃ : 5200 (5209,7); ♂ : 1523,5 (1523,6); ♀ : 724 (723,33); ☿ : 388,5 (387,09). Literae (a, b etc.) adscriptae distantiis apheliis et periheliis referendae sunt ad easdem, quae ad sinistram appositae sunt, ubi conferuntur, numeris prope ad verum accedentibus, distantiae apheliae planetae prioris cum periheliis sequentis, et vice versa dist. perihelia prioris cum eadem sequentis aphelia; v. c. ♄ aphelia ad ♃ periheliam = 10052 (a) : 4949 (d) = 2 : 1, et ♄ perihelia ad ♃ apheliam = 8568 (b) : 5451 (c) = 5 : 3; g : k = 1018 : 719 = 2 : $1^1/_2$ = 1000 : 710
i : m = 729 : 307 = 12 : 5.

Ad dextram conferuntur distantiae singulorum planetarum apheliae et periheliae inter se et cum tonis harmonicis; v. c. ♄ aph. ad ♄ perih. = 10053 : 8969 > 10 : 9, „plus tono minore" etc.

Similia dicenda sunt de tabella sequenti fol. 287. Ad sinistram comparantur motus app. diurni planetae praecedentis cum iisdem sequentis, ad dextram motus ejusdem planetae inter se. V. c. 1′ 46″ (a) : 5′ 30″ (d) = 106 : 330 = 1 : 3 et 1′ 46″ : 2′ 15″ = 106 : 135 = 4 : 5 etc.

22) p. 287. Haec sic sunt intelligenda: ex tabula fol. 284 praemissa elicitur media ☿ distantia = 389, ibique distantiae apheliae et periheliae sunt 470 et 307; posita media distantia = 100, prodit aphelia = 121 et perihelia = 79.

Cum se motus habeant ut quadrata distantiarum, erit

$$100^2 : 121^2 = x : 245\tfrac{8}{15} \text{ (ex tab. p. 283.)}$$
$$100^2 : 79^2 = x : 245\tfrac{8}{15}.$$

Ex priore proportione prodit x = 167, ex posteriore x = 393.

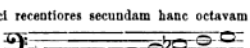
23) pag. 289. Haec et sequentia his explicentur. In tabella pag. 287 apparens motus diurnus perihelius ♄ ad eundem aphelium ♃ est ut 1 ad 2; 1′ 46″ : 2′ 15″ = 106 : 135, et 1′ 48″ : 2′ 15″ = 108 : 135 = 4 : 5; $\frac{106}{135} : \frac{108}{135}$ („excessus") $= \frac{53}{54}$; $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$; $\frac{4}{5} \cdot \frac{53}{54} \cdot \frac{1}{2} = \frac{53}{135}$ $\left(= \frac{2}{5} \text{ cum } \frac{53}{54}\right)$. Eadem ratio prodit comparatis inter se motibus

aphelils ♄ et ♃ : 1′ 46″ = 106″, 4′ 30″ = 270″, $\frac{106}{270} = \frac{53}{135}$. Ex sequentibus elegimus Martis motum $\frac{2}{3}$. „minus $\frac{29}{30}$“ $= \frac{2}{3} : \frac{29}{30} = \frac{20}{29}$; $\frac{2}{3} \times \frac{20}{29} = \frac{40}{87}$.

24) p. 291. Ad hanc tabellam haec monenda sunt. Invariatis manentibus motibus ♄, fundamentum quasi systematis musici formantibus, ad illos reliqui comparantur continua divisione per 2 vel 2^2, 2^3 ... usque ad 2^7. Aphelius motus diurnus ♃ fuit (in tabula p. 287) 4′ 30″ (: 2) prodit 2′ 15″; sic perihelius 5′ 30″ : 2 = 2′ 45″; ♂ : 26′ 14″ : 8 = 3′ 17″, 38′ 1″ : 16 = 2′ 23″; ♁ : 57′ 3″ : 32 = 1′ 47″ et 61′ 18″ : 32 = 1′ 55″; ♀ : 94′ 50″ : 32 = 2′ 58″ et 97′ 37″ : 32 = 3′ 3″; ☿ : 164′ : 64 = 2′ 34″ et 384′ : 128 = 3′.

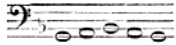
Hinc reliqua patebunt: Terrae et Saturni motus aphelii aequales sunt, sed cum in Terra prodierit 1′ 47″ (quod aequale ponit Keplerus 1′ 46″) divisione veri motus per 2^5, reponitur motus Terrae 5 octavis altius Saturnio etc.

25) pag. 292 Musici recentiores secundam hanc octavam sic scribunt:

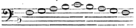


26) pag. 294. Si hodie usitatis signis notarum uti volueris, tales habebis formas:

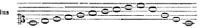
Jupiter



Mars



Mercurius



27) p. 299. Qua ratione Keplerus has quatuor condiderit tabellas, in praefatione (p. 16) diximus, quare lectorem ablegamus ad illum locum. Ne vero quid desideretur, tabellam ultimam his explicamus: motus diurnus aphelius ♂ pag. 287 est 26′ 14; hoc motu pro fundamento posito eique tributo tono fis‴, prodit fis‴‴‴ = 26′ 14″ . 8 = 209′ 52″;

$$h''' = \frac{4}{3} \cdot (26' 14'') = 34' 59'', \; h'''''' = 8 \cdot (34' 59'') = 279' 52'', \; h = \frac{34' 59''}{16} = 2' 11'';$$

$$d' = \frac{6}{5} h' = \frac{12}{5} h = \frac{12}{5} \cdot (2' 11'') = 5' 15''.$$

De „harmoniis planetarum“, a pag. 296 in pag. 299 notis expressis, haec notanda sunt. Lineae notarum ad numerum 28 excrescentes hodie non integrae exprimuntur, sed notae, excedentes lineas 5 inferiores, sic signantur: , ita ut nota suprema d ⁷ superstaret 23 lineolis brevioribus. Numeros, singulis literis ad dextram adscriptos, Keplerus literis latinis signavit, nos vero notis arabicis exprimendos curavimus, ut musici hodierni facilius intelligant, quid illi numeri significent, octavas scilicet diversas (semel, bis etc. lineatas, ut dicunt gestrichen). Notam *h* Keplerus semper unitate altiorem, quam hodie exprimitur, scripsit, nos eam ad hodie usitatam quantitatem reduximus. (Confer pag. 16, ubi notae *h* Kepleri quantitatem reliquimus.)

28) p. 318. Constructionem hujus tabellae his explicamus. Columna secunda („radices“) e prima sic computata est: $\sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{8}{9} = \frac{80}{90}$; $\sqrt{\frac{6561}{8000}} = \frac{81}{89,4444}$; $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$; $\sqrt{\frac{2916}{3125}} = \sqrt{\frac{2916 . 3}{3125 . 3}} = \frac{93,531}{96,825}$; $\sqrt{\frac{243}{250}} = \sqrt{\frac{243 \;.\; 400000}{250 \;.\; 400000}} = \frac{9859}{1000}$; $\sqrt{\frac{5}{12}} = \sqrt{\frac{40}{96}} = \frac{6,3245}{9,797} = \frac{63250}{98000}$.

Columna tertia („semidiameter orbis") exhibet medium arithmeticum inter numeros singulorum planetarum columnae secundae. Columna quarta („eccentricitas") computata est e duobus praemissis columnis, subtrahendo „semidiametrum" a majore numero columnae tertiae. Ultima denique columna exhibet eccentricitates singulorum planetarum, computatas ad semidiametros illorum = 100000.

29) pag. 318. In praemissis propositionibus hae inter planetarum motus harmoniae inventae sunt: aphelius motus ♄ ad perihelium ♁ = 1 : 32; perihelius ♄ ad aphel. ♃ = 1 : 2; ♃ perihel. ad ♂ aphel. = 5 : 24; ♂ perihel. ad ♁ aphel. = 2 : 3; ♁ perihel. ad ♀ perihel. = 5 : 8; ♀ perihel. ad ☿ aphel. = 3 : 5; ♀ aph. ad ☿ perih. = 1 : 4; ♂ perih. ad ♀ aphel. = 2 : 5. Has rationes harmonicas pro fundamentis posuit Keplerus tabellae sequentis, adhibens simul rationes motuum, quas prima columna tabellae praemissae exhibet ($\frac{64}{81}$ etc.). Jam posito motu aphelio ♄ = 139968 (= $64 \cdot 3^7$), prodit motus ♄ perihelius = $81 \cdot 3^7 = 177147$. Ratio 1 : 2 supra proposita dat motum ♃ aphelium = $2 \cdot 177147 =$ 354294, et motus ♃ perihelius fit $\frac{354294}{6561} \cdot 8000 = 432000$. Ratio motuum ♃ et ♂ „extremorum" est 5 : 24, quare motus ♂ aphelius = $432000 \cdot \frac{24}{5} = 2073600$ et motus ♂ perihelius = $\frac{2073600}{25} \cdot 36 = 2985984$.

Ratio inter motum ♄ et ♁ $\frac{1}{32}$ prodit motum ♁ aph. = $139968 : \frac{1}{32} = 4478976$, et quia motus ♁ aph. ad perihelium = 2916 : 3125, erit in hac dimensione motus ♁ perihelius = $4478976 \cdot \frac{3125}{2916} = 4800000$. Ratio 2 : 5 inter motum ♂ perih. et ♀ aph. dat hunc = $2985984 : \frac{5}{2} = 7464960$ et motuum ♀ ratio = 243 : 250 prodit illum ♀ perihelium = $7464960 \cdot \frac{250}{243} = 7680000$. Hinc motus ☿ aphelius = $7680000 \cdot \frac{5}{3} =$ 12800000, et motus perihelius = $12800000 \frac{12}{5} = 30720000$, vel ex ♀ $7680000 \cdot 4$.

Quarta columna tabellae, inscripta: *media singulorum continuata*, elicitur ex tertia sic: $\frac{1}{2}(64 + 81) = 72{,}5$ *(medium arithmeticum)*; $\sqrt{64 \cdot 81} = 72$ etc.

Quinta columna, inscripta: *Differentiae semisses*, prodit ex quarta, subtrahendo medium geometricum ab arithmetico, ubi notandum, re vera pro 25 scribendum esse 0,25, pro 178 scribendum 17,8 etc. . . . . pro 377 scribendum 0,377.

Sexta columna exhibet motus medios in dimensione duplici. Priores numeri prodeunt subtrahendo dimidiam differentiam a medio geometrico: $72 - 0.25 = 71{,}75$; $7244{,}9 - 17{,}8 = 7227{,}1$; $30 - 0{,}25 = 29{,}75$; $3018{,}692 - 0{,}904 = 3017{,}788$; $246{,}475 - 0{,}0125 = 246{,}4625$; $7{,}746 - 0{,}377 = 7{,}369$.

Posteriores numeri sextae columnae referendi sunt ad numeros columnae secundae, atque ex his computantur hac ratione:

In ♄ : $64 : 71{,}75 = 139968 : x$; $x = 156917$, vel: $81 : 71{,}75 = 177147$; ♃ : $x = 354294 \cdot \frac{7227{,}1}{6561} = 390263$; ♂ : $x = 2072600 \cdot \frac{29{,}75}{25} = 2467584$; ♁: $x = 4478976 \cdot \frac{3017{,}788}{2916} = 4635322$; ♀: $x = 7464960 \cdot \frac{246{,}4625}{243} = 7571328$; ☿: $x = 12800000 \cdot \frac{7{,}369}{5} = 1886468$.

30) pag. 319. Numeri mediorum motuum ultimo inventi reducuntur in hac tabella ad motum medium Terrae = 1000000 eosque exhibet reductos columna secunda. Perpendendo, secundum tertiam Kepleri regulam esse quadrata motuum mediorum in eversa ratione cuborum distantiarum, computantur distantiae (columna tertia) sic: ♄ media distantia = $\sqrt[3]{29539960^2} = 95560$, ♃ = 52060 etc., ubi notandum, in tabella ultimas numerorum notas Keplerum omisisse, scripsisse ergo pro 95560 — 9556 etc. Semidiametri orbium (columna quarta) et eccentricitates (quinta) desumuntur ex tabella priori et reducuntur eccentricitates ad numeros columnae tertiae proportione:

$$85 : 5 = 9556 : 562; \text{ sic } 85222 : 4222 = 5206 : 258 \text{ etc.}$$

Numeri columnarum septimae et octavae prodeunt additis et subtractis reductis eccentricitatibus a mediis distantiis; v. c. $9556 + 562 = 10118$, $9556 - 562 = 8994$.

31) pag. 335. Summam „appendicis" hujus exhibet Keplerus in praemissis fol. 328 ss. Deprehendimus verba scriptoris ipsa volumine IV. manuscriptorum Pulkoviensium, quod praeterea haec habet: Ptolemaei Harmonia, nunc primum edita, interprete And. Gogavico Graecensi, libri I. et II. usque ad cap. 6. Commentaria Porphyrii in Ptolemaei Harmoniam. Ex Dialogis Vinc. Galilaei de Musica veteri et moderna. Aristoxenis musici antiquissimi Harmonicorum Elementorum libri III. Aristotelis de objectu auditus fragmentum; ex Porphyrii Commentariis.

„Appendicem" Keplerus plane prelo paratum reliquit et hanc notam typographo adscripsit: „Weil es keine Concordanz gibt, außer allein neben dem Text hin und her ain oder zwo Ziffer, die auf Ihre Notas weißen, so kan das format wol so breit seyn, als sonsten das Format zusampt der Concordanz im Hauptwerckh. (Sub finem cap. VIII. p. 370 adscripsit: „Bis hieher ist das Manuscript ad mundum gebracht.")

Annotationes ad Ptolemaei textum Keplerus immiscuit textui eundemque modum nos retinuimus, numeris latinis Kepleri notas signantes. Ceterum repetimus, quae vol I. p. 197. diximus: Jo. Wallisium („Geometriae professorem Savilianum in acad. Oxoniensi") Ptolemaei Harmoniam graece et latine edidisse. Exstat haec editio in „Wallisii Operum Mathematicorum" volumine III. (pag. 1—152) ibique comparet cui placet, Kepleri versionem cum Wallisiana.

32) pag. 417. Fluddius in „Discursu Analytico" (cfr. pag. 17) quaerit: cur comparationes suas physicas seu naturales artificialibus referre aut musicam suam naturalem cum mea, quam ipse agnoscit artificialem, comparare aggreditur, cum nulla fieri soleat recta inter concreta et abstracta relatio? De auctoribus etiam se nihil vel certe perpauca egisse narrat, ac si illud in me esset superfluum; et tamen in scriptis ejus invenimus, ipsum plura de musices auctoribus proponere, quam ego feci etc.

33) pag. 417. Fluddius „Replicatione" sua (vide s. pag. 18) sic respondit: Musicam naturalem ab artificiali haud injuria distinguo, quamvis utraque ex fundamentis iisdem sit producta. Non enim domum aut vas fictile aut vitrum res ideo naturales nuncupamus, quoniam ex basi eadem naturali omnes derivantur, lapidibus sc., ligno, luto, herbis, arena, sed artificiales potius, quatenus naturae fundamenta, sc. elementata artis industria permiscentur, componuntur atque ad artificis placitum efformantur. Ex his colligere liceat lectori, si in hujusmodi assertione sim homo difficilis necne?

34) pag. 418. Ad haec Fluddius (in Replicatione): De multifaria temporis tui divisione etc. hoc in loco disceptare non intendo, ne nimium lectori taedium afferrem aut ad ulteriorem te iracundiam incitando tibi studiisque tuis forem molestus. An possit in harmoniis planetarum considerari tempus durationis, ut in cantu humano, tu negas et tamen tempore, sc. duratione motus ab invicem distinguuntur, nec, ut mihi videtur, secundum unum solum temporis respectum se habent. Sed nolo haec curiosius inquirere, quia ad Harmoniam tuam pertinent haec, adversus quam nolo quicquam adversi posthac producere, ne ad novam iram te exagitarem.

35) pag 418. Fluddius (in Discursu): Nonne Keplerus tonos graves in libro I. et V. Saturno attribuit? Unde figuram cubicam, quasi omnium gravissimam, ei assignavit, tetraëdron inter Jovem et Martem posuit etc., arguendo videlicet per varias illorum corporum geometricorum proportiones consonantiarum planetariarum differentias.

36) pag. 419. Fluddius (ibid.) praemissis variis partim veris partim falsis de planetarum motibus, addit: quid igitur in causa est, quod auctor hic noster prae nimia intervallorum inquisitione, sui ipsius oblitus, arcana temporum adeo neglexerit, ut non modo solis semibrevibus in sua uti Harmonia contentus sit? Fortasse propter multifariam temporum triplicium differentiarum ignorantiam (cum in illa quidem numerorum temporalium propor-

tione corpora ejus triangularia sonare debeant cum planis aliarum specierum), sed etiam in errorem exsertiorem incidere gestiat asseverando, tempora sonorum arbitraria esse et causarum inquisitione minime indigere. Indigent, inquam, ingenti causarum inquisitione, uti quidem ex diligenti triangulorum meorum temporalium inspectione facillime apparebit.

37) pag. 419. Haec allegat Jamblichi verba Fluddius: Anima in mundo intelligibili audivit harmoniam divinam, cujus hic reminiscitur, quando audit melodias habentes divinae vestigium; reminiscens vero ad eam vehementer afficitur, si est in numero animarum, quae ipsam harmoniae ideam praecipue contemplatae sunt in patria.

38) pag. 420. Fluddius (in Replicatione): Non ludo aequivocatione, cum tonus atque etiam intervallum sint ambo soni et ad invicem consonent; nam aliter tonus consonantia non diceretur, sic tonus cum tono identidem sonant. Nec arguo ego, esse intervalli specie differentiam inter tonum et tonum, cum dixerim, unius chordae tonum alteri proportionis identitate correspondentem symphoniam unisonam effecisse, sed numero, unde affirmavi, ipsum esse consonum intervallum uno respectu, licet alio respectu sit dissonum.

39) pag. 420. Fluddius (ibid.): Et profecto, Joannes, tu qui tam strenuus, non dicam misellus es philosophus, tam ingens mathematicus, quid in nomine Dei creasti tu? Scisne tu re vera, quid sit creatio etc.? Aut scisne tu, quid Robertus possit? Quantum in vera creationis praxi versetur? Putas tu, scientiam ejus esse imaginariam aut more mathesis vulgaris incertam? Falleris, falleris, Joannes, et toto coelo tuo externo erras, tametsi planetarum situs motusque harmonicos te de longinquo perspicillis tuis opticis perspicere credis. De interna hominis mente aut occultioribus ejusdem actionibus judicare nescis. Audacter ergo dicam, quod si Joannes in sua arte tanta peritia abundaret, quanta in sua Robertus, in meliori et rectiori harmoniae mundanae statu insisteret, quam adhuc exstitit, fateorque me in eo exultare, quod sum dignus inter Moyses discipulos numerari, a cujus arte theosophica et philosophica omnes aliae scientiae derivantur. Quare ne exclames, oro, contra homines tibi non adeo cognitos, ipsos philosophos misellos vocando, ac si neminem tibi comparandum censeres. Scio equidem et fateor, te bene versatum in mathematica vulgari, collaudo industriam, magnifico inventionem. Sed tamen hoc in tua acquisita gloria indecorum est sentiendum, quod homines tibi ignotos tu de ignorantiae crimine tam facile condemnare non haesites.

40) pag. 421. Fluddius (in Discursu): Quod autem ad musicae coelestis cum terrena consensum attinet, nos eum docet perfectio illa, Apollini attributa cantilenaque, qua Mercurius mediante fistula Argum monstrosum somno subjecit, Medeaque physica herbarum symphonia draconem vigilantissimum consopivit. Sed hujusmodi musices species non datur astronomis vulgaribus intelligere etc. (vide praef. pag. 17 in calce).

41) pag. 423. Fluddius (in Replicatione): Quod Robertus voce harmonia utatur sensu latissimo, non erubesco, cum unicam agnoscam mundi animam ubique expansam, quae chordam harmoniae mundi, quae est spiritus universalis, pulsare videtur, cujus instrumentum est ipsa mundi congeries universa. Non est mihi error aliquis, quod inter artes liberales musicam, licet sit verae musicae formalis cortex et umbra, collocaverim. Quis n. recte affirmabit, exteriora interioribus esse praeferenda, aut circumferentiam centro, aut corporea spiritualibus, aut crassa subtilibus? Non acquiesco ego in musica sensibili, at in elementaribus omnino, quippe in quibus habitat forma pulsans, tamen musicam formalem formales et internos habere sonos, ut materialem externos, dicimus. Nam alia est vox spiritus, alia corporis, alia Dei, alia angeli et alia hominis. In hoc nec a Jamblicho meo, nec quidem a Scripturis sacris distare videor. Rationem concordantiarum et discordantiarum videbit (spero) mundus in posterum me non plus ignorare, quam ipsum Joannem, nec in Platonis etc. harmonia minus versatum. Eandem musicam re vera in omnibus dico, ut eadem anima mundi generaliter loquendo; at scis, quod voces aut soni eduntur diversi secundum actus agentis proportionem in patiente, ut idem ictus diversum sonum facit in cupro, stanno, plumbo et in terra, at vero in aëre vix auditur. Porro etiam fortis ictus fortiorem dat sonum in eodem subjecto, debilior debiliorem, magis enim obediens spiritus leviorem et magis insensibilem reddit sonum, ita ut corporalia corporalibus, spiritualia spiritualibus recte conveniant. Omnis musica consistit ex sonis, licet alii sint sensibiles, alii vero sensui nequaquam subjecti. Et quamvis concedam, has voces mathematicis proportionibus satis bene demonstrari posse, tamen talis indicatio est magis analogica, symbolica et accidentialis, quam est illa physica, in qua res ipsa in sua natura, prout est, explicatur, cum natura sit suae naturae propior quam aliena, et reali substantia magis quam imaginariis accidentibus laetetur.

42) pag. 423. **Fluddius** (in Discursu) comparat numerum et formam schematum in opere suo cum iisdem Kepleri et addit: quorum quidem nonnulla licet decoris gratia describantur, ad rem tamen magis exacte pertinent et meliori methodo ibi explicantur, quam ut aliqua demonstrationum auctoris iis alicujus dedecoris specimen afferre queat. Quare verba mera sunt haec auctoris et potius invidiae stigmata ac figmenta poëtica, quam ut re vera aliquid importantiae secum ferant. In opere meo, quamvis picturas plurimas introduxerim, sat liquido tamen percipere potest lector, illas omnes ad propositionum mearum demonstrationes valde esse necessarias et nullo modo omittendas. Quod vero ad picturas in operibus meis physicis repertas attinet, certus sum, eas more physico ordinatas esse. Nam ut Keplerus ad corporum suorum elucidationem quam plurimas planarum superficierum demonstrationes delineavit, ex quibus corpora componi debent, sic etiam ego ad subjecti mei explanationem demonstrationibus physicis et non mathematicis sum usus. Denique notatu dignum est, quod hoc in loco auctor se ipsum collaudare gaudeat, cum hoc quidem in scripta legente, quam in ipso scriptore esset decentius.

43) pag. 423. **Fluddius** (in Replicatione): Cui ego: me ex sola monochordi mei contemplatione plus harmonicae internae veritatis, illud mundo et mundi animae recte applicando, posse legentibus explicare et docere in unius diei spatio, quam Joannes in pluribus inventione sua. Sed video, Joannem aut non legisse libros, aut ea accepisse pro aenigmatibus, quae intuenti sunt valde clara. Bene cognitum et expertum est, quod multi sola librorum meorum lectura ita in meis operibus docti evaserint, ut laudes meae philosophiae ebuccinaverint etc.

44) pag. 424. **Fluddius** (in Discursu): Hominis quidem sensum hoc in loco haud capio, imo vero ipsum mentem meam male atque modo contrario, ac ego putavi, accepisse video. Ille ego, qui veterum mysteria enucleare gestio et occultum modo naturali revelare contendo, (in) tenebrosis rerum aenigmatibus non oblectari ideo deprehendor, quoniam, quae diu abdita fuerunt, jam mundo manifestare sponte sum aggressus. Quare nimia coelestium contemplatione raptum auctorem delirare, aut potius cum ratione aliqua insanire, concludendum est, propter instabilem opinionis istius conceptionem. — Jam testes producit Fluddius primum Germanum, „doctissimum et in rerum naturalium inspectione ipso auctore longe profundiorem", deinde Gallum quendam et alium denique Doctorem Germanum, qui praedicent ipsius speculationes; et comparat ea, quae ipse excogitaverit, cum dictis veterum: Hermetis Trismegisti, Salomonis etc.

45) pag. 424. **Fluddius** (in Replicatione): Usus sum in scriptis meis hieroglyphicis; concedo me dixisse, templum meum musicum esse loco signi hieroglyphici. Templum dico musicum sine clavibus et notulis in ipso expressis esset imago hieroglyphica, i. e. obscura, at expressis in eo clavibus et notulis ab aliis systematibus non differt. Quid differunt imagines tuae mathematicae in libris tuis explicatae a talibus hieroglyphicis, si non essent literis et scriptis demonstratae? Porro si tuum Prodromum inspicit lector, ibi picturas inveniet novas et hieroglyphicis characteribus magis propinquas, quam illae meae. Ergo voces et verba inania sunt, quae dicis; et per consequens, quae tot lineis scripsisti, unico verbo sunt negligenda et rejicienda. Porro si sapientum sententias produxerim, non tamen hoc feci, ut me ipsum excusarem pro scriptis meis aenigmaticis, sed contra tuam assertionem, qui parabolica scripta et aenigmata condemnare videbaris.

46) pag. 425. **Fluddius** (ibid.): Aestimationem meam in tua potestate minime sitam esse sat scio, quo aut elegantia tua aut demonstrationibus mathematicis ipsi nocere queas. Ecce Robertum in palaestra philosophica ad quamlibet a te oblatam injuriam propulsandam paratum, ubi me non verborum tuorum metu turbatum, sed veritatis clypeo et acutis ingenii spiculis armatum invenies. Tantum in te virtutis philosophicae ubi quaeram? Videbo quando? Deus bone, qualia sunt ista verba jactantia, homini tantae famae et doctrinae inconvenientia!

47) pag. 429. **Fluddius** (ibid.): Ecce, mi Joannes, me Robertum tuum paratum, ut quid de his harmoniae tuae fundamentis sentiat, tibi verbis succinctis comiter ostendam. Ut mihi videtur, ex hisce fundamentis quaestiones et dubia multifaria non facile dissolvenda oriuntur, videlicet: 1) an anima sit pars naturae? 2) An in anima reluceat circulus? 3) An ex divisione, quae fit in ipsius animae essentia, constituantur termini harmoniarum intellectualium in mente divina? 4) An auditus sit pars naturae testeturque de sonis eorumque qualitatibus, quas sensus communis repraesentat? 5) Si inveniretur proportio in intellectu ab origine relucens, an soni censeantur harmonici et utrum ab iis delectatio oriatur necne? 6) An pars naturae rerum intelligibilium sit triangulum, pars quadrangulum, et quodlibet distinguat circulum in partes, quae sunt quantitate seu longitudine sua termini proportionis

alicujus harmonicae, et an ad numerum consonantiarum sic constitutum sequantur reliqua, quae insunt in cantu artificiali naturalia?

Ad has quaestiones respondens Fluddius consumit majorem partem „replicationis“ suae (foliis 30 sequentibus), maxima ex parte ad veteres philosophos Platonem, Aristotelem, Pythagoram, Jamblichum nec non ad scripturam sacram et scriptores theosophicos respiciens. Sic v. g. collecta philosophorum dicta ad primam quaestionem refert: Imago Dei non est pars alicujus rei, at vero anima humana est imago Dei: ergo non est pars naturae. Ad quaestionem secundam: Quod per se sumtum non est numerus nec quantitatem habet, figuram quantitativam in se non recipit; at anima separata a legibus corporis non est numerus nec quantitatem habet: ergo etc. . . . His ita se habentibus, pergit, non opus est, ad 4 quaestionum sequentium explicationem vel refutationem pergere; nam cum lapis alicujus structurae angularis sit infirmus aut ex sabulo transitorio conflatus, in nihilum per se liquescat et reducatur necesse est et ut totum aedificium per se nulla vi impellente corruat ac in nihilum redigatur. Deinde Fluddius ad refutanda Kepleri axiomata undequaque colligit testimonia et suam ipsius harmoniam defensurus Monochordum suum describit, effigiem ejusdem exhibens sane miram, in qua deprehendimus non tantum numeros sonorum harmonicorum et ad chordae sectiones adscripta haec: *C, D, E*: Hierarchiae 1, 2, 3; ad *F*: coelum stellatum, ad *G* ♄, ad *a*: ♃, ad *b*: ♂, ad *c*: ☉, ad *d*: ♀, ad *e*: ☿, ad *aa*: ☽, ad *cc*: elem. ignem, ad *ff*: aërem, ad *cccc*: aquam, ad *ccccc*: terram; non haec tantum deprehendimus, sed etiam insuper ad principium chordae α: Deus, ad finem ω: Deus, et ad $C-c$: Sanctum sanctorum, mens, ratio, anima lucida, a $c-cccccc$: lux perfectionis seu spiritus sanctus, a $C-a$ novem angelorum ordines in coelo empyreo etc. etc.

48) pag. 442. Fluddius ad haec respondit: Male, Joannes, me hic capis; nec quidem dogma geometricum de proportionibus incommensurabilibus ideo tollo, sed hoc solummodo innuere videor, quod physico, imo vero et mathematico quodam respectu omne intervallum, cujusmodi est tonus, diatessaron etc., sit in partes suas divisibile, cum omnis mensura motus sit per terminos, ut illa numeri per unitates et lineae per puncta. Anne hic dogma aliquod geometriae refello, aut, si fingit Joannes, hoc non esse verum, negat etiam, quamlibet monochordi proportionem esse in partes, h. e. in tonos et semitonia divisibilem, cum diatessaron ex 3 intervallis, diapente ex 4, et diapason ex diatessaron et diapente componantur. Hanc in longitudinem seu intervalla divisionem agnoscunt veteres et hoc idem testatur ocularis monochordi observatio. Cape tu ergo consonantiarum incommensurabilitatem tuo more, mihi sufficiet, illam meo modo intellexisse.

49) pag. 443. Fluddius (in Replicatione): Tonum comparo trianguli lineae dicoque, quod ut in figuris multiplicantur latera, sic in consonantiis toni coacerventur. Anne haec sunt tenebrae Cimmeriae, quas Joannes intimare videtur, et tamen ejus atque omnium aliarum consonantiarum ortum ex sectione chordae circuli, per figuras facta, scribit. Respondeo ego, quod quodam comparationis respectu tonos ad trianguli lineas applicuerim, ut non qui eos ab iisdem lateribus originaliter provenisse existimarem.

50) pag. 444. Ad haec et quae sequuntur omnia hujus „Analyseos“ haec tantum respondit in „Replicatione“ Fluddius: Tum postea conclamas ore aperto: o Geometrae, accurate inquisite, si quis e vestro numero sit, qui praecedentem Roberti orationem intelligat. Patet, minora intervalla esse simplicia. Imo vero ausus est Geometra quispiam cum Joanne sustinere, quod partes non sint magis simplices, quam ex iis compositum? Quod vero sonus sit simplicior quam consonantia diatessaron, cum illa ex duobus tonis cum semitonio constet, aut diapente quam diapason, quae conflatur ex diatessaron et diapente, neminem, credo, aut philosophiae aut geometriae peritum latere.

In sequenti clausula video Joannem ira excandescentem, quare, donec refrigerium patiatur, mihi silentium imponam, dum ipsum interea ab exspectato victoriae suae trophaeo tam remotum adhuc sentio, quam ego a verborum ipsius timore inconcussus secure hucusque persisto.

51) pag. 447. Fluddius (in Discursu): Non erit hoc mihi dedecori, cum ipso Ptolemaeo, viro tam clarissimo, in eundem errorem incidisse, sed potius in honorem convertetur, me aliquid simile cum Ptolemaeo cogitasse. Ponatur, quod sint meri symbolismi poëtici, negamus tamen prorsus, nos a philosophorum limine ideo aberrasse. Nam quantum quidem mysterii in philosophia symbola Orphei, Homeri etc. in se comprehendant, auctorem latere video. Sed ut ad propriam ejus doctrinam accedamus, nonne fuerunt corpora ejus regularia, quae sui operis harmonici fundamenta statuit, mera symbola, quae ipse Pythagoras philosophiae verae adaptavit, inde mysteria ingentia de elementorum mutationibus ab

imperfectione ad perfectionem inferens, quae tamen auctor a verae philosophiae intentione ad fictiones suas astronomicas distrahens, symbola fecit vana et vere poëtica aut deliria mathematica

In „replicatione" Fluddius, praemissa retractans, haec tantum Kepleri verbis in textu positis respondit: Dicis, te operam in eruendis mysteriis naturae ex poëtarum fabulis non dedisse. Et facile credo scriptaque tua narrant, hanc tuam assertionem non esse fabulam. Sed an mathematicae tuae demonstrationes sint veritate sub fabulis poëtarum occultatae certiores necne, hic labor, hoc opus est depingere.

52) pag. 448. Ut lector habeat, quo „Rosaecruceorum" opiniones dijudicet, verba proponimus Fluddii, quae Keplerus in animo habuit, cum ea, quae textus habet, scriberet. Hanc numeri, inquit Fluddius in „Discursu", speciem ipsi (philosophi sapientiores, Themistius, Pythagoras, Plato etc.) naturalem, formalem et rationalem vocaverunt, ex quo magna miracula tam in divinis, quam naturalibus peracta sunt. Ex hujusmodi numeris tempus quidem constat omnisque motus et actio, quae ad tempus aptantur, quibus etiam omnia referuntur, quae tempori et motui subjecta sunt. Per hos numeros, vere aureos et formales, concentus et voces in musica proportionem habent et constant; denique omnes species naturalium et eorum, quae supra naturam sunt, numeris certis formalibus constringuntur. Horum numerorum occultorum mysterium optime cognoverunt illi scientiae consultissimi, qui Monadem seu unitatem opifici Deo, Dyadem seu dualitatem materiae aqueae, ac tum postea Triadem formae seu luci et animae universali attribuerunt, quam virginem vocaverunt. Hi autem sunt numeri illi tres ignei et formales, qui primum a proprietatibus S. S. Trinitatis effluxerunt ad mundi fabricam. Materia enim aquea Spiritus Divini glutine cum forma lucida conjungitur et vocatur Coelum, tunc homini ejusque vitae Hexadem et Heptadem, denique Enneadem omnibus creaturis. Hinc quidem numerus denarius, omnes non modo mundi consonantias, sed etiam dissonantias includens, decem Sephirothis Sapientum attribuitur, quibus decem Dei cognomina decem ejus proprietates in mundo exprimentia praesidere dixerunt. Nam talis est numerorum formalium progressio, ultra quos nullus alius unquam fuit, est vel erit: 1, 2, 3, 4, ubi 1, 2 simul additis fiunt 3; quibus si addantur 4, fiunt 7. Atque hic est numerus ille mirabilis, in quo mundi creatio est completa, quippe in quo quadratum materiale seu elementare radici formali unitur et appetitus materiae mundanae ita adimpletur, ut quiescat illa, quatenus bono impleta summo. Hinc seu in hoc respectu numerus iste Sabbatho seu quieti datur, estque aliquando numerus punitionis; quando proprietas Elohim in numero ternario consideratam iracundiam vertitur et sic dissonus est etc. Sed procedamus cum proposito nostro: 1, 2, 3 faciunt 6, quibus si addatur 4, qui est unitas, fit 7, vel additione numeri quaternarii in pleno ejus valore ad sex, producetur 10. Ultra quem nulla est progressio, nam omnes numeri, qui sequuntur, sunt merae ex his compositiones. In his numeris formalibus omnia comprehenduntur, et quicunque noverit numeros vocales et naturales cum divinis conjungere et in eandem consonantiam temperare, hic per numerum istiusmodi poterit operari mirabilia atque eadem etiam cognoscere etc.

53) pag. 457. Ad haec respondit Fluddius: Semitonii locus ad illum mundi gradum pertinet, ubi lux magis abundat, quippe quae propter subtilem suam dispositionem contracta in locum minimum reduci potest, videlicet elementum ignis, sphaera Solis, coelum stellatum, a vivifica et lucida sua virtute ζωον, id est animal dictum, et sphaera denique Seraphin, praesentia Dei, lucis fontis et ignis praesidis, flagrans. Contrapuncti termini sunt Aleph et Omega, quorum medietas est illa creatura perfectissima, Sol dicta, quae tonat diapason duplicem ad unitatem sui creatoris, hinc inde denotans, quod ipsa sit creaturarum coeli perfectissima, cui inter composita in regno animali respondet homo, in vegetabili triticum, in minerali aurum. Differentia generum cantus sonat in coelis, stellis, aquis etc., inest stellis et planetis hujusmodi cantus formula.

54) pag. 458. Fluddius: Hoc te scire velim, Robertum nec curare nec flocci quidem pendere, an Joannes conniveat, aut oculis quidem apertis et iracundia terribilius ipsum intueatur, necne. Non enim Joannem metuo magis, quam virtuti suae divinitatem invideo. Non video, quae in tuo opere sent adeo admiranda; sufficiat, si quae scripsisti quorundam laude sint digna . . . . At denique Deus mihi melius, quam ut aspernatione et deformatione tui operis opera ipsa Dei diuturnioribus ignorantiae tenebris, quantum in me situm, ideo involvam, quia Harmoniam Joannis Chymaeris vanis et in aëre repraesentatis assimilo. Nam ut interiora seu formalia sunt Deo proxima, externa vero et corporea a Deo remota, ita etiam corpus umbrae et tenebris assimilatur illud apparens, quod non est etc. Sic etiam externam Joannis doctrinam de mundi harmonia dixi ita se habere, ut litera ad spiritum et anima ad corpus. Nec tamen negare possum, Harmoniam suam secundum mathesis

exterioris et vulgaris respectum esse laudabilem, nec non inventiones seu observationes suas minime spernendas; ad mathesin vero formalem et originalem ita eàm se habere dico, ut rei umbra ad ejus realitatem: umbra est veritatis, sed non ipsa veritas . . . .

Multa alia tu hic profers non magni momenti, quae omnia ad amussim examinare nimis fortassis lectoribus longum foret atque taediosum, quare ipsos ad meae Analysis examinationem remitto.

55) pag. 450. Fluddius in „Discursu" haec dixit: Nunc Joannes hic noster cum egregia suae victoriae publicatione appendici huic suae finem imponere gestit, in quo laudibus suis perenne (existimat) monumentum condere famamque meam, qualis qualis sit, in dedecoris abyssum detrudere atque in ignorantiae inscitiaeque gurgitem praecipitare sibi proponit, ut ita fortuna mea gloriosior videatur mundo ejus triumphus. Et sane fruatur, si poterit, tropaeo, quod figere speravit. Verum aequum erit, ut veritas locum habeat falsitasque ad tenebras polares in exilium relegetur. . . . . Meas quidem proportiones harmonicas ab accuratissima demonstrationum mathematicarum certitudine recessisse judicat, quoniam in mathesi vulgari versatur; de illa vero naturali et vere formali nunquam praelibasse videtur. Quod cum ita sit, impossibile a Sapiente aestimabitur, ut talis recte de coloribus judicet, quem lucis et tenebrarum in machina mundana effectus non modo ignorare, verum etiam ore duro abnegare non piget.

56) pag. 461. Fluddius pag. 38. et 39. sui „Discursus Analytici" summam eorum proponit, quae in praemissis contra Keplerum et pro sua „Harmonia" multorum verborum copia dixerat. Inscripsit hanc partem: Comparatio Harmoniae meae Mundanae cum illa Joannis Keppleri, ubi declaratur, in quibus conveniant et in quibus differant. Pag. 40—45. affert „testimonia et auctoritates tam philosophicas quam divinas, Harmoniam Joannis Keppleri confirmantia vel refellentia." Pag. 46—54 denique prodit: „Testimonia tam philosophica quam theologica, Harmoniam nostram Mundanam statuminantia."

AUSZUG

AUS DER

MESSE-KUNST ARCHIMEDIS.

AUSSZUG

auss der vralten

MESSE-KUNST ARCHIMEDIS

vnd

deroselben newlich in Latein aussgangener Ergentzung,

betreffend

Rechnung der körperlichen Figuren, holen Gefessen vnd Weinfässer,
sonderlich dess Oesterreichischen, so vnder allen anderen den artigisten Schick hat.

Erklärung vnd Bestättigung
der

Oesterreichischen Weinvisier-Ruthen,

vnd deroselben sonderbaren gantz leichten behenden Gebrauchs an den Landfässern. Erweitterung dessen auff die ausländische, so auch auff das Geschütz vnd Kugeln.

Sampt einem sehr nutzlichen

Anhang von Vergleichung dess landtgebräuchigen Gewichts, Elen, Klaffter, Schuch, Wein- vnd Traid-Maass vnder einander vnd mit andern ausländischen, auch Alt-Römischen.

Allen vnd jeden Obrigkeiten, Beampteten, Kriegs-Obristen, Handelsleuten, Büxen-, Müntz-, Baw- vnd Rechen-Meistern, Wein-Visierern, Hausswürthen vnd meniglichen in vnd ausser Lands fast dienlich, sonderlich aber dem Kunst- vnd Antiquitetliebenden Lesern annämlich.

Gestelt durch

JOHANN KEPPLERN,

der Röm. Kays. Mt. vnd Dero getrewer Löbl. Landschafft dess Ertzhörtzogthumbs Oesterreich Ob der Enss Mathematicum.

Prov. XVI.
Rechte Waag vnd Gewicht ist vom Herrn, vnd alle Pfunde im Sack sind seine Wercke.

Vom Authore verlegt, vnd gedruckt zu Lintz durch Hansen Blancken.
Anno MDCXVI.

Denen

Edlen, Vesten, auch Ehrnvesten, Ersamen, Fürnemen, Fürsichtigen und Wolweisen

Herrn

Burgermeistern, Richtern und Rähten

der Löblichen Stätte dess

Ertzhörzogthumbs Oesterreich Vnder vnd Ob der Enss: Meinen Gross- vnd günstigen Herren.

Edle, Veste, auch Ehrnveste, Ehrsame, Fürneme, Fürsichtige, Wolweise, Gross- vnd Günstige Herren. Das Vralte Mütterlein aller vnd jeder Obrigkeiten, Gemainden, guter Würte, vernünfftiger Kauffleute, Freykünstler vnd Handwercker, namens Geometria, mein gebiettende Fraw, lesset E. V. E. F. W. vnd G. als einem grossen vnd sehr lieben thail ihrer Kinder vnd Angehörigen ihren mütterlichen Gruss vnd nebens soviel vermelden: wann es der Löb. Obrigkeit in ihrer Regierung vnd jedem nachgesetzten in seinem Handel vnd Wandel wol ergehe, vnd er sich also, wie Sie ihne gelehrt, ehrlich vnd reichlich mit den seinigen nehre vnd hinaussbringe, solches ihr ein sonderliche Frewde sey zu vernemen. Ferners vnd demnach sie von mir verstanden, dass Ich, als ihr geschworner Diener, mich kurtzer Jahren im Land Oesterreich Ob der Enss vnd dessen Hauptstatt Lintz vermittelst Kayserlicher vnd von derselben Löbl. Landschafft habender Bestallung nidergerichtet, in Hoffnung, alda die von Ir mir auffgetragne Raittungen, betreffend alle Theil ires Gebiets in der Obern vnd Nidern Welt mit mehrer Ruhe vermittelst Göttliches Willens zu volführen vnd zu schliessen: als hat sie ihr baides, diese einer gantzen Löblichen Landtschafft Gutwilligkeit vnd Ehrerbietung gegen Ir, so auch mein resolution vnd entliches Verfahren wol gefallen lassen, mit

Vermeldung, dass sie das gantze Land Oesterreich, sonderlich von dess edlen Rebensaffts wegen, vor andern Ländern lieb habe vnd zu Auffzucht eines von Leibsgstalt vnd guten Sitten wol proportionirten Volcks grossen Fleiss angewendet, auch ir eigene Herberg in dem Oesterreichischen Weinfass habe, alda sie ordentlich pflege einzukehren. Derohalben vnd obwol Sie alt vnd nunmehr vnvermüglich, alss die ihr Haab vnd Gut maisten theils ihren Kindern vbergeben, dem Tischler das Winckelmaass, dem Binder den Circkel vnd Hemstab, dem Wagner die Teichsel vnd das Rad, dem Schiffman das Ruder, dem Mahler die perspectiv vnd Sonnenvhr, dem Kauffman die Waag vnd Arithmetic, dem Büxenmeister den Maassstab, dem Bawmeister die Mechanicam vnd so fort an: jedoch zu müglicher Belohnung für die empfangene Ehr, vnd damit Sie ir noch mütterliches Hertz gegen ihren Kindern auch einmal mit einem geringen erzeigete: hat sie hiermit noch einen alten Beutpfenning auss ihrem Schatz herfür gesucht, den sie einsmals, als sie in besagter ihrer Herberg mit einer Visierruthen vmbgestüret, ohn gefehr gefunden: solchen mir auff ein Teutsche Manier fleissig ausszupoliren vnd E. V. vnd G. samptlich, mit gebürender Ehrerbiettung, von Ihr vnd Mein selbstwegen zuverehren gestattet vnd befohlen; freundtlich ansinnend, solchen von Ihrentwegen auffzubehalten, in fürfallenden Gelegenheiten zu Befürderung alles Handels vnd Wandels zugebrauchen vnd Ihr als einer wolverdienten getreuen Mutter darbey danckbarlich zugedenken: dessen fernern Erbiettens, iren lieben Kindern auch fürders, wo Sie etwa anstehen würden, mit Raht vnd Angreiffung ihres vbrigen Schatzes (der gleichwol noch nicht erschöpffet) notdurfftiglich beyzuspringen; vnd versihet sich hingegen, E. V. auch E. F. W. vnd G. werden eintheils im Land ob der Enss nach der Röm. Keys. Mt. vnsers Allergnädigsten Herrens Wolgefallen mit vnd neben andern fürnemen Glidern dess Landes in angefangner günstiger Beschutz- vnd Befürderung ihrer der Geometriae getreuer Diener, vnd denen obligender anderer, obwol nicht gemeiner, doch zur Ehr Gottes reichender Verrichtungen continuiren: andern theils aber, im Land vnder der Enss disem rühmlichen Exempel nachvolgen, weil ihnen Gott hierzu viel bessere Mittel bescheret, vnd sie mit Vberfluss Traids vnd sonderlich dess köstlichen Oest. Weins so reichlich gesegnet.

Welches ich hiemit, empfangnen Befelch nach, verrichten, vnd besagten Beutpfenning E. V. auch E. F. W. vnd G. in nachfolgendem Teutschen Ausszug mit vieler Mühe vnd Vnkosten ausspoliret vnd mit seinem Anhang gefasset vnd vermehret, zu einem glückseligen frewdenreichen Newen Jahr vnderdienstlich praesentiren wöllen, hochfleissig bittend, Die wollen mit meinem auff die Polierung gewendten Fleiss, wie er gerathen, grossgünstig für lieb nemen, Denen mich zu Gunsten befehlend. Datum Lintz 1. Januarii Anno M. DC. XVI. [1])

E. V. auch W. F. G. vnd Gunsten

Vnderdienstbeflissener

Johann Keppler,
Mathematicus.

1. *Von der Nothwendigkeit der Visierruthen.*

(Auss der Dedication im Lateinischen. Vol. IV. p. 553.)

Am Rheinstrom vnd sonsten hin vnd wider in Teutschen Landen, wa es grossen Weinwachs hat, führet man die newe läre Fässer zu der Eych, an die Brunnenkästen auff offnen Marck: da ist ein Geschworner, der hat sein gewisse Statt- oder Landtmas, mit deren füllet er das Fass, und zehlet, wievil in allem darein gehe; was sich nun findet, das brennet er drauff mit einem kennlichen Brandzeichen, dessen ein jedes Ort sich gebrauchet. Wirdt also die Rechnung vnd der Kauff gemacht nach dieser Eych, vnd diss haissen dann geeychte Fässer. Diss ist der gewisseste vnd sicherste Weg, wann man nur allemal denselben brauchen und gehen kan.

Es taugt aber dise Weise maisten theils nur für die, welche innerhalb einer Statt oder eines Landes mit einander handeln, vnd es begeben sich sehr vil Fälle, da man damit nicht vergnüget sein kan. Dann erstlich kan geschehen, dass etliche Frösche abgestossen werden; wil dann der Binder das Fass nicht gar zu hauffen schlahen, so muss er ein andere Saag streichen vnd den Boden weiter hinein setzen, vnd alsdann helt das Fass sein auffgestämpffte Eych nicht mehr. Zum andern, so werden etliche Fässer so gross vnd in die gewölbte Keller hinein gebawet, dass sie nimmer ans Tagliecht kommen: zu geschweigen, dass man ein solches grosses Gebew solte an einen Brunnen führen, allda anfüllen, da offt ein gantzer Röhrkasten nicht sovil Wassers in sich helt, ja in etlichen vilen Stunden oder Tägen nicht Wassers gnug zurinnen möchte. Fürs dritte vnd wann dann ein Fass nicht geeychet, oder die Eych nit mehr helt, oder wann das Zeichen auff einem Marck, dahin man das Fass verführet, nicht erkennet oder passirt wirt, solte man alsdann müssen den Wein auslähren, mit Wasser eychen, oder warten, biss der Wein aussgetrunken vnd hernach allererst Rechnung machen, oder nach dem Gesicht handlen? Was were diss in einem vnd anderem für eine vnleidenliche Verwirrung vnd schädliche Hinderung?

Zu Abhelffung dieser Inconvenientien vnd zu Befürderung des Handels vnd Wandels hat man die Visierruthen erdacht, vnd es seind bey allen wolgeordneten Stetten geschworne Weinvisierer bestelt, die ihr genants darvon haben, vnd mit ihrer Visierruthen, die ihnen ein jede Statt- oder Land-Obrigkeit fürlegt, den Käuffern vnd Verkäuffern auff Erfordern entschaiden müssen, was ein Fass in sich halte.

2. *Dass insonderheit bey der Oesterreichischen Visierruthen oder Hemstab vor andern Oertern eine erwünschte Behendigkeit mit lauffe.*

(Auss der Dedication.)

Ob nun wol die Visierruthen weit vnd breit, an allen Orten, da es grossen Weinwachs hat, gebraucht wirt, so hat es doch mit derselben nicht vberall einerley Art. Dann am Reinstrom und wa ein grosser Weinhandel, da messen sie die Breitte an baiden Böden, vnd die Lenge der Taugen oder Taufeln, also auch die Tieffe zum Spontloch oder Beihel gerad hinunter; wann dann ihr Maass- oder Visierruthen in viel kleiner vnd gleicher Theil abgetheilet ist, dann so gibt es viel multiplicirens, dividirens, quadrirens, cu-

birens, quadrat vnd cubic oder Conicwurzel suchens, auch viel neben Regeln vnd Erinnerungen von vngleichen Böden vnd Brüchen der Fässer, da immer ein Visierer genawer vnd fürsichtiger sein wil dann der ander; also dass je einer wider den andern schreibt vnd ihm sein verfählen entdecket. Inmassen dann auch in disem Büchlein für die Lande so es bedürfftig dergleichen verbesserte, aber sehr schwere Rechnungen eingeführt werden, deren jede an seinem Orth mit Ordnung folgen solle. Etliche seind auch so vnvorsichtig, trawen ihren vngleichen oder Kunsttheilungen an der Visierruthen allzuviel, vnd dörffen sich von ihres langen vndencklichen Brauchs willen gantz freventlich wider einen Kunstverstendigen legen, ihme widersprechen, ihne dess Fürwitzes beschuldigen, gleich als wann solche Kunstmessung nur allein in ihrem Handtwerck zulernen, oder von ihnen selber were erfunden worden, ohne empfangnen Vnterricht von den rechten Messkünstlern. Da doch sie die nothwendige Absätze, die es mit solchen kunstlichen Thailungen hat, nimmermehr begreiffen oder practiciren könden, sondern begehen offtermahlen mit denselben grosse Irrthumbe, weil sie sich nicht also durchauss ohne Vnderschaid brauchen lassen.

Hingegen helt man in Oesterreich diesen Gebrauch. Erstlich hat man ein durchgehende gleiche Form einer Visierruthen von vngleichen Cubischen Thailungen, auff die Oesterreichische Maass, Emmer oder Eych gerichtet, vnd müssen die Binder vnd Weinvisierer angeloben, dieselbige vnd kein andere verfälschte zu gebrauchen vnd sich nach deren zu richten. Nachmalen wann ein Kauff geschicht und die Fässer in die Keller eingeschossen vnd geöffnet worden, dann kompt der Weinvisierer oder der Verkauffer mit einer gerechten vnd bey der Statt approbirten Visierruthen, die senckt er oben zum Spontloch vberzwer gegen dem einen Boden hinunter, vnd stüret so lang, biss er dess Winckels oder vndersten Theils vom Boden gewar wirdt: dann so merckt er, mit welcher Ziffer die Ruthe oben an das Beihel raiche; versucht es auch gegen dem andern Boden, ob etwa die eine Zwerlini lenger wer, als die ander. Welche Ziffer nun an der Visierruthen zu baiden malen gezeiget wirdt, oder das mittel zwischen baiden (wann die Zwerlinien vngleich weren) die gibt ihme die Anzahl deren Emmer, so im Fass seind: vnd nach derselben Ziffer wirt die Kauffsumma, deren man nach dem Emmer eins worden, zusamen gerechnet.

Diss ist nun eine gar behende Weise zu visieren, weil sie gar keiner Rechnung bedarff.

3. *Fürnembster Zweck dieses Büchlins.*

Wann mir dann zu Gemüth gangen, ob dann dise Weise auch also gewiss, als man insgemein darauf bawet vnd handlet, vnd ob nit etwa die Visierer disen Gebrauch der Visierruthen bey den Obrigkeiten auss vnvorsichtigem verlassen auff die künstliche Cubische Theilung allzufrevenlich eingeschlaifft, commendirt vnd gelobt, darinnen sie aber sich vnd andere auch verführen möchten, als hab ich mich vor anderthalben Jaren hinter den rechten Grund diser Weise zu visieren gemacht, vnd dieselbe, wie sie in Oesterreich vnd an Oesterreichischen Fässern geübt wirt, just, sicher vnd gewiss befunden, welches ich dem kunstliebenden Lesern in einem lateinischen Tractat mit geometrischen Demonstrationibus nach Art der Kunst erwisen, die Summen aber eines jeden Postens, vnd was sonsten nutzliches oder nothwendiges

darbey zu mercken, dem Teutschen Leser zum besten (auff etlicher der Sachen verstendiger Herrn vnd Landleute gutachten) in disem Teutschen Büchlein, so einerley format hat mit dem Lateinischen, für Augen gestelt: damit also ein jeder nach seinem Verstand vnd Gelegenheiten das Lateinische oder das Teutsche Exemplar oder beyde zusamen erkauffen vnd gebrauchen könde: verhoffend, beydes Glehrte vnd Idioten werden mit meinem wolgemeinten Fleiss zufriden sein, vnd dessen geniessen beim Oesterreichischen külen Wein.

Demnach aber von der alten Römischen Republica bekandt, dass sie ihre Gewichte, Elen vnd Maass also an einander gehengt vnd verknüpfft, dass eines ohne das ander nicht hat könden verlohren oder verendert werden, als hat jetzvermelte Kunstverstendige vnd dem Vatterland gewogne Herren für gut angesehen, dass ich dergleichen auch an den Oesterreichischen vielerley Messsorten, darauff aller Handel vnd Wandel beruhet, versuchen solle: wie dann hierin I. Das Gewicht, Centner, Pfund, Lot etc. II. Die Elen, Claffter, Schuch vnd Zoll. III. Die Weinmaass, Eimer, Achtering vnd was dem anhengig. IV. Die Traidmaas, Viertl, Strich, Metzen, Muth etc. in kurtzen runden Zahlen, welche wol zu behalten seind, also zusamen gebracht, dass eines auss dem andern hergenommen, erkundigt, bewäret vnd verbessert werden, vnd also alle mit einander zu mehrer Bestendigkeit gereichen könden.

4. *Von eusserlicher Gestalt eines jeden Weinfasses in gemein, auss dem ersten Theil des Büchlins.*

Diser erste Theil lehret zu Eingang von dem Furm eines Weinfasses, dann wann diser Furm sich nicht nach dem Circkel artete, so kondte man mit der Visirruthen keine Kunst daran üben. Dann alles, was man behend messen soll, da man auss wenigen bekanten Sachen viel vnbekandtes errathen solle (zum Exempel auss der blossen Tieffe des Fasses sein gantze Fähigkeit oder seinen Halt), das muss sich entweder nach dem Circul oder nach der Geräde arten vnd ein wolgeschickte Gleichheit im Vmbkraise haben.

Vnd wirt angezeigt, dass ein Weinfass sich am Boden nach einem Circkel, vnd am Bauch nach einer runden Seul oder Wellen, das halbe Fass aber vom Beihel an nach einem Kegel arte, welche drey Ding, nemlich Circkel, Kegel vnd Wellen, den Künstlern wol bekandt seind, darumb sie ihre Kunst auch an den Weinfässern brauchen vnd erweisen könden. Darneben werden Vrsachen angezeigt, warumb die Fässer ein solche und kein andere Form haben müssen, welches vnnot Teutsch zugeben: dann es wol einem gemeinen Binder lächerlich fürkommen solte, wann er gefragt wurd, warumb er das Fass rund mache und nicht anderst, ohnzweifel wurde er nichts anders antworten, dann allein diss, weil er nie kein anders gesehen. Das macht, er hat nicht gelebt zu Josua oder Christi Zeiten, da man Wein und Wasser in Schleüchen vber Land geführt vnd auffgehalten. Er ist nicht in der Türckey gewesst, da man noch heut zu Tag lederne Taschen braucht, lederne grosse Lägeln an der Cameln vnd Eseln Seiten anhenget, hat villeicht auch nie der Sachen nachgedacht, warumb man die Welsche Wein in breiten und nicht runden Lägeln zu vns heraussbringe; sonderlich wirt er nie betrachtet haben, was die Alte Römer für Weinfässer müssen gehabt haben, darinnen sie den Wein offtermals vber die hundert Jahr im Rauch hangen gehabt. Wann heutiges Tags ein Buch fürhanden were, darinnen solche Geschirr und die gantze Manier klärlich beschriben were, wie ich im lateinischen Exemplar

vnsere heutiges Tags gebräuchige Fässer beschrieben, wurde dasselbig den Gelehrten lieb vnd wol befohlen sein.

5. *Von kunstlicher Messung allerhand runder Sachen.*

Vnd weil dann die Visierkunst auss dem Circkel- Walger- vnd Kegelmessen herfleusset, vnd ohne dieselben nicht mag recht verstanden werden, so folgt nun ferners im ersten Theil ein Ausszug, wie man solche Formen recht verstehen vnd behend messen solle.

Dabey dann der einfältige wol mercken solle, dass alles, was hie im ersten Theil, so wol auch ein grosser theil dessen, was hernach im andern vnd dritten Theil dess lateinischen Exemplars nach einander folget, vom kunstlichen Messen, nicht allein der Weinfässer, sondern auch anderer dinge: solches nicht dahin gemeinet oder eingeführet werde, als müste ein jeder, der die Oesterreichische Visierruthen an Oesterreichischen Fässern recht brauchen wil, solches alles vnd jedes zuvor verstehen vnd üblich practicirn müssen. Nein es bedarff sich für gmeine Leuth so viel Mühe vnd Kopffbrechens gar nicht, sondern dahin ist es gerichtet, dieweil ich dem kunstliebenden vnd nachsinnenden Leser im Lateinischen Tractätl hab erweisen wöllen, dass die Oesterreichische Weise, ein Weinfass zu visiren, gewissen vnd guten Grund habe vnd niemand verführe, so hab ich müssen die Oesterreichische Weise gegen andern Weisen halten, so in den Kunstbüchern bekandt oder an andern Orten üblich seind, sovil deren ihren vnfehlbaren Grund haben. Dann solte ich diss erwisen haben nicht durch künstliche Messungen vnd Rechnungen, sondern mit dem Werck selbsten, vnd mit Abeychung vieler vnderschidlicher Weinfässer, deren eins also, das ander anderst gestaltet, das hette mir viel Zeitverderbung, Vnkosten, Mühe vnd Verdriesslichkeit verursachet, vnd hette ich manchmal nass von der Tonaw heimkommen müssen: hette letzlich dannoch nicht gewusst, woran ich were, dann es leichtlich hette sein könden, dass noch ein Form eines Fasses hinter bliben were, dergleichen mir niemalen vnder die Hände kommen, an welchem ich mit meinem Fürgeben auss Vnwissenheit hette verfahren mögen.

Weil dann zu Behauptung meines Fürhabens in disem ersten Theil allerhand schöner vnd nutzlicher Kunstmessungen haben müssen eingeführt werden, die sonst einer, der nur wenig künstelt, gern in einer kürtz bei einander hat, als hab ich dem Teutschen kunstliebenden Leser den Ausszug auss solchen Theorematibus, deren in der Anzahl dreissig, in disem Teutschen Tractätl nicht missgunnen, sondern meistentheils nach Ordnung dess Lateinischen Tractätlins hie einführen wöllen: guter Hofinung, die andere mehr einfältige Leser werden sich solche Ausschweife nicht irren lassen, sondern die vberhupffen, biss sie im andern Theil zu der Visierruthen selber kommen.

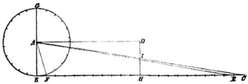
6. *Vom Umbkrais dess Circkels.*

Auss dem 1. Theor. (Vol. IV. p. 556.)

Zu wissen, wie weit es vmb ein Rad herumb sey, das ist zwar dem Schmid, Wagner vnd Fuhrmann ein leichte Sach. Sie schalten den Wagen für sich nach der geräde, so lang, biss der eine Nagel, der anfangs zu vnderst gestanden, einmal herumb vnd wider vndersich kompt; der trucket zu

baiden malen einerley grüblin in den Boden, so hat man dann die gantze krümme dess Rades zwischen beyden grüblein in die Geräde aussgestreckt,

Fig. 1.



vnd mag sie dann mit Schuchen oder mit Elen abmessen, wie man wil oder dessen bedürfftig ist.

Wann aber nicht allwegen dergleichen Mittel fürhanden weren, zum Exempel wann der Binder nicht allwegen mit einem Band vmb das Fass herumb messen kan, sondern es ligt etwa vnten auff, oder im Kaat oder im Wasser: wolan wan ime nur sovil wirdt, dass er die Weitte oder Breite am Boden messen kan mit sampt den Fröschen, so kan er darauss auch den Vmbkreiss an den eussersten Fröschen wissen durch dise Regel, nimb die Breite dreymal, theil sie auch in siben gleicher Stuck, setz das ein von disen siben Stucken zu den dreyen gantzen, so hastu den Vmbkreiss oder die Weite dess Raiffs, die er dann zumal haben wirdt inwendig, wann er an die Frösche zu eusserst angelegt vnd angetriben sein wirt. Also hingegen auss dem Vmbkreiss zu lernen die Breitte oder Höhe dess gerechten Circkels: Zum Exempel, wann ein Fass verbeihelt were, vnd nicht köndte auffgemacht werden, zuwissen, wie tieff es am Bauche seye. So zeuch ein Band vmb die Mitte am Bauch herumb, theil solche Lenge in 22 gleiche Theil, nimb darvon 7 solcher Theil, so hastu die Höhe des Fasses mit sampt dem Holtz: wiltu die innerliche Höhe dess Weins haben ohne das Holtz, so misse die Dicke der Taufeln an Fröschen (frag aber den Binder zuvor, der das Fass gemacht, wievil die Taufeln am Bauch dinner oder dicker sey dann aussen an Fröschen), zeuch also die Dicke beyder Taufeln von der gefundenen Höhe dess Fasses ab, so bleibt dir die innerliche Höhe. Dabey zu wissen, dass es nicht nach der Scherffe zuverstehen, wann man sagt, der Vmbkreiss halte sich gegen dem diameter oder Breitte wie 22 gegen 7. Dann es ist nicht müglich einen einigen gleichen Theil von dem diameter zunemen, welcher den Vmbkreiss gerad ausmesse; ja wann man gleich den diameter theilete in zweintzig tausent tausent tausent tausent mal tausent gleicher Stücklein, so wirt doch etwas vberbleiben, das weniger ist, dann ein solches kleines Stücklein, dann der Vmbkreiss wirdt alsdann sein 62 831 853 071 795 861 solcher kleiner Theil vnd noch ein wenig drüber, doch nit so vil, das es gar 862 werden. *)

*) Behalt dise Zahl, dann du wirst irer oft bedürfen, sonderlich iren halben Theil 3141592653589793.

7. *Vom Vmbkreiss einer Eylinien.*

Ein Eylini oder ablänger Circkel hat nicht einerley Breitte mit der Höhe, deren Leng in die geräde aussgestreckt helt gleich das zum mittel zwischen beyden gerechten Circkeln, deren der eine oben vnd vnden, der ander zu beyden Seitten von jnnen an der Eylini anstreichet.

Zum Exempel, wann das Fass kein runden Boden hette, vnd man solt einen Raiff anlegen vngemessen, so müste man doch zum wenigsten am Boden messen könden wo er am breittesten vnd wo er am schmälesten were: zwischen baiden solchen Breittinen das mittel in 7 getheilt vnd deren Stuck 22 genommen, geben die inwendig Weitte von dem Raiff, der an ein solchen Boden gerecht ist.

8. *Wie das Maass zu verstehen.*

Merck hiebey, dass man den diameter oder dessen ein gewisses Stuck hie für das Maass brauchet, abzumessen die Krümme: dann also helt es sich allwegen, das Maass sol vns bekanter sein, dann dasjenige so man misset, vnd das gerade ist vns allwegen mehr bekannt dann das krumme, die Lenge mehr bekannt dann des Feld, das Feld mehr bekannt dann ein volles Corpus oder innerlicher Raum. Dann dem Menschen ist ein solche gerade lange Maass angewachsen, sonderlich der Finger, Spannen, Schuch oder Fuss, vnd Elenbogen, daher die Elen den Namen hat.

Merck fürs ander, dass man nicht gleich anfangs ein Ding mit Werckschuchen aussmisset. Dann es seind solche Werckschuche gar vngleich vnd vnderschiedlich, wie auch die Menschen mit ihren Schuchen vnd Elenbogen vngleich auffwachsen. Sondern darinnen bestehet alles kunstliche Messen, dass ein jede Form, die sich nach dem Circkel oder nach der Geräde artet, ihr gerades Maass in ihr selber hat, ist sie gross, so ist auch jhr Maass gross, ist sie klein, auch also. Als zum Exempel der Circkel, er sey klein oder gross, hat seinen diameter zu seinem Maass, vnd man fraget anfangs nicht, wie gross der Circkel sey, verstehe gegen einen Werckschuch zu rechnen, sondern man fragt, wie sich ein jeder Vmbkreiss gegen seinem diameter oder Durchzug (Breite) vergleiche.

9. *Von den Bögen auss einem Circkel vnd jhren vntergespannenen Sennen.*

Es ist zu wissen, dass ein jedes Stuck vom Circkel seine gemessene vntergespannene Senne hat; auss welchen etliche nach der Scherpffe mit voller Kunst benennet werden, etliche aber nicht nach der Scherpffe, nicht mit völliger geometrischer Kunst, als mit offenen Augen, sondern allein beynahe (wie es sich auch mit dem gantzen Circkel gegen seinem diameter verhelt) vnd durch die Cossa, welche vns den Weg weiset, wie einem blinden sein Führer, oder zwo enge Wände in der Finstere, wann ich den Kopff zur lincken anstosse, so weiss ich, das ich mich zur rechten wenden soll, den Weg aber sehe ich nicht, kan auch das rechte Mittel von mir selber nicht treffen.

Ob nun wol beyder Orten es ein schöne Uebung gibt für scharpffsinnige Ingenia, dass sie eines jeden Bogens Senne von Grund auss durch geometrische Scherpffe, oder durch die Cossa, jede nach jhrer Art, rechnen mögen; jedoch weil es gleichwol viel Kopffbrechens gibt vnd man nicht nur von

Lusts wegen an disen Sennen oder subtensis, oder jhren Halbtheilen den sinibus behangen kan, sondern man muss auch nach dem Gebrauch solcher gerader Circkellinien trachten vnd die Zeit dahin sparen, als haben vor Zeiten Ptolemaeus vnd die Arabier, hernach vnsere Teutsche Mathematici von anderthalbhundert Jaren her, dise Arbeit einmal für allemal auff sich genommen, damit sie andere deren, so offt es vonnöthen, vberhebeten vnd ein eygen Büchlein Canonen sinuum geschriben vnd denselben nach vnd nach verbessert, welcher Canon sinuum beynahe in alle Mathematische Kunstbücher einverleibet wirdt vnd zu finden ist, Vnnoth denselben hieher zuvbersetzen. Allernewlichst ist er an Adriani Romani vnd Bartholomaei Pitisci Trigonometriam gehenckt worden. Etliche haben einen eignen tractat darauss gemacht, welches Rheticus angefangen, Valentinus Otho volführet in einem grossen Folio, sehr weitleuffig, Philippus Lanspergius kürtzer und verstendlicher, aber die Zahlen einer jeden Lenge, sonderlich der kurtzen, hat er nicht allerdings gnugsamb subtil aussgerechnet; der letzte ist gewesst Bartholomaeus Pitiscus, der noch den Preiss vor allen behelt; doch wann Jost Bürgi mit dem seinen ans Tagliecht kompt, wirdt er die zahlen vil scherpffer geben.

Dise alle nun theilen den Circkel in 360 gleicher Grad, einen Grad in 60 Minuten, eine Minuten in 60 secunda, den diameter aber CB, in der folgenden Figur 2, theilen sie in zweyhundert tausent gleiche Theil, bissweillen aber, wann sie scharpff rechnen sollen, setzen sie noch eine, zwo oder 3 Nullen darzu, damit der Theil 10, 100 oder 1000mal mehr werden: da findet sich nun bey jedem Grad vnd Minuten von 0 an biss auff 90 (ist das viertl vom Circkel), wie lang der sinus oder halbe Senne sey zu einem halben Bogen. Als zu einer jeden Lenge dess Bogens EB oder ED, die Lenge des sinus oder halben Sennen GB oder GD, gemessen nicht mit des Circkels BE, sondern mit des halben diameters AB Theilen oder Vniteten. Da findet man auch, sonderlich bey Pitisco, in schöner Ordnung beygestelt, die lini BF Tangentem oder den Anstreicher, vnd AF secantem, den Durchschneider, wie auch GA den sinum complementi dess übrigen Bogens oder Rests auff 90 etc. Weil dann in nachfolgendem Büchlein der Künstler bissweilen zu disen halben Sennen oder sinibus arcuum gewisen wirdt werden (wann er sie mit dem Reiss-Circkel nit scharpff gnug messen kan), hab ich jhne dessen hie an seinem gewidmeten Ort erinnern, vnd im übrigen denselben an die benennte Bücher, da solche sinus zu finden, verweisen sollen.

10. *Zu rechnen die Sennen, den Boltz oder den diameter dess Circkels.*

Doch seind etliche Stuck, dazu man gewonlich die sinus brauchet, welche wann sie runde vnd kurtze Zahlen haben, mit gnugsamer Behendigkeit auss jhrem aignen Grund gerechnet werden.

Zum Exempel, ich wuste die Breite oder den diameter eines Circkels, als CB, 902, vnd den Boltz oder die Höhe eines Schnitzes von demselben, in ainerlei Mass, als EG 6, darauss solte ich rechnen wie lang der sinus GB sey. Nim 6 von 902, bleibt 896, das multiplicir in 6, kompt 5376, darauss such die Wurzel, kompt 74 weniger ein 6 theil, da hab ich den sinum GB, vnd 148 weniger ein 3 theil ist die Senne DB.

Hingegen so mir bekandt die Höhe EG 3 vnd die Leng GB 27, zu wissen den Durchzug oder diameter, so multiplicir ich 27 mit sich selber, kompt 729, das di-

vidir ich in EG 3, so kompt 243, setze EG 3 darzu, so kompt der diameter CB 246, halb 123 nemlich AB.

Item so mir GB bekandt wehre, nemlich 27, sampt dem halben diameter AB 123, zu wissen den Boltz oder die Höch dess Schnitzes EG, so multiplicir baide bekante Zahlen jede in sich selbst, so kompt 729 vnd 15129, da zeuch ab das kleiner vom grössern, bleibt 14400, von dem such die Wurtzel 120, die zeuch ab vom AB 123, bleibt die EG 3.

11. *Ein gemeine Regel vom Vnterscheid der quantiteten.*

Bisshero haben wir nur von einerley Maass oder quantitet gehandelt, nämlich von der blossen Leng, als wan einer nur allein fragte, wie viel Elen, vnbedacht ob die gemessene Leinwat breit oder schmal, vnd wie man im Sprichwort sagt, von Lintz biss gen Steir seien vier langer Meylen, sein aber nicht breit; vnd diss ist der erste Verstand auff die Wort Elen, Schuch, Spannen, Zoll, Ruthen, Meil vnd dergleichen.

Die andere Sorten der Maass oder quantitet ist der Platz, das Feld oder die Feldung, Lateinisch superficies vnd Griechisch ἐπιφανεια, als das, so ins Gesicht kompt oder kommen kan, sonsten gar deutlich ἐπιπεδον, was auff dem Boden liegt wie ein Gemähld auff der Tafel, vnd sich nicht erhebt wie ein geschnitztes oder gegossenes Bild. Dise Sorten der quantitet lesset sich durch das vorige einfache Maass messen in die Leng vnd in die Zwerch oder Breitte: vnd solchen Verstand haben bey vns Teutschen die Wort, Tagwerck, Jauchart oder Morgen, verstehe eins Ackers, Weingarten oder Waldes vnd dergleichen. Item wann man im Sprichwort sagt, nicht eines Fuss breit, verstehe, nicht so vil Landes als einer mit seinem Fuss bedeckt. In disem andern Verstand wirdt auch bey den Kunstmessern gebraucht ein jeder Nam, der im ersten Verstand eine Lenge bedeutet. Als zum Exempel, der Schuch bedeutet bissweilen ein vierecket Feld, das eines Schuchs lang vnd breit ist, vnd wann der diameter dess Circkels getheilt wirt in 200000 gleicher Theil oder Vniteten, so wirdt ein jede solche Vnitet auch geviert verstanden, also dass im gevierten Feld, welches von solchen vier diametris vmbschrencket wirdt, 40000000000 solcher kleiner gevierter Vniteten stehen.

Die dritte Sorten der Maass oder quantitet ist das jnnere Corpus, so man nicht sihet (es sey dann durchsichtig), daher es Griechisch στερεον heisset; sondern das man fühlet oder greiffet, dannen mans die Fülle oder mit den Fleischhackern den Griff nennen mag, vnsere teutsche Werckleuthe haissens auch den Leib; weil aber die Figur nit allwegen jnnen voll ist, mag man es besser den Raum tituliern. Wann der Zeug inwendig durchauss gleich ist, dann so mag mans auch das Gewicht oder die Schwäre heissen. Dann nicht die Leng, nicht die eussere Wandt oder Feld, sondern die gantze jnnere Fülle oder Leib gibt das Gewicht. Dise Sorten der quantitet lesset sich durch das erste einfache Maass messen, in die Lenge, in die Zwehr oder Breite vnd in die Höhe oder Tieffe, vnd also in drey Wege. Von solcher dreyfachen Messung wegen, weil hiemit die Messsorten ein End haben, wirdt auch die Zahl *drey* für volkomen gehalten.

Diesen Verstand haben bey vns Teutschen die wort Eimer, Achtering, Seydl, item Mut, Metzen, Strich, Viertel etc. vnd also verstehen auch die Kunstmesser bissweilen einen jeden Namen, der im ersten Verstand eine Lenge, im andern eine Breite bedeuttet, als zum Exempel der Zoll in die-

sem dritten Verstand genomen, bedeutet einen Würffel, eines Zols lang, breit vnd hoch. *)

12. *Wiefern eine jede quantitet sich in die Regel detri schicke. Item mehreres von der Lenge eines jeden Bogens oder Circkels.*

Wann nun von einerley Sorten gehandelt vnd gefragt wirdt, vnd es ist nur die Theilung oder das Mass zu derselbigen zweierley, so hat die Regel detri statt, nach Art der gemeinen Rechen Kunst.

Zum Exempel ein Bogen wäre vnderzogen von einer Lenge 54 Zoll, vnd ich wuste, dass der gantze diameter des Circkels lang wehre 246 solcher Zoll, wolt gern wissen den sinum oder halbe Sennen des bogens, das ist die Zahl, mit deren dieser Vnderzug in Canone sinuum genennet wirt, diss seind lauter solche Zahlen, die da bedeutten blosse Lengen, da mag ich wol sprechen:

246 gilt im Canone	200000	was 54?
oder 123 gibt	100000	was 54?
oder 41 gibt	100000	was 18?

so kompt die Senne (subtensa) 43902, dise halbiert gibt den sinum 21951, der zeigt den halben Bogen im Canone, dass er sey 12 Grad 40 Minuten 51 secunden, wehre also der gantze Bogen 25 Grad 21 Minuten 42 secunden.

Item der Vmbkreiss am Circkel, oder seine 360 gradus seind lang kleiner Stücklein, auss der gewonlichen Theilung dess diameters (wie bei No. VI.) 62831853072, wievil solcher kleinen Stücklein oder Theilungen wirt ein Bogen halten, der nur einen Grad hat, oder auch ein gantzer Circkel, welcher aber 360 mal kleiner ist, dann der vorige? Hie bedeuten abermals beide Zahlen nur einerley Mass, nemlich nur blosse gebogene Lengen, folgt derhalben durch detri 1745329252. Also in einer Minuten oder sechzigsten Theil eines grads sein solcher Theilungen 29088820, in einer secunden 484814. Vnd lassen sich diese Zahlen lang oder kurtz brauchen, also dass ich von einer jeden mag hinweg werffen die eusseriste zur rechten in gleicher Anzahl. Als zum Exempel, wann der gantze Vmbkreiss hat 628318, so hat ein grad 17453, vnd ein minuten hat alsdann 291.

Diss hat auch statt, wann gleich krumb vnd gerad vndereinander gemenget werden. Alss der diameter 200 hat einen Vmbkreiss 628, was für einen Vmbkreiss hat der diameter 100? folgt 314. Dann es seind doch beides diameter vnd Vmbkreiss nur blosse Lengen.

Hie mag dich das folgende Täfelin viler schwerer Rechnungen vberheben, zuwissen, wievil solcher Theil ein jeder Bogen habe, deren der diameter hat 200000. Item wann in einem Feld oder in einer erhabenen vollen Figur mehr dann ein Circkel fürkommen, da alle andere kleinere Circkeln mit solcher Thailung zu messen seind, die dem allergrössesten vnder inen seinen diameter in 200000 Theil theilet. Dann neben einem jeden Bogen stehet eine Zahl, die must du dupliren, so hast du desselben Bogens Lenge in solcher Mass, wie der Diameter hat 200000. Doch wann der Bogen im ersten Fach stehet, so lass die 11 letzte Ziffer zur rechten hand nur fahren, stehet der Bogen im andern Fach, so lass die 12 letzte Ziffer fahren, im dritten 13, im vierten, fünfften, sechssten lass fahren 14, 15, 16 Ziffer. Also neben einem jeden halben diameter, welcher in ein Zahl von 1 biss auff 10, mit Zusatz noch 15 Nullen getheilet wirdt, stehet ein Zahl, die mustu dupliren, so hastu desselben Circkels Leng

---

*) In margine praemissis haec adscripsit Keplerus: Lateinisch Linea, Teutsch ein strich, ein riss, ein zug. Wann sie gerad ist, ein strecke, ein geräder. Wann sie zu einem feld oder corpus gehört: ein schrancken, ein zaun, ein seiten, ein langes Eckh, ein scherpffe, ein reiffen, ein lenge, ein breite, ein höhe, ein tieffe, ein durchzug, ein zwerlini. Lateinisch Superficies, Teutsch Platz, Feld, Feldung. Wenn sie zu einem Corpus gehörig: ein Wand, ein boden, ein lähn. Ist zweyerley, eintweder ein Fläche oder ein Rundung. Lateinisch: Corpus, der Leib, die Fülle, der Griff, der Raum, das Gewicht, die Schwäre.

in einerley Maass, wie der halbe diameter. Vnd so viel weniger Nullen die Thailung hat am halben diameter, soviel Ziffer schneid hinten ab von der neben gesetzten Zahl.

Nimb hievon zwai Exempla: zu suchen die Lenge des Bogens 25 Grad 21 Minuten 42 secunden, verstehe wann des Circkels diameter helt 200000.

Der Bogen ist	25 G.	21 M.	42 S.		
Auss der Tafel	25	12	0	gibt	219911
Bleibt noch		9	42		
Auss der Tafel		8	38	gibt	1256
Bleibt noch		1	4		
Auss der Tafel		0	52	gibt	125
Bleibt noch			12		
Auss der Tafel			12	gibt	28
Bleibt nichts.				Summa	22132

Nims doppelt 44264, diss ist die Lenge des Bogens.

Also zu suchen die lenge dess Circkels, dessen halber diameter ist 21951.

Neben 2 stehet 062832

1	03142
9	2827
5	157
1	03
Summa	68961

doppelt 137922, ist die Lenge dess Circkels.

Dann es ist zu wissen, dass ein Circkel, dessen halber diameter helt 21951, gleich so lang ist als fünff andere Circkel zusamen, deren halbe diametri seind 20000,1000,900,50,1.

Täfelin zu den Circkelbögen, kleinen Circkeln, zum runden Feld an der Kugel, zum Leib der Kugel, auch zun Circkel- vnd Kugelzänden.

Die gantze Circkelfläche multiplicirt					Die Bögen in 6 fachen					
					I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
mit					Gr.	gr. mi.	g. m. s.	mi. se.	mi. se.	sec.
	31	4 etc.			360					
9	28	27433	38823	08137	324	32 24	3 14 24	19 26	1 57	12
8	25	13274	12287	18344	288	28 48	2 52 48	17 17	1 44	10
7	21	99114	85751	28551	252	25 12	2 31 12	15 7	1 31	9
6	18	84955	59215	38758	216	21 36	2 9 36	12 58	1 18	8
5	15	70796	32679	48965	180	18 0	1 48 0	10 48	1 5	6
4*)	12	56637	06143	59172	144	14 24	1 26 24	8 38	0 52	5
3	09	42477	79607	69379	108	10 48	1 4 48	6 29	0 39	4
2**)	06	28318	53071	79586	72	7 12	0 43 12	4 19	0 26	3
1***)	03	14159	26535	89793	36	3 36	0 21 36	2 10	0 13	1

Merck die Vrsach warumb die Lenge der Bögen im Täfelein nur halb zufinden seye. Dann es seind dise Ziffern vnd gar lange Zahlen nit fürnemblich auff die Lenge der Bögen angesehen, sondern auff das Feld in einem Circkel vnd Circkelzaan, theils auch auff die eusserliche Rundung an einer Kugel vnd auff derselben vollen Leib, desthalben haben sie auch mit so vilen Ziffern erlengert werden müssen, weil der Leib allezeit dreymal vnd das Feld zweymal sovil Ziffer brauchet, als der halbe diameter.

Bisshero ist gehandelt worden von solchen Zahlen, die alle nur lang bedeutten, es verhelt sich aber auch mit der andern Sorten oder zweyfaltigem Maass vnd ihren Zahlen also: dann ich kan gleichsfals die Regel detri also

*) Die Zahl zur Kugelrundung vnd ihrem Leib tritoppelt.
**) Die Zahl zum Vmbkrais.
***) Die Zahl zum Feld dess Circkels.

brauchen, ein vierung 14 gibt ihres Circkels feld 11, wie folgen wirdt, was gibt die vierung 400 ihrem Circkel, folgt 314 solcher kleiner vnd gleicher Felder. Also auch mit der dritten Sorten oder dreyfaltigen Maass, wann ein Wirffel helt 21 Pfunde, so helt die Kugel im Wirffel 11 Pfund; wann dann ein gross Quaderstuck hielte 8000 Pfund, wievil wurde daran bleiben, wann mans zur Kugel hawen solte? folgt durch detri 4190 Pfund. Dann das Gewicht, wie gesagt, folget her auss der innerlichen Fülle, gehört derhalben vnder die dryfache raumliche Mass.

Es gilt aber die Regel detri auch weiter in etlichen Fällen, da die Zahlen so da lang, vnd die so da lang vnd brait, oder lang, brait vnd hoch bedeutten, vndereinander gemischet werden. Dann es kan ein kleines Corpus so offt in einem grossen, jenem ähnlichen, stecken, als offt sonsten etwa ein Lenge in einer andern Lenge begriffen ist. Wann ich dann weiss, dass ein bekanter Leib sich helt gegen einem andern Leib, wie auss zwoen bekanten Linien oder Feldern eins gegen dem andern, dann so mag ich wol sprechen durch detri: die eine Lini gibt eine solche Lini, was gibt das bekante Corpus, folgt im facit das andere Corpus, das ich hab rechnen sollen. Aber hie ist zu wissen, dass solche Linien nicht seyen baiden Leibern gleichgenennete Linien, sondern sie seind für sich selber, oder ob sie schon in baiden raumlichen Leibern stehen, so stehen sie doch nit an gleichen einander ehnlichen Orten. Als in zweyen Kugeln, wann die eine Lini were der diameter zu der grossen Kugel, so wirt die andere gewisslich nicht der diameter zu der kleinern Kugel gantz sein, sondern eintweder nur ein Stuck daran, oder auff einer Seiten stehen.

13. *Dass die Sorten vnder einander vermenget sich nicht in die Regel detri schicken, ohne sonderliche Vortheil.*

Wann aber die eine Zahl von der Feldung gemeint, die andere vom Zaun darzu, oder die eine von der Wand, die andere vom innerlichen Raum, die eine von der Hautt, die andere vom Gewicht, die eine von der geraden Höch oder Dicke, die ander von dem Leib oder Fülle, so dass ein jede Sorten der einfachen oder zwifachen Maass gegen seiner dryfachen Maass in gleicher Würden gehalten werde: als zwo Kugeln vnd von jederen der diameter gantz, item zwen Cubi vnd von einem jeden sein Leng oder Seiten, dann so gilt nicht die Regel detri, sondern vilmehr einsmals die Regel decinque vnd andernmals die Regel desept, also zu reden; vnderweilen baide vndereinander vermischet.

Der erste Fall, wann eine Zahl nur die einfache Leng bedeuttet, die ander eine Feldung, so gilt regula quinque, dann jede einfache Leng muss zweymal gesetzt vnd zusamen multiplicirt werden, damit sie auch zum Feld werde, vnd alssdann gilt erst die Regel detri.

Exempel: in einem Circkel 19 Schuch brait am diameter wurden eingefangen 100 Stuck Feldes einer gewissen Maass, wievil deren Stuck kämen einem Circkel, dessen Braitte am diameter 22 Schuch? Allhie gelten die 19 vnd die 22 nur eine einfache Zwerlini dess diameters, da doch der Circkel vberzwer vnd den langen Weg so brait ist, vnd mit disem Beding genommen wirdt. Hingegen die 100 bedeuten das vmbzirckte Feld, setz es derhalben durch die regula quinque also: 19. 19 multiplicirt 361 gibt 100, was 22. 22 multiplicirt 484? folgt 134, sovil ist dess Feldes im Circkel von 22 Schuchen, mit der vorigen Mass gemessen.

Ein anders: Hans braucht 12 Elen Zeugs zu einem Klaid, vnd sein Sohn Hänssl ist gleich halb so lang als der Vatter, wolt ihme gern auss einerley Zeug ein gleiches Klaid machen lassen, der Schneider macht ihme die Rechnung, weil der Sohn halb so lang, müss er auch halb sovil Zeugs, das ist 6 Elen haben, obs recht gerechnet sey? Antwort, der Schneider hette an dem Sohn 3 Elen zum besten. Dann der Vatter ist nicht nur an der Leng grösser dann der Sohn, sondern auch an der Zwehr vnd Dicke. Derohalben ist er zweymal so lang, so hatt er viermal sovil an der Haut vnd achtmal sovil am Leib. Weil aber die Klaidung nach der Hautt gehet vnd nicht nach dem innerlichen Leib oder Schwäre, so kompt derowegen auff den Sohn nur der vierte Theil Zeugs, nämlich 3 Elen.

Noch eins, vnd zwar ein vermischtes. Ein Binder hat ein gerades feuchtens Fass ohne Boden, wann ers auff das Flötz stürtzet, so gehen drey Metzen Habern darein. Er schneidet das Fass oder die Taufeln mitten entzwey vnd macht ein anders Fass oder Botung darauss, also dass die Taufeln alle darein kommen, wievil Habern wirdt in diss nider Fass gehen? Setz anfangs, es sey so hoch als das vorige. Demnach nun ein jede Taufel zwifach in das newe Fass kommen, so ist sein Vmbkreiss zweymal so weit als dess vorigen, das runde Feld aber am Boden ist viermal so vil als zuvor. Wann es nun die vorige Höch behielt, so lägen auff jedem vierten theil am Boden drey Metzen Habern, das weren also 12 Metzen, weil es aber nur halb so hoch, so seind der Metzen noch 6. Wirt also das nidere Fass 2mal soviel fassen als das höhere, vnangesehen einerley runde Feldung oder Taufeln aussen herumb geordnet seind.

Doch merck, dass diser Process nur alsdann zuverstehen, wann die Felder baider Orten einander ehnlich seind, als im ersten vnd dritten Exempel seind baider Orten Circkel, im andern Exempel baider Orten gleich gefurmbte Klaider. Sonsten wann sie einander nicht ehnlich, bleibt es bey der regula quinque nach gewonlicher Weise. Als 12 Elen halb Elen brait geben ein Klaid, was geben 41 Elen zwo Elen brait? Sprich 12 halb nemlich 6 gibt 1, was 41 zweymal, das ist 84? kompt 14.

Der ander Fall, wann einfache Lengen, Braitten oder Höhen, vnd dreyfaltige Maass als Gewicht, Raum oder Leib vndereinander kommen: so setze die einfache jede dreymal, dass es regula septem werde, vnd multiplicirs vnder einander, damit wann auss der einfachen auch ein dryfache wirt, man hernach die Rechnung durch die Regel detri vollführen könde.

Ein Exempel, vnd gesetzt ein Stuck Geschützes, zwen Zoll weit offen, schiesse ein Kugel von 5 pfunden eins gewissen Zeugs, Bley, Zinn, Eysen oder Stein, wann dann ein anders 3 Zoll weit, was wirt sein Kugel wegen einerley Zeugs?

Hie merck, gleich wie droben die vierung von 19 der vierung von 22 Schuchen, vnd jener Circkel diseren Circkeln, item des Vatters Klaid dem Klaid dess Sohns gleich gesehen oder ehnlich gewest, also findet sich hie abermalen Kugel vnd Kugel einander ehnlich, aber die 2 vnd 3 Zoll bedeuten nur einfache Dicke oder Lenge dess diameters durch die Kugel vnd mitten durch das Muntloch der Stucke: da doch die Kugeln ein dreyfaltige Maass oder quantiteten, nämlich Leiber seind, die nicht nur in die Leng sondern auch in die Zwehr vnd in die Höch aussgespannen seind, vnd nach solchen Leibern jede ihr Gewicht helt. Setze es derhalben also: 2. 2. 2 gibt 5, was 3. 3. 3? zweymal zwey zweymal ist 8, vnd dreymal drey dreymal ist 27, stehet derhalben entlich in der Regel detri also: 8 gibt 5 pfund was 27? kompt 17 pfund, so vil wigt die grössere Kugel.

Diser Fall begibt sich im Fassmessen oder mit der Oesterreichischen Visier. Gesetzt du hettest kein Visierruthen zur Hand, hettest aber für Augen zwey Fass, da dir nur dess einen Halt bekant were, doch dass sie durchauss einander ehnlich seyen, wie hievor zwo Kugeln: dann wann diss nicht ist, so gehört es hinunter in den andern Thail, allda besser zu bedencken. So messe nun baide am Boden mit einerley Maass, vnd was dann eines jeden diameter für eine Zahl bekompt, die multiplicier in sich selber cubice, hernach dividir den grossen durch den kleinen Cubum, so kombt dir, wievil der kleinen Fässer im grossen stecken. Als der diameter am

Boden dess kleinern finde sich in dem diametro dess grössern zweymal vnd 2 sibentheil, dass also das klein Fass am Boden hielte 7, das grosse 16. Sprich 7mal 7 ist 49, diss 7mal ist 343. Also 16mal 16 ist 256, diss 16mal ist 4096, das theil in 343, kompt beynahe 12. Wann dann das klein Fass hielte einen Eimer, so würde das grosse nicht vil weniger dann 12 Eimer halten.

Der dritte fall, wann die eine Zahl die Wand oder Feld bedeutete, die andere aber den jnnerlichen Raum oder Leib, von der Wand vmbgeben, da muss eintweder die Wand zum Leib oder Raum werden, wann man der Zahl Wurtzel suchet vnd solche in die Zahl multiplicirt, oder der Raum muss zur Wand werden, wann man der Zahl cubische Wurtzel sucht vnd in sich selber multiplicirt. Alsdann mag es erst in die Regel detri gesetzt werden.

Exempel. Ein Goldschmid hätte eins mahls ein silberne Kugel verguldet, am Gewicht 6 Marck, darzu er verbraucht 64 Gran Golds, auff ein andermal gebestu jhm ein Kugel von 12 Marcken, gleichfalls jnnen voll, zuvergulden, der kan dir nicht zweymal 64 Gran Gold abfordern, gleich wie die andere Kugel 2mal 6 Marck helt, dann das Gewicht gehet nach der jnnerlichen Fülle, das Gold aber wirt nur aussen vmb die Wand oder runde Feld herumb gedebnet; sondern such die Wurtzel von 64, die ist 8, multiplicirs in 64, kompt 512, jetzo sprich durch detri: 6 gibt 512, was 12? kompt zwar 1024 Gran, gelten aber nicht also, wie sie seind, nämlich ein Zahl einer vollen Figur, sondern müssen wider zur Feldung werden. Such nun die Cubickwurtzel von 1024, die ist 10 vnd ein 125 theil, mit deren dividir 1024, oder multiplicir sie in sich selber, so kompt baiden orten 101 vnd drey fünfftheil, so vil Gran Goldes gehet auff die Kugel von 12 Marcken, wann baide gleich starck verguldet werden, vnd soviel ist dess Feldes vmb die Kugel herumb, die der vorigen Schwere zwo hat von einerley Zeug. Das thuts, dass baide Figuren, Kugel vnd Kugel einander ehnlich seind. Sonsten wann die 6 Marck ein aussgedehnter Becher wehren, die 12 aber bliben ein Kugel, wurde wol mehr Goldes auff die 6 Marck gehen, denn auff die 12.

14. *Von der Feldung in einem Circkel.* (Auss dem 2. Th. Vol. IV. p. 257.)

Zuvor hat der diameter oder Durchzug vns das Maass geben zu der Krümme oder Lenge dess Vmbkraises. Jetzo gibt vns abermal das gevierte Feld von vier diametris winckelrecht eingeschlossen, diss Feld, spreche ich, gibt vns das Maass zu der Feldung seines Circkels, dann Feld muss durch Feld gemessen werden. Hette das gevierte Feld den Namen eins, so wirdt dess Circkels Feld ein Bruchzahl, vnd were ailff vierzehen theil vom gevierten Feld beynahe. So aber dess Circkels Feld in etliche gewisse gleichgültige Thail getheilet vnd mit einer Zahl aussgesprochen wurde, als so es hette an der Schatzung 14, so kämen dem runden Feld drinnen beynahe 11, vnd so fortan.

Exempel: du hettest einen gevierten Garten, das ist, der da Winckelrecht vnd an allen Seyten gleich. Ein Gärtner aber machte dir einen runden Irrgarten drein, der mit seiner Krümme an alle vier Zeune dess Gartens anstreiche: ist die Frag, wievil Feldes er dir an den vier abgeschnittenen Spitzen vbergelassen? Antwort: wann der gantze Garten in vierzehen Stuck Feldes getheilt wurde, deren eins soviel hielte als das andere, so wurde der Einfang dess Irrgartens soviel halten als der gemachten Stuck ailffe, vnd die vberbleibende vier Spitzen wurden samptlich sovil halten vngefahrlich, als die vberige drey Stucke.

In diser Theilung, vnd was deren gleichen, gilt es gleich, die gemachte Stucke Felder haben eine Gestalt wie sie wollen, wann nur alle einander an der Fläche oder Platz gleich, das ist gleichgültig seind. Dieweil aber dise Zahl 14 gegen 11 nicht gar auff alle Scherffe gefolget, auch keine andere nicht, so haben die Künstler ein andere mehr kunstliche vnd gar subtile Thailung dess gevierten Feldes vom diameter

eingeführt, nämlich in solche Stucke, welche nicht allein vnder einander alle gleich oder gleichgültig, sondern auch alle miteinander dem gantzen gevierten Feld gleich sehen oder ehnlich seind, das geschicht, wann man alle Seyten dess gevierten Feldes mit einerley Thailung theilt, vnd nach denselben Thailungen das gevierte Feld creutzweis in Stucke zerschneidet, da werden die Stucke auch geviert. Also wann der diameter in zwey Stuck gehet an allen vier Seyten, so werden auss dem Feld zweymal zwey, das ist vier Stuck, vnd so der Stucke am diameter 3 wurden, so gewunne das Feld 9 Stuck. Dieweil aber die Künstler den diameter in die lange zehener Zahlen theilen, die da rund, behend vnd gut zu rechnen seind, nämlich gemeinglich in 200000, so gewinnet das gevierte Feld nach diser subtilen Thailung 40000000000 auch gevierter Stuck, vnd so fortan, allewege zweymal sovil Nullen am Feld als an dem diameter. Im Täfelein No. 12 gegen 1 vber findestu, wievil solcher Thail in des Circkels Feld kommen, nimb nur solche Zahl nicht lenger oder mit mehrern Ziffern, als dein diameters Vierung gewinnet, nämlich hie nur ailff Ziffer. Im besagten Täfelein ist auch zusehen, wie die Zahl zum Vmbkraiss gerad zweymahl soviel sey als die Zahl zum Feld, allein kürtzer genommen. Hast also den Zaun vnd das Feld fein zusamen verknüpfft, kanst eins ohne das andere nicht vergessen.

15. *Wie gross die Feldung im ablengen Circkel.* (Theor. II. Epis. 3. Vol. IV. p. 558.)

Da mache aus zwoen seiner Lenge vnd zwoen seiner Braite ein ablenge Vierung, die theil in 14, vnd nimb für den ablengen Circkel deren Stuck ailffe, wie beim Circkel.

Es vergleicht sich aber der ablenge Circkel gegen einem gerechten Circkel gleicher Höch, wie sein Braitte oder kürtzere diameter sich helt zu dem lengeren, oder wie die ablänge Vierung gegen der gerechten Vierung gleicher Höch. Gilt derhalben hie die Regel detri wie No. 12, dann Geviert vnd Ableng seind einander nicht ehnlich. (Comp. Nro. 89.)

16. *Zu rechnen allerhand Feldungen von geraden Strichen eingeschlossen.*

Wann das Feld geviert vnd rechtwinckelig, so multiplicir die Leng in die Braitte. Als zum Exempel, wann die ablenge Vierung (bei No. 15. gedacht) hette an der Leng 9, an der Braitte 7 Schuch: 7mal 9 ist 63, soviel gevierter Schuch wären in der ablängen Vierung.

Geviert, aber nicht rechtwinckelig, doch mit parallelis oder gleichlauffenden Längen oder Schrancken eingefangen, das man theils Rautten, Rhombos nennet. Solche zu rechnen ist nicht gnug, dass du die Lenge der Schrancken habest, sondern du must wissen, wie weit zwo bekante gegenvberstehende Schrancken von einander stehen, das ist, wie hoch die Figur seye (dise Höch verstehet sich nur gleichnussweiss in dem Gemäld, welches doch warhafftig kein Höch nicht hatt), dann so multiplicir die bekante Schrancke in die Höch, so findestu das Feld wie zuvor.

Dreyeckete rechtwinckelige Felder. Da multiplicir die eine Schrancken dess Winckels in die andere halbirt. Also thue jm auch, wann du ein vierecket Feld hast, welches vngleiche Seiten oder Schrancken, aber zwen rechte Winckel hat, da rechne zwen solcher rechtwinckeligen Triangeln, vnd schlag baide Feldungen zusamen.

Dreyeckete Felder von scharffen oder stumpffen Winckeln, oder so sie sich naigen, da mustu bekant haben den einen Strich oder Seyten, vnd die Höch dess Spitzes vber solche Seiten erhaben nach dem Saiger, multiplicir deren eins halb in das ander gantz. Also thue auch, wann du allerhand spiesseckete Felder, oder von vielen Ecken hast, theil solche in jhre Triangel

mit Strichen von einem Eck zum andern, als: ein Vierung gehet durch einen Riss in zwen Triangel, ein Fünffeck in drey durch zwen Risse, vnd so fortan.

Exempel: bey der 2. Fig. sey ein dreyecket Feld BDF, das zu rechnen, so zeuch auss dem einen Spitz (gilt gleich, sey aber jetzo F) den Saiger in die gegenvberstehende Seiten BD winckelrecht herunter, die wirdt sein FG, mess baide FG und vnd BD mit einem Maass; gesetzt FG halte dessen Masses 2, vnd DB 6, halb 6 ist 3, vnd 3mal 2 ist 6, oder halb 2 ist 1, vnd 1mal 6 ist 6, hette also das Feld DBF 6 vniteten, deren jede deines gebrauchten Massstabs lang vnd braitt, das ist geviert, verstanden wirt.

Auss diser Lehr kompt die gantze Kunst dess Feldmessens auff ebnen flachen Feldern vnd zwischen geraden Schrancken, die vberige Fundamenta finden sich von da an biss No. 23.

Einmal wirdt dir diss Maass, darmit du solche Strich messest, an die Hand gegeben, nach Gestalt der Sachen, ein andermal wirt es dir frey stehen. Gesetzt die Lini DB hielte dein Maass, vnd were also 1, GF aber were davon ein drittheil, multiplicir 1 halb in 1 drittheil, kombt 1 sechsstheil, were also das Feld DBF ein sechsstheil von deren Vierung, die so lang vnd brait ist als dein Maass DB. Sonderlich gehet es geschwind zu, wann die Höch ein runde Zehnerzal ist, als 10, 100 etc. Dann da setzet man nur jhre Nullen zu der Zahl der ligenden Seiten, vnd nimpt darnach das halbe Thail von der erlengerten Zahl, also kan man behend rechnen alle geordnete Figuren vmb den Circkel herumb.

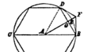
Ein Exempel vom Zwölffeck, da ist ein jede Seiten ein doppelter Tangens oder anstreichende Lini an das 24te Theil dess Circkels, das ist an 15 gradus, nämlich auss dem Canone Tangentum 26795, wann der halb diameter hat 100000, nim diss 24mahl, so hastu 643078, darzu setze die fünff Nullen dess halben diameters, vnd halbirs hernach, so kompt dir 32153903091, ich hab hie für die 5 Nullen den Bruch aussgeführt, den kanstu wol aussen lassen vnd also schreiben 32153903000.

Mit denen Triangeln vnd Figuren, welche in den Circkel hinein geordnet werden, vnd mit allen Spitzen am Vmbkraiss anstehen, bedarff es nicht viel mehrers; zum Exempel sey der Zwölffeck im Circkel drinnen. Nimb den secanten oder Durchschneider auff 15 gradus auss dem Canone, mit demselbigen dividir das Feld dess eussern Zwölffecks, was kompt, nämlich 310582848 etc., das dividir noch einmal mit demselben secante, setze aber allemal zuvor dess diameters Nullen hinzu, damit dir widerumb sovil Ziffer kommen als zuvor; wirt dir entlich kommen 300000 etc., sovil ist dess Feldes im jnnern Zwölffeck.

17. *Zu rechnen die Feldungen, so halb mit geraden Strecken, halb mit runden Gezircken vmbgeben.* (Ex Coroll. 1. Vol. IV. p. 558.)

Zu wissen, wie viel Feldes in einem Stuck Circkels stehe, das mit geraden zwoen Linien auss dem Centro geschnitten, als BEA, welche Figur griechisch Τομεὺς, lateinisch Sector genennet wirdt, teutsch der Schuster Werckmesser, wir köndens aber füglicher einen Circkelzaan tauffen, da mustu wissen, wie gross der Bogen sey, der vom Circkel abgeschnitten ist. Gesetzt nun, es finden sich an dem abgeschnittenen Bogen EB 30 grad, dern 360 im gantzen Circkel seind, so sprich nun, 360 grad halten 11 vierzehende thail von der vierung von CB, was werden 30 grad halten? folgt nicht gar ein vierzehender thail, sondern 11 zwölfftthail von einem.

Fig. 2.



Aigentlicher Nutzen dess obrigen Täfelins. Wann nun das Quadrat dess diameters getheilt wirdt in ein Zahl, die vorn an 4 hat vnd hinten auss etliche Nullen in gerader Anzahl, so dienet dir das hievor gesetzte Täfelein, das hat zur rechten sechs Fäche von Bögen. Vnd stehet neben denselben gegen der lincken eine lange Zahl, deren Theilen, so in jedem gesetzten Bogen seind, doch mit disem Vnderschaid: wann der halbe diameter hatte 100000, so wirff von der langen Zahl die 6 letzte Ziffer hinweg für die Bögen im ersten Fach, 7 für die im andern vnd so fortan, entlich 11 für die im sechssten Fach, vnd soviel der halbe diameter mehr oder weniger Nullen hette als jetz gesetzt, sovil mehr oder weniger Ziffer müsstestu vberal nemen.

Zu rechnen das Feld am Circkelschnitz (Schnitt vnd Schnitz ist hie zweierlei), diser haisst lateinisch Segmentum, nämlich das Feld zwischen einem Bogen vnd geraden Schnitt, als da ist die Orttafel von einem Fassboden, allhie DEGB. Da besihe abermal, wie gross der Bogen sey gegen dem Vmbkraiss, auss demselben rechne erstlich seinen Sectorem oder Zaan BEDA, wie du jetzo bist gelehret worden, hernach rechne das Feld des Triangels ADB, durch No. 16, das zeuch ab vom gantzen Zaan ADEB, so bleibt dir das Feld im Schnitz GDEB.

Zum Exempel: der Bogen BD sey 25 grad 22 minuten 42 secunden, vnd der halbe diameter sey 100000, so wirdt das Feld des gantzen Circkels sein von eilff Ziffern im Täfele zusehen, da ein jede vnitet ein kleine Vierung bedeutet, lang vnd breit einen hunderttausentisten Theil dess halben diameters AB. Brauch das obige Täfelin, da wirstu finden in Summa 2213220609. So gross ist der Zan ADEB, doch die fünff letzte Ziffer seind vngewiss, denn das eine secundum ist nicht genau. Vnd wann dann AB oder AE ist 100000, so findet sich der sinus BG auss dem Canone auff disen halbirten Bogen 21951 vnd AG, der sinus complementi 97561, dise beide Zalen, den sinum dess halben Bogens vnd den sinum seines complementi multiplicir in einander, so kommen 2141682393, so gross ist das Feld BDA, zeuch es ab vom Feld BEDA, so bleibt 716100000 oder 71540000, so gross ist der Schnitz DGBE, vnder dem gantzen Bogen stehend.

Dise Rechnung ist fast verdriesslich vnd lang, wil derhalben hie ein Täfelin beyfügen, auss welchem du behend rechnen kanst, wie gross ein jeder Schnitz vngefahrlich seye, dann man braucht disen Schnitz zum offternmal.

Täfelin zu den Circkelschnitzen.

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0		587	1635	2955	4473	6142	7927	9799	11735	13711	15708
1	19	676	1756	3100	4634	6316	8110	9990	11931	13911	
2	53	769	1880	3244	4796	6491	8295	10182	12128	14110	
3	97	866	2007	3392	4959	6667	8480	10374	12324	14309	
4	150	967	2135	3541	5124	6844	8667	10567	12522	14509	
5	209	1070	2266	3692	5291	7022	8854	10761	12719	14708	
6	274	1177	2400	3845	5459	7201	9041	10954	12917	14908	
7		1287	2535	4000	5628	7381	9230	11149	13115	15108	
8	345	1400	2673	4156	5798	7562	9419	11344	13314	15308	
9	421	1516	2813	4314	5969	7744	9609	11539	13512	15508	
	502										

Wer Lust hette diss Tafelin zu erweitern, der thue jm also. Theil den sinum versum in 1000 (oder so dich die Haut noch beisset, in 10000) gleicher Theil, setze neben einen jeden seinen sinum complementi, mit welchen auss dem Canone sinuum Pitisci die sinus recti gerad gegenüberstehend aussgeschriben, vnd der kleineste (oder vilmehr 2 drittheil von demselben) zum nechsten hernach addirt werden muss, die summa zum dritten, vnd also fortan. Wann sie alle 1000 oder 10000 zusamen kommen, so wirt entlich das viertel von der Circkelfläch (No. 12) drauss, vnd gilt also ein jede vorgehende Summa das Feld jres Schnitzes halb. [2])

Diss Täfelin brauch also, wan DGBE ein gerechter Circkelschnitz ist, so messe sein Breite oder Höhe EG, vnd die Lenge GB (das ist, messe EG vnd GB mit einerley Maass vnd auss disem rechne den halben diameter AB, wie du bey No. 10. gelehrt bist), hernach multiplicir EG mit 100 vnd dividir was kompt mit AB.

Gesetzt die Breite EG sey 6 vnd GB 11, 6mal hundert ist 600, diss mit 11 dividirt macht 54 vnd 6 eilfftheil, nun such die 50 in der obern Zeil vnd die 4 mit dem Bruch zur lincken am Rand, fahr von oben herunder vnd von der lincken nach der rechten zusamen, so findest du im Creytzwege 6941. Sovil Vierungen finden sich im Schnitz DGBE, jede den hundertisten Theil des halben diameters BA lang vnd breit. So aber dein halber diameter eine andere Theilung hat (als hie ist sein Theilung 11), so multiplicirs in sich selber (wie du bey No. 13. gelehrnet), kompt 121, das multiplicir in das gefundene Feld, wirff die vier letzte Ziffer hinweg, so kompt dir 84. Sovil Vierungen, da jede den eilfften Theil dess halben diameters lang vnd breit ist, finden sich im Schnitz DGBE.

Also im vorigen Exempel, da der halbe diameter gewest ist 100000 vnd AG 97561, da ist die Breite dess Schnitzes EG die vberige 2439; wann dann der diameter jetzo im Täfelin nur 100 Theil hat, so ist dise Breite nur 2 vnd nicht gar ein halbs, such 0 oben vnd 2 mit dem Bruch zur Seitten, da findest du 72, wann dus in das quadrat von 100000 multiplicirest vnd 4 Figuren weg wirffest, das ist, wann du 6 Nullen zusetzest, so hast du disen Weg 72000000 zuvor 71538200.

Vnd weil diss Täfelin nur ainhundert Schnitze vermag vnd zwar auch dise nicht mit aller Scherffe, wie es dann in kurtzen Zahlen nicht sein kan, also wil ich dir für die gar kleine Schnitze noch einen bequemen Weg zeigen, dessen Fundament ist dieses: wann mit einer jeden Sennen vnd mit jhrem Boltz, Subtensa et Sinu verso, eine ablenge Vierung beschlossen wirdt, so helt das feld dess Circkelschnitzes, so darinnen stehet, mehr dann zwei dritte theil deroselben ablengen Vierung, vnd weniger dann ailff vierzehen Theil, dann wann der Schnitz erstlich anfahet, so helt er zwey drittetheil, das ist 6667 von 10000 wie vnten bey No. 18. ein jeder Kegelschnitt, wann er aber gar zu einem halben Circkel wirdt, so helt er ailff 14 theil, das ist 7857 von 10000, wechsst also vom Anfang biss zu End vber die 2 drittheil hinauff vmb 1180 von 10000.

Wann dann nun jetzo der Circkelschnitz einen gar kleinen Bogen hat, als 2 Grad 15 Minuten, so nimb sein halbe Senne oder den sinum auff den halben Bogen 1 Grad 7 Minuten 30 Secund., der ist 196375, wann der halbe diameter siben Nullen hat. Sein des halben Complementum ist 88 Grad 52 Minuten 30 Secunden vnd gibt in Canone den sinum 9998072, was disem abgehet zu Ergentzung dess halben diameters, ist der Boltz oder sinus versus, nemlich 1928. Multiplicir mit 4, so wirdts 7712, multiplicirs in den dritten Thail des sinus, nemlich 65458, so kompt dir 504720000, das ist nun gar vmb ein vnkennliches weniger, dann das Feld vom Schnitz.

Ein anders: der halbe diameter sey 100000, die Höch des Schnitzes 2439 (diss 4mahl ist 9756), also dass sein vberiges 97561, vnd der Rest zu dess Schnitzes halben Bogen sey 77 Grad 19 minut. 51 sec. vnd dess Schnitzes halber Bogen 12 grad. 40 min. 9 sec., dessen sinus 21951, dessen dritter theil 7317 in 9756 multiplicirt macht 71385 etc., solte 715382 etc. sein. Ist doch nähener getroffen dann durch das Täfelin, dann das gibt 72000, dieweil die Höch ist nur dritthalb von hundert. Magst also disen process von dem Bogen 25 gr. an bey den kleinern Circkelschnitzen brauchen.

18. *Von der Feldung im Kegelschnitt.*

(Auss dem 2. Zusatz. Vol. IV. p. 558.)

Was ein rechtwinckeliger Kegelschnitt (Schnitt vnd nit Schnitz) sey, Parabole genennet, findestu besser vnden. Ist ein Fläche, oben mit einem vngleich gebognen Zug (in der 9. Figur bey No. 29. mit PCQ) vmbzogen, vnten aber stehet sie auff einem geraden Strich PQ, anzusehen wie ein Schorschauffel. So nun diesem geraden Strich PQ ein anderer LC oben gleich lauffet oder parallel ist, vnd gerad an dise Fläch am obersten Güpffel C anstreichet, vnd man zeucht solchen Güpffel C vnd baide Ende dess Grundes P, Q zusamen, also dass es einen Triangel gibt, so helt die gantze Parabole vmb ein drittheil mehr, als der Triangel, oder wie droben beim Circkelschnitz Meldung gethan worden, helt es zwey drittheil von der ablengen Vierung.

Derhalben so messe sein Höch, oder wieweit die gleichlauffende Linien PQ vnd CL von einander stehen, messe auch seinen geraden Strich PQ, darauff er stehet, zeuch ein drittheil davon, das vbrige multiplicir in die Höch, so hastu das Feld.

Am Circkel vnd an der Parabole ist diss ein gemeiner Vortheil: man schneid einen Schnitz darvon auff welcher Seyten man wölle, wann die Grundstriche durch welche der Schnitt gegangen, einander gleich, so seind auch die vom Circkel abgeschnittenen Felder einander gleich, so auch die Felder von der Parabole abgeschnitten seind vndereinander gleich. (Comp. No. 89.)

Noch ist ein solcher Kegelschnitt Hyperbole, von einem stumpffen Kegel, ist No. 29. bey der 9. figur mit VSX oder MCN bezeichnet, dessen rechte Messekunst noch nicht erfunden ist, er hat aber mehr dann drey vierte Thail eines solchen Triangels in jhne hinein gerissen, hingegen helt er mehr dann zwey drittheil dess eussern Triangels, bey der 15. Figur mit ABC halb auffgerissen, vnd der Bogen mit BV bezeichnet.

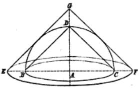
19. *Von runden Feldungen an einem Kegel.*

(Auss dem 5. Theor. Vol. IV. p. 560.)

Kegel haisst in der Kunst nicht ein solcher Kegel, darnach die Buben mit der Kugel zilen, vnder deren der mittere ein Cron hat vnd König ist, sondern ein solche Figur, die einen gerechten Circkelrunden Boden hat vnd von demselben vmb vnd vmb mit gerader Strecke auff einen Spitz hinauss laufft. Ist also sein eusserlich Feld oder Dach nach der Seiten rund, nach der Höhe aber gerad vnd also gemischet: diss Feld lasset sich leichtlich auff die Fläche aussbraitten, gibt einen luckechten Circkel, der einen Sectorem als gleich einen Zaan verlohren. Messe die Lähn (Lähn: latus acclive, cujus circumductu creatur superficies coni) vom Vmbkraiss am Boden biss oben an den Spitzen, messe auch dess Bodens Braitte oder den diameter mit einerley Maass. So dir nun das Feld am Boden durch den diameter kund worden, so multiplicir es in die Lähn vnd dividir was kompt in den halben diameter dess Circkuls am Boden, so hastu das runde Dach vom Kegel.

Exempel: ich sol einen runden zugespitzten Thurn mit Blech decken lassen, der am diameter 7 Schuch hat, die Lähn aber 10 Schuch, weil dann der diameter hat 7 Schuch, so hat des Dachs Boden $38\frac{1}{2}$ gevierter Schuch, multiplicirs in 10, kompt 385, dividirs mit halb 7, kompt 27 (vide annot. 3.) sovil Bleche, jedes eins Schuch breit vnd lang, wirstu brauchen.

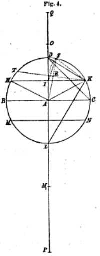
Fig. 3.



Wann nun ein halbierte Kugel were, vnd auff ihrem Circkelrunden Boden stünde ein Kegel wie hie zusehen, der biss an den Würbel reichete, es striche aber ausserhalb ein anderer Kegel an die Kugel, der dem innern gleich sehe, nemlich baide rechtwinckelig weren: so ist dess Feldes am innern Kegel halb so viel, als des am eussern.

Zu vergleichen aber das Dach gegen dem Boden, wann der Kegel winckelrecht, so duplir den Boden, such die Wurtzel davon, also kombt dir das Feld am Tach dess Kegels, ohne Abmessung der Lähn. [3])

Fig. 4.



20. *Vom gantz runden Feld vmb die Kugel.*

Aussen vmb die Kugel herumb ist viermal so viel rundes Feldes, als innen am circkelrunden Schnitt, wann man die Kugel mit einer Fläche BDCL durchs Centrum A enzwey schneidet.

Exempel. Die Erdkugel ist 1720 Teutscher Meilen dick, helt derohalben am Schnitt durchs Mittel 23 mal hundert tausent gevierter Meilen, vnd ist aussen herumb 92 mal hundert tausent vierecketer Meilen breit.

Ein anders. Der Mond ist 400 Teutscher Meilen dick, helt also innen am Circkelrunden Schnitt bey einhundert tausent vnd ferners fünff vnd zweintzig tausent Teutscher gevierter Meilen, diss viermal genommen, macht fünff mal hundert tausent Teutscher gevierter Meilen aussen herumb. Da gehöreten nun auch etliche vil par Ochsen zu, soviel Feldes zu bauwen, wann gleich das halbe thail Wasser wäre.

21. *Vom runden Feld des Kugelschnitzes.*

Ein Kugel nit eben allein durchs Centrum, sondern auff der Seyten geköpfft, wie hioben zusehen bey HKD, da setz den einen Fuss des Circkels ins D, ist der Wirbel oder höchste Punct am Hütlein HDK, den andern Fuss streck herunter an Schnitt, als an K oder H, darmit reiss auff der Fläch einen Circkel D auss dem Centro K: so wirt das runde Feld am Hütlein disem flachen gleich sein. Also thue ihm auch mit dem Stumpff oder grössern übrigen Thail der Kugel HLK, begreiff mit dem Circkel die Leng LK oder LH, vnd reiss auff der Fläche einen Circkel K auss dem punct L, der hat gleiche Feldung mit dem runden Feld am Stumpff. Nicht anders ist es auch mit DC vnd mit dem Circkel C, auss dem Centro D auff die Fläche gerissen.

Hettestu aber ein Gürtel als BHKC in die Fläche zubringen, so thue fürs

erst mit dem Hütlin HDK, wie du jetzo gelehret bist, hernach thue dergleichen mit dem grössern Schnitz BDC, magst baide auss einem oder auss zweyen puncten L, D auff die Fläche auffreissen, nur dass der kleiner Kraiss in dem grossen stehe. Was nun für Felds zwischen beyden Circkeln stehet, dessen ist soviel als dess runden an der Gürtel BHKC, sie sey jetzo rings herumb gleicher Brait, oder an einer Seit schmeler als BTKC: da dann ein jeder Schnitt seinen besondern Wirbel haben wirdt, als TSK den Puncten S vnd BDC den Puncten D.

22. *Ein sonderliche Behendigkeit, bald zu wissen, wie gross das Feld sey in einem solchen Hütlein oder Gürtel gegen der gantzen Kugel zurechnen.*

(Auss dem 8. Theor. Vol. IV. p. 562.)

Sihe nur auff den diameter oder Höhe der gantzen Kugel, vnd auff die Höhe dess Hütlins oder der Gürtel, welche rings herumb eine gleiche Braite hat, dann so viel die gantze Höhe grösser ist, so vil ist auch die gantze Feldung vmb die Kugel grösser.

Wiltu wissen, wie viel Landes in der verbrennten Gürtel oder Zona torrida lige, da die Sonne dess Jahrs ein mal oder zwey gerad vber die Köpffe gehet, vnd in die tieff aussgegrabne Schöpffbrunnen auf den Boden herinn scheinet, vnd die Thürne zur Mittagsstund keinen Schatten haben: so lass dir nur einen Astronomum sagen, wie brait solche Zona torrida sey, nach der gerad vnderzognen Lini: das wäre an der nider gestürtzten Gürtel die Höch. Nämlich wann der diameter helt 200000, so helt dise Höhe 79815, gleich ein so gross Stuck von der gantzen runden Feldung dess Erdbodens gehört vnder das verbrannte Theil, nämlich weniger dann der halbe vnd mehr dann der dritte Thail. Hingegen das kalte Land, da im Winter die Sonne vnderweilen gar nit auffgehet, ist vil kleiner. Dann das Hütlin von der Kugel ist nicht höher, als 8311, wäre das fünff vnd zweintzigste thail von der gantzen Rundung, doch seind ihrer zwey. Wann nun haisse vnd kalte Länder von der gantzen Rundung abgezogen werden, so bleiben zwo temperirte Gürtel, die machen ein wenig mehr, dann die halbe Rundung dess gantzen Erdbodens.

Wann nun jetzo die gantze Rundung oder Feldung vmb die Kugel herumb in einem gewissen Maass bekant ist, so mag leichtlich durch die Regel detri erkundiget werden, wie gross in solcher Maass das runde Feld vmb einen Schnitz oder Hütlin sey.

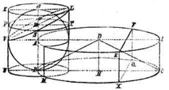
Zum Exempel, der Circkel BDCL flach verstanden hat am Feld 31415926536 solcher gevierter Thail, wie sein diameter DL oder BC hat 200000 langer Thail, als bey No. 14 gemeldet worden. Nu bistu bey No. 20 gelehret, dass dess runden Feldes aussen vmb die Kugel herumb gerad viermal so viel sey: nämlich 125663706144. So setze nun, die Höhe DI vom Schnitz HDK sey 78040. Multiplicir sie in das runde Feld von der gantzen Kugel, was kombt, dividir durch der gantzen Kugel Höhe 200000, durch Hülff dess Täfelins No. 12, dann was dir durch das Täfelin kombt, das duplir vnd wirff die fünff letzte Ziffer hinweg, so findestu, dass die Rundung am Schnitz oder Hütlin in sich habe 49039633004 solcher Thailungen, jede ein Vnitet lang vnd brait verstanden.

23. *Vom Feld an einer Wellen, Walger oder Cylindro.*

(Auss dem 9. vnd 10. Theor. Vol. IV. p. 563.)

Ein Wellen oder Walger, so hoch als brait am Boden, vnd ein Kugel gleicher Höhe oder Dicke mit ihr, haben gleiche Rundungen, oder deutlicher, dess halbrunden Feldes vmb den Walger herumb (die zwen flache Böden nicht darzu gerechnet) ist gleich sovil als dess gantz runden Feldes vmb die Kugel.

Fig. 5.



Vnd wann durch baide in einander gesetzt ein Schnit geschicht, als POTS, welcher rechtwinckelig auff den innern Graat GB (als in R) zutrifft, so werden abermals beider Orten gleich grosse Felder abgeschnitten, nämlich an dem Walger KPLT, an der Kugel PGT als ein Hütlin.

24. *Vom Raum, Fülle oder Corpus der geraden Seulen vnd Wellen (Walger, Waltzen oder Täller).* *)

(Auss dem 3. Theor. Vol. IV. p. 559.)

Das innerliche Corpus oder Fülle, oder der Raum, welchen ein jeder Zeug oder erhebte Figur einnimpt, ist noch weniger bekant vnd sichtbar, dann zuvor das flache Feld. Derohalben muss das Maass, mit welchem man einen solchen Raum misset, abermal mit dem mehr bekanten langen Maass verbunden sein. Vnd misset man einen jeden Raum, er sey mit runden oder flachen Feldern eingeschlossen, durch ein raumliches Maass, oder erhebte Figur, in sechs flache Vierungen winckelrecht eingeschlossen, also dass es in der Lenge, Braite vnd Höhe das Maass halte, das dem Messer zur Hand gehet.

Dises Maass oder Figur haisset Cubus, teutsch könden wirs von Gleichnus wegen einen Würffel nennen. Wann dann ein runder Walger in einem Cubo stehet, vnd an dessen vier auffgerichte Felder ab vnd ab anstreichet, auch vnten vnd oben an der fünfften vnd sechssten Vierung mit zweyen flachen circkelrunden Feldern oder Böden anstehet: so ist es gleich als wie mit der blossen flachen Vierung vnd ihrem Circkel. Dann der Cubus gibt das Maass, vnd wann du denselben in 14 Stuck thallest, gleiches Raums oder Gewichts, so werden deren 11 auff den runden Walger, die vbrige 3 auff die vier auffgerichte Ecke geben.

Sprichstu, wie sol ich einen Cubum in 14 Stuck thailen? Antwort, nicht also, dass 14 junger Cubi oder gerechte Würffel drauss werden, dann diss kan durch die Kunst nicht geschehen, bestehet auff einem gerathwol, ein Vierung kan nit getheilet werden ohn Vnderschaid in andere Vierungen soviel man deren wil, sondern nur allein in 4, oder 9, oder 16, oder 25 Vierungen vnd so fortan, in die Quadratzahlen: also ein Cubus kan gleichesfals in kleinere Cubos anderst nicht, dann in 8, getheilet werden, oder in 27, oder in 64, oder in 125 vnd so fortan, in die cubische Zahlen. Es würden dir auch solche 14 cubi wenig nutzen, dann sie weder mit ihrer Lenge, Braitte vnd Höhe sich in dein fürhabendes langes Maass, nämlich in die Lenge dess grossen cubi schicketen, noch auch mit ihren flachen Feldern auff das flache Feld des grossen cubi: sondern es verstehet sich dise Zahl 14 nur allein auff den Leib, Gewicht oder Raum, ohn Ansehung wie er von aussen gestaltet.

Was nun gesagt worden vom Cubo vnd seinem runden Walger, soll auch verstanden werden von einem jeden Quaderstuck vnd seinem runden Walger

*) Wann es rund ist vnd nider, so wöllen wirs ein Täller nennen oder ein Rad. Ist es aber hoch oder lang, so heisst es ein runde Seule, wann es auffrecht stehet; ligt es aber, so haist mans einen Walger, eine Waltzen, eine Wellen.

oder Wellen, sie sey höher oder niderer, wann nur baide zwen gleich schwebende, das ist parallelböden haben.

Zum Exempel, du hettest ein geviertes Stuck Silber, am Gewicht 70 Quintlein, auss demselben wurde ein runder Täller herauss geschrotet oder gepresset, welcher an alle vier Seiten des gevierten Stuckes anstriche, der wurde 55 Quintlein, vnd das abgeschnitzel von vier Ecken 14 Quintlein halten, dann 70 ist 14, 5 mal, vnd 11, 5 mal ist 55. Ein anders, ein gross Quaderstuck, 14 Centner schwer, soll zur runden Seulen oder Walger werden, was wurde sie wegen? Antwort 11 Centner.

Wie sich nun helt die runde Seulen zu ihrem geraden Quaderstuck mit gevierten gleichen Böden, also helt sich auch ein jede gedruckte Seulen, die zwen Böden von ablengen Circkeln oder Eylinien hat, zu ihrem rechtwinckligen Quaderstuck mit Böden von ablengen Vierungen, an dessen Seiten sie anstreicht, nämlich auch wie 11 gegen 14.

Wie dem aber, wann nicht das ein auss disen Geselleten von gleicher Höch das andere, sondern ein gewisses Maass oder cubus alle baide messen soll? So messe mit der Lenge deines cubi oder Maass baides die Lenge vnd die Braitte an Böden, dann auch die Höch der Seulen oder Quaderstucks. Auss der Lenge vnd Braitte, wann die Böden rechtwinckelig, oder auss ihren Triangeln, wie bey No. 14. 15. 16, erlehrne erstlich, wie vil gevierte Feldungen deines Maasses der Boden halte. Darnach multiplicir den Boden in die Höch, so kompt dir die Anzahl deiner vollen Maasse, welche in dem Leib oder Fülle dess Quaderstucks oder Seulen seind.

25. *Vom Raum der zugespitzten Kegeln vnd Seulen, Pyramides genannt.*

(Auss dem 4. Theor. Vol. IV. p. 559.)

Eine jede gerade Seulen von gleichschwebenden Böden hat dreymahl so viel Raums, als ein zugespitzte Seulen oder Kegel auff ihrem Boden stehend vnd mit dem Spitz an ihren obern Boden reichend, oder an des obern Bodens Höch, wann man denselben fürgehen lesset. Besihe hierumb dise Figur, da stehet ein

Fig. 6.

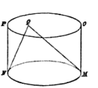
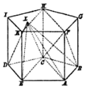


Fig. 7.

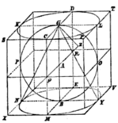


gerade vnd ein zugespitzte Seulen auff einem Fünffeck, darnebens ein Walger vnd ein Kegel auff einem circkelrunden Boden. Die gerade Seul vnd der Walger fasset dreymal soviel als das zugespitzte vnd der Kegel.

Zurechnen einen jeden Kegel oder zugespitztes. Wann dir bekant ist das Feld am Boden auss No. 14. 15. 16. vnd zumal die Höhe in einerley langem Maass, so multiplicir den Boden in das dritte Theil der Höch, oder das dritte Theil dess Bodens in die gantze Höch, oder multiplicir baide gantz in ein ander,

vnd nimb hernach das dritte Theil auss dem was kompt, so hastu die Zahl der vollen Maasse im Leib vnd Raum der zugespitzten Seulen.

Fig. 8.



26. *Vergleichung dess Walgers vnd seiner Kugel.*

(Auss dem 9. Theor. Vol. IV. p. 562.)

Ein Walger so hoch als brait an den flachen Böden helt nach dem Raum andert-halb Kugeln, die in dem Walger anstreichen oder gleiche Höch haben. Da ist der runde Walger KY, vnd KL, NY seind die Braitte der Böden, so gross als die Höch GB oder KN.

27. *Vergleichung der Kugel vnd dess Kegels.*

(Auss dem 13. Theor. Vol. IV. p. 565.)

Ein Kegel gleicher Höch mit der Kugel, wann er auch einen Boden hat so gross als die Kugel am mitteln Schnitt ist, helt das halbe Theil von der Kugel, besihe hie die 8. Figur.

28. *Vergleichung dess Wirffels mit seiner Kugel.*

(Auss dem 12. Theor. Vol. IV. p. 564.)

Wann ein Kugel an dess Würffels 6 Wänden jnnen anstreicht, so ist sie ein wenig mehr dann das halbe Theil vom Wirffel, besihe hie diẽ 8. Figur. Da ist der Wirffel STVX, seine 6 Mittelpuncten an den 6 Wenden seind, oben G, vnden B, neben P, Q, O, R, an welchen die Kugel anstreichet.

Deutlicher: wann der Wirffel wigt 21 Pfund, so wigt die Kugel 11, doch nicht nach der Scherffe zu verstehen, welches allhie abermahl vnmüglich zu treffen; dann nach der gewonlichen Ausstheilung dess diameters, oder eines langen Ecks dess Wirffels in 200000 langer Theil, so bekommt der Wirffel 8000000000000000 Theil, jeden ein Vnitet lang, brait vnd hoch, die Kugel aber nimbt deren fast 4188790204786301 hinweg.

Dise Zahl zu behalten, so merck auss Villalpando,[4]) dass sie zusammen gesetzt sey auss vier drittheilen deren Zahl, welche No. 12. das Feld dess Circkels bedeutet. Dass nun hie flaches vnd rundes also genau mit gantzen Zahlen mit einander eintreffen, das geschicht nicht vons Garten sondern vons Zauns wegen. Dann ob schon das Feld am Circkel flach aussgebreittet vnd also gerad ist, so wirdt es aber doch mit einem runden Kreiss vmbzeunet, vnd vergleicht man also auch hie krummes mit krummem, vnd wie sich helt der diameter 7 gegen dem sechsten theil dess Vmbkreisses 22, also auch der Würffel gegen seiner Kugel.

Summa von Gedächtnus wegen: Der Kegel 1, die Kugel 2, der Walger 3, der Würffel nicht gar 4. Sondern nehener also: wann der Kegel wiegt 11, so wigt die Kugel 22, die Wellen oder Walger 33, der Würffel 42, nicht 44. (Comp. No. 89.)

29. *Von Walger- vnd Kegelschnitten.*

(Auss dem Supplemento. Vol. IV. p. 574.)

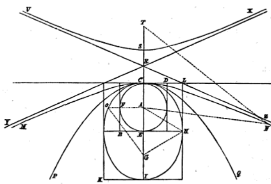
Noch seind andere Figuren nicht so perfect wie die vier jetz abgehandelte, die sich doch auch etlicher massen nach den hievorgesetzten arten; die entsteben, wann man den Kegel durch eine gerade Fläche entzwey spaltet, oder wann man ein Lehr, dannen hero genommen, an Drähstock anschlegt vnd nach solcher Lehr ein Stuck Zeugs am Drähstock abdrähet.

Ich wil aber den Kegelschnitt beschreiben, vmb besserer Richtigkeit willen, nicht wie Archimedes, sondern wie Apollonius jhne beschreibet, dann also gedunckt es mich leichter zufassen. Es seind der recht runden Kegel mancherley, etliche stumpff wie ein Kampffrad oder Thürangel, der mit dem Spitz in seiner Pfannen vmbgehet vnd die gantze Thür tregt, etliche spitzig wie ein Gewirtzscarnitzel von Papir. Dise alle ohne Vnderschaid, die mögen auff fünfferley weise gespalten werden, verstehe durch einen geraden Straich oder Schnitt, mit einem flachen Beihel, Axt oder Messer. Eintweder du triffst auff den Spitz zu, so gewint der Schnitt die Figur eins rechtlinischen Triangels, oder du triffst neben dem Spitz auff die Rundung, wann dann der Straich oder Schnitt gantz durchgehet, vnd der Kegel gantz geköpffet ist, dann so nimb den Schnitz an welchem der Spitz gebliben, stürtz jhne auff den Schnitt den er gewunnen, stehet er gerad auffrecht, so ist sein Schnitt gewiss Circkelrund, neiget er sich aber auff ein Seyten, so ist sein Schnitt oder Boden ein ablenger Circkel oder Aylini, genannt Ellipsis, ist in der folgenden Figur zusehen bey den Buchstaben CHIO. Vnd ob es sich alsdann begebe, dass der Streich durch des Kegels Boden gangen wäre, so wurde diser Schnitt ein Stuck sein von einem ablengen Circkel, vnd so man den Kegel erlengerte, dass er vmb vnd vmb die durchschneidende Fläche erraichete, so wurde alsdann auch der ablenge Circkel am Schnitt ergäntzet sein.

Hettestu aber den Kegel also getroffen, dass der runde Rucken am abgehawenen Schnitz, der den Spitz behalten vnd auff den Schnitt gestürtzet ist, vom Spitz an ab vnd ab einerley Höch behielte, so wurde der Schnitz Parabola haissen, dessen Furm (dess Schnitts sprech ich vnd nicht dess Schnitzes) hastu allhie bey PCQ. So aber der Rucken des Schnitzes gegen dem Spitz am niderigsten wäre, vnd gegen dem braiten Theil in die Höche stige, so ist alssdann der Schnitt ein Hyperbole, dessen Gestalt sihestu bey MCN, besser aber bey VSX.

Diser Kegelschnitte wirt hie gedacht von zweierley Vrsachen wegen. Erstlich erfordert es die Notdurfft, dass man wisse die Weise, zumessen einen jeden herab gehawenen Schnitz an vnd für sich selber, nicht weniger als den gantzen Kegel, Kugel oder Wellen. Fürs ander, als kurtz hievor gemeldet, so kommen auss disen Kegelschnitten andere mehr Figuren, die man auch nach der Hand messen oder betrachten muss, wollen derhalben jetzo die Schnitze beseits setzen vnd auss dem Sinn raumen, vnd von ersten nur von disen Schnitten handeln; allein vorher zuerinnern, auss Sereno (De sectione Cylindri), dass ein Wellen oder Cylinder schlims geschnitten keinen andern Schnitt gewinn, dann auch einen ablängen Circkel oder Eylini, gantz oder abgestutzet. Wurde sie aber gerad nach der Zwer geschnitten, so gibt es einen gerechten Circkel, wann anderst die Wellen recht circkelrund. Entlich so sie (die Wellen oder Walger) gerad abwärtz gespalten wurde, es wäre

Fig. 9.



durch den mittlern Graat oder auff einer Seitten, so gewinnt der Schnitt eine rechtlinische gerechte oder ablenge Vierung, nach dem die Wellen lang oder kurtz.

30. *Ordnung vnd Aigenschafft der Kegelschnitte.*

(Auss dem Supplemento. p. 575.)

Der Circkel gehet voran, auff jhn folgen allerhand Ellipses oder ablenge Circkel, deren Furmen seind vnentlich viel, nicht allein an der Gestalt vnd Maass der Braitte gegen der Leng, sondern auch in jeder Sorten an der Grösse. Nach allen Ellipsibus kompt die Parabole, die ist der Gestalt nach einig, wie der Circkel, allein der Grösse nach seind jhrer auch vnentlich vil. Nach der Parabole gehen die Hyperbolae an, seind jhrer gleichsfals vnentlich vil, letztlich beschleusst ein gerade Lini den gantzen Hauffen.

Circkel, gleiche vnd ablenge, kommen in sich selber wider zusamen, Parabole vnd Hyperbolae strecken jhre Bögen jmmer fürbass hinauss vnd begehren nicht zusamen, wann man sie auch vber den eussersten Himmel hinauss erstreckete. Je weitter man sie erstrecket, je geräder sie werden, doch nimmermehr gar allerdings gerad, mit disem Vnderschaid, dass in der Parabole die gerade Axlini CI, so durch den Wüpffel C gehet, baide Bögen CP, CQ zu sich locket, die endtlich der CI fast gleich, doch nimmermehr völlig gleich lauffen, dann ob sie sich wohl je mehr vnd mehr nach der Geräde CI richten, kommen sie doch je mehr vnd mehr vnentlich weit von jhr hindan; hingegen in der Hyperbola lassen sich die Bögen SV, SX, oder CM, CN von den Linien RY, RZ laiten, die da im R zusamen fallen vnd bey einer jeden Hyperbola einen gewissen Winckel schliessen, der ist allhie stumpff, kan auch recht oder spitzig sein, vnd alle Hyperbolae, die auss jedem solchen Winckel einerley Furm haben, die haben auch nur ein Par solcher Linien, Asymptoti genannt; da eine weit von

den Asymptotis entan stehet, die andere nahe bey ihnen ist, jene wirdt grösser geschätzt, dise kleiner. Je weitter nun der Bogen CM in seiner Art erstreckt wirdt, je näher kompt er zu der Lini RY, vnd kompt doch in Ewigkeit nimmermehr gar an sie, also dass sie zusammenfallen.

31. *Die drei Kegelschnitte mit Behendigkeit auff ein eben Feld auffzureissen.*

(Auss dem Supplemento vnd Paralipomenis ad Vitellionem. Vol. IV. p. 575. Vol. II. p. 187.)

Wann du hefftest einen Faden in dem Puncten A, vnd nimmest die Lenge AC, steckest auch einen Spitz bei C durch den Faden vnd fehrest mit dem Spitz vnd aussgestreckten Faden vmb das A herumb, so wirstu mit dem Spitz einen gerechten Circkel auffreissen. Das sag ich von Vergleichung wegen, sonsten ist es einem jeden zuvor bekant.

Nimb jetzo zwen Steffte, stecke sie auff das Reissbrett in zwen Puncten, A vnd G, deins gefallens weit von einander, nimb einen Faden, schlag ine vmb den Stefft G, strecke von da an zwey Trümmer dess Fadens vber den andern Stefft A hinauff, eins zur lincken, das ander zur rechten baider Steffte, lass baide vber den Stefft A deins Gefallens weit hinauff gehen, als zum Exempel biss ins C, da knüpff baide Trümmer zusamen, vnd setz einen Spitz hinein, streck mit demselben den Faden an vnd fahr also herumb mit gestrecktem Faden von C in H vnd I, so wirdt ein Ellipsis oder gerechter ablenger Circkel oder Ovallini drauss.

Wann ein Cavalliero wider auss Italia kompt vnd hat in Mathematicis soviel proficirt, dass Er ein solche Oval- vnd etwa ein Spiral-Lini darzu reissen kan, lesset er sich die Raise desto weniger dauren. Man pflegt auch solche Stücklin drinnen wol zu bezahlen. Das wär aber allein die Ellipsis, ich wil hie noch die vbrige Conicas hinzu setzen.

Nimb abermal zwen Steffte, stecke sie auff das Reissbrett in zwen Puncten A vnd T deins Gefallens weit von einander, knüpff an jeden Stefft einen Faden. Theil die Leng TA in zwey vngleiche Thail deins Gefallens im Puncten S, vnd strecke von baiden angeknüpfften Fäden A vnd T zwey Trümmer AS vnd TS zusamen biss ins S, steck einen Spitz zwischen baide bey S, vnd von disem Spitz in S erlengere die zwey Trümmer der Fäden zusamen gelegt so weit als dir beliebet, strecke also baide Fäden mit einer Hand an vnd lass sie den Spitzen auss dem Puncten S gegen V hinauss ziehen, biss er dir an die Finger kompt, mit welchen du die Fäden gefasset hast, so wirdt der Spitz ein Hyperbolam auff einer Seiten auffreissen, so lang du die Fäden gefasset hast; das andere halbe Theil auff der anderen Seiten SA mach auch also.

Die Parabolen aber reiss also: zeuch ein gerade Lini CI so lang du wilt, steck einen Stefft in deren Puncten einen, als A, mache die Lini CA so gross du wilt, vnd wa du die Lini endest, als in I, da reiss ein andere Lini IKP rechtwinckelig auff. Hernach knüpff einen Faden an den Stefft A, den streck hinauff biss ins C, da setz einen Spitz an, schlag den Faden vmb ihn herumb, vnd streck ihne biss ins I, da mach einen Knopff, jetzo nimb den Knopff in die eine Hand, den Spitz in die andere, streck den Faden mit dem Spitzen C an, fahr mit baiden Henden von der Lini CI entan, also dass der Faden zwischen dem Spitz vnd Knopff allezeit der Lini CI gleich oder parallel stehe, bleib mit dem Knopff in der Lini IP, so wirdt der Spitz auss C ein Parabolen reissen, biss in die Lini IP, also dass Knopff vnd Spitz

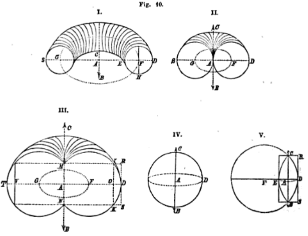
entlich in der Lini IP, nämlich in P zusamenkommen. (Diss zuerhalten magstu auch ein Winckelmaass brauchen, wie man die proportionallinien findet.)

32. *Was für Figuren aus den flachen Kegelschnitten kommen, wann einer nach dem andern auff vnderschidliche Weise zur Lehr gebraucht vnd die Massa oder Zeug am Drästock nach solcher Lehr abgedräet wirdt.*

(Auss dem Supplemento. p. 575 s.)

Deren Kegelschnitte seind vier, ein Circkel, ein ablenger Circkel, ein Parabole, ein Hyperbole: auss disen vier Figuren kan jede auff fünfferley Art herumb getriben oder zur Lehr angeschlagen werden: besihe hie die 10. Figur.

Fig. 10.



Dann eintweder lauffen sie aussen vmb die Ax herumb, wie hie bei No. I. Da gibt jede einen Ring. Oder sie stehen mit dem einen End oder Puncten gleich an die Ax an, da gibt es beschlossene Ringe, wie hie bei No. II. Oder sie werden besser vber die Ax hinein gerucket, also dass sie nicht gantz vmblauffen, sondern es gehet inen ein Schnitz ab, dann so wirdt ein Apffelrunde Figur auss dem Circkel, besihe hie bei No. III. Oder die Ax gehet gar durchs Centrum, also dass nur ein halber Circkel vmlaufft, oder die Lehr nur auss einem halben Circkel genommen wirt, da wirdt ein gerechte Kugel darauss, wie hie bey No. IV. zusehen. Oder entlich gehet weniger vmb, dann das halbe Theil, nämlich nur ein Schnitz, da wirt ein Citronenrunde Figur drauss, wie bei No. V. allhie zusehen.

Wann nun die drey vbrige Kegelschnitte auch so perfect vnd einfeltig weren, wie der Circkel, so hetten wir der Figuren in einer Summen zweintzig:

demnach aber ein grosser Vnterschaid ist am anschlagen deren anderen Figuren, vnd viel dran gelegen, nach welchem Strich man ihr halbes Theil, weniger oder mehr, nemen solle: als erstreckt sich die Anzahl diser gedrähten Figuren, so allein auss dem Kegelschnitt herkomen, auff zwo vnd neuntzig, einer jeden absonderliche wunderbarliche kleine Theil oder Spältlin, item die Figuren selber vmbgekehrt, vnd ire holaussgedräte Furmen nicht mit eingerechnet. Ob es nun wol Vnnoth dieselbige nach lengs zubeschreiben, wie im lateinischen Werck beschehen, so kan ich doch der fürnemsten hie nicht geschweigen, sonderlich von der Fässer wegen.

Ein halber ablenger Circkel oder Ellipsis nach der Leng angeschlagen, gibt ein Leib wie ein Ey, doch ordentlicher vnd oben so dick als vnten, artet sich nach der Kugel, darumb es Griechisch Sphaeroides longum genennet wirdt, Teutsch ein ablenge Kugel. Die siehestu hieunten No. 11.

Selbige Figur nach der zwer also halbirt angeschlagen, gibt einen Leib, wie fast eine Linsen, oder wie sich etliche Kisslingstein im Bach abstossen, Griechisch Sphaeroides latum, möchtens Teutsch eine gedruckte Kugel nennen, oder einen runden Polster oder Küss. Hie vnten No. 12.

Wurde aber weniger dann das halbe Theil angeschlagen, das gibt nach der Leng die Gestalt einer Oliven oder lenglechten Zwespen: nach der Zwer die Gestalt einer Kriechen oder Gurren, wie mans hie zu Land haisst.

Eine halbe Parabole oder Hyperbole COP nach der Axlini CI angeschlagen, geben zwey Griechisch genennte Conoidea, oder rund abgeribne Kegel (Fig. 13, 14.), das Conoides Parabolicum sihet wie ein runder Hewschober oder Hewschoch, das Hyperbolicum wie ein Aiss oder Geschwer, oder wie ein ordentlich auffgeschitteter Arbishauffen oder ein runder Bergkübel.

Dise Figuren gantz recht nach der zwer NO angeschlagen, geben die Gestalt einer Spulen OINC. Soviel wirt vns zu Betrachtung dess Fasses dienstlich sein. Sonsten kommen vnder die obbesagten 92 Sorten allerhand Küttenrunde, Birenrunde, Zirbelnussrunde, allerhand Kernrunde, dann Zapffenrunde, Brait-Kürbisrunde, Judenkerschenrunde vnd dergleichen Figuren, deren fast jede ihr aigene Weise hat, dardurch sie kunstlich mag gemessen werden, also dass es nicht noth sey, sie gegen andern Sorten gleichs Zeugs zu wegen, oder in ein Wasser zu werffen vnd die Erhöhung dess Wassers, durch sie beschehen, warzunemen, welches sonsten die zwey, aber nit kunstliche, Mittel vnd Handgriffe seind, allerhand vnordenliche vngestalte Figuren nach ihrem Leib, Raum oder Fülle zu messen.

33. *Vom Leib der ablengen vnd gedruckten Kugel oder des Ayes, vnd der Linsen.*

(Auss dem Epis. 1. ad Th. 13. Vol. IV. p. 565.)

Als nu gesagt, dass das Ay (verstehe es geometrisch, wolgeordnet, oben so dick als vnden, wie in hie bey gesetzter Figur) Kugelart habe: also ist es auch gleich wie die Kugel, gantz oder halb, jedesmahl zweymal so viel als der Kegel von gleicher Höch, dessen Boden dem mittern Schnitt dess Ayes gleich ist. Muss also die Feldung am Boden dess halben Ays bekandt sein, sampt dess halben Theils durch einerley Lenge, dann auss dem diameter dess circkelrunden Bodens hastu seine Feldung, als du bey No. 14. gelehret

Fig. 11.

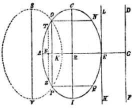
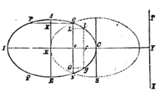


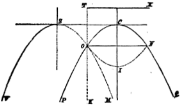
Fig. 12.



bist. Dann so multiplicir die Zahl der Feldung am Boden in zwey drittheil von der Höch, so hastu den Raum dess halben Ays. Also auch von der Linsen, die ist bei diser 11. Figur gemahlt.

34. *Vom Hewschober.*

Fig. 13.



Conoides Parabolicum (in hie beygesetzter 13. Figur PCQ) wirt auch durch einen Kegel gemessen, der mit dem Conoide auff einem flachen runden Boden PQ stehet, gleicher Höch mit ihme, dann das Conoides oder Hewschober PCQ füllet oder raumet solcher Kegel anderthalbe. Multiplicir derohalben die Zahl der Feldung am Boden PQ dess Hewschobers PCQ in sein halbe Höch, so hastu den Raum von dem gantzen Corpus.

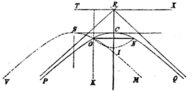
Wie wär aber das Feld am Boden zu finden? Mess aussen herumb, kanstu nicht mitten hindurch, dann auss dem Vmbkraiss wirdt dir bekant der diameter, wie bey No. 6. Hernach suche das Feld durch No. 14. (Comp. No. 89.)

35. *Vom Berg oder Arbisshauffen.*

Mit dem Berg oder Arbisshauffen Conoide Hyperbolico (in hie bey gesetzter 14. Figur) hat es mehr Wunders, dann diss Conoides gilt nicht gar anderthalb seiner Kegel, sonder je gespitzter, je weniger, vnd entlich gar vmb ein vnkennliches mehr dann sein Kegel.

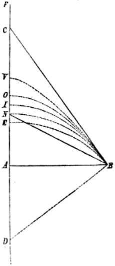
Muss derohalben fürs erst einem jeden solchen Conoidi, deren vnentlich vilerley Sorten, zum Exempel in der 16. Figur dem Conoide VB (halb ge-

Fig. 14.



mahlet) noch ein anderer Kegel gesucht werden, nämlich ABC (halb gemahlet), auss welchem solch Conoides gleichsam geschelet ist, nämlich höher dann es: der Vnderscheid CV baider Höchinen CA vnd VA muss einerseit zweymal genommen werden, anderseit dreymal, baider Orten wirdt die kleinere, nämlich dess Conoidis vnd seines inwendigen gleich hohen Kegels Höche, nämlich AV hinzu gesetzt. Dann helt sich allererst in der Regel detri das Corpus dess gleichhohen Kegels zu dem Leib dess Conoidis, wie die zusamengesetzte kürtzere Zahl zu der grösseren; oder multiplicir das Feld in das drittetheil der Höch dess Conoidis, was kompt multiplicir wider in die grössere zusamengesetzte Zahl vnd dividirs durch die kleinere, so hastu das Corpus vom Conoide.

Fig. 15.



Fragstu, wie wirt aber der besagte höhere Kegel ACB, auss welchem das Conoides AVB geschehlet ist, zusuchen seyn? Antwort, das ist zwar hie zu weitleuffig nach der Scherffe abzuhandlen, doch nach dem Augenmaass vnd von dess Handgriffs wegen: ist es ein Traidhauff, so stecke oben auff den Wüpffel V ein Stecklin FV, truck es so lang hinunter, biss die mittere Runde vom Hauffen VB, nach dem obristen Theil dess Stecklins C abgesehen, anfahet den vnderen Rand dess Traidhauffens zubedecken. So weit nun das Stecklin CV vber den Traidhauffen V aussgehet, das ist vngefehrlich die Maass, die (nach vnserer bekandten Maass abgemessen vnd numerirt) man zweymal vnd dreymal zu dess Hauffens Höch VA setzen muss. Die Höch aber dess Hauffens VA findestu leicht, truck nur das Stecklein biss an den Boden A.
Were es aber ein Berghügel, da müstestu oben mitten darauff bei V eine Stange auffrichten, so hoch, dass man das oberste Theil darvon, mit einem Zaichen kenlich gemacht, nemlich das C, vnten am Berg rings herumb, nämlich bey B, ersehen könte vor der Runde dess Bergs. Oder so diss vnmüglich, könte man die Sonne zu Hülff nemen, wann sie gleich anfahet vbern

Berg VB herein zustreichen mit dem Streim CB vnd der Berg keinen Schatten mehr in die Ebene von sich hindan wirfft: in disem Augenblick nimbt man durch die Astronomische Kunst der Sonnen Höch ABC vnd mit deren ihren Tangentem auss dem Canone, das ist eins. Fürs ander misset man, wie weit es vmb den Circkelrunden Berg (dann von einem solchen reden wir) herumb sey; auss disem Vmbkraiss erlerne (wie bei No. 6) den diameter, oder wie weit es gerad durch den Berg hindurch sey; multiplicir dessen halbes Theil BA in den gesuchten Tangentem, vnd wirff die fünff letzte Ziffer hinweg, so hastu wie hoch es sey von dem Mittelpuncten A am Boden dess Bergs biss an den obristen Güpffel C dess Kegels, auss welchem der Berg geschelet ist, oder biss an denjenigen Sonnenstreimen CB, welcher das vnderste am Berg B erleuchtet, neben dem Berg hinunter streichend. Fürs dritte mustu vom Berg entan stehen an ein Ort, da du dess Bergs Güpffel V ersehen kanst, vnd allda durch die Kunst altimetram messen die Höhe dess Bergs VA an ihr selber.

Zum Exempel, ich setze, ich finde die Sonne hoch 16 gr. 42 min. wann sie, wie gesagt, gerad vbern Berg gegen mir herunder streicht: da find ich den Tangentem von 16 gr. 42 min. sovil als 30000 auss dem Canone; ich setze fürs ander, es sey vnden vmb den Berg herumb 3142 Schrit, finde derhalben mitten durch den Berg hierauss 1000 Schrit, vnd biss ins Centrum hinein halb sovil, nemlich 500, also das Feld am Boden des Bergs wurde sein 7853982 gevierter Schrit, multiplicir 500 in 30000, kommet 15000000, wirff fünff Ziffer zuletzt hinweg, bleibt 150 Schrit, die Höhe vbern Berg hinauss, biss an den obgesagten Sonnenstreimen. Gesetzt fürs dritte, es fünde sich auss der Kunst altimetra die Höch des Bergs 120 Schrit, machs nun fürder also:

Bergeshöhe	120	Bergeshöhe	120		120	Feld am Boden	
Erste höhe	150	Vebermass 2 mal	60	Vbermass 3 mal	90		7853982
Vbermass	30		180	gibt	210	dritheil der Höhe	40
Zwei mal	60	oder	6	gibt	7	was	314159280?
Drei mal	90						

sovil Cubischer Schritt, oder Würffel, deren ein jeder einen Schrit lang, breit vnd hoch, seind im Kegel, der vnderm Berg steckt.

Nach verrichter Regel detri kompt dess Bergs Corpus vmb das sechsste Theil grösser, nämlich 366519160 Cubischer Schritte, da ein jeder einem Mann einen gantzen Tag zu arbeiten gibt, wil er ihne nur einen Rosslauff lang hindan bringen, vnd deren 366 geben einem Mann ein gantzes Jahr zuthun, vnverschonet dess Sonntags. hetten also vber zehenmal hundert tausent Mann zuthun lenger dann ein gantzes Jahr, wolten sie einen solchen Berg abtragen, dess Brechens zugeschweigen. Ich halte man lass ihn stehen.

36. *Vom Kugelzaan vnd seiner Fülle oder Raum.*

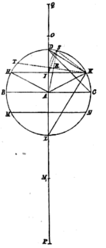
(Auss dem 15. Theor. Vol. IV. p. 567.)

Ist zuverstehen, wann ein Stuck auss der Kugel kegelweiss herauss geboret vnd geschrottet wirt, also dass es mit dem Spitz auffs Centrum treffe, das sey bey der 16. Figur HAKDH gantz voll vnd erhebt zuverstehen.

Merk derohalben, dass ein solcher Zaan HAKD hat zwey Stuck, das ein HKD ist ein Kugelschnitz, das ander HKA ist der Kegel, der mit dem Schnitz HKD einen gemeinen circkelrunden Boden hat, durch die Lini HK verstanden. Messe derohalben den diameter HK von disem circkelrunden Boden, sampt der Leng AK vom Spitz A biss an den Vmbkraiss dess Bodens K oder H, ist der halbe diameter der Kugel: auss welchen beiden du leichtlich durch die 10. Lehr finden kanst die Höch dess Schnitzes DI, dise ist die gemeine Höch vom Kugelschnitz vnd vom Circkelschnitz, dann wann

du den Kugelschnitz mitten entzwey schneydest, so gibt es im Schnitt ein Circkelschnitz: baide Schnitze hie bey HKD zuverstehen. Vnd ob du nicht rechnen woltest, so reisse mit der Linien AK nach der jungen Maass auff ein Papir einen Circkel HKN, vnd setze die Lini HK darein, lass auss A einen winckelrechten Strich AI biss an den Circkel D hinunter gehen, so kanstu DI nach dem jungen Maass durch den Circkel messen.

Fig. 16.



Nun ist dir bekandt, dass die gantze Kugel halte 418879 etc. (besihe No. 28.) Dise Zahl multiplicir in der Höch DI, was kompt, das dividir in die gantze Kugelhöch DL, so kompt dir der Leib dess Zaans in der Maass, damit dir der gantzen Kugel Leib bekant ist.

Zum Exempel die Höch DI am Schnit HDK habe 78049 nach der sinuszal, multiplicirs in die Kugelzahl 418879 etc., dividir was kommt mit 200000, oder behender, multiplicir auss den zwo ersten die eine gantz in die ander halb, vnd wirff die 5 letzte Figuren hinweg, so werden dir kommen 16346544334466830, so gross ist der Zaan HAKDH. Doch die 10 letzte seind vngewiss, dann das letzte 9 an DI ist nicht genaw.

Noch behender auss No. 28: dividir solche Höch mit 3, was kompt das duplir vnd multiplicirs in die Zahl dess Circkels Feld, doch dass sie so viel Ziffern habe, als vil dein fürhabende Kugelzahl Ziffer hat. Dise Multiplication verrichtestu durch Hülff dess Täfelins No. 12. mit lauterm addirn, wirff endtlich die 5 letzte Ziffern hinweg, so bleibt abermal der Zaan.

37. *Vom Leib oder Raum dess Kugelschnitzes.*

(Auss dem 15. Theor.)

Der erste gewisse aber mühselige Weg. Zu wissen den Raum am Schnitz HKD, such erstlich nach der 36. Lehr den Raum dess Zaans HAKD, hernach such den Raum oder Leib dess Kegels HKA, dann weil du waissest DI die Höhe dess Schnitzes, so waistu auch IA die Höhe dess Kegels, dann baide in DA seind sovil als AH. Zeuch ab den Leib HKA von dem Leib HAKD, so bleibt dir der Leib im Schnitz HKD.

Ein Exempel: der Bogen KD sey 77 grad 19 min. 9 secunden, der hat einen sinum (auss dem Canone darvon No. 9 gesagt) nemlich IK 97561. diss ist der halbe diameter zum gemeinen Boden dess Schnitzes HDK vnd dess Kegels HAK. So sprich durch detri, die Vierung von AC 100 etc gibt ihrem Circkel am Feld 314 etc., was gibt die Vierung von 97561, nemlich 9518148721 ihrem Circkel? wie du gelehrt bist bey No. 12. 13, so kompt das Feld dess Circkels HK 29902146098, das behalt.

Weil dann der Bogen DK bekant, so weistu auch sein vberiges Stuck KC zum quadränten oder vierten Theil dess Circkels DC, nemlich 12 grad 40 min. 51 sec., dessen sinus findet sich auss dem Canone 21951, so lang ist AI, multiplicir das dritte Theil hievon, nämlich 7317 in das jetzgefundene Feld dess Circkels HK, so hastu den Leib dess Kegels HKA, nämlich 218794002999066. Nu hastu zuvor gefunden, wann die Höch DI am Schnitz HKD ist 78049 (welches mit der Höch IA 21951 gerad 100000 machet), dass alsdann der Leib im Zaan HAKD seye 16346544334466830.

So zeuch nun jetzo ab den Leib dess Kegels HKA, wirdt dir bleiben 1415860430467764, soviel ist dess Leibs am Schnitz HKD, wann sein halber Bogen DK ist 77 grad 19 min. 9 sec.

Lass dich die langen Zahlen hie nicht irren, es ist nicht allwegen dein (wie jetzo mein) Notdurfft, mit so langen Zahlen zurechnen, es seind auch die 10 letzte Ziffern nicht genaw, dan sie folgen auss dem letzten secundo dess Bogens vnd auss der letzten Vnitet dess sinus, die ist nicht so gerad, wie wir sie hie brauchen müssen, sondern vmb etwa ein halbs weniger oder mehr, vnd wann du dann dem diameter nicht 200000, sondern nur 20 Theil gibest, so kompstu mit dem Leib nicht vber 8000, mit dem Feld nicht vber 400, wie bey No. 13 gemeldet ist.

Der andre Weg für die kleine Schnitze, deren Bögen vnder 25 gr. sind. Doch wann die Kugelschnitzlein gar klein seind, so kompst du neher zu, wann du nur thust, als seyen sie lauttere Conoidea Parabolica, darvon droben No. 34. Nämlich multiplicir das Feld dess runden Bodens in die halbe Höhe dess Schnitzes, so kompt der Raum oder Fülle dess Kugelschnitzes. Dann der kleineste Kugelschnitz raumet seine Wellen oder Täller, in dem er stehen mag, gerad halb auss, der grösseste Schnitz aber, nämlich die halbe Kugel, raumet die zwey dritte Thail von ihrer Wellen oder Täller.

38. *Zu verwandlen einen Kugelschnitz in einen Kegel auff einem Boden mit ime.*

(Auss Theor. 14. und Cor. Vol. IV. p. 565.)

Diss gibt zumal auch noch einen Weg zurechnen das Corpus dess Kugelschnitzes. So merck nu, wann ein Kegel auff dem Boden HK stehet, vnd nit weiter mit seinem Spitzen reichet, dann biss in den Würbel D, so kan er nicht so gross sein, als der runde Kugelschnitz HKD, auch auff dem Boden HK stehend. Soll dann der Kegel so gross werden als der Schnitz HKD, so muss er vber das D hinaussraichen, zum Exempel biss ins O: ist nun die Frag, wie lang IO, dess Kegels Höch, sein werde? das rechne also.

Wann du hast die Höch ID 78049, so zeuchs ab von DL 200000, bleibt dir IL 121951. Nu multiplicir ID mit DA, was kompt das dividir in IL, so kompt dir 64000, nämlich DO, setz es zu DI, so hastu IO 142049: jetzo nimb das dritte Theil nach der Lehr No. 25, multiplicirs in das Feld dess Bodens HK, wie du ihne droben No. 37. gefunden, so kompt dir der Leib dess Kegels HKO oder dess Schnitzes HKD 1415860000000000 fast wie zuvor.

Sonsten ist es gar gemein, wann man ein seltzame Figur irem Leib nach messen wil, so muss man sehen, dass man sie inn einen solchen Kegel verwandlen könde.

Noch ein Exempel. Ein Kugelschnitz sey am Boden 18 mal so brait als hoch, halte am Boden nach der Feldung 1513764977, so wirdt die Kugel 82 mal so hoch sein als der Schnitz. Sprich nun also, wie sich helt das lenger Trumm 81 zum halben diameter 100000 nach der sinuszal, so helt sich die Höch oder das kürtzere Trumm 1 zu 1234. Diss ist die Erlengerung dess Kegels, der dem Schnitz gleich ist; nu ist die Höch nach der sinuszal 2439: setz es zusamen, so kommt dess Kegels Höhe 3673, dessen drittes Theil ist 1224 ein Drittheil, darmit multiplicier die obgefundene Feldung 151 etc., so kompt der Raum oder Fülle dess Kegels vnd also auch dess Schnitzes 1850000000000.

Ein Vortheil: Multiplicir gleichsfalls IL mit LA, was kompt das dividir mit ID, so kompt dir LP 156250, setz LI darzu, so hastu auch die Höch zum Kegel HPK, der dem grössern Schnitz HLK gleich ist, nämlich 278201. Setze baide Höchen zusamen, so hastu OP 356250. (420250.)

So dir nun das Gewicht von der gantzen Kugel bekant wäre, so multiplicirs in die eine Höhe IO, dividir was kompt durch OP, so hastu, wie vil der Schnitz HKD wege. Als: die Kugel wege 100 pf. Multiplicirs mit 142049, kompt 14204900, das dividir durch 356250, so kompt beynahe 40 pf., so vil wigt der Schnitz HKD, also bleibt dem grössern Schnitz HLK 60 pf.

Nota. Dieweil es aber doch allerseitz viel grosser Mühe vnd Arbeit gibt, hab ich dir hie zum besten ein Täffelin auff einhundert Kugelschnitze aussgerechnet, wie droben No. 17. ein gleiches auff einhundert Circkelschnitze zufinden. Darbey soltu aber mit fleiss mercken, wann der halbe diameter von der Kugel getheilet wirt in 100 langer, sein vierung in 10000 gevierter, vnd sein Cubus in 1000000 gewürffelter Theil, so findestu zwar im Täfelin, wievil solcher gewürffelter Theil in einem jeden Schnitz stehen, doch nicht anderst, du setzest dann zuvor noch ein Nullen daran, welche hie von dess Formats wegen aussgelassen ist. Zum Exempel, der erste Schnitz hat solcher Theil nicht nur 33, sonder 330, der letzte oder die halbe Kugel nicht nur 209439, sondern 2094390 etc. Wäre aber der diameter getheilt in 100000 Theil, so müsstestu zehen Nullen zu einer jeden Zahl setzen, zuwissen den Raum dess Schnitzes nach solcher Thailung.

Täfelin zu den Kugelschnitzen.

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
	0	3036	11728	25446	43562	65446	90479	118019	147443	178126
	33	625	1156	1622	2030	2367	2657	2871	3021	3115
1	33	3661	12884	27068	45592	67813	93136	120890	150464	181241
	92	682	1205	1667	2065	2399	2679	2890	3034	3120
2	125	4343	14089	28735	47657	70212	95815	123780	153498	184361
	155	736	1254	1712	2103	2428	2700	2907	3045	3125
3	280	5079	15343	30447	49760	72640	98515	126687	156543	187486
	217	791	1303	1753	2140	2458	2720	2917	3057	3129
4	497	5870	16646	32200	51900	75098	101235	129604	159600	190615
	275	846	1354	1796	2176	2488	2739	2932	3067	3132
5	772	6716	18000	33996	54076	77586	103974	132536	162667	193747
	336	899	1400	1835	2207	2519	2762	2949	3075	3135
6	1108	7615	19400	35831	56283	80105	106736	135485	165742	196882
	394	950	1443	1873	2242	2552	2785	2966	3083	3139
7	1502	8565	20843	37704	58525	82657	109521	138451	16[illegible]825	200021
	453	1002	1492	1915	2275	2583	2812	2985	3091	3146
8	1955	9567	22335	39619	60800	85240	112333	141436	171916	203161
	512	1055	1532	1952	2307	2605	2833	2999	3102	3139
9	2467	10622	23867	41571	63107	87845	115166	144435	175018	206300
	569	1106	1579	1991	2339	2634	2853	3008	3108	3139
									100	209439

Diss Täfelin brauche also: wann du hast von dem Kugelschnitz HDKI seine Höch DI vnd den halben diameter zur Kugel DA oder HA in deinem fürhabenden Maass, so setze zwo Nullen zu der Höch DI, was kompt, das dividir mit HA, das facit bekompt alsdann nicht vber zwo gantze Ziffer, da such die z[illegible]ener oben im Täfele, die Zahl aber vnder zehen such zur lincken abwärtz, so findestu im Creutzwege den Leib dess Kugelschnitzes sampt der differentz zwischen zwoen gantzen Zahlen, durch welche man partem proportionalem auff den Bruch suchet, so einer fürhanden. Multiplicir hernach den gefundenen Leib in die Cubiczahl von HA, vnd schneid vom facit fünff Ziffer hinten ab, so hastu wie gross dises Schnitzes Leib sey in deiner fürhabenden Maass.

Zum Exempel: die Höhe sey 1, der halbe diameter 41, setze zwo Nullen zu 1 vnd dividir, was kompt, mit 41, so kompt dir 2,439, suche oben im Täfelin 0 (dann du hast nur eine Ziffer gantzer Zahlen), vnd 2 zur lincken, so findestu du den Kugelschnitz 125 vnd die differentz 155, darvon auff den Bruch (mit ,439 bezeichnet) vngefehrlich 60 kompt: wirt also der Schnitz 185, das multiplicir mit der Cubiczahl von 41, nemlich mit 68921, vnd würff die 5 letzte hinweg, so findet sich 127,5, sovil ist dess Leibs vom Kugelschnitz in deinem Maass.

39. *Von zerschnittenen gleichen vnd ablengen Kugeln, jtem von Conoidibus.*
(Auss Epis. 1.)

Zerschneid eine Kugel wa du wilt mit einer geraden Fläche, so gewinnet sie einen circkelrunden Schnitt. Zerschneide die ablenge Kugel gerad neben ihrer Axlini, so gewinnet sie einen solchen Schnitt, wie der Kegelschnitt gewest, nach welchem sie gedräet worden, nämlich demselben ähnlich.

Zerschneide die ablenge oder gedruckte Kugel oder die Conoidea, wie du wilt, nur dass die Fläche gantz durchgehe, so wirt der Schnitt ein ablenger Circkel sein, doch von vnderschidlichen Sorten.

40. *Von ablengen Kugelschnitzen.*
(Auss Epis. 2.)

Wann die abläuge Kugel gerad geköpfft wirt, so thut man jhme durchauss wie bey No. 38, gleich als wann LD der lengere diameter oder Axlini wäre, vnd BC der kürtzere: allein dass man die Linien nicht auss den Bögen nemen kann, sondern man muss sie messen mit einem Instrument, wie hoch nemlich ID oder wie lang HK sey.

Wann aber der Schnitt sich lähnete vnd die Axlini DL schlims träffe, müste man baide Schnitze auff jhre Böden stellen vnd zwischen zweyen gleichschwebenden Feldern (als da seind die zwey Bretter in einer Press) einsetzen, zu erkundigen wie hoch ein jeder wäre, baider Höchinne zusamen gesetzt geben mir hernach einen diameter etwas kürtzer dann die Axlini, mit dem man hernach calculiren müsste, anstatt der lengsten oder Axlini. (Comp. No. 89.)

41. *Von Schnitzen dess Conoidis Parabolici.*

Wann du dise Figur köpffest nach der Hand, wie es gereth, nur mit einer geraden Fläch, zuwissen wie gross der Leib in jedem Schnitz seye, schaw nur dass du erlernest, wie lang der mittere abgeköpfft Graat oder Axlini sey, er sey jetz nach der geraden zwer oder schlims getroffen. Multiplicir die Grätte dess gantzen vnd dess Schnitzes, jeden in sich selber, darnach die kleinere Vierung multiplicir in die Zahl, darinnen dir das gantze Conoides bekant, was kompt dividir durch die grössere Vierung.

Zum Exempel: Ein Conoides wege 54 pf. vnd sey der Graat also getroffen, dass 2 von 5 Stucken hinweg gehawen seyen, 2mal 2 ist 4 vnd 5mal 5 ist 25, multiplicir 4 in 54 kompt 216, das dividir in 25, kompt 8 vnd schier 2 drittheil, sovil wigt der abgehawene Schnitz.

42. *Wan ein Stuck von der Kugel mit mehr dann einem Schnitt herauss geschrottet wirdt.*
(Auss dem Coroll. 1. Vol. IV. p. 568.)

Das könten wir Oesterreichisch ein Spältl haissen, wie die Apffel vnd Birenspältlen geformiret seind. Wann die Schnitte in einem diameter DL

zusamen gehen, wie alsdann dem mitteln Circkel BC geschicht, oder auch dem gantz runden Feld oder Schelffen vmb die Kugel aussen herumb, also auch dem Leib oder jnnerlichen Raum, bedarff nicht viel Rechnens: wann aber nicht baide Schnitz auff den diameter oder jnnern Graat hinein gehen, da schreibt Lucas nichts davon.

43. *Einen Riemen oder Gürtl, vmb die Kugel herumb, nach jhrem Raum oder Leib zumessen.*

(Auss dem Coroll. 2.)

Bedenck, dass die Kugel oben vnd vnden geköpfft, oder baide Schnitze HKD vnd MNL jhr abgenommen, vnd hernach noch auss dem Stumpff HKNM der mittere Walger oder Cylinder, oder, so die Hütlin HKD vnd MNL nicht gleich wären, der mittere kegelartige Stock herauss geschelet werde, alsdann bleibt erst die Schelff, Riem oder Gürtel HMKN. So such nun den Leib baider Schnitze vnd deu Leib der jnnern Wellen, nimb alle drey von dem Leib der Kugel, so bleibt dir der Leib an solchem Riemen.

Zum Exempel: wann der Bogen DK so gross bleibt wie oben No. 37 vnd 38, so ist der Schnitz HKD dannen auch bekant, vnd MNL ist hie gleich soviel vnd baide zusamen 2831710000.00000. Das zeuch ab von der gantzen Kugel 4188790204786301, so bleibt der Stumpff HKNM 1357080000000000. Nu seind HK vnd MN gleichschwebende circkelrunde Böden, derhalben stecket zwischen jhnen in disem Stumpff drinnen ein gerader Walger, zweymal so hoch als IA. die ist droben gewesst 21951, ist derhalben dises Cylinders Höch 43902, die multiplicir nach der 24. Lehr in den Boden HIK, droben No. 37. zu finden, oder multiplicir nur den Leib dess Kegels HKA mit 6, so kompt dir der Wellen Leib 1312780000000000, den zeuch ab vom gefundenen Stumpff, da wirt dir bleiben die Gürtl vmb jhne her, 4430000000000, oder die letzte 13 Ziffer hinten hinweg geworffen, noch 4 Thail vnd 2 Fünfftheil von 419 Thailn der Kugel, das wär etwas mehr dann der hunderteste Theil der Kugel.

Wären aber die Hütlin oder Schnitze nicht einerley Gröss vnd also die Gürtl oben enger dann vnden, da mustu zuvor auss folgenden Lehren den Kegelstock lernen rechnen, welcher vnter einer solchen Gürtel stecket.

44. *Von Spalten oder Scheittern auss dem Walger oder Seulen; jtem von Röhren.*

(Auss dem 17. Th. Vol. IV. p. 570.)

Wann sie gerad abwertz gespalten werden, dass also das Beihel (oder der Schnitt) durch FRXQ (Figura 5.) dem innern Graat oder Axlinien DH gleich laufft, wie alsdann dem Boden BQCX geschicht, also auch dem gantzen Leib oder Raum BAIC. Ist der Boden halbirt, so ist die gantze Wellen halbirt vnd so fortan, bedarff nicht vil Rechnens. Doch multiplicir den abgespaltenen Circkelschnitz QCX am Boden in das gantze Corpus oder Gewicht BAIC, vnd dividirs mit dem gantzen Boden BQCX.

Nicht anderst helt es sich auch dann zumal, wann der Schnitt nach der Wellen abwärts circkelrund ist, wie in einem aussgeborten Teichel oder bleyenen Brunnenröhren oder runden Kasten, Mörser oder Stuck Geschützes, wann es ab vnd ab gleiche Dicke hette.

Zum Exempel: es stünde ein hültzener rundholer Stifel im Wasser eines Schuchs weit offen, der hette vnden am Boden ein rundes Loch eines Zolls weit, das gieng in eine Röhren, in die Höch gerichtet. Es wolte aber ein vnerfahrner jhme fürnemen, das Wasser in die Höch zu drucken mit einem Centnerstein oben in den Stifel auff

das Wasser gehüb hinein gesencket, vermeinend, das gantze Wasser im Stifel solte dem Gewicht weichen vnd in die Höch vbersich gehen, der kan auss diser Lehr so viel rechnen, dass er nicht vber 20 Lot Wassers vber dess Gewichtes Höch hinauff bringen wurde. Dann der Stifel ist am diameter seiner Höle 12mal weiter dann sein Loch am Boden: derhalben hat der Boden in dess Stifels Höle 144mal mehr Felds dann das Feld im Loch. Derowegen auch das gantze Corpus dess Wassers in dem Stifel, geformirt wie eine runde Wellen, wirt 144mal mehr sein, dann das Corpus dess Wassers auff dem Loch, welches auch eine runde Wellen ist, wie das Loch circkelrund ist; nun ligen 100 Pfund auff disen 144 Stucken dess Bodens oder darauff stehenden Wassers, wirdt derhalben auff jedem Stuck, vnd also auch auff dem Loch vnd darauff stehendem Wasser mehr nicht dann vngefahrlich 20 Lot Gewichtes aufligen. Wann aber das Wasser in der Röhren nit in die Höch gehen darff, sondern sich in der nidere aussgüssen kan, so verstehet es sich ohne Rechnung, dass es vom Gewicht gantz hinauss gedrucket werde, doch nicht geschwinder als sonsten auss einer Röhren nur eins Zols weit, wann nur 20 Lot darauff lägen.

Ein gleiches. Ich hab einen Würffel auss Bley eines Zolls lang, brait vnd hoch, darauss soll gegossen werden eine bleyene Röhren, auch eines Zolls dick nach dem diameter, aber nach dem Leib in der Runde ein zehendtheil Zols dick, wie lang wirt sie werden mögen. Hie ist der Boden am Würffel das Maass vnd ist eine Vierung, eines Zols lang vnd breit. Derhalben ein Circkel, auch eines Zols brait, wirdt an der Feldung haben ailff 14 Theil Feldes, nach der 14. Lehr; weil aber die Höle am Rohr vmb zwey 10te theil eines Zols weniger haben soll, dann die eussere Rundung dess Rohrs, nemlich nur acht 10theil oder vier 5theil Zolls, so such auch dises engern Circkels Feldung nach der 13. Lehr, nämlich quadrir vier 5theil, thut 16 25theil. Wann dann dess diameters Vierung 1 gibt seinem Circkel ailff 14theil Feldes, so wirt dess kleinern diameters Vierung 16 25theil seinem Circkel geben 176 350theil Feldes. Diss ist das aussgenommene Feld in der Röhren, so nimb es von dem Feld 11 14 theil, das ist von 275. 350 theil hinweg, bleibt 99 350 theil, soviel ist dess rund aussgenommenen Grundes, auff welchem die Röhren stehet. Nu hastu in diser 44. Lehr vernommen, dass ein gerader Würffel vnd ein gerade Wellen auss jhme circkelrund herauss geschnitten, item ein dickere Wellen vnd ein schmälere auss jhr geschnitten, sich nach dem Leib zusamen halten, wie sie sich nach dem Feld am Boden vergleichen. Folgt also, dass ein solches Rohr nicht höher dann einen Zoll sey von dem fürhabenden Würffel auch 99. 350 theil. Das ist, wann der Würffel getheilt wurde in 350, so giengen deren 99 auff ein Rohr eins Zolls hoch. Wann dann 99 geben eins Zolls Länge, so werden alle 350 ein Rohr geben 3 einhalb Zoll lang vngefahrlich.

Was ich hie von der Figur dess Würffels gesagt, das verstehe auch vom Gewicht. Dann nach Villalpandi Anzeigen (Comment. III. p. 502.) sol ein solcher Würffel von Bley, der eines Lintzer Zolls lang, breit vnd hoch, wegen 6 Vncen vnd drey Quintlen, das wäre beynahe ein drittheil eines Lintzer Pfundes. Gebe also ein Lintzer Pfund eine Röhren 10 Zoll lang, wann sie geformirt wäre wie obstehet.

45. *Von Trümmern einer jeden Seulen.*

(Auss dem 17. Th. Voi. IV. p. 570.)

Wie dem jnnern Grad GB (Fig. 5.) geschicht oder der Axlinien, also auch dem Leib KLN, nur dass der Schnitt LSV oder TSP auff baiden Seyten an der runden Feldung ausslauffe vnd nicht durch einen Boden gehe. Sonsten mag er schlims, wie LV, oder nach der geraden Zwer, wie TP, durchgehen; ist alsdann die mittere Lini oder Graat halbirt, so ist das gantze Corpus halbirt vnd so fortan. Derohalben so multiplicir das Trum GR vom Graat

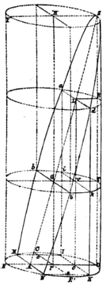
GB in das gantze Corpus KLN, was kompt das dividir durch den gantzen Graat GB, so hastu den Leib am Trum KVL oder KPTL.

46. *Zu rechnen das Zwerstuck (Speidel, Keil oder Wecken) von einer jeden runden oder solchen Seulen, die gleichschwebende Flächen oder Felder hat.*

(Auss dem 17. Th.)

Die Griechen haissens vom Sägen Prisma, weil man mit hawen oder spalten einen solchen Zwerschnitt von vnden zur rechten biss oben zur lincken nicht verrichten mag, sondern man muss die Saag brauchen vnd mit gantzem Fleiss ziehen. Es ist aber ein solches Zwerstuck (das vnten den einen Boden behelt, oben aber mit einer Schneid gleich am obern Boden hinauss laufft, vnd jhne doch gantz lesset) gerad das halbe Thail von der Seulen, dann es werden zwey Stuck auss der Seulen, vnd baide Stuck einander ehnlich vnd gleich. An dem Stuck von einem zerschnittenen Walger ist die Schneid rundlecht; ein solcher Schnitt, wie No. 29. gemeldet, ist ein ablenger Circkel, als hie MSN, verstehe vnten auch gantz wie oben, wann der Walger vnten erlengert wäre.

Fig. 17.



Zu rechnen das Corpus vom Zwerstuck, multiplicir die Feldung dess Bodens in seine halbe Höch.

Zum Exempel: die Tonaw sey oberhalb dess Kalenbergs 6 Claffter tieff, vnd man wolte von vnden hinauff gegen dem Kalenberg einen Graben führen 10 Claffter weit, der oben 2 Claffter tieffer sey dann die Tonaw, damit sie oben einen Fal hinein gewinne vnd hernach das Land hinab nach Wienn lauffe, zurechnen wie gross der Keil, oder wievil Erden sey, die man auss einem solchen Graben herauss nemen sol. Da muss ich wissen wie weit ich zu gehen habe, biss ich gegen Wien 8 Claffter in die nidere komme; setze es wäre eine halbe Teutsche Meilen, gerades vnd nicht bürgiges Feldes, oder 2000 Claffter, dann fast sovil falt ein Wasser, das füglich ist zuschiffen, nemlich 8 Claffter im 1600 Claffteru; fellet es höher, so ists geferlich; lasse es aber doch gar 2000 Claffter sein, damit es weniger fnlle. Hiermit formir ich mir ein halbe Seul 10 Claffter breit, oben 8 Claffter hoch, 2000 Claffter lang, die vnten auff ein Schneid hinauss lauffe vnd sich also verliere. Such das Feld dess Bodens; 10mal 2000 ist 20000, disen Boden in die Höch 8 halb, nemlich in 4, macht achzig tausent Claffter lang, breit vnd hoch; das were mit zweytausent Mannen inner Jahresfrist noch wol zu brechen vnd zu raumen, dann ich achte, dass ein Mann jnner 8 Tagen mit einer Claffter wol möge fertig werden. Doch stehet es auff dem abmessen, ob der Arbeit weniger oder mehr werden möchte.

Hieher gehört die gantze hochnotwendige Rechnung auff die Schantz- vnd Lauffgräben, auffgeworffene Schantzen, halbe Monde vnd was dem anhengig; dann es lesset sich in derselben materi der Leib nicht also leichtlich

mahlen vnd reissen, wie die pianta; es bedarff aber auch daselbsten keiner mehrern Kunst, den Leib oder die Schitte zurechnen, dann allein sovil, dass man erstlich alle Stuck an der Schantzen recht verneme vnd nennen lerne, wie die Kriegsleuthe ein jedes nennen, fürs ander, dass man die fürgebne Schantzen wisse zutheilen in jre geometrische Stucke, dann ein Schantz ist zusamen geflickt (so zu reden) auss geometrischen Seulen, Zwerstucken vnd zugespitzten Seulen oder Trümmern von denselben, vnd lesset sich gantz vnd gar in dise Formen eintheilen vnd also per partes rechnen.

Weil aber mein Fürhaben in disem Buch nicht ist, von Vestungen zu schreiben, dann es gehört nicht nur das Schüttmessen, sondern auch anders messen vnd formiren darzu, als wöllen mir Exempla dannenhero zu Erklerung meiner jetz fürhabenden Regeln zu weitleuffig sein.

47. *Von kleinern Walger-Spältlin oder Schnitzlein.*

(Auss dem 7. Th. Vol. IV. p. 570.)

Hie beginnet vns die Kunst zuschwinden, da wir deren am nöttigesten bedürfftig wären; dann es ligt viel an dergleichen Schnittlein. Als zum Exempel: Ich hette ein gantzes Zwerstuck von einer Wellen, das würde aber noch einmal nach der geraden Zwer zerschnitten, nämlich durch NKDIMA, oder durch GT, oder durch LR, also dass alle Schnitte rechtwinckelig auff den runden Rucken DS zutreffen, wusste gern, wie gross ein jedes wäre gegen der gantzen Wellen.

Wann nun vnden der circkelrunde Boden gantz, so ist bey No. 46. gesagt, dass er gerad das halbe Theil sey von einer gleichhohen Wellen. Wann aber der Schnitt gleich ein halber Circkel wirt, als bey GT zusehen, so helt sich der abgestutzte Güpffel GTS gegen dem gleichhohen Cylinder YT, wie 14 gegen 66, vnd gegen dem halben Cylinder HGTS wie 14 gegen 33, also dass dem vbrigen Stuck vom halben Cylinder HGS die 19 bleiben, vnd den andern halben Cylinder YHG am Gewicht 33 darzu geschlagen, so wirdt das grössere Stuck YSG dess Cylinders (so da gleich ist dem Stumpff GTA, vnden gantz zuverstehen) die 52 darvon bringen, hab also durch GT etwas mehr dann das vierte theil herab geschnitten, da doch der Boden nur halbirt worden. Vnd diss gilt allwegen, der zerschnittene Cylinder sey hoch oder nider.

Wäre aber nicht der halbe Circkel, sondern ein kleiners Stuck LRS abgestutzet, da kan ich mit der Kunst nicht mehr gerad zugehen, sondern ich muss thun als wann in einem jeden solchen Stuck die Höch TS gleich wäre dem Vmbkreiss am gantzen Circkel dess Bodens MDN in die geräde aussgestreckt, alsdann so muss ich rechnen den Circkelschnitz IDK, vnd wann dann eine Kugel wäre, deren halber diameter wäre PD oder GT, da muss ich suchen, wie gross jr Gürtel sein werde, welche die Braitte IK hat. Dise Gürtel ist gleich dem Spalt LVTS. Hernach muss ich rechnen den Spalt LVTR, als ob TS nochmahlen dem Vmbkraiss dess Circkels MDN gleich wäre, disen Spalt LVTR von LVTS abgezogen, so bleibt mir das Schnitlin LRS vberig, verstehe wann TS dem aussgestreckten Circkel MDN gleich ist. Wil ichs hernach auff ein jede Höch TS richten, so muss ich solche fürgebne ware Höhe in das gefundene Corpus dess Schnittlins LRS multiplicirn, was kompt mit dem aussgestreckten Circkelkraiss TS dividiren, da bleibt mir erst der gerechte Raum oder Gewicht dess Schnittlins in der rechten fürgebnen

Höhe dess Schnitzes GTS. Dann diss ist sonsten richtig; ein jeder solcher Walgerschnitz, wie MSDN, zerschnitten von einer Schneide an, als von MN. gegen dem runden Rucken SD, als gegen T, gewinnet am Gewicht eben solche Thail oder Schnittlin, als an den Lengen deren Rücken ST vnd TD, an disen Rücken hastu das Maass zum jnnerlichen Raum oder Gewicht richtig.

Zum Exempel, so sey vns fürgelegt ein Cylinder oder Walger YT gleich so hoch als breit, nemlich 200000, diser sey erstlich zerschnitten von dem Güpffel S nach dem Centro dess Bodens G, also dass YGS, wie jetzo gemeldet, sey 52, vnd GTS 14, disem aber sey oben nach der geraden zwer abgestutzet ein Schnittlin LRS so gross, dass sein halbe Braite Ld oder OI, OK am Boden seye 21951. So setze nun, die Wellen sey nicht eben so hoch als brait, sondern sey so hoch, als lang der Vmbkrais am Boden ist, vnd dise 21951 seyen die halbe Braitte einer Gürtel vmb die Kugel herumb, deren diameter halte 200000. Such den Leib von diser Gürtel nach der 43. Lehr, alda er allbereit gerechnet stehet, vnd ist 4429 etc. mit noch 10 Ziffern. So gross ist nun der Spalt LVTS.

Ferners vnd weil gesetzt ist worden, die Höhe TS sey gleich dem aussgestreckten Circkel, dessen halber diameter ist GT, demnach so muss die Höch VL oder TR demjenigen aussgestreckten Circkel gleich gesetzt werden, dessen halber diameter ist GV oder PO. Nu waiss ich auss dem Canone, wann OI ist 21951, dass alsdann PO sey 97561, das multiplicir ich nach der 12. Lehr in den Vmbkraiss dess grössern Circkels, vnd wirff die 5 letzte Ziffer hinweg, findet sich alssdann der Vmbkraiss dess kleinern Circkels, dessen halber diameter ist PO, nämlich 612994, so lang muss ich die Höch VL oder TR setzen. Nu multiplicir ich nach der 24. Lehr dise Höch in den Boden VT oder IKD, (dann sie seind alle gleich), diser Boden oder Circkelschnitz ist droben bey No. 17 gefunden worden 71620000, so kompt mir für den Leib dess Schnitts oder Spalts LVTR 43900000000000, das nimb ich hinweg von LVTS so droben gefunden worden, nämlich 4430 etc., so bleibt mir 40000000000. Wann nun der fürgebne Cylinder oder Wellen die Höch gehabt hette von seines Bodens Vmbkraiss in die geräde aussgestreckt, wie wir bisshero haben setzen müssen, so wäre diss der Leib dess Schnittlins LRS. Weil aber die Wellen nur so hoch gewesst als brait, nämlich nur 200000, so multiplicir ich diss in 40 etc. vnd dividir was kompt in den Vmbkraiss 628 etc., kompt 13 etc, so gross ist jetzo das Schnittlin LRS nach der rechten fürgegebnen Höch.

48. *Vom Raum eines jeden Kegelschnitzes oder Spalts.*

(Auss dem 16. Th. Vol. IV. p. 568.)

Was Kegelschnitze seyen besihe bey No. 29. Wann der Spalt durch den Spitz gehet, wie alsdann dem Boden geschihet, also auch dem Raum oder Gewicht, da handele schlecht hinweg wie bey No. 44. In gleichem wann ein Kegel in dem andern darinnen steckete, so doch, dass sie baide nur auff einen Spitz hinauss lieffen, so handele wie mit den Röhren bey No. 44, nur allein dass du wol behaltest, dass bey den Kegeln nicht die gantze Höch, wie bey den Wellen, sondern nur das dritte Theil von der Höch gebrauchet werde.

49. *Vom Kegeltrumm vnd Stock, wann der Kegel auffrecht geköpfft ist.*

Wann der abgestutzte Güpffel auff seinem Schnitt recht auffgericht stehet, nit weniger dann der gantze Kegel, so mess nur schlecht baide diametros an Böden, multiplicir ein jeden in sich cubisch, das ist zweymal. Dann so multiplicir den Raum oder Gewicht dess gantzen in die kleinere Cubiczahl,

vnd dividir was kompt mit der grössern Cubiczahl, so kompt dir der Leib am abgehawenen Trumm, den zeuch ab vom gantzen Kegel, so bleibt dir der vndere Kegelstock.

Exempel: dess Kegels diameter am Boden sey 3, am Schnitt aber 2, vnd der gantze Kegel wege 20 pf., 2mal 2 zweimal ist 8, diss mit 20 pf. macht 160, 3mal 3 dreymal ist 27, damit dividir, so kompt dir beynahe 6 pf., so viel ist abgehawen, bleibt am Stock etwas mehr dann 14 pf. Nicht anderst thue jme, wann du etwa baide Höchine füglicher haben kanst, oder baide Lähne (acclivia latera). Oder nur gerad den Stock zu rechnen, so zeuch ab die kleiner Cubiczahl 8 von der grössern 27, bleibt 19. Jetzo multiplicir 19 in das gantze Gewicht 20, kompt 380, das dividir durch 27, so kompt das Gewicht dess Stocks 14 und zwey 27 theil.

50. *Wann der Kegel schlims, doch durchauss geköpfft ist.*

(Ex opinione theor. 16.)

Verstehe wann das abgestutzte Trumm, auff seinen Schnitt gestelt, den Spitzen vbersich vnd nicht vndersich kehret: alsdann, so des Kegels Boden auch getroffen wäre, müste man jhn erlengeret verstehen biss dahin, da der Schnitt gantz durchgehen mag. Nu diser abgehawene Güpffel, als hie GNA (Fig. 8.), hat vngleiche Lähne, dann GN ist am lengsten, gegen vber aber bey Z ist sie am kürtzesten, nim das mittele zwischen baiden, vnd rechne darmit, als wär es ein gerades Kegeltrum, wie bey No. 49 gemeldet, anstatt dess schlimmen GNA, dann baide sollen einander gleich sein. Wiltu nicht trawen (wie ich dich dann noch zur Zeit nit auff alle Scherffe zuversichern habe), so such das Feld am Schnitt NA nach der 15. Lehr, mess auch die Höch GZ zwischen zweyen gleichschwebenden Brettern, vnd multiplicir das dritte Thail von derselben in das Feld am Schnitt oder Boden NA, also thue auch mit dem circkelrunden Boden NY dess gantzen Kegels NGY vnd mit seiner Höch GB, so findestu in baiden multiplicirten Zahlen die Vergleichung dess gantzen NGY vnd dess Trums, durch den Schnitt NAZ abgestutzet.

51. *Den Stock von einer jeden zugespitzten Seulen, Pyramide oder Kegel, wann sie sich gleich naigen, aber doch mit einem Schnitt, dem Boden gleichschwebend, geköpfft seind.*

(Auss 16. Th. partis 1. vnd 9. Th. partis 2. Vol. IV. p. 568. 616.)

Da kanstu füglich die diametros vnd Seitten, baids vnden dess Bodens vnd oben dess Tisches mit einem Massstab messen. Dann so rechne durch No. 14. 15. 16. baide Felder auss jhren diametris oder Vmbzeunungen, multiplicir die Felder in einander; was kompt, darvon such die Wurtzel, bringe dise vnd baide Felder in eine Summen vnd multiplicir solche in das dritte Theil von der Höch dess Stocks (die du auch messen must), so kompt dir die Fülle oder der Leib im Stock.

Ein Stock 5 Schuch hoch nach dem Seiger, hat vnten einen ablengen Boden 8 Schuch lang vnd 6 brait, oben hat er einen gleichförmigen oder ehnlichen Schnitt 4 Schuch lang vnd 3 brait: 6mal 8 ist 48, soviel gevierter Schuch sein am Boden, 3mal 4 ist 12, sovil sein gevierter Schuch oben am Schnitt oder Tisch; 12mal 48 ist 576, hiervon die Wurtzel ist 24. Setze 12, 24 vnd 48 zusamen, so werden es 84, diss in das drittheil von der Höch der 5 schuchen, oder das drittheil von 84, nämlich 28 in 5, macht 140 cubic- oder gewürffelte Schuch, sovil ist am Stock.

52. *Behende Vergleichung dess geraden Kegelstocks mit der Wellen oder Walger.*
(Ex Cor. Theor. 17.)

In einem Kegelstock stehet ein Walger gleicher Höch vnd hat den obern Boden oder Tisch mit dem Stock gemein, also dass der Stock die Wellen oder Walger gleichsam bekleidet mit einem glockenweiten Rock.

Wann du nun hast die diametros von baiden Böden, zum Exempel 9 vnd 15, so multiplicir den kleinern 9 in sich selbs, kompt 81 für den Walger, multiplicir jn auch in den grössern 15, kompt 135; multiplicir ferners den Vnderscheid 6 in sein drittheil 2, macht 12, das setze zu 135, kompt 147 für den Stock. Wann nun der Walger wigt 81 pf., so wigt der Stock 147, vnd der Rock vmb den Walger 66. Wäre das Gewicht dess Walgers anderst, so such durch detri, wievil Gewichts in der hie gefundenen Proportz auff den Stock komme.

Zu wissen den Rock gerad zu: von dem Vnderschaid baider diametrorum, zum Exempel 19 vnd 22, welcher ist 3, nim das drittheil 1, setz es zum kleinern 19, das macht 20, das multiplicir in den gantzen Vnderschaid 3, bringt 60, soviel ist dess Rocks, wann die Wellen ist 19mal 19, das ist 361, leg hernach der Wellen 361 jren Rock 60 an, so machts den Stock 421. Gilt gleich Walger vnd Stock mit einander seyen hoch oder nider, nur dass eins so hoch sey als das ander.

53. *Von rund aussgenommenen Stucken oder Rinden dess Kegels vnd dess Walgers.*
(Ex Coroll. 2.)

Wie bey No. 46 gemeldet, wann ein Cylinder oder Walger mitten auss dem andern herauss genommen wirt, so bleibt sein Figur gleich einem Rohr oder Rinden, dise lesset sich durch ein kegelrundes Feld noch einmal ausschelen, so dass zwo Rinden drauss werden, die eussere vnden schneidig, oben brait, zum Walger gehörig, die jnnere vnden brait, oben schneidig, zum Kegel gehörig, zuvor No. 52 hat sie der Rock geheissen.

Seind bald zurechnen: lass den innern diameter sein 5, den eussern 11, der Vnderscheid ist 6, dessen ein drittheil 2 zu 5 gesetzt, macht 7, ferners 2 drittheil 4 zu 5 gesetzt, macht 9, multiplicir beide 7 vnd 9 in den gantzen Vnderscheid 6, so kompt für den Rock 42, für die eussere Walgerschelff 54, sie seyen hoch oder nider.

Vnd wann sie auch gleich nicht zwischen zweyen gleichschwebenden Böden stünden, sonder der obere Tisch wäre ableitig, so braucht man doch die kürtzere diametros am Schnitt, vnd rechnet mit denen auch recht: allein zuwissen, dass das Kegelfeld, welches dannzumal Rinden vnd Rock von einander schelet, nit recht rund, sonder von einem getruckten Kegel sey, der eine andere Axlini hat, dann die Wellen.

54. *Kegelstöcke vndereinander zu vergleichen.*
(Ex Coroll. 2.)

Wann baide Stöcke gleiche Böden haben vnden vnd oben, so helt sichs mit jhrem Raum, wie mit baiden Höchinen; multiplicir dess bekanten Raum in dess vnbekanten Höch, was kompt dividir mit dess bekanten Höch, so kompt dir dess vnbekanten Raum, Gewicht, Leib oder Fülle, nicht anderst als wären es gantze Kegel auff einem Boden, oder gantze Walger; so helt sichs auch mit den Rinden vnd Röcken.

55. *Wann der Kegel neben dem Spitz auff das runde Tach, doch gerad nach der Axlini hinab getroffen.*

(Ex No. 8. partis 3. Vol. IV. p. 642.)

Hie stehen wir gar an mit der Kunst, könden noch nicht rechnen wie gross jeder Schnitz ist, wann der abgehawene Schnitz (an welchem der Gipffel oder Spitz geblieben) auff seinen Schnitt gestelt, den Rucken nicht vom Spitz vndersich sencket, sondern eintweder gleich ligt, oder der Spitz niderer ist. Wär vns doch hoch vonnöthen, dass wir nur diese Schnitze wissen möchten, wann das Beihel oder der Schnitt der Axlini gleich nebens gelauffen, müssen noch zur Zeit von aussen herumb gehen wie die Katz vmb ein haisses Koch. Vnd erstlich wann der Boden eines solchen Schnitzes (der ist aber ein Circkelschnitz) in das dritte Thail der Höch dess Kegelschnitzes multiplicirt wirdt, so bekompstu etwas wenigers, dann dess Schnitzes Leib in sich helt; dise Rechnung fählet sovil weniger, so näher man mit dess Schnitzes Boden an einen halben Circkel raichet. Hingegen wann der Boden ein gar schmales Schnitzlin ist, solte es am meisten fählen, ist aber alsdann der gantze Schnitz klein vnd derohalben auch der Fähl vnachtsam.

Fürs ander, wann auss dises Schnitzes Boden vnd Höch ein Wellenschnittlin wie No. 47. gerechnet wirdt, gleich als wären baide dess Kegels vnd der Wellenschnitze (so gleiche Höche haben) auch am Leib einander gleich, so geschicht der Sachen zuvil vnd fählet am meisten, wann der Boden ein halber Circkel ist, dann das Wellenschnittlin ist alsdann 14, der halbgespaltene Kegel nur 11, da doch dise Rechnung sagt, sie seyen einander gleich; je kleiner aber der Boden, je weniger dise Rechnung fehlet, vnd je gleicher dise beede Schnitzlen einander werden.

Fürs dritte so wil es das Ansehen gewinnen, man müss jhme also thun. Demnach ein solcher Kegelschnitz am Schnitt ein Furm gewinnet, die wir Hyperbolam haissen, wie No. 29. gemeldet, als solle man das Feld in disem Schnitt in einen Triangel verwandlen, der eine Bodenlini habe, so lang als die Hyperbola hat. diser Triangel wirdt alsdann vber die Hyperbolam oben auss gehen.*) Wann dann das dritte Theil der Höch von disem Triangel in den flachen Boden dess Schnitzes multiplicirt wirt, alsdann soll kommen dess Schnitzes Leib. Wie aber das Feld in einer Hyperbola zumessen sey, das lehret Archimedes im Buch Quadratura Paraboles, in der vneins ersten, vud eins mehr dann der letzten proposition; besihe No. 18.

56. *Allerhand Ringe nach jrem Leib oder Gewicht kunstlich zumessen.*

(Ex suppl. theor. 18. Vol. IV. p 582.)

Du must wissen was der Ring inwendig am Schnitt für eine Gestalt gewinnen werde, ob sie auch also beschaffen, dass ein gerade Lini durch das centrum gezogen sie in zwey gleiche Stuck abtheile, deren das ein am Ring gerad einwärtz, das andere ausswärtz stehe; dann so es ein Triangel oder Fünffeck oder sonsten ein Figur von vngeraden Zahlen wäre, so traw nicht, es lige dann der Ring vmb vnd vmb auff der einen Seyten auff vnd recke ein Schneide gerad vbersich, Wann dann die Figur also recht geschicket

*) Merck wie oben: durch den Schnitt gewinnt man einen Schnitz, vnd diser Schnitz hat vnd behelt seinen Schnitt, das ist das Zeichen dess beschehenen Schnits, nämlich einen flachen Boden, mit einem krummen Bogen vmbzogen.

ist, so such das Feld an deroselben, als bey No. 10^{I} das Feld von ED auss dess Circkels diameter nach der 14. Lehr. Hernach misse dess Rings baide Braitten oder diametros, den jnnern vnd den eussern, durch welchen erlerne baide Vmbkraiss jnnen am Ring vnd aussen, nach der 6. Lehr, oder messe sie gleich anfangs mit einem Faden, wann du kanst. Nimb das mittere von baiden Vmbkraisen, multiplicirs in das Feld am Schnitt ED, so kompt dir der Leib dess gantzen Rings.

Ein Löwenkopff an einer Seulen hette einen runden ehernen Ring im Maul, eines Zolls dick, innen 8 Zoll weit, aussen 10 Zoll. Wievil Ertzes ist daran? Ich wil setzen er sey nicht rund, sondern vierecket an der Leng, von Behendigkeit wegen. Demnach nun baide Weitene seind 8 vnd 10, als ist das mittele 9; wann dann 7 gibt 22 nach der 6. Lehr, so wirt 9 geben 28 vnd zwey sibentheil, diss in einen gevierten Zoll multiplicirt, kommen 28 gewürffelte oder volle Zölle vnd 2 sibentheil, soviel wäre am Ring, wann er vierecket wäre. Nun er aber rund ist an dem Leib, so sprich durch die 24. Lehr, 14 gibt 11 was 28? kommen 22 solcher Würffel vnd fast ein fünfftheil; soviel Ertzes ist am Ring.

57. *Vom beschlossnen Ring vnd Kugel darinnen.*
(Ex Coroll.)

Den beschlossnen Ring sihestu bey Fig. 10^{II} abgemahlet. Ist er nu rund, so multiplicir das Feld am Schnitt AD in seinen Vmbkraiss, so kompt dir sein Leib; daher dann volgt, dass die Kugel von AD, die jnnen im Ring herumb lauffen mag, sey gegen eim solchen beschlossnen Ring, wie 7 gegen 33.

58. *Zu messen ein Apffel- oder Quitten- oder Kürbisrunden Raum.*
(Ex Coroll. ad Th. 19. Vol. IV. p. 583.)

Als bey Fig. 10^{III} zusehen. Da finden sich mehr dann ein Circkel (wie auch droben beim Ring) vnderschidlicher Grösse, die müssen in Zahlen gegen einander verglichen vnd nebens der Apffel in zwey Thail nach dem Sinn getheilet werden, in den inwendigen Leib vnd in sein Gürtl aussen vmb jhne herumb; demnach so thue jhm also, messe den diameter oder die Höch dess Apffels, mess hernach die Braitte oder Weitte TD, die halbire, damit du wissest wie lang TA sey, zeuchs ab von der Höch, so bleibt, wievil bey A abgehe, dass es nicht ein gantzer Circkel; sovil nimb auch aussen hinweg, nämlich TV, demnach halbir die VA vnd mit dem halben diameter GA such seinen Vmbkraiss GF; für eins. Zum andern: auss der Höch TV oder DO such das Feld am Circkelschnitz IDK durch die 17. Lehr, das nimb doppelt vnd zeuch es ab vom Feld am Circkel, so bleibt dir das abgestutzte Feld zwischen IK, MN vnd den Bögen IM, KN, das multiplicir in den Vmbkraiss GF: so kompt dir, wieviel der Apffel inwendig am Leib habe zwischen den Linien V vnd O, wär also noch vmb die eussere Schelff oder Gürtel zuthun, die braucht mehr Kunst, dann sie muss nach zweyen Stucken gerechnet werden. Erstlich mustu auch das Feld IKD multiplicirn in den Vmbkraiss GF. (Nota, wann du zuvor wol berichtet vnd geübet bist, so kanstu baide bisshero gelehrte operationes vnder eins verrichten, nämlich also, dass du droben den Circkelschnitz IKD nicht doppelt, sondern nur einfach von dess Circkels Feld abziehest vnd das bleibende in den Vmbkraiss GF multiplicirest, so kompt dir der Leib innerhalb der Gürtel vnd diss erste Stuck der Gürtel mit einander.) Hernach anlangend das vberige Stuck von der Gürtel, das ist gleich so gross als die Gürtel diser Braitte vmb die Kugel, welcher halber

diameter ist FD. Must also dise Kugelgürtel nach der 43. Lehr rechnen vnd zu dem obigen setzen, darmit hastu den gantzen Apffel.

Nicht anderst handelt man mit einer Küttenrundung, allein dass man zu deren brauche die ablenge Kugel oder Ay, vnd zu einer braitten Kürbissrundung die getruckte Kugel.

59. *Zu rechnen einen Citronenrunden Raum.*

Auss diser Figur folgt die Fassrechnung zum guten thail, vnd ist bisshero fast vmb dise zuthun gewest; wirdt gerechnet wie die Apffelrunde, doch kürtzer, nämlich also.

Besihe hie oben bey Fig. 10^{V} die Citronenründung CEBD, mess jhre Lenge BC, vnd jhre Dicke ED, vnd auss deren halben Theilen EA vnd AC such (nach der 10. Lehr) den diameter dess gantzen Circkels, hie mit punc-ten fürgestelt, dessen halber theil ist FD, darvon zieh ab DA, bleibt FA, dessen Vmbkraiss such auch vnd multiplicir jhn wie No. 58. in das Feld am Circkelschnitz CBD, was kompt das behalt; für eins. Zum andern such die gantze Gürtel vmb die Kugel, deren halber diameter ist FD nach der 43. Lehr, dannen nimb hinweg was du erst behalten, so bleibt dir der Leib von der Citronenründung CEBD.

In der 17. Figur sihestu einen Walgerschnitz MNDS, so gross als die Apffelrunde, wann der Circkelschnitz MDN gleich ist dem Circkelschnitz MND in der 10^{III}. Figur vnd die Höch DS in der 17. Figur dem Vmbkraiss dess gantzen Circkels MDN gleich ist. Also ist auch das kleinere Walgerschnittlin LRS am Leib gleich der Citronenründung CEBD in der 10^{V}. Figur, darumb ists auch einerley Rechnung.

Nimb das Exempel, dessen wir vns bisshero gebraucht, setze die Lenge CB in der 10. Figur No. 5 finde sich 54, vnd ED 6, dass also CA 27 vnd AD 3 seye; da findestu durch die 10. Lehr den diameter 246, halb 123, vnd durch die 12. Lehr, wann 123 wirt 100000 oder der gantze sinus, so gibt 27 den sinum 21951 auff 12 gr. 40 min. 51 sec. vnd AD 2439; dis von DF 100000 genommen, bleibt AF 97561, vnd sein als eines halben diameters zugehöriger Vmbkraiss wie No. 47. ist 612994. So findet sich auch nach der 17. Lehr der Circkelschnitz CBD 71620000. Multiplicir beide miteinander, so kompt dir 43900000000000, das behalt für eins. Darnach so ist schon bey No. 43. gefunden worden, wann der diameter in der Kugel ist 200000, vnd es gehet mitten vmb die Kugel herumb ein Gürtel, deren halbe Breite ist 21951, oder die Dicke 2439, so helt alsdann die Gürtel am Leib 4430 etc. noch 10 Ziffer. So zeuch nun ab jenes 4390 etc. von disem, bleibt dir 40 etc. noch 10 Ziffer, wie bey No. 47. vnd diss ist alssdann die Fülle der Citronenrundung, da die gantze Kugel hielte 418879 etc. noch 10 Ziffer. Were also dise Citronenrundung weniger dann der 1000theil von der Kugel.

Ein andere kürtzere Rechnung der Citronenrundung findet sich vnden bey No. 63, vnd gehet nicht auss der Gürtel vmb die grosse Kugel, sondern auss dem Kugelschnitz der am Boden so breit ist, als hoch dise Gürtel, das ist, der vberrucks einen gemeinen Bogen hat mit diser Citronenrundung.

60. *Zu rechnen eine Citronenrundung baider seyt gleich abgestutzt, wie ein Fass.*

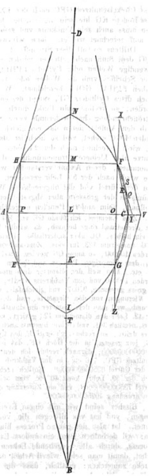
(Ex theor. 22. Vol. IV. p. 586.)

Dise Figur verstehe in hie beygefügter langen Figur durch die Buchstaben FSQCGKEAHM. Dise zurechnen mustu erstlich wol in acht nemen, dass in derselben drey Circkel in vnderschidlicher Grösse fürfallen: der

kleinest ist an baiden Böden, durch die diametros EG vnd HF verstanden, die sollen gleich sein. Die Binder haissens die Weite. Vnd dise soll man messen, wie auch den andern mittelmessigen am Bauch, durch seinen diametrum AC einzubilden. Der grösseste aber ist an der Krümme oder am Bogen der Taufeln, nämlich HAE oder FCG, diser formirt die gantze Citronenrundung durch die zwen Bögen NAI vnd NCI. Dessen diameter muss baids mit messen vnd mit rechnen erlernet werden, dann er ist der fürnemste, weil ohn jhne alle Rechnung vnvollkommen wäre, jhme allein gehört die sinuszahl völlig, die andere müssen darvon nicht mehr haben, dann jhnen jhr Maass gibt. Also aber kompt man zu dessen diametro vnd halben diametro hie mit BT gezeichnet. Vber die baide Linien EG vnd AC muss man auch messen die Lenge eintweder zwischen baiden Böden, ist GF, KM oder EH, oder doch zwischen dem Mittelpuncten C vnd dem einen Boden, ist CF oder CG. Dann nimb den halben diameter dess Bodens KG oder LO vom halben diameter dess Bauchs LC, so bleibt OC, ist die Höhe dess Schnitzes GFC auss demselben grossen Circkel; vnd auss dieser Höhe mit Hülff der halben Lenge OF (ist der sinus dess halben Bogens CF) rechne nach der 10. Lehr desselben grossen Circkels diametrum. Oder so du nicht die Lenge OF, sondern die Lenge CF wusstest, so multiplicir sie in sich selber vnd dividir was kompt mit CO, findet sich alsdann gleich anfangs der gantze diameter dess grossen Circkels.

Fürs ander vnd wann nu der diameter dises grössesten Circkels bekant ist, so verwandelt man alle mit Messen gefundene Zahlen in die gewonliche sinuszahl durch die 12 Lehr, also dass diser dess grössesten.

Fig. 18.



Circkels halber diameter sey 100000, die andere Linien, nämlich KG, OC vnd OF auch jede jhr Maass bekomme. Vnd rechnet hierauff die Feldung dess Circkelschnitzes GFC nach der 17. Lehr. Vnd wie der halbe diameter dess Bodens KG hie sein aigne Lenge bekompt vnd weniger ist dann 100000, also muss auch sein Vmbkrais vnd seine Feldung durch die 12. 13. 14. Lehr darauff gerechnet werden, dann wir werden dessen alles hernach bedürffen.

Drittens so soll diser Stumpff oder dise abgestutzte Citronenrundung EAH. FCG dem Sinn nach getheilet werden erstlich in zwey Theil, das ein ist die inwendige Wellen oder Cylinder EPHFOG, das ander ist die Gürtel, Riemen, oder Schelffen vmb die Wellen oder Walger aussen herumb, mit den Buchstaben EPHA, GOFC bezeichnet. Weil dann bey dem andern Puncten die Höch dises Cylinders GF, sampt dessen Feld am Boden GE oder FK bekant worden, so rechne sein Fülle durch die 24. Lehr. Die Gürtel vmb dise Citronenrundung hat widerumb zwey Stuck (wie auch No. 58. die Gürtel vmb den Apffel), deren das ein gleich ist einem geraden Spalt, der auff dem Boden FGC stehet, vnd so hoch ist als lang dess Fassbodens EG Vmbkrais ist, wirdt gerechnet nach der 24. oder 44. Lehr. Das andere Stuck ist ein gantze aber kleinere Citronenrundung, doch auss dem vorigen grössern Circkel genommen, deren Axlini verstanden werden soll FG vnd der Bogen FCG. Die wirdt nach der 59. Lehr gerechnet. Setzet man nun hierauff baide Stucke von der Gürtel vnd die obgerechnete Wellen zusamen, so findet sich, wievil Raums in der grössern aber abgestutzten Citronenrundung sey, nach der sinustheilung, beim andern Puncten eingeführt.

Zum Exempel, ich fände GE vnd FH 19, CA 22 vnd FG 27, der Bogen FCG sey circkelrund rings herumb, da wirdt CL 11 sein, vnd LO 9 ein halbes vnd OG 13 ein halbes, OC aber anderthalbs. Hierauss rechnet man dess gantzen Circkels FCG diametrum 123, für eins. Zum andern vnd wann dann für halb 123 genommen werden 100000, so muss OG werden 21951, vnd OC 2439 wie No. 59, derhalben es bey dem hievorigen Process vnd Zahlen bleibt vnd findet sich die Feldung FGC 716 etc. Also weil der diameter dess grössesten Circkels ist gewest 123, ist aber worden 100000 vnd sein Vmbkreiss 628318, so wirt der diameter 19 seinen Vmbkreiss so gross gewinnen, 97057; vnd gleichsfals, weil die Circkel gegen einander seind wie die Vierungen von den diametris, vnd des Circkels Feldung ist 314 etc. (vnd diss darumb, weil man dem diameter die sinustheilung 100 etc. gegeben), so neme ich nach der 12. Lehr den diametrum 123 geviert, nemlich 15129, vnd also auch EG, 19, geviert, nemlich 361, vnd rechne hierauss auch die Feldung dess Circkels EG, 749614823. Fürs dritte, so rechne ich erstlich den Cylinder, nemlich multiplicir ich das Feld EG, jetz gesetzt, in die Höch GF, das ist OF doppelt, nemlich 43902, so kompt 3290000000000; darnach rechne ich den Spalt durch Multiplicirung dess Circkelschnitzes GFC, 716 etc., in den Vmbkraiss am Boden EG, 97057, kompt das Stuck an der Gürtel 6950000000000. Endlich rechne ich auch die kleine Citronenrundung, nach der 59. Lehr, komt 40 etc. zum andern Stuck der Gürtel. Also gewint die Gürtel 7350000000000, vnd mit Zusetzung dess Cylinders 329 etc. findet sich die Citronenrundung 40250000000000.

Bissher seind wir mit einem Exempel von einer Lehr zu der anderen gangen, vnd hat vns allwegen die vordere Lehr zu der nachfolgenden gedienet. Ist also der gantze Process hin vnd her zertheilt vnd versteckt worden; wil derhalben jetzo ein anders Exempel geben, in welchem der gantze Process, durch alle vorgehende Lehren gefürt, beyeinander vnd für Augen stehet, damit man sehe, wievil Arbeit darauff gehe. Darbey dann dise zwey Stucke zumercken: erstlich, dass die Ordnung, welches vor oder nach zu rechnen, nicht eben allerdings wie im vorigen gehalten werden müsse, dann

es jetzo nit mehr vmb die vorige Lehren zuthun, sondern fürnämlich vmb die fürhabende 60. Lehr, gilt vns derwegen nach dem Zweck zustreben, so kurtz als wir jmmer könden. Fürs ander, weil ich kurtze Zahlen brauche, derohalben es offt Brüche geben wirdt, so mercke, dass alle Ziffer, welche nach dem Zeichen (,) folgen, die gehören zu dem Bruch, als der Zehler, der Nenner darzu wirt nicht gesetzt, ist aber allezeit eine runde Zehnerzahl von so vil Nullen, als vil Ziffer nach dem Zeichen kommen. Wann kein Zeichen nicht ist, das ist ein gantze Zahl ohne Bruch, vnd wann also alle Ziffern nach dem Zeichen gehen, da heben sie bissweilen an von einer Nullen. Dise Art der Bruchrechnung ist von Jost Bürgen zu der sinusrechnung erdacht, vnd ist darzu gut, dass ich den Bruch abkürtzen kan, wa er vnnötig lang werden wil, ohne sonderen Schaden der vberigen Zahlen; kan jhne auch etwa auff Erhaischung der Notdurfft erlengern. Item lesset sich also die gantze Zahl vnd der Bruch mit einander durch alle species arithmeticae handlen wie nur ein Zahl.

Als wann ich rechne 365 Gulden mit 6 per cento, wievil bringt es dess Jars Interesse? das stehet nun also: 3,65
6 mal
facit 21,90 [Keplerus scripsit 21(90]

vnd bringt 21 Gulden vnd 90 hundertheil, oder 9 zehentheil, das ist 54 kr.

Nun last vns zum Exempel schreiten, vnd setze es were ein Citronenrundes Fass, an welchem der Boden GE an seinem diametro oder Breite (die Binder haissens die Weite) hette meines fürhabenden Maassstabs drey Theil, die Tieffe CA hette 4 jnnerlich, die Lenge GF auch jnnerlich vnd gerad zu hielte 4,12 oder scherffer 4,1231; die Vrsach diser Scherffe dess Bruchs wirt in folgenden Lehren folgen, No. 79. Hie rechne ich vor allen Dingen dess Circkels FCG diametrum, auss welchem die Krümme zu den Taufeln genommen ist. Dann ich hab LO 1,5, nemlich halb sovil als GE, ich hab auch LC 2, derowegen so ist CO 0,5 vnd halb GF, das ist OG helt 2,06 etc. dessen Vierung 4,25 nach der 10. Lehr dividir ich mit dem Boltz, sinu verso CO 0,5, so findet sich 8,5, so lang ist das vbrige Trum vom diametro dises grossen Circkels NAI oder NCI oder FCG. Setze nun das Trümlein CO 0,5 hinzu, da hab ich den gantzen diametrum 9, vnd den halben 4,5. Vnd weil ich auch die gantze Kugel von disem Circkel haben muss, so nemb ich nach der 13. Lehr den Cubum von 9, sprechend: 9mal 9, 9mal macht 729, das multiplicir ich in das Circkelfeld 3,141 etc. auss dem Täfelin No. 12. nach der 28. Lehr, vnd setze zu dem was kompt sein drittestheil, dividir es miteinander durch den cubum eines diametri 2,0 etc. nämlich durch 8,000 etc., so kompt die Kugel zu disem Circkel, vnd helt meines fürgenommenen Masses 381,7035, jede Vnitet würffelgantz verstanden.

Dise Kugel muss gantz aussgenommen werden, darmit mir bekandt werde die vberbleibende Gürtel vmb sie herumb, so dick vnd breit, dass sie vberall den Circkelschnitz FGC halte. So nemb ich nun erstlich hinweg beide Kugelschnitze, den obern nach der erlengerten Fläche FH, den vndern nach GE abgeschnitten, deren Bögen nach FN hinauff vnd nach GI abwertz gehen. Vnd ob wol dise Kugelschnitze hie nicht völlig abgemalet, so wissen wir doch allbereit den halben diameter zur Kugel, ist die Höch zur halben Kugel (nach CA abgeschnitten) nämlich 4,5, wir wissen auch die halbe Braitte dieser Gürtel, nämlich OF, 2,06 etc. Wann dise von 4,5 wirdt abgenommen, so bleibt die Höch dess Kegelschnitzes 2,4 etc., multiplicir sie nach der 38. Lehr in 100, vnd was kompt dividir mit 4,5, so gewinnestu 54,2, darmit nimb auss dem Täfelin daselbst die Zahl 7568, die dividir mit 8 vnd das facit multiplicir in den cubum von 9, nemlich in 729, vnd wirff die 5 letzte Ziffer hinweg, kompt 69, der Leib zum Kugelschnitz, deren zwen seind, zusamen 138.

Nun komen wir auch zum Walger zwischen jhnen beiden, dessen Höch ist GF,

die ich gemessen hab 4,12 etc., aber der halbe diameter zu seinem vnd beider Kugelschnitze gemeinen Böden ist 4, nemlich vmb CO weniger, dann der halbe diameter zur Kugel. Hierauss muss ich rechnen das Feld am Circkel, das geschicht leicht durch das Täfelin No. 12. vnd durch die 13. Lehr, dann ich muss das Circkelfeld 3,14 in die Vierung vom halben diametro, nämblich in 16 multipliciren, thut 50,2655, diss in die Höch GF, 4,12 etc. multiplicirt, so kompt der Walger 207,26 etc., vnd merck, dass hie der Vmbkraiss zu disem Boden, welches halber diameter 4, gleich halb sovil ist als 50, nämlich 25,1328, das behalt hinunter. Machen also Walger vnd baide Kugelschnitze samptlich 345,14; das nim nach der 43. Lehr von der Kugel, droben gefunden, bleibt der gesuchten Gürtel 36,5654. Vnd weil auch in dem fürhabenden Citronenrunden Fass EAHFCG ein Walger EPHFOG zurechnen ist, gleicher Höch mit den vorigen, dessen halber diameter ist 1,5, damit ich nu hernach nicht wider zuruck gehen müsse, so multiplicir ich nach der 13. vnd 44. Lehr seine Vierung 2,25 in den jetzgefundenen Walger, vnd dividir was kompt mit dessen halben diameters Vierung 16, damit kompt diss eine vnd grösseste Stuck an der fürhabenden Figur, 29,14, zubehalten.

Wir seind nu biss an baide Gürtelen kommen, die müssen auss dem Circkelschnitz GFC gerechnet werden; da hab ich die Höch CO 0,5, die multiplicir ich mit 100, thut 50, diss dividirt mit dem halben diameter 4,5, gibt 11,1, darmit finde ich im Täfelin No. 17. 686, das multiplicir ich nach derselben Lehr in die Vierung dess halben diametri 20,25 vnd schneide ab die vier letzte Ziffer, so findet sich 1,39. Ist also diser Circkelschnitz nicht viel braitter dann meines Maasses eins, lang vnd brait verstanden. Multiplicir disen Schnitz in den Vmbkraiss dess Bodens am ersten Walger, der kurtz zuvor ist auffbehalten worden, nämblich in 25,1328, so kompt 34,9, ist der Theil von der Kugel Gürtel, die sich einem Spalt vergleichet, nimb jhn hinweg von der gantzen Kugel Gürtel 36,5654 nach der 59. Lehr, so bleibt die kleine Citronenrundung 1,65. Vnd diss ist der eine Theil von der andern Gürtel vmb vnsere fürhabende Figur herumb gezogen, welche durchgehet durch EAHP vnd FCGO.

Der andere Theil ist bald zufinden, vergleicht sich auch einem Spalt, so hoch als lang der Vmbkraiss EG ist, nach der fürhabenden 60. Lehr; multiplicir derohalben den vorgefundenen Spalt mit dem gantzen diametro EG, 3, was kompt, dividir ich mit dem diametro dess Bodens am grössern Walger oder Kugelschnitz, nämblich mit 8, so findet sich 13,0934, ist das andere Stuck vnserer Gürtel, vnd also die gantze Gürtel 14,74. Setze darzu die obgefundene Wellen oder Walger drinnen, nämblich 29,14, so hab ich endtlich den gantzen Raum der fürhabenden gleich abgestutzten Citronenrundung, nämlich 43,88.

Wann nun ein Fass diese Maasse alle hat, so ist nicht vil weniger dann der dritte Theil am Bauch, vnd ein anderer Weinvisierer, welcher zwen Cylindros rechnen wolte, einen mit dem diametro dess Bodens 3, den andern mit dem diametro dess Bauchs 4, wie sie pflegen, der würde den einen finden 29,14, den andern 51,79. Wann ers dann halbirte, so funde er 40,46, solte 43,88 sein, vnd käme Er also in einem doppelten Dreyling mehr dann vmb drey Emmer zu kurtz. Nach der doppelten Kegelstocksrechnung No. 52, das ist, wann der Bauch nicht gebogen were, sondern gerad von beiden Böden nach dem Beihel striche, vnd vmb das Beihel einen Reiffen machte, wie die römische Fässer nach Clavii Anzeig, so thete ich zu dess Bodens diametro ein drittheil von dem Vnderscheid beider diametrorum 1, vnd multiplicirte also diss in den Vnderscheid, das brächte 3 vnd ein drittheil, diss setze ich zu der Vierung von 3, das ist 9, keme 12 vnd ein drittheil. Diss multiplicirte ich in den kleinern Walger oder Wellen 29,14 vnd dividirte es mit 9, käme mir 39,93, noch weniger denn zuvor bey der gemeinen Halbierung.

Ob nun wol nicht ohn, dass dieser Process vnderweilen nötig seye: so muss ich doch nebens bekennen, dass er sehr mühselig; sonderlich in dem, dass man nur allein von dess allerkleinesten Stucks wegen erst eine gantze Kugel zu einem solchen Bogen, wie die Taufeln seind, anatomiren muss.

Hierauss dann folget, dass er acht schwäre particular Processe begreiffet, vnd hette deren noch wol mehr, wann die zwey obrige Täfelin No. 17. zu den Circkel- vnd No. 38. zu den Kugelschnitzen nicht weren. Were derhalben ein erwünscheter Handel, wann sich drunten bey No. 63. ein anderer Process funde, zwar auch durch einen Kugelschnitz, nicht aber durch disen, der ob- vnd vnder der Citronenrundung vnd Gürtel stehet, sonder durch disen, in welchen die kleine Citronenrundung gleich gerecht ist, nach der Krümme der Taufeln.

61. *Zwen gesellete Kegel.*

Wann auss zweyen gedoppelten Kegeln je der ein so hoch ist, als dick der ander ist, an der mittern Schneide oder Bauch, so gibt jhnen die Dicke an Beüchen das Maass zu eines jeden Raum.

62. *Ablenge vnd gedruckte Kugeln gesellet vnder sich selbsten vnd mit der gerechten Kugel.*

So tieff ein getruckte Kugel nider getruckt ist, so viel weniger Leibes hat sie dann ein gerechte Kugel, in welcher ein solche gedruckte Kugel oder Linsen mit dem gantzen Vmbkraiss dess Bauchs anstreichet. Vnd hinwiderumb, wann in eine getruckte Kugel ein andere ablenge eingesetzet ist mit baiden ihren Würbeln gleich in dem Bauch der getruckten anstreichend, das ist, wann die ablenge Kugel so hoch oder lang ist, als brait die gedruckte ist in der Mitte, vnd hingegen die ablenge so dick in der Mitten, als hoch die getruckte ist, so gibt jhnen abermal die Dicke auss der Rundung jrer Beuche das Maass zu einer jeden Leib oder Fülle gegen einander gehalten.

Also vnd noch ferners zugehen, wann in dise dritte ablenge Kugel oder Ay widerumb ein rechtrunde Kugel eingesetzt wirt, gleich in jhren Bauch gerecht mit dem gantzen Vmbkraiss oder mittern Circkel: so hoch alsdann die ablenge vber jre jnwendige gerechte Kugel aussgehet, so vil mehr Leibs hat sie, dann solche. Hierauss folget, dass zwischen einer grossen vnd einer kleineren Kugel die getruckte vnd die ablenge die zwey media proportionalia seyen nach dem Leib.

63. *Kugelschnitze mit Citronenrundungen gesellet, vnd darbey ein kürtzere Rechnung der abgestutzten Citronenrundung.*

Ein gedoppelter Kugelschnitz oder zwen gleiche Schnitze von einer Kugel, auffeinander gestürtzet, vnd eine Citronenrundung so lang als breit jene seind vnd so dick als hoch jene zusamen seind, haben gleichssfals ihre Maass in den mittern Breittinen. Ingleichem der Kugelschnitz einfach vnd die Citronenrundung nach der Leng oder Axlinien entzwey gespalten.

Zum Exempel, es were von der Kugel NCI ein Schnitz FGC, der hette einen circkelrunden Boden, so brait als FG. Hingegen were ein Citronenrundung so lang als FG vnd so brait als OC zweymal, es were aber CO 3 vnd OG 27, nemblich 9mal sovil, so wurde nach diser Fürgab der Kugelschnitz auch neunmal sovil sein; nemblich weil bey No. 38. diser Kugelschnitz hat gehalten 185 etc., so müste die halbe Citronenründung, so von eben demselben Circkelschnitz gemacht, den neunten theil halten, nemlich 205872036872. Wie dann bey No. 59. vnd 47. zusehen, dass eben dise Citronenrundung gehalten 40 etc. Derowegen ihr halber theil gewest 200000000000.

Wir wöllen auch das andere Exempel No. 60. besehen: da ist die Höch CO gewest 0,5 vnd OF 2,06155 vnd die kleine Citronenrundung 1,65, halb 0,825. Wann ich dann spreche: 0,5 gibt 0,825, was 2,06155? so kompt 3,4, das sol der Kugelschnitz von CO sein. Nun such disen Kugelschnitz auff die Höch CO 0,5 vnd auff den halben diameter 4,5. Dann da hastu die Vierung zum halben diameter seines Bodens, die ist 4.25, die gibt das Circkelfeld dess Bodens 13,35: vnd wie sich helt 8,5, das vbrig vom diametro, zum halben diametro 4,5, so helt sich die Höch 0,5 zu ihrer Erlengerung 0,2647, dass also die gantze Höch dess gleichen Coni wirdt 0,7647, vnd deren drittestheil 0,2549, dise in 13,37 multiplicirt, gibt den Kugelschnitz auch 3,4. Sovil findet sich auch auss dem Täfelin der Kugelschnitze. Dann setze 00 zu 0,5, so wirt 0,500, das dividir mit 4,5, so finden sich 11 vnd ein 9theil. Such 10 oben im Täfelin vnd 1 zur lincken, da findestu im Creutzwege 3661 vnd die differentz 682, dannen das 9theil ist 75, das setze zu 3661, so hastu den Kugelschnitz 3736; multiplicir jhne mit dem cubo von 4,5, der ist 91,125, vnd schneid die 5 hinderste vom Facit ab, das ist, wann du die gantze 91 in die gantze 3736 multiplicirt hast, so setze die 5 letzte Ziffer vber das Zeichen (.) hinauss, so bleibt dir 3,40536 oder kurtz 3,4, wie oben.

Sihe da, wie nahe beider Orten die Rechnung auss No. 59. mit der Rechnung auss No. 63. vbereintreffe. Ich achte, du mögest diser Lehr wol trauen, obschon sie noch ihren rechtmessigen Beweiss nicht hat.

Auss disem Fundament wil ich dir nun einen andern etwas kürtzern Process zeigen, zurechnen die obgesetzte Citronenrundung oder die rechte Fassform in der 18. Figur, weil der ander Process droben No. 60. gar zu schwer vnd lang gewest, vnd das sol geschehen durch drey Exempla, da im ersten der Bauch CA gegen dem Boden FH wie 9 gegen 10, im andern wie 14 gegen 15, im dritten wie 17 gegen 18, oder die Zahlen doppelt genommen, damit man füglich halbiren möge, dann das gilt gleich. Darmit wirt die Gürtel vmb die Figur herum in allen dreyen Exempeln nur 1 dick sein, nemlich CO, welches auch ist die Höch dess Circkel- vnd des Kugelschnitzes FGCO. Es sol aber in allen Exempeln die gerade Lini CF vnder dem Bogen CSF an jhrer Vierung halb soviel halten, als FH an seiner Vierung.

Weil dann dem Boden FH gegeben wirt 18, 28, 34, so ist seine Vierung 324, 784, 1156 vnd die Vierung von CF, als jetz angedinget, ist halbsovil, nemlich 162, 392, 578. Wann dann dieses nach der 60. Lehr dividirt wirdt mit der Gürteldicke CO 1, 1, 1, so kompt der diameter zum grossen Circkel NCI, 162, 392, 578, der halbe aber 81, 196, 289, darmit vnd mit der Höhe dess Circkelschnitzes GCFO suche denselben Schnitz nach der 17. Lehr, oder weil der Bogen klein gegen dem diameter, so brauch alda den dritten Weg, darzue dir vonnöten die Lenge OF, die findet sich auss der Vierung CF, wann man dannen weg nimmt die Vierung von der Höch CO, die ist auch 1, bleibt also die Vierung OF 161, 391, 577. Darauss ist die Wurtzel 12,69, 19,8, 24,02. Diss nach No. 17. vierdoppelt in ein drittheil von CO multiplicirt, oder dafür nur einfach in die gantze Höhe CO, 1, vnd von dem facit das drittheil darzu gesetzt, macht den Circkelschnitz 16,917, 26,4, 32,029, disen multiplicir nach No. 60. in den Vmbkraiss dess Circkels FH, der wirt nach No. 12. gefunden 56,55, 87,965, 106,81, so findet sich das grössere Stuck von der Gürtel FCG, HAE, nemlich 956,63, 2322,26, 3420,93. Das andere kleinere Stücklein wöllen wir jetzo nach der fürhabenden 63. Lehr suchen durch den Kugelschnitz FCG auss der Kugel NCI. Weil dann der Schnitz klein, so brauche No. 37. den andern Weg, vnd auss der Vierung von OF, als dem halben diametro dess Bodens zum Schnitz, die gewest ist 161, 391, 577, such nach No. 12. das Feld am circkelrunden Boden FG, das wirdt 505,8, 1228,36, 1812,7, das multiplicir in die halbe Höch dess Schnitzes, so wirdt der Leib zu disem Schnitz kommen 252,9, 614,18, 906,35. Disen Leib multiplicir ich nach No. 63. in den sinum versum oder Höch CO 1, 1, 1, was kompt das dividir mit OF dem halben diameter am Boden 12,69, 19,8, 24,02, so erzeigt sich die halbe Citronenrundung

FCG 19,93, 31,02, 37,75. Diss doppelt, ist das kleinere Stuck zur Gürtel FCG, HAE, nemlich 39,86, 62,04, 75,5. Setze beide Stucke zusamen, so wirdt die gantze Gürtel 996,49, 2384,3, 3496,43.

Zu dem Walger zwischen FH vnd GE haben wir allbereit gehabt die Vierung von dem diametro FH, nemlich 324, 784, 1156, die multiplicir nach No. 24. in OF doppelt, nemlich in GF, 25,38, 39,6, 48,04, so wirdt eine viereckete Seulen 8223,12, 31046,4, 55534,24, auss welcher nach No. 24. vnd 12. gefunden wirdt der Walger 6457,4, 24383,78, 43616,3. Nun setze beide Walger vnd Gürtel zusamen, so erzeuget sich der Raum dess gantzen Fässlins 7453,89, 26768,08, 47112,73. Wann man dise Fesser nicht auff die Citronenrundung rechnet, sondern nur schlecht wie gedoppelte Kegelstöcke nach No. 52, so hielten sie nur 7201,3, 26161,84, 46252,19 vnd also vmb das 30, 44, 52. theil weniger.

Aber nach der Halbirung dess jnnern vnd eussern Walgers findet man den Halt auff die Kegel- vnd alle andere Rundungen ohn Vnderschaid also 7214,4, 26187,2, 46292. Hierauss dann zuersehen, dass diser Halbirung, die bey etlichen Weinvisierern im Brauch ist, nicht zu trawen seye.

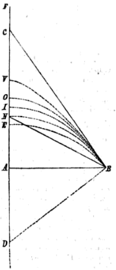
64. *Oliven- oder Zwespenrunde, Kriechenrunde vnd allerhand Spulrunde Figuren zurechnen.*

(Ex opin. theor. 26. Vol. IV. p. 595.)

Alle diese Figuren (doch abgestutzet) finden sich an den Fässern. Wann dann gewiss ist, was es für eine Rundung seye, so nimb allewege jhr verwante volleibige Figur darzu, die du hievor No. 34. 35. 40. hast rechnen lehrnen, dann wann solche gerechnet, so kanstu auss derselben auch dise leibhaffte Figuren rechnen. Darzu dann diss weiter gehörig.

Ist es ein Olivenrundung, nämlich so der Bogen BE (welcher gedoppelt vmb die gedoppelte BA herumb lauffend verstanden werden muss) auss dem flachen oder mittern Theil eines ablengen Circkels wäre, so rechne auss No. 40. den Schnitz der getruckten Kugel (zuverstehen wann der Bogen EB vmb EA herumb laufft) vnd multiplicir die Zahl seines Raums mit der Zahl einer Linien, die etwas kürtzer ist dann die Höch EA. Ist es ein Citronenrundung durch NB zuverstehen, wann es ein gerechter Circkelbogen ist, so rechne auss No. 37. 38. den Kugelschnitz, wie auch No. 63. gesagt, vnd multiplicir seinen Leib in die völlige Höch NA. Ist es ein Zwespen- oder Kriechenrundung, nämlich so die Lini BI (doppelt verstanden) auss dem rundspitzigen Thail oder Güpffel eins ablengen Circkels wäre, so rechne auss No. 40. den Schnitz der ablengen Kugel vnd multiplicir seinen Leib in ein Lini, die lenger ist

Fig. 19.



dann die Höch AI, doch kürtzer dann AC. Das C soltu also verstehen, wann an dess Bodens Puncten B vnd an der runden Feldung IB die Lini CB anstreichet. Ist es eine Spulrundung auss der Parabole, nämlich BO, so rechne auss No. 34. das Conoides Parabolicum vnd multiplicir den Leib in die Lini AC selbsten, die ist alsdann gerad zweymal so lang als AO die Höche. Ist es ein Spuelrundung auss der Hyperbola, nämlich BV, so rechne auss No. 35. das Conoides Hyperbolicum, vnd multiplicir den Leib in ein Lini, die etwas lenger ist, dann alsdann die AC sein wirdt, doch kürtzer dann die AF, dann AF ist die Höch dessen Kegels, auss welchem das Conoides Hyperbolicum BV geschelet ist.

Entlich zu allen Fällen, so dividir den multiplicirten Leib in die Lini AB halbirt, nämlich in das vierte thail der Axlinien in den hie fürhabenden Figuren, oder dess diameters am Boden jhrer verwandten Figuren, auss No. 34. 35. 37. 38. 40, hie herzu gezogen, so kompt dir der Leib deren Figur oder Rundung, die du suchest.

Wolte dir Exempla gegeben haben, ich kan dich aber der speculation halben noch nicht auff alle Scherffe versichern: wie es dann auch zu rechter Instruction nicht gnugsam ist, wann einer sagt, nim etwas weniger oder etwas mehr dann diss oder das: sonder er muss hinzu setzen, wie viel weniger oder mehr. Item wil es auch in disem Teutschen Buch zu lang vnd zu spitzfindig werden, erst zu lehren, wie man die Puncten C vnd F behend finden solle.

65. *Wie dergleichen Rundungen zu vnderschaiden, was Geschlechts ein jede sey.*

(Ex Th. 27. partis 3. No. 4. Vol. IV. p. 640.)

Reiss auff ein Papir den krummen Bogen, welcher mitten vber den Bauch herüber von eim Spitz zum andern, oder in dem Kugelschnitz vnd Conoidibus vber den obersten Güpffel herüber vom Boden biss wider zum Boden gehet, zeuch ein gerade Lini von dem einen End B biss an das ander; die halbire bey A, vnd lass ein andere Lini auss A winckelrecht vbersich gehen, hernach zeuch neben dem End B hin ein Lini, die da anstreicht an B, aber den Bogen, wann er auch gleich fürbass gezogen wurde, nicht durchschneidet, zeuch dieselbe hinauff, biss in die Lini AC, dass baide im Puncte C zusamen lauffen.

Wann nun alsdann die zwey Stuck CO, OA einander gleich seind, so ist OB ein Parabole; ist dann CV weniger dann VA, so ist VB ein Hyperbole, vnd so CV halb sovil wäre als VA, so ist diser Hyperbolae Centrum oder der Punct F leicht zufinden, dann CV vnd CF seind alsdann einander gleich; ist CV weniger dann halb VA, so ist auch FC kürtzer dann CV, ist aber CV mehr dann halb VA, so ist auch FC lenger dann CV. Hingegen wann die zwey Stuck CN, NA also beschaffen, dass die Winckel ABN, NBC einander gleich werden, so ist der Bogen NB auss einem Circkel, wäre aber EBA kleiner dann EBC, so ist EB auss dem mittern Theil eines ablengen Circkels. So alssdann AE halb soviel ist als EC, so ist das Centrum D leicht zu finden, dann EA, AD seind alsdann einander gleich, ist AE weniger dann halb EC, so ist auch AD weniger dann AE, ist aber AE mehr dann halb EC, so ist auch AD mehr dann AE.

Endtlich wann CI lenger ist dann IA, darneben aber CBI kleiner dann IBA, so ist IB auss dem Güpffel eines ablengen Circkels.

66. *Vergleichung diser Figuren gestümmelt verstanden.*
(Ex Theor. 28. 29. Vol. IV. p. 599.)

Vnderschidliche Figuren (in der 18. langen Figur alle verstanden bey HFCGE), so eine Lenge oder Höch GF oder KM haben, auch einerley Tieffe CA, vnd einerley Böden EG oder HF, werden also verglichen oder gegen einander geschätzet: ist die Figur HFCGE ein doppelter Kegelstock vnd die Linien CF, CG, AH, AE gerad, so helt sie am wenigsten; mehr wirt sie haben, wann es Spulrund, nach der Hyperbola, also dass man die Rundung wol in der Mitten bey C erkennen mag vnd die Fläche ausswärtz gegen F, G, da die punctirte Lini CQ zwischen R vnd S hinauss schleiffet auff das F; ists Spuelrund auss der Parabole, so helt es noch mehr, vnd abermal mehr, wann es ist Kriechenrund, widerumb mehr, wann es Citronenrund oder Circkelart, vnd der Bogen CQSF auss einem gerechten Circkel ist; am allermeisten helt es, wann es ist Olivenrund, nämlich in der Mitt flach vnd aussen gegen FG gähling gebogen, also dass es von C vber den Circkelbogen CQS herumb gehet vnd sich entlich nach dem F herunter zeucht.

67. *Einen Schnitz von diesen Rundungen zurechnen, so dass sie gerad neben der Axlinien hin zerschnitten werden.*
(Ex Th. 30. probl. inexplicato. Vol IV. p. 601.)

Obwol diss im lateinischen Werck auff einer blossen Frag oder Rätzel beruhet, das ich andern Kunstmessern auffzulösen fürgelegt, solte es doch nicht viel fehlen, die 63. vnd 64. Lehr solten vns auch hie zustatten kommen: inmassen dann allbereit No. 55. mit dem geraden Kegel ein Anfang gemacht worden.

Demnach soltu dir bey einem jeden solchen Schnitz noch andere zwo volleibige Figuren einbilden, die alle eine Lenge vnd eine Höch haben, alle auff einem flachen Boden stehen, der den Schnit gethan (doch eine auff einem grössern Theil dessselben, die andere auff einem kleinern), alle vbern Rucken her nur einen Bogen haben von jeder Figuren Art. Auss disen dreyen ist der fürhabende Schnitz die Mittele, wirt von der andern einer bedeckt, nemlich vom gerechten- ablengen- oder getruckten Kugelschnitz, oder vom Conoide, das einem Hewschober oder das einem Berg gleich sihet; hingegen bedeckt er die andere, nemlichen eine halbe Citronen- eine halbe Oliven- ein halbe Kriechen- ein halbe Spulrundung, kleiner dann die zerschnittene, auss welchen der fürhabende Schnitz genommen worden.

Vnd beruhete also das Werck auff dem, dass wir mit der Höch eines solchen Schnitzes vnd mit dem halben diameter dess grössesten Circkels an der abgestutzten Figur (welchen wir No. 59. haben lernen suchen) rechnen den Kugelschnitz durch No. 37. 38, oder den Oliven- oder Kriechenschnitz durch No. 40, oder die Conoidea durch No. 34. 35, einer jeden Rundung jhren Gesellen, der vber jhren Schnitz gehet vnd jhne bedecket. Auss disem rechne den andern Gesellen, der vnder jetzt fürhabendem Schnitz stehet, nach der 59. 63. 64. Lehr. Fürs dritte so suche nach der 17. Lehr mit der fürgegebenen Höch zwen flacher Schnitze, jeden in seiner bescheidenen Maass auss zweyen Circkeln, da der kleiner zum halben diameter hat dise Höch selber (desthalben der Schnitz ein halber Circkel sein wirt), der grössere ist der mittere Circkel vmb die zerschnittene Rundung herumb, dessen diametrum

kanstu an der Figur messen, dann er ist die Dicke der Figur. Entlichen multiplicir den nachgesetzten grössern Circkelschnitz in den Leib der eingeschlossenen kleinern Rundung, was kompt dividir mit dem vorgesetzten kleinern Circkelschnitz oder halben Circkelfläche, so gewinnestu im facit den Leib dess fürgegebnen Schnitzes auss der grössern zerschnittenen Rundung.

Exempla werden aussgelassen, auss Vrsachen, die No. 64. angezeigt.

Eben dieser Griff solte wol auch No. 55. bey dem Kegelschnitz mit seiner Maass angehen vnd den vierten Weg geben, nämlich so man suchete den Leib eines andern kleinern nach der Ax halbirten Kegels, dessen Boden wäre ein halber Circkel, vnd also ein Theil vom Boden dess fürgelegten Schnitzes, vnd hetten eine Axlini am Schnitt (in Kegeln ists die Höch, doch anderst verstanden dann hie bey No. 67.), vnd so man also den Leib dises halben Kegels multiplicirte in seinen Boden oder halben Circkel vnd was kompt durch dess fürgelegten Schnitzes Boden (welcher ist ein Schnitz von eim grössern Circkel) dividirte.

Zum Exempel, wir hetten einen Kegelstock, dessen halber diameter am Boden 22, am Schnitt oder Tisch 19, die Höch 27. Der Vnderschaid baider diametrorum 3 Wann nu das Beibel gleich oben am Rand dess Tisches angesetzt wurde, vnd einen Schnitt gerad abwärtz thätte, also dass der vndere Circkel einen Schnitz verlöhre, dessen Höch 3, wie gross wurde diser Schnitz sein? Weil dann der halbe diameter am Boden ist 22 vnd darvon 3 am Circkelschnitz seind, so wirdt das Feld an disem Circkelschnitz sein 45 012; vnd weil die 3 sollen ein halber diameter werden, so geben sie den halben Circkel 9,425, wirdt also der halbe Kegel auff diesem Boden stehend (vnd 27 hoch) sein 84,825. Das multiplicir mit dem Boden 9,425, kompt 799,5, das dividir mit dem Circkelschnitz 45,012, kompt 17,76, so gross sol der Schnitz sein vom Kegel.

Bey der Citronenrundung hette man einen Vortheil, dass man einer kleinern halbirten Citronenrundung in dem hie fürgelegten Schnitz steckend nicht bedürffte, sondern man rechnete diesen Schnitz gleich auss dem gewidmeten Kugelschnitz selber folgender massen. Mit dess hie fürgebnen Schnitzes Höch such baide, den Kugelschnitz zum grossen Circkel, in welchen die Citronenrundung nach der Leng gebogen ist, vnd auch desselben grossen Circkels Schnitz, fürs dritte auch dess Bauchcirckels Schnitz. Multiplicir jetzo den Leib dess Kugelschnitzes in die Fläche dess Bauch-Circkelschnitzes, was kompt, dividir mit dess grossen Circkels Schnitz, so findestu den Leib dess Schnitzes von der Citronenrundung.

Nimb die drey letzte Exempla auss No. 63. vnd lass in allen dreyen den Schnitz FGC von der Citronenrundung NCIA, welcher zurechnen ist, sein so hoch als CO, nämlich 1, 1, 1, also dass er gleich biss an G, F raiche, da die Rundung abgestutzet ist, da ist dess grossen Circkels NCI halber diameter 81, 196, 289 gewest, vnd dessen Schnitz 16.917, 26,4, 32,029, dessen Kugelschnitz aber 252,9, 614,18, 906,35, hat auch die Höch CO vnd zum Boden den Circkel vnd diameter FG. Weil aber dess Bauch-Circkels halber diameter CO ist gewesst 10, 15, 18, so findet sich dess Bauch-Circkels Schnitz, welcher auch die Höhe CO 1, 1, 1 hat, 5,87, 7,29, 8,07, diesen Circkelschnitz multiplicir in den Kugelschnitz, kompt 1484.5, 4477,4, 7315,1, das dividir mit dem Schnitz dess Circkels NCI, so findet sich der Schnitz FGC (von der Citronenrundung NCIA) 87,75, 169,6, 228,4, ist also gefunden ohne die kleine halbe Citronenrundung drinnen, auch mit FGC bezeichnet, die ist droben gewesst 19,93, 31,02, 37,75: die gantze Gürtel aber ist gewesst 996,49, 2384,3, 3496,43, von welcher Gürtel ein solcher Schnitz allwegen ein Stuck ist.

---

68. *Inhalt dess andern Thails dess Visierbuchs.*

Im andern Thail wirdt erstlich angezeigt, wie sich ein jedes Fass zu den hie vorgesetzten Lehren schicke vnd vnter was Sorten von den bisshero abgehandleten Figuren es zuzehlen. Nämlich dass deren eins Thails (als dann vil geschehen soll in Italia) nur schlecht zweyen gleichen auff einander gestürtzten Kegelstöcken oder Bottungen gleich sehen, vnd in der Mitt, da das Beihel, gleichsam eine Schneide oder Reiffen habe. Etliche seind vmb das Beihel gächrund, lauffen aber gegen den Böden auff gerade Linien hinauss vnd gehören vnder die spulrunde hyperbolische Figur vnd 64. Lehr. Etliche seind von einem Boden vbern Bauch zum andern Boden parabolisch, etliche elliptisch, etliche recht circkelrund vnd also vmb die Mitten citronenrund, gehören in die 63. vnd 59. Lehr. Selten aber begibt es sich, dass ein Fass in der Mitte flach vnd erst zu eusserst gegen den Böden gächrund oder abschüssig gemacht wirdt, das wäre olivenrund, in die 64. Lehr gehörig. Aber gantz flache Taufeln, die sich nur gar ein wenig auswärtz biegen, ist nichts seltzames, desto mehr Verwantnus hat ein solches Fass mit der Wellen vnd 24. Lehr, gehört doch aigentlich zur Citronenrundung vnd 59. Lehr.

Demnach folget, wie ein Fass in Oesterreich gemacht werde vnd was es für wunderbarliche Aigenschafften vor andern allen habe, welches, weil es an ihm selber schön vnd dem Kunstverstendigen lieblich zuvernemen, hat es müssen nach rechter geometrischer Kunst in 25 Theorematibus ausgeführet werden. Gleichwol ist dise speculation nur auff die erste Sorten der gedoppelten kegelrunden Figur gerichtet vnd fundirt sich auff die Zwerlini vom Beihel oben biss vnden an den Boden, wie man in Oesterreich die Visierruthen brauchet, da wirdt angezeiget, wann allerhand Fässer, lange vnd kürtze, flache vnd bauchete (nach Art der Kegelrundung) fürhanden wären, die alle nur ein Zwerlini hetten, da sie nach Anzeig der Oesterreichischen Visierruthen alle mit einander nur einen Halt oder Eych haben, nämlich eins soviel halten solte als das andere, welches alsdann vnder allen am maisten halte, welches am wenigsten, vnd welches mehr dann das andere, vnd wieviel an einem jeden abgehe, dass es die Oesterreichische Visier nicht halte.

Endtlich wirdt in den 4 letzten Theorematibus die Oesterreichische Visierruthen selbst erklärt, wie die zumachen vnd an Oesterreichischen Fässern recht zu gebrauchen, das wollen wir im Teutschen in den dritten Thail sparen.

Was nun für den Teutschen Lesern sein wirdt, das soll ausszugsweise nach einander folgen, in der bissher geführten Ordnung.

69. *Wann die Vmbzeunungen gleicher Lenge seind, welches Feld alsdann am grössesten.*

(Ex Theor. 4. Vol. IV. p. 607.)

Ein reicher Maier gibt einem armen Mann ein Schnur, erlaubt jhme sovil Traids auss seinem Acker abzuschneiden, als er mit der Schnur vmbfangen mag. Ich rahte ihm, er mach keine Ecke mit der Schnur, sondern ziehe sie rund herumb, das trifft er leichtlich also: theil die Schnur in 11 gleicher Stucke vnd deren eins in 4 kleiner Lengen, nimb sonsten ein Trum, so lang als der jetz gemachten Stucken ein grosses vnd drey kleine, steck das ein

End mit einem Zweck in Boden, gehe mit dem andern aussen herumb, so wirstu die gantze Schnur fein in einen Circkel ordnen. Sehne dich nicht, die Schnur anzustrecken, dann du gewinnest nichts, weil du alsdann Ecke machest. Wann aber je solten Ecke gemachet werden, so wirdt dess Feldes am meisten sein, wa dern Ecke am maisten, so doch, das die Ecke auch in einer gleichen Circkelordnung herumb stehen, dann je vngleicher, je weniger sie einfangen.

Setze die Schnur sey 120 Schuch lang; mache darauss einen Triangul, der auff der einen Seitten habe 20, auff der andern 45, auff der dritten 55, da wirstu nicht mehr dann 424 lang- vnd braitte Schuch Feldes einfangen. Ordene es ein wenig besser, nämlich also 30, 40, 50, da wirstu schon 600 Stuck Feldes einfangen, jedes einen Schuch lang vnd brait. Ordene den Triangel gar recht, nämlich also 40, 40, 40, du vmbzeunest hiermit 693 Schuch. Versuchs jetzo mit Vierecken, vnd solche seyen erstlich vnordenlich von zweyen rechtwinckeligen Trianguln, die mit der lengsten Seitten an einander stehen, thail aussen herumb die Schnur also in die 4 Seitten 10, 30, 35, 45, du beschleüssest 750. Ordene es besser, nämlich rechtwinckelig vnd gegenvber gleich, als 20, 40, 20, 40, das vmbgürtet 800. Machs noch gleicher, nämblich 25, 35, 25, 35, da wirstu 875 einfangen. Machs gar gleich, als 30, 30, 30, 30, dann wirdt das Feld 900. So du aber die Winkel ändertest, dass sie nicht gleich bliben, sondern anstatt der Vierung wurde ein Rautten, mitten durch von eim stumpffen Eck zum andern auch 30, so fiengestu für 900 nicht mehr dann 779, also auch bey 25, 35, 25, 35, wann die Figur sich naiget, dass die zwen Durchzüge (Diagonii) einander vngleich vnd der lengere 50 wirt, so bekomstu für die vorige 875 nur 812. Gehe weiter, versuchs mit dem Fünffeck inn guter Ordnung, also dass jede Seiten 24 bekomme, da gewinnestu schon 991. Mit dem Sechseck, da jede Seitten 20 hat, wirdt dir 1039 zum Feld. Mit dem Achteck, da jede Seiten 15 hat, kompt 1086 vnd so fortan.

Endtlich wann die Schnur zum Circkel wirt, umbfangt sie 1145, vnd sonsten in keinerley Wege kann sie mehr einfangen. Disen Griff wirdt Dido gebrauchet haben, da sie von den Mauritaniern sovil Landes kaufft, als man mit einer Ochsenhaut belegen möge.

Wie nutzlich aber vnd auch notwendig dise Wissenschafft sey, hastu auss etlichen volgenden Exempeln zuersehen: Wann du nit Schaub oder Widen gnug hettest, die Garben zubinden: so knüpff je zwey Bande zusammen vnd mach grosse Garben, dann du ordnest hiermit die Bande besser in einen Circkel, als wann sie in zwen Circkel vertheilt wurden. Also wann ein reicher Herbst wirt vnd man hat nicht Fässer oder Taufeln gnug, so sollen die Binder sich hüten, dass sie die Taufeln nicht zu kleinen Fässlen verschnitzlen, sollen lauter grosse Fässer machen. Zu schonen dass die Garben nicht brechen, sitze oder springe nicht darauff vnd beschwäre sie nicht zuvil, dann sie seind rund gebunden, wann du sie nu druckest, so wirdt auss der Rundung eins ablengen Circkels Rundung, die fasset weniger, muss also springen, weil der Garben zuvil wirdt. Diss ist auch der Vrsachen eine, warumb die Raiffe, sonderlich die Bauchraiffe, von vollen Fässern springen, je ehe je grösser sie seind, wann man sie auff dem Bauch waltzet.

Wer den Bauch voll angefressen vnd gesoffen, der ligt vil beschwerlicher auff dem Rucken, dann auff der Seiten; sol sich auch zu solcher Stund nicht recken lassen, biss er zuvor abgedäwet, er möchte sich erbrechen vnd

vbergeben. Dieser Barmhertzigkeit erjnnert Delrio die Züchtiger in disquisitionibus Magicis. Also könden die Weinschenke jhnen auss diser Lehr leichtlich ein Einkommen machen: nur die Eychkandel einmal oder etlich die Staffeln hinunter geworffen, damit sie braitmäulig werde, so gehet dann weniger drein.

Ein Verwantnus ist zwischen disen gantz beschlossnen Vmbzeunungen vnd zwischen dem Bogen. Wann ein Bogen halb circkelrund gebogen wirdt, so beschleusst er mit sampt seiner Sennen vielmehr, dann wann er eintweder weniger gebogen wirdt mit einer lengern Sennen, oder mehr gebogen mit einer kürtzern Sennen.

70. *Wann dess eussern Feldes an Wänden gleich vil ist, welche Figur alsdann am maisten Raum beschliesse.*

(Ex Theor. 4.)

Antwort: wann die Feldung gantz kugelrund ist, dann sie hat gleichsamb vnendtlich viel Wände, also dass ein jeder Punct für eine Wand zuschätzen. Nach jr helt allezeit die Figur am maisten, die der Kugel am ehnlichsten, das ist die am maisten gleicher vnd in die Kugelrundung geordnete Wände hat: als Pyramis helt am wenigsten, weil sie nur vier Wände hat, Cubus mehr, dann er hat sechs Wände, Octaëdron noch mehr, dann er hat jhrer achte, hernach dass Dodecaëdron oder zwölffwändig, vnd am meisten das Icosaëdron oder die zwaintzigwandige Figur.

Zum Exempel, du kaufftest vmb ein gewisse Summa Gelts soviel Traids, als du in drey Elen Zwilch fassen magst: ich rahte dir, mach keinen langen Sack darauss, sondern schaw wie du den Zeug am füglichsten zu einer Kugelrundung schneidest, nemlich schneide jhn zu 10 gleicher Rauttenstucken vnd setze sie ordenlich zusamen.

Hieher gehört auch diss, dass eine halbe Kugel grösser ist, dann so man jhr eusseres Feld zu einem andern Kugelschnitz brauchete, der wäre gleich von einer grösseren oder von einer kleinern Kugel.

71. *Wann die beschlossene Figuren alle in ein hole Kugel geordnet seind vnd mit jren Ecken an deren inwendig anstehen, welche alsdann am maisten Raums einfange.*

(Auss Theor. 4.)

Antwort: die am maisten Ecke hat vnd also der Kugel am ehnlichsten ist, dann die Kugel hat gleichsam vnendtlich vil Ecke, beuget sich vmb vnd vmb. Hie gilt es nicht mehr, die am maisten Felder hat, nein, dann die zweintzigwändige fangt hie weniger, als die zwölffwändige, dieweil dise hat zweintzig Ecke oder Spitze, jene nur zwölffe, spreist sich also mehr dann dise (verstehe mit lengern Spitzen), derowegen dann auch nach dem gemeinen Sprichwort desto weniger darhinter oder darinnen ist. Also spreisset sich auch die achtwändige oder der spitzige Diamant in der Kugel mit 6 Spitzen vielmehr, dann der Würffel mit achten, hat derhalben auch weniger Raums in sich, dann der Würffel. Am allermeisten spreist sich die vierwändige Pyramis mit vier Spitzen vnd fanget am allerwenigsten Raums ein.

72. *Welche auss den beschlossenen Figuren (so da sechs Wände haben vnd alle in einer Kugel stehen) am maisten Raum einneme.*

(Auss dem 4. Theorema.)

Antwort, diejenige, die am besten geordnet vnd also der Kugel abermahl am ehnlichsten ist; dann die Kugel sihet vmb vnd vmb jhr selber gleich, derhalben auch vnder allen sechswändigen Seulen oder nideren Platten, die am Leib oder obern- vnd vndern Boden gerecht vierecket seind, ist der Würffel, welcher sechs gevierter vberal gleicher Wände oder Böden hatt (so hoch als brait vnd lang), am fähigsten. Merck hierumb diss Täfele, da der diameter in der Kugel ist 20.

Die viereckete Platten.				Die viereckete Seulen.			
Höch	Braitte	Zwerlini	Leib	Höch	Braitte	Zwerlini	Leib
1	14 +	20 −	399	Ein an-	der gleich	16 +	3080
2	14 +	20 −	792	12	11 +	16	3072
3	14 −	20 −	1173	13	11 +	15 +	3003
4	14 −	20 −	1536	14	10 +	14 +	2856
5	14 −	19 +	1875	Ein an-	10 −	der gleich	2828
6	13 +	19 +	2184	15	9 +	13 +	2625
7	13 +	19 −	2457	16	8 +	12	2304
8	13 −	18 +	2688	17	7 +	11 −	1887
9	13 −	18 −	2871	18	6 +	8 +	1368
10	12 +	17 +	3000	19	4 +	6 +	741
11	12 −	17 −	3069	20	0	0	0
Höch.	Lini der Vierung am Boden.	diameter am circkelrunden Boden.	Leib.	Höch.	Lini der Vierung am Boden.	diameter am circkelrunden Boden.	Leib oder Raum.
Die nidere Wellen, Täller oder Räder, Cylindri humiles, breves, crassi.				Die hohe schmale Wellen, Wellbäume, Waltzen, Walger, Cylindri graciles, longi, alti.			

73. *Welcher Walger oder Cylinder auss allen denen, so miteinander eine Zwerlini von eim Boden zum andern oder ein Visier halten, ist am fähigsten?*

(Auss dem 5. Theorema. Vol. IV. p. 610.)

Antwort, derjenige, da man mit der Höche ein Quadrat oder Vierung auff den runden Boden machen kan, das mit allen vier Spitzen an den Vmbkreiss reichet. Wann diss geschicht, so helt die Vierung vom diameter am Boden gerad zwey mal soviel als die Vierung von der Höch.

Als es were die Höch 10000, sein Vierung ist 100000000, dise doppelt ist 200000000, suche hierauss die Wurtzel, die ist 14142, so lang wer der diameter, oder hingegen, so der diameter ist 100000, wirdt die Höch sein 70711. So aber die Visierlenge von dem einen Boden oben in die Zwer gegen dem andern Boden vndersich helt 20, so wirt die Höch dess Walgers 11,4, vnd der diameter am Boden 16 + halten.

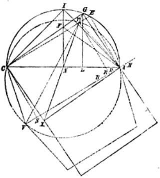
Also macht man fast die Metzen, also werden die meiste Bottungen, also seind fast die halbe Fässer in Oesterreich, nach dem Beyhel entzwey geschnitten.

74. *Zurechnen, wie lang ein jedes Fass zwischen beiden Böden innerlich, item wie lang es vom Beihel biss zum Boden nach der rechten geräde vnder der Taufel? Item wie lang die Zwer- oder Visierlini sey?*

(Auss dem 6. Th. vnd parte 3. No. 4. Vol. IV. p. 613. 637.)

Wann du nicht weissest, wie dick die Taufeln am Holtz seind, vnd also dem eusserlichen Messen nicht trawen kanst, so nimb einen Stab von gleichen Theilungen, vnd messe die Höch, Breitte oder Weite an baiden Böden, vnd die Tieffe am Bauch, sodann auch die Zwerlini vom mitteln Puncten dess Beihels gegen dem vndersten Theil dess einen vnd dess andern Bodens: dann beide Zwerlinien sollen gleicher Lenge sein, inmassen auch baide Böden nicht allein in die Höch, sondern auch in die Breitte gleiche diametros haben sollen. Multiplicir nun die Zwerlini in sich selbsten, multiplicir auch die Tieffe dess Bauches in die Höhe dess Bodens, was dir hie kompt, das nimb hinweg von dem das dorten kommen, was dir vberbleibt darauss such die Wurtzel, so hastu die gerade Strecke vom mitteln Puncten dess Beyhels biss zum nechsten Puncten dess Bodens. Nimb auch hinweg den halben diameter dess Bodens vom halben diameter dess Bauchs, was bleibt das multiplicir in sich selbst; was dir hie kompt, das zeuch ab von dem, so dir besser oben vbergebliben, was dir dann jetzo vberbleibt, darauss such abermal die Wurtzel, so hastu die halbe Leng dess Fasses, oder seine halbe Höche, wann mans aufstellet.

Fig. 20.



Zum Exempel, ein Fässl hielte am diameter dess Bodens (ist in vorstehender Figur 20. die Lini CT) 288 gleicher Theil, am Bauch aber oder an der Lini AV hielte es deren Theil 327, vnd in die Quer oder an der Zwerlini CA, vom Beihel biss vnden an Boden 354. Wirdt nun gefragt nach TA oder CV, der halben Taufellenge nach der Geräde, vnd nach TR oder CS der halben Fasslenge: so multiplicir 354 mit sich selbs, so werden drauss 125316, multiplicir auch 288 in 327, kommen 94176, das nimb von jenem, bleiben 31140, so gross ist die Vierung von CV, deren Wurtzel ist $176^1/_2$, nämlich TA oder CV. Ferners nimb halb CT, das ist 144, von halb AV, das

ist $163\frac{1}{2}$, bleiben $19\frac{1}{2}$, diss in sich selbs gibt 380, das nimb von der Vierung CV, bleibt 30760, ist die Vierung von CS oder TR, dessen Wurtzel 175 vnd ein drittheil, diss ist die halbe Fasslenge.

Also hinwider, so das Fass verbeyhelt bleiben muste vnd doch nach der Quer AC gefragt wurde, muss man den Boden CT, den Bauch AV vnd die halbe Taufellenge nach der geräde, nemlich TA oder CV bekant haben. Dann so multiplicirt man die halbe Taufel CV oder TA in sich selbst vnd den Boden CT in den Bauch AV, setzt beides zusamen vnd nimbt auss der Summa die Wurtzel, so findet sich die Zwer- oder Visierlini AC.

Zum Exempel: es wäre inwendig vm den Bauch eines grossen dreyling Fasses $153\,^{5}/_{19}$ Zoll, vmb die Frösche jnnen herumm $135\,^{12}/_{19}$ Zoll vnd die Lenge zwischen Böden were $63\,^{7}/_{19}$ Zoll, wolte gern wissen die Visierlenge des Fasses. Hie muss ich erstlich die zwen diametros suchen auss jhren Vmbkraisen nach der 6. Lehr. Wöllen setzen die Circkel seyen alle perfect, so wirdt dess ersten diameter AV sein $^{927}/_{19}$, dess andern CT $^{820}/_{19}$ vnd die Lenge zwischen Böden 1200, weil dann diese halb, nämlich TR oder CS, ist 600, vnd halb CT 410, vnd halb AV $463\frac{1}{2}$, so nim halb CT von halb AV, bleibt VS oder RA $53\frac{1}{2}$, multiplicirs in sich selbs, so wirdts 2862, das setze zu der Vierung von TR 360000, so kompt die Vierung TA oder CV 362862; multiplicir auch CT 820 in AV 927, kompt 760040, setze baide zusamen, so folgt die Vierung von CA 1122902, demnach so ist hierauss die Wurtzel $^{1060}/_{19}$ eines Zolls, diss ist 4 Schuch 8 Zoll, das were nach der Lintzer Visierruthen (als drunten No. 80. folgen soll) bey 29 Emmern.

75. *Was ein Oesterreichisches Fass heisset, wie es zugerichtet werde vnd wie es nach dem Boden, Taufeln oder Zwerlini zurechnen.*

(Ex Theor. 5.)

Die Binder in Oesterreich haben ein Regel ein Fass zumachen: Wir, sprechen sie, setzens auffs drittheil, das ist sie nemen ein Taufel, theilen die in drey gleicher Theil, fassen mit dem Circkel das ein drittheil vnd reissen darmit den Vmbkraiss zum Boden, welchen das Fass haben solle; nach solchem Vmbkraiss nemen sie deren Taufeln viel oder wenig, biss sie deren gnug haben; wann die Taufeln zusamen gerichtet seind, dann streichen sie allererst baide Sagen darein; darmit kürtzen sie den Theil von der Taufeln, der zwischen baide Böden hinein kompt, vmb etwas ab, dass er nicht mehr so lang ist als drey halber diametri dess Bodens, die Frösche oder Velgen an baiden Orten gehen darvon hinweg, vnd vber die Böden auss.

Demnach aber ein jedes Fass zwey gleiche halbe Thail hat vom Beihel gegen baiden Böden hinauss, vnd aber man die Visierruthen durch die Zwer nit dess gantzen, sondern nur dess halben Fasses hinein sencket, also findet es sich auss diser Zurichtung der Fässer, dass ein halbes Fass gleich nach einem solchen Walger oder Wellen gerichtet, wie bey No. 73. beschrieben, die nämlich auss allen andern Wellen, welche nach der Visier nur ein Zwerlini vndereinander haben, am allerfähigesten seye. Dann gleich wie die Wellen No. 73, wann sie am Boden 100000 brait ist, alsdann in der Höch 70711 hat, vnd diss gedoppelt macht 141422, welches weniger ist dann 150000, drey halbe diametri, also auch am Oesterreichischen Fass ist die Taufeln vmb die Frösche weniger dann drey halbe diametri am Boden. Demnach wirdt die Taufel zu einem Oesterreichischen Fass nach dem bekanten diametro dess Bodens also gerechnet: multiplicir denselben in sich selber, was kompt das halbire vnd such dises halben Thails Wurtzel, so hastu die halbe Tauffelleng auff die Oesterreichische Form.

Hingegen vnd wann dir auss einem Oesterreichischen Fass die Zwer- oder Visierlini fürgelegt wirdt, zusampt dem diameter dess Bodens, nämlich AC vnd CT, so rechne den Bauch AV also: multiplicir die Visierlini AC mit sich selber vnd den Boden CT dessgleichen, was baider Orten kommet muss also beschaffen sein, dass das letztere nicht etwa mehr dann 2 drittheil sey dess vorigen, sonsten gibt es kein Oesterreichische Form. Dann so halbir das letztere vnd diss halbe Thail zeuch ab von der Vierung AC, das vbrige dividir mit dem Boden CT, so kompt der Bauch AV.

Zum Exempel, die Zwerlini wär 100, sein Vierung ist 10000, nu lass dess Bodens diameter sein 80, sein Vierung ist 6400, weniger dann 2 dritte theil von 10000, kan derowegen ein Oesterreichisches Fass werden. Nimbs halb, das ist 3200, diss von 10000 genommen bleibt 6800, das dividir mit dess Bodens diameter 80, so kompt 85, so tüef würe der Bauch AV, damit das Fass ein Oesterreichische Form gewinnen möge.

Darauss dann hernach die Lenge dess Fasses folget, wie No 74. Dann wann CT oder SR ist 80, vnd VA 85. so ist SV oder RA 2,5 oder dritthalbs, dessen Vierung ist 6,25, nimbs von der Vierung TA oder CV, nämlich von 3200, so bleibt 3193,75 für die halben Lengen TR oder CS. Wirt also die Wurtzel auss dieser Vierung sein 56,51, vnd die gantze Fasslenge 113.

Wurde dir aber mehrers nicht gegeben, dann die Zwerlini AC, vnd allein der Schick oder Proportz zwischen dem Boden CT vnd dem Bauch AV in zwoen Zahlen, so thue eben als wäre dir Bauch, Boden vnd Taufeln gegeben, vnd soltest die Zwerlini erst suchen, die suche auch nach der 74. Lehr. Hernach brauch die Regel detri nach der 13. Lehr, darmit du das gefundene Maass in das gegebne Maass der Zwer- oder Visierlini vbersetzest.

Nimb dessen vier Exempla. Es sey der diameter dess Bodens zum diameter dess Bauchs wie 8 zu 9, 9 zu 10, 14 zu 15, 17 zu 18. Aber CA sey gewiss vnd warhafftig 100, wie kompt der Boden CT aygentlich? So setze nun Boden vnd Bauch sey 8 vnd 9 etc. vnd sprich:

	8 . 9 = 72		9 . 10 = 90		14 . 15 = 210		17 . 18 = 306
	8 . 8 = 64		9 . 9 = 81.		14 . 14 = 196		17 . 17 = 289
halb	32	halb	40½	halb	98	halb	144½
zu	72	zu	90	zu	210	zu	306
macht	104.	macht	130½.	macht	308	macht	450½.

Were also diss die Vierung von CA nach dem gesetzten Maas.

Entlich multiplicir das wahrhaffte Maass zu CA, nämlich 100, in sich selbst, so wirdts 10000. Nun sprich durch detri:

			dess Bodens	dess Bauchs	Komen	
Die Vierung CA, so da nach dem gesetzten Mass haben solt	104	hat wahrhafftig 10000, was hat dann die Vierung	64?	81?	6154.	7789.
	130½		81?	100?	6207.	7663.
	308		196?	225?	6363	7305.
	450½		289?	324?	6417.	7192.

Hierauss die Wurtzeln genommen zeigen die vier Böden CT 78,45, 78,8, 79,76, 80,1. vnd die vier Beuche VA 88,25, 87,54, 85,47, 84,8.

76. *Erste wunderbarliche Aigenschafft eines Oesterreichischen Weinfasses, vnd warumb dise Weise zu Visieren nur allein in Oesterreich so gemein sey und sonsten in keinem andern Land.*

Wann nun dem also, als folget, dass ein Oesterreichisches Fass nach der Visier vnder allen Fässern (wellenrund zuverstehen vnd die Beuche jetzo

hindan gesetzt) am meisten halte, sie seyen jetzo gleich lenger, wie die Reinfässer, oder kürtzer, wie etliche Vngarische.

Vnd fürters, weil der Oesterreichische Binder, wie gehört, auff das meiste zihlet, alda es mit dem jnnerlichen Raum gleich jnnen stehet vnd im Wexel ist, wie du in hie vorgesetztem Täfele No. 72. (so nach Ausweisung der vntergeschribnen Wörter auch auff die Wellen zugebrauchen ist) bey den Zahlen 3069, 3080 vnd 3072 zusehen hast; also kan es jhme nicht viel am Raum fehlen, wann er gleich nicht eben genaw den Zweck erreicht oder wann er schon einmal die Frösche abschneiden, ein andere Sag streichen vnd einen grössern Boden einsetzen muss.

Zum Exempel, das Fass sey also gerathen, wann sein Visier 20 gleicher Theil gewinnet, dass es an der Taufeln (soviel von denselben zwischen beide Böden hinein kompt) halte solcher Theil 12 zweimal, suche im Täfelin 12 vber dem Titul *Hoch*, da findestu gegenvber dem Titul *Diameter am Boden*, dass der diameter halten werde 16. Hie were also das Fass zwischen den Böden 3 halber diameter (das ist 3 mal 8, nemlich 24) hoch, vnd die Frösche giengen noch drüber auss, anderst dann wie droben in Beschreibung dess Oesterreichischen Fasses gemeldet worden. Da findestu den Halt eines solchen Fasses vber dem Titul *Leib*, 3072. So aber das Fass recht were getroffen gewest, hette es zwischen beiden Böden nicht 24, sondern nur 23 halten müssen, vnd am diameter dess Bodens $16^1/_3$, vnd hette also gehalten 3080: der Vnterscheid ist 8. darmit dividir 3080. so kompt 385, würdest also allererst die 385te Maass oder Achtering weniger in einem solchen Fass haben dann die Visierruten sagt, das were von 10 Emmern kaum ein Achtering weniger.

Hingegen versuchs mit einem kürtzern Fass, das vom Beihel biss an Boden nur 11 vnd also zwischen beiden Böden nur 22 habe, eins weniger dann in der rechten Oesterreichischen Form, vnd sey also (wie du im Täfelin gegen 11 vber sihest) der diameter am Boden etwas weniger dann 17. Diss Fass wirt 3069 halten, zeuchs ab von 3080, so bleibt 11, darmit dividir 3080, kompt 280, da wirstu nun die 280te Achtering weniger haben, als die Visierruten sagt; käme auff 7 Emmer erst ein Achtering.

Sihest also, dass die Oesterreichische Fässer, sie gerahten gleich lenger oder kürtzer, nur dass dessen nicht gar zuvil werde, allwegen beynahe jhre Visier halten vnd jhnen baider Orten ein kleines abgehe, so nicht zu schätzen ist.

Nimb aber jetzo ein Reinfass, das auch wellenrund sey (dann wir reden jetzo noch nicht von den bauchichten), dise werden gemeiniglich also gemacht, dass die Taufeln zwischen beiden Böden zweymal so lang sein als der diameter am Boden, oder dass die halbe Höche vnd derselbe diameter einander gleich seind, beide etwas weniger dann 14, von ihrer Visierruthen 20; suchs im Täfele, da findestu den Leib oder Raum 2828, das zeuch ab von 3080, bleibt 252; darmit dividir 3080, kompt nit gar 13. Hie wirdt dir allwegen die 11. oder 12. Achtering oder Emmer abgehen, wann du die Oester. Visierruthen bei einem solchen Fass brauchen woltest, also dass ein solches Weinfass, so nach Anzeig der Oesterreichischen Visierruthen sechssthalbe Emmer halten solte, nur funff Emmer hat; für eins.

Wann aber du schon auff ein solches Reinfass ein besondere Visierruthen zurichten woltest, so lasse sehen, wievil auch dise fehlen würde, wann der Binder nit eben gleich das Maass träffe.

Setze erstlich, das Fass werde ein wenig kürtzer oder niderer, nemblich gerad 14 zweymahl, vnd der diameter am Boden werde lenger dann 14 (solten im rechten Maass gleich sein), da findestu im Täfelin gegenvber, dass sein Halt sein wurde 2856. Nun were das rechte Maass gewest 2828, hie hette nun durch des Binders Verfehlen ein solches Fass gewunnen ein Vbermass 28, das were die 101. Achtering zu viel vnd mehr dann sein eygene Visierruthen sagte, vnd ist doch hie die Höche

nur vmb den sibenden Theil einer Vnitet kürtzer genommen, nemblich 1400 anstatt 1414. Lass aber fürs ander das Fass ein wenig lenger werden (wie dann die Reinfässer offtermals vil lenger seind an Tauffeln, dann zwen Böden aneinander gelegt), also dass das halbe Fass die dreyviertheil von seiner Visier hoch sey, oder 15 von 20, da findestu den Halt im Täfelin 2625, ist vmb 203 weniger dann 2828, gieng dir allwegen die 14te Achtering oder der 14te Emmer vnd also ein merckliches ab durch ein solches Verfahlen dess Binders, wann du schon dem Reinfass ein besondere Visierruthen machtest.

Zuvor were es zuvil worden, jetz were es zuwenig. Nicht vil anderst helt es sich auch mit den kürtzern gestumpeten Fässern. Dahingegen das Oesterreichische Fass beider Orten zuwenig, aber vmb ein vnkenliches vnd schier gar nichts zu wenig helt. Vnd hast also auss dieser Vergleichung anderer Fässer mit dem Oesterreichischen leichtlich abzunemen, dass ein Oesterreichischer Furm ein besondere artige Eigenschafft vor andern ausslendischen Formen habe, nicht allein zum vil fassen, sondern auch vnd sonderlich zu der Visierruthen, oder zum wenig fehlen. Das wirt aber bey der andern Eigenschafft noch mehr erscheinen.

77. *Die andere noch mehr wunderbarliche Aigenschafft eines Oesterreichischen Weinfasses vor andern ausslendischen.*

Bishero ist nichts auff die Beuche der Fässer geschetzet worden, wie dann die meiste Reinfässer, wie auch die grosse Oesterreichische Dreyling gar geringe Beuche haben. Weil aber doch bissweilen auch gar grossbauchete Reinfässer, so auch dergleichen grossbauchete Anlägen Oesterreichischer Form fürkomen, als fragt es sich, wie sich hie die Visierruthen halte vnd ob jhr so schlecht zutrawen, oder wieviel sie bey einem vnd andern Fass zuvil oder zuwenig sage. Antwort: wann es gespilt werden solt, so könte man die Karten nicht künstlicher legen oder wünschen, alss es alhie mit dem Oesterreichischen Fass versehen ist; das kanstu also verstehen. Schlage dir dissmahls die runde Krümme zwischen dem Beihel vnd beiden Böden auss dem Sinn, vnd thue als wann der Bauch am Fass zu einer Schneide zusamenlieffe, oder als wann es vmb das Beihel ein Reiffen hette, nämlich als wann das Fass nichts anders wäre dann zwo Botunge oder zwen abgestämte Kegelstöcke, mit den braiten Böden auff einander gestürtzt, wie bey der 18. Figur zusehen, noch mehr aber bei der 20. Figur, da ist der braitte Boden VA, der Kegelstock VCTA, vnd der andere vnten daran disem gleich.

Es wölle sich aber der einfältige Leser nicht ergern, dass ich von solcherley Fässern schreibe, die nicht in rerum natura oder doch zum wenigsten nicht in Teutschland seind. Es geschicht darumb, weil die Richtschnur, nach welcher die Fässer sich arten, muss vom Grund auss disputirt werden: diser Richtschnur hab ich im Lateinischen Werck nicht den Namen Fass, sondern vilmehr nomen artis, nämlich Truncus conicus gegeben, Teutsch Kegelstock. Allhie aber in disem Teutschen Ausszug hab ich mit dem Namen Fass dem Teutschen Leser etwas besser fürleuchten wöllen, dieweil doch das meiste (wiewol nicht alles) an den Fässern vnd sonderlich an den Botungen zusehen ist.

Weil nun hie durch den Puncten A das Beihel verstanden wirt, oder in den Botungen der Ranfft, vnd durch AC die Visierruthen, so bedencke ferners, dass solche Lenge AC bleiben vnd hingegen die Form dess Fasses oder der Botung sich auff vil vnd mancherley Wege vergstalten vnd verstellen könde,

36*

als AGCX ist ein halbes Oester. wellenrundes oder gerades Fass, ATCV ist noch die Oesterr. Form, aber bauchet wie ein Botung, dann die halbe Taufel AT helt sich gegen dem diameter am Boden TC, gleich wie die halbe Taufel AG gegen dem diameter am Boden GC, vnd haben doch baide Formen nur ein Visierleng oder Zwerlini AC. Also kan sich der Boden CT fort vnd fort verkleinern oder vermindern, vnd hingegen der Bauch oder in der Botung die Weite dess obern Ranffts AV vermehren lassen, dass CT vnd AV je neher vnd neher zusamen kommen, biss entlich baide Linien CT, TA sammtlich der Lini CA gleich lang werden, vnd hingegen AV so lang als baide AC, CV; darmit ist der Bauch AV oder die obere Weite in der Botung so gross gewachsen, biss entlich gar nichts mehr drinnen gebliben vnd baide Böden am Fass auff einander getruckt worden. Hierauss merckestu, dass entlich der grosse Bauch (verstehe an solchen Fässern, da ein jede Taufel vom Beihel an zwo gerade Strecken hat) nur schädlich wirt, vnd auss zweyen Fassen, die nur ein Visier AC haben, nicht allewege dasjenige am meisten halt, das den grössesten Bauch hat.

Was nun gesagt von der Oesterreichischen Form oder Proportz der Höch AT gegen dem diameter TC, das soll auch verstanden werden von allen andern Formen vnd Proportzen, als zum Exempel AIC, AFC ist die Reinform, doch die Fässer seind nicht gar aussgemahlet. Dann AIC bedeutet das Fass wellenrund, aber AFC bedeuttet es mit einem schneidenden Bauch bey A, vnd haben doch abermals baide Fässer vnder jhnen selbs vnd mit den zweyen vorigen Oesterreichischen nur ein Visier AC. Wie aber IC der Boden am Reinfass viel kleiner worden dan GC der Boden am Oesterreichischen Fass, da doch die Visier AC baider Orten nur einerley, also kan der Boden IC auch fort also je mehr vnd mehr vermindert vnd endtlich gar zu einem Puncten vnd das Fass zur Lini werden, darmit dann abermal nichts darinnen bleibt, wie dann im obigen Täfele zusehen, wie sich der Leib oder Raum mit dem Boden CI vermindere oder vermehre. Gleichsfals kan solcher Boden CI auch grösser werden, nämlich CG, alda das wellenrunde Fass, wie obgesagt, am maisten helt; item es kan der Boden noch grösser werden, nämlich CE, da es anfahet wider weniger zuhalten, biss endtlich der Boden so gross wirt als CA, vnd die Höch gar verschwindet, also dass abermals baide Böden zusamen kommen vnd kein Fass mehr da ist. Hiermit haben wir kreutzweise vnendtlich vielerley Sorten der Fässer, die alle vndereinander nur ein Visier AC haben.

Hie fragt sichs nur, weil erstgemeldet, dass man endtlich den schneidenden Bauch so weit vnd tüeff machen könde (wann die Visierlini bleibt), dass das Fass weniger halte, als wann es gar keinen Bauch nicht hette, ob dann alle solche gerade oder zugescherffte Bäuche schädlich? Antwort, an den kurtzen gestumpfften Fässern zwar, die da kürtzer seind dann das Oesterreichische, ist es allezeit also, je grössern zugescherfften Bauch sie haben, je weniger sie die Visier halten, es sey die Oesterreichische oder jhr aigne Visier, vnd wann ein solches kurtzes Fass nach den Taufeln gerad vnd ohne Bauch ist, so helt es sein Visier am maisten, oder gehet jhme von dem Halt, den die Oesterreichische Visierruthen zeiget vnd aussaget, am wenigsten ab. (Aus Theor. 22. Vol. IV. p. 626.) Hingegen an den langen Fässern, wie die Reinfässer seind, ligt vil daran, dass sie bauchet seyen, dann der Bauch, wann er auch gleich zugescherfft oder ein magerer Bauch ist, gibt jhnen dass sie die Visier besser halten, dann wann sie gerad vnd wellenrund wären vnd gar keinen

Bauch hetten; doch zuverstehen von zimlichen vnd gebräuchigen Bäuchen, dann wie gehöret, wann die zugescherpffte Bäuche vngewonlich hoch vnd die Böttungen oben gar weit werden, wie die Milchschüsseln oder Weitlinge, so dräet sich das Spil wider vmb, dass sie allgemach wider weniger vnd entlich gar nichts halten. (Auss Theor. 12. 13. 14. 15. 16. vnd sonderlich 17. Vol. IV. p. 620 ss.)

Aber an den Oesterreichischen Fässern, wie sie oben No. 74. beschriben, ist es abermal gleich im Wechsel, der schneidende Bauch gibt jhnen nichts vnd nimbt jhnen nichts, er wolte dann vngewonlich gross werden, da nimbt er jhnen auch, wie allen andern: wie aber bald hernach gemeldet werden soll, so kompt jhme diss alsdann zu Hilff, dass man hie zu Land keine solche Bäuche an die Fässer machet, da die Taufeln von Böden an gegen dem Beihel gerad zu lauffen vnd vmb die Mitte dess Fasses einen Reiffen oder Schneide machen. (Ex Cor. Theor. 22.)

Helt also ein Oesterreichisches Fass allezeit seine Visier, es hab einen solchen Bauch oder hab keinen, vnd diss ist die andere wunderbarliche Aigenschafft eines Oesterreichischen Fasses vor allen anderen: darum dann die Oesterreichische behende Weise zu Visieren sonst in keinem Land, da anderley Sorten Fässer im Brauch seind, gebraucht werden mag.

78. *Wievil die Oesterreichisch Visierruthen an einem jeden ausslendischen oder vngewonlichen Fass, das doch sonsten am Bauch mit dem Oesterreichischen einerley Geschlechts ist, zuvil oder zuwenig sage.*

(Ex partis 3. No. 3. Vol. IV. p. 636.)

Der richtigest Weg diss zu wissen ist diser, rechne nach dem du thails bisshero bist vnderwisen worden, thails im dritten Thail noch weiters wirst vnderwisen werden, wievil ein jedes Fass warhafftig halte, visier es hernach mit der Oesterreichischen Visierruthen, wirstu leichtlich sehen, wievil es mehr oder weniger halte dann dir die Visierruthen sagt.

Hette aber einer Lust zur Kunst vnd wolte dises wissen ohn die Visierruthen, wie sie in Oesterreich gemacht wirt, nur allein auss Erkundigung der Tieffen am Bauch, dess diameters am Boden vnd der Taufeln Leng zwischen baiden Böden, wie man am Reinstrom visiert, der findet im Lateinischen Werck nicht allein den Process zu einer solchen Vergleichung, sondern auch den augenscheinlichen Beweiss vnd allerhand Vortheil zurechnen. Dann es gleichwol etwas kürtzern Process gibt, als wann man sonsten den Ordinari Weg gehet mit der Fassrechnung, auch guten Beschaid vnd Gemerckt hat, dass einer nicht darff sorgen, es verführe jhne die Rechnung oder er habe etwa gefählet, sondern er weisst zuvor, wievil jhme aller Orten vngefahrlich kommen müsse: wer nur das Fundament recht verstehet.

Dieweil aber doch dise demonstration mit sampt den gebrauchten Terminis auch im Lateinischen gantz new vnd vngewonlich, dahero ich mich besorgen müssen, es werde für den Teutschen Leser noch viel schwärer vnd alzu spitzfindig sein, als hab ich sie hie nicht nach der Leng einführen, sondern allein die Summen dessen, was durch solche demonstration albereit gerechnet vnd gefunden worden, hieher vbersetzen wöllen. Nämlich gleich wie das Oesterreichische gerade oder wellenrunde Fass (oder die Oesterreichische gerade Bottung) das aller erste ist von den lengern zu den kürtzern zu gehen, welches allezeit soviel, ja entlich ein wenig mehr in sich helt, dann ein anders Oesterreichisches Fass mit einem zugescherfften Bauch (oder ein Botung

oben weit), so mit dem vorigen nur ein Visier hat: also findet es sich auch in den lengern Fässern, als wie die Reinfässer seind (vnder welchen, wie No. 77. gemeldet worden, die bauchete noch fähiger seind, dann die gerade wellenrunde jhres Geschlechts), dass allwegen dasjenige bauchete vnder allen andern seins Geschlechts am fähigsten ist, welches mit dem Oesterreichischen wellenrunden oder geraden dann zumal nur einerley Höch hat, wann baide auff den Boden gesetzt vnd auffgerichtet werden; es sey nu jetzo das lenglechte Fass höher oder niderer, so helt es alle wege weniger dann das gleich hohe, da ligt nicht daran, dass das Oesterreichische braittere Böden, das Reinfass aber einen tüeffern Bauch hat (verstehe es vom Bauch mit einer Schneide), wann sie nur baide ein Visier haben. Ferners vnd wann gefragt wirdt, wie viel dann diser zugescherffte Bauch einem solchen lenglechten Fass auffs aller meiste geben könde, ist die Antwort, dass es vnder den Beuchen von gewonlicher Grösse kein Zihl habe, sondern je grösser Bauch, je mehr ein solches bauchetes Reinfass ein anders gerades Fass seines Geschlechts vbertrifft, doch thut der gescherffte Bauch (was die gewonliche Bäuche anlanget) nimmermehr sovil, dass ein solches langes Fass einem Oesterreichischen Fass, mit dem es nur ein Visier hat, gleich fähig werde, sondern es haben auch die gebauchete Reinfässer (verstehe die gescherffte Bäuche), so auch die gar hohe oben weite Weinzüber allezeit noch weniger, dann die Oesterreichische Visierruthen aussaget.

Wolte man aber durchauss von gewöhnlichen vnd vngewöhnlichen Bäuchen gefragt haben (wiewol alsdann kein Fassform mehr bleibt, auch kein Raiff angelegt werden kan), so ist erwisen, dass in den Reinfässern die Vbermaass am Fang, von einem an der Mitte gescherfften Bauch verursachet, vber das gerade Fass seines Geschlechts könde biss auffs dritte theil desselben hinein lauffen vnd nicht höher. Mehrer particularia finden sich in hie vnden gesetztem Täfele. (Ex Cor. 3. ad Th. 9. et Cor. 2. ad Th. 25. Vol. IV. p. 618. 632.)

Wann Boden | Bauch ist	so helt: Oester. das gerade	Oester. das scharpf bauchete	Reinfass. das gerade	Reinfass. das scharpf bauchete	Das Reinfass gegen dem Oesterreichischen.
1 : 2	15	11 +	54	60	Vmbs 3. theil mehr vnd drüber.
2 : 3	48	46 +	180	197 +	vmb das 19. theil mehr.
3 : 4	99	97½	378	405 +	Nichts mehr nichts weniger.
4 : 5	168	167 —	648	685 —	vmbs 42. theil weniger.
5 : 6	255	254 —	990	1036 —	vmbs 26. theil weniger.
6 : 7	360	359 —	1404	1456 +	vmbs 23. theil weniger.
7 : 8	483	482 —	1890	1846 —	vmbs 20. theil weniger.
8 : 9	624	623 +	2448	2521	vmbs 18. theil weniger.
9 : 10	783	782 +	3078	3160 +	vmbs 17. theil weniger.
etc.					
19 : 20	3363	3362 +	13328	13468 +	Entlich bey nahe vmbs 11 theil weniger, wie im Täfelin bei Nr. 72 zusehen.*)

Zuverstehen dises Täfele, so setze es wäre müglich, dass ein Oesterreichisches Fass köndte gemacht werden, das ein Aussehen hette, wie zwen auff

*) Nota. Dise Tafel gilt nur, wann bey beiden Sorten der Fässer die Beuche an Form vnd Tieffe einander gleich seyn, sonderlich wann die Beuche zugescherffet.

einander gestürtzte Weitlinge, nämlich welches zweymal so tüeff am gescherfften Bauch wäre als am Boden (wiewol es nicht müglich, dann es blibe kein Raiff), ein Reinfass (da die Taufel zweyer Böden diametros lang ist) wäre auch zweymal so tüeff am gescherfften Bauch als brait am Boden, vnd hetten baide gleich lange Visier, da würde ein anders Oesterreichisch gerades Fass, so auch dise Visier hette, so offt 15 Achtering haben, als das bauchete 11 vnd etwas drüber hette, das gerade Reinfass wurde so offt 54 haben, als offt das bauchete 60 hette: wurde also das bauchete Reinfass vmb den neunten theil mehr halten, dann das gerade Reinfass, hingegen das bauchete Oesterreichische beynahe vmb das dritte theil weniger dann das gerade Oesterreichische. Entlich das bauchete Reinfass wurde das bauchete Oesterreichische vbertreffen mehr dann vmb das dritte theil, alles von solchen Beuchen zuverstehen, die von beiden Böden an gegen dem Beyhel vnd rings herumb gerad zugescherffet seind.

Also wann der Bauch dess Oesterreichischen vmbs halb theil tüeffer wäre dann der Boden brait ist, oder wäre gegen dem Bauch wie 3 gegen 2, so gieng dem baucheten die 30te Achtering ab, wär er vmbs drittheil tüeffer, oder wie 4 gegen 3, da gieng dem baucheten die 66te Achtering ab. Da aber die gebreuchige Bäuche anfangen, als, wann sie vmbs vierte theil tüeffer dann der Boden, da ist im baucheten erst von 150 vngefahrlich die eine weniger, vnd wirdt also der defect jmmer fort kleiner vnd so fortan auch von Reinischen, vnd endtlich mit der Vergleichung, wann ein Reinfass mit einem schneidigen Bauch nicht vmb das gantze dritte theil dess diameters vom Boden tüeffer ist am Bauch, so helt es die Oesterreichische Visier gewisslich nicht, vnd soviel weniger, so viel seicher der Bauch ist gegen dem Boden zurechnen.

Notwendige Erinnerung. Diss alles ist zuverstehen von solchen Fässern, die vmb das Beihel gleichsam ein Scherffe haben; mit denen aber, die von einem Boden zum andern gebogne Taufeln haben, nach einem solchen Bogen, der bey baiden Fässern einerley Geschlechts ist, als baids am Reinfass vnd am Oesterreichischen Citronenrund, oder an baiden Spulrund etc. da ist es gar ein wenig anderst.

79. *Noch weittere vnd mehr freyschwaiffende Vergleichung allerhand Fässer, die auch an den Bäuchen vnderschidlich geartete Rundungen haben, welches vnder jhnen die Visierruthen am besten halte.*

(Auss dem 19. Th. Vol. IV. p. 623.)

Wann man also alle Gleichheit der Bäuche an zweyen Fässern ins freye Feld setzet, vnd nicht mehr zwey, welche einerley Art Rundungen an Bäuchen haben, zusamen nimpt, so ist kein rechte Regul mehr fürzuschreiben. Dann alsdann kan geschehen, dass vnder zwey Oesterreichischen das eine ein solches Gewölb am Bauch habe, durch Hülff dessen es warlich auch die Oesterreichische Visierruthen vbertreffen vnd mehr halten kan. Diss wil ich dir mit etlichen droben bey No. 52. 60. 63. abgehandleten Exempeln beweisen.

Ein Fass, dessen Weite am Boden ist 19, die Tüefe am Bauch 22, vnd also vmb das sechste Theil oder etwas weniger tüefer am Bauch, dann breitt am Boden, das hat zwischen beiden Böden nach dem geraden Walger gehalten 3290 etc., underm Raiffen oder am citronenrunden Gürtel 735, zusamen 4025, wie bei No. 60. zu sehen. Wann aber eben dises Fass vmb das Beyhel eine Scherffe gehabt hette vnd

von dannen gegen beiden Böden nicht gebogen gewest were sondern gerad, so were sein gantzer Raum gegen dem geraden Walger oder Wellen zwischen Böden, nemlichen gegen 3290 gewest wie 361 gegen 421. Multiplicirt die Vbermass 60 mit 3290, kompt 197400, das dividir mit 361, kompt 547, die setze zu 3290, so findet sich der gantze Raum 3837 vmb 188 weniger, dann wann es zwischen dem Beyhel vnd Boden circkelrund gebogen were, darmit dividir 4025, so findestu 21 vnd bei zway drittheilen, wirt also der circkelrunde Bauch von einem Boden zum andern allwegen vmb die 21. oder 22. Achtering mehr halten, dann wann der Bauch und Beyhel gegen dem Boden gerad were.

Damit du aber wissest, von was Fassen diss Exempel lautte, so mercke, dass jhme droben sein Lenge gegeben worden 27, da der diameter am Boden gehalten hat 19 vnd am Bauch 22. Setze das halbe Theil eines jeden seye so lang, vnd weil dann die Vierung von 27 ist 729, vnd die Vierung von dem Vbermass 22 vber 19, nemlich von 3, ist 9, so wirt mit Zusamensetzung 729 vnd 9, die Vierung zu der halben Taufellenge kommen 738. Die Vierung aber von 38 (so lang were jetzo der diameter dess Bodens) ist 1444, dessen halbes theil were 722, ist also die halbe Taufellenge mit der Vierung 738 nach der 73. vnd 75. Lehr gar vmb ein geringes lenger dann die Oesterreichische Fassform vermag.

Das ander Exempel No. 60. ist mit gantzem Fleiss zur Oesterreichischen Form gerichtet, dann da helt der Boden 3, der Bauch 4, die Lenge 4,1231. Dann wann ich die Vierung vom Boden 3, nemlich 9, halbire, so wirdt darauss 4,5, die Vierung der halben Taufellenge vom Boden biss zum Beihel nach Art dess Oesterreichischen Fasses. Dannen nemb ich hinweg 0,25, ist die Vierung der Vbermass 0,5 dess halben diameters am Bauch vber den halben diameter am Boden 1,5. Also bleibt mir 4,25, ist die Vierung zu der halben Fasslenge. Suche nun die Wurtzel hierauss, die ist 2,06155 vnd doppelt 4,1231 ist die Lenge des gantzen Fasses. Vnd hat also diss Fass die Oesterreichische Form. Dises nun hat droben gehalten, nach der Citronenrundung gerechnet, 43,88, aber nach der Art eines gedoppelten Kegelstocks nur 39,93 weniger dann zuvor vmb 3,95, das ist beynahe der eilffte theil weniger.

Sihe da, wann ich hundert Anlagen hette, die alle mit einander 1) einerley diametros an den Böden, nämlich vberal 3, 2) einerley Tüeffe am Bauch, nämlich 4, 3) einerley Visier auff dem Oesterreichischen Hemstab nach der Quer vnd also einerley Leng an den Taufeln, nämlich 4,13 hielten, sie hetten aber doch nicht einerley Bögen vom Beihel an gegen dem einen vnd dem andern Boden, sondern das eine wäre gantz gerad vom Beihel an biss gegen jedem Boden, also dass es nur allein vmb das Beihel einen Bug hette, das andere aber hette vmb das Beihel einen kleinen Bogen, mit den vbrigen Enden der Taufeln lieff es nach den Böden gerad hinauss, das dritte wäre noch ein wenig mehr ploderet, vnd entlich wäre eins von dem einen Boden vbers Beihel herüber gegen dem andern Boden gantz gerecht circkelrund gebogen: so köndte bey aller oben aussgedingten Gleichheit, nur von diser einigen hinterstelligen Vngleichheit wegen, noch das ein Fass vmb die ailffte Maass oder Emmer mehr halten dann das andere, vnd wer nicht die Krümme zwischen dem Beihel vnd Böden in acht nimmet, der kan mit gutem Grund nicht sagen, ob ein solches Fass (das vmb das drittheil tüeffer ist am Bauch als am Boden) zehen oder ailff Emmer halte, wann er schon die Oesterreichische Visierruthen oder sonsten die gewohnliche Fassrechnung brauchet. Noch mehrere Exempla findestu bey No. 63. Diss hat abermal an den langen Reinfässern noch einen mehrern Aussschlag vnder jhnen selbsten. Vnd endtlichen wann man allerhand Reinfässer mit allerhand Oesterreichischen ohne einige Bedingnus gleicher Bäuche vnder einander hernimbt, vnd die alle nach der Visier gleich halten solten, so kan sich das Spil mit No. 77. auch bissweilen gantz vnd gar verkehren, also

dass ein gross vnd wol gebauchetes Reinfass mehr halte dann ein weniger gebauchetes Oesterreichisches Fass.

Diss zu bescheinen, wil ich dir hie an statt allerhand Exempeln ein Täfelein für Augen stellen, in welchem der Boden vom 25sten Thail biss auffs halbe Thail dess Bauches abnimpt. Merck aber, weil wir hie von der Citronenrundung handlen, welche kompt auss einem Circkelschnitz kleiner dann ein halber Circkel, so hat ein jede Art dess Fasses sein gewisses Zihl vnd Maass, welches es mit der Tüeffe des Bauchs nicht vberschreitten kan, sonsten blibe es nicht citronenrund, sondern wurde endtlich apffelrund; dise Maass wirdt jhme bestimmet durch die Kugel, weil sie gleich das mittele helt zwischen dem Apffel vnd der Citronen, vnd mit der Kugel die Apffelrundungen jhr Endschafft vnd hingegen die Citronenrundungen jhren Anfang nemen.

Also gibt nun die Kugel dem Reinfass, dass der Bauch auffs höchst zweymal so tüeff sein kan als der Boden brait ist (diss ist zu verstehen Geometrisch vnd nicht Binderisch, dann man kan kein so gross gebauchetes Fass auff dise Form machen) vnd dann helt die also abgestutzte Kugel heynahe vier dritthail dess doppelten abgestutzten Kegels, der drein gerecht ist. Dem Oesterreichischen gibt sie zum grössisten Schick wie fast 5 gegen 3, scherffer 200000 gegen 123607, kan also der Bauch nicht zwaier Böden Tüeffe haben, vnd helt alsdann das Fass siben 6 thail seins doppelten Kegelstocks oder Botunge. Das vbrige findet sich im Täfele, das halte gegen dem andern No. 78, da wirstu finden, wann in einem Reinfass die proportion dess Bodens gegen dem Bauch ist wie 7 gegen 8, dass alsdann das Reinfass nach dem Kegel gerechnet vmbs 20. theil weniger halte dann ein gerades Oester. Fass, das mit jhme einerley Visier oder Zwerlini hat. Vnd hingegen helt es nach der Citronenrundung vmb das 20. theil mehr dann nach dem Kegel. Darauss folget, wann ein Reinfass diese Tüeffe am Bauch habe vnd darneben Citronenrund sey, so halte es die Oesterreichische Visier so gut vnd gerecht, als ein Oesterreichisches gerades Fass. Hette es noch einen tüeffern Bauch, so wurde es das Oesterreichische gerade noch mehr vbertreffen: wann aber der Bauch seicher ist am Reinfass, dann vmb das 7. theil dess Bodens, so mag es einem geraden Oesterreichischen nicht gleichen, wann es schon citronenrund ist, zugeschweigen, dass es einem Oesterreichischen an Form vnd Tüeffe gleich gebaucheten zuvergleichen sein solte, dann wann zwey solche Fässer an Form vnd Tüeffe gleich gebauchet seind, da bleibt es bey dem Täfele No. 78.

Wann der Diameter am Bauch	Boden ist	So gebet dem doppelten Kegelstock ab im Oester.	Reinf. der
25	24	80	83
24	23	76	79
23	22	72	75
22	21	68	71
21	20	65	67
20	19	61	63
19	18	58	59
18	17	54	55
17	16	51	52
16	15	48	48
15	14	45	45
14	13	42	41
13	12	39	37
12	11	36	34
11	10	33	31
10	9	30	27
9	8	27	24
8	7	24	21
7	6	21	18
6	5	18	15
5	4	15	12
4	3	11	9
3	2	8	6
2			4
		theil der Citronenrundung.	

Derohalben vnd damit doch auch ein wenig ein Gewissheit alhie aussgezeichnet werde, so mercket ihr Weinvisierer, so wenig von hohen aber dürren, das ist gegen dem Beihel zugescherfften Beuchen zuhalten, an Oesterreichischen vnd kürtzern Fässern, soviel desto reicher seind die hohe, wol in Circkel

geordnete Beuche. Vnd jhr Reinlender haltet in allewege an ewren langen Fässern diejenige grosse Beuche in Ehren, da die Taugen nach der Lenge wol in Circkel gebogen seind, vnd wisset für gewiss, je grösser Bauch, wann er also recht in Circkel gebogen, je mehr euch ewer Rechnung verführet, da ihr zwischen zweyen Cylindris oder Wellen, einen im Fass, den andern vmb das Fass, nach eines jeden aussgerechneten Leib oder Raum das Mittel nemet, wie euch dessen droben No. 60. vnd 63. Exempla für Augen gestelt worden. War ists, wann die Taugen vmb das Spontloch einen Bug oder Klack hetten, wie die Römischen haben sollen, also dass ein jede Tauge zwen gerade Theil hette, gegen jedem Boden einen, so thete dise ewere Rechnung der Sachen zuvil. Wann sie aber, wie jetzo gesetzt ist, durchauss gleich gebogen seind, so thut ewere Rechnung der Sachen vil zu wenig. Hierauss dann auch der Hochgelehrte Herr D. Hartman Bayer, Stattmedicus zu Franckfurt, leichtlich zuschliessen hat, an welchen Sorten der Fässer jhme sein Medium Conicum zustatten komme vnd an welchen es jhme hingegen nur hinderlich seye.[5])



Dritter Theil dess Büchleins.

Von Zubereitung vnd Gebrauch der Oesterreichischen Weinvisierruthen.

80. ***Wie ein jeder Hausswirt eine gerechte Visierruthen nach dem gerechten Lintzer Schuch oder caementirten Maass bereitten, oder ein andere probiren müge; jtem von dem Oesterreichischen Emmer oder Achtering.***

Mach dir eine gerade Ruthe von Lerchenbaum oder sonst einem geraden Holtz, mehr breit dann dick, spitze dieselbe gegen dem einen Ende nach der Breitte gemählich zu, also dass sie vnden fast eine gerade Schneide gewinne, wie ein gerades Schrott- oder Stemmeysen, verware die Schneid vnden mit einem silbernen oder messinen Schuch, damit dise Schneide durch das vielfeltige stüren vnd stupffen sich nicht bald abnutzen könde. Von diser Schneide mache die Ruthen einer Lintzer Klaffter, das ist sechs Lintzer Schuh lang, dessen dir hieneben in beygefügter Figur ein gerechter halber Schuh, beim Stattgericht zu Lintz caementirt vnd in seine 6 Zölle abgetheilt, fürgestelt wirdt. Einen jeden Zoll theile ferners in 19 gleicher Puncten, sovil seind Jar in einem Monds-Circkel oder in der gulden Zahl, die järlich vornen an die Calender, gleichwol nicht gulden, sondern nur roth gesetzt wirt, das mercke von besserer Gedechtnus wegen. Also wirt dise gantze Ruthe in 1368 Puncten gehen. Diese gleiche vnd kleine Thaile soltu auff die eine schmale Seiten der Ruthen ordenlich nach einander verzaichnen, also dass der vnderste Punct nechst an der Schneide mit der Ziffer 1, der nechste drüber mit 2 gezeichnet werde vnd sofort an biss zu dem aller obersten, da sol die Ziffer

1368 fallen. Ein Verstendiger waisst jhme wol zu thun, wann er gleich nicht alle 1368 Puncten mit jren Ziffern zaichnet, darzu dann die Ruthe viel zu eng sein wurde.

Hierauff nun hab ich dir ein Täfelin hienach gesetzt, auss welchem du sehen kanst, auff welche Puncten die Zeichen fallen zu einem jeden Seidl, Achtering vnd Emmer, welche Zeichen gerad gegenvber auff der einen braitten Seitten müssen eingeschnitten werden. Vnd mercke, dass dir ein jede Ziffer nach dem Zeichen (,) bedeutte den Zehler zu einem Bruch, dessen Nenner ist allweg 10.

Ferners ist zumercken, warumb ich dreyerley Emmer setze. In dem Vergleich der 5 N. O. Landen, Anno 1542. getroffen, werden 8 Achtering auff ein viertel gezehlet, dahero die Achtering den Namen bekommen, vnd 4 viertel oder 32 Achtering für einen Emmer, diss ist die rechte (so genennte) alte Maass. Wie nu hernach vngefährlich vor 70 Jaren erstlich das Vngelt, darnach Anno 1562. die einfache, vnd entlich Anno 1569. die doppelte Zapffenmass auffkommen, ist die Anzahl der Kandeln in einem Emmer von 32 Kanteln erstlich auff 35, hernach auff 38, entlich auf 41 gestigen. Damit ist der Tätz auff die weite Hälse gelegt worden, die sich mit Verringerung der Maass nit haben wollen einziehen lassen. Dergleichen Ordnungen seind auch damallen in Würtenberg vnd anderswo gemacht worden. Sonsten kan ich auss allerhand Berichten sovil verstehen, dass obwol allein 41 die rechte Anzahl der Kandeln in einem Emmer seye (soviel stehen auch auff den gerechten Visierstäben gegen dem Zeichen eines Emmers gerad vber), jedoch so einer jme einen Emmer mit Kandeln messen lesset, beut man jhme nur 40 Achtering für einen. Hingegen wolte der Kauffer gern 42 darfür haben, als ob der Schenck wol 42 auss einem Emmer aussschencke. Weil dann beiderley kleinere vnd grössere durch den aigen Nutzen, neben dem den die Landesordnung gibt, auffkommen, hab ich sie vmb mehrer Nachrichtung willen zusamen gesetzt vnd an seinen Orten drunter eingemischet, wievil meiner Puncten auff einen jeden Schuch vnd Zoll gehen.

Tafel zu Zuberaittung einer gerechten Visierruthen gehörig.

Das seind vnd (Schuch Zölle)	neben die Ziffer des gleichen Puncten	Setze das Zeichen (Achteringe)
1.	19.	
2.	38.	
	50.	½
3.	57.	
	63.	1
	72,1.	1½
4.	76.	
	79,4.	2
	85,5.	2½
	90,9.	3
5.	95.	
	95,7.	3½ Seidl
	100.	1
6.	114.	
	114,5.	½
	126.	2
7.	133.	
	135,8.	½
	144,2.	3
8.	152.	½
	158,7.	4
	165,1.	½
9.	171.	5
	176,5.	½
	181,7.	6
	186,6.	½
10.	190.	
	191,3.	7
	195,7.	½
	200.	8
	204.	½
	208.	9
11.	209.	
	211,8.	½
	215,4.	10
	219.	½
	222,4.	11
	225,7.	½
1. 0.	228.	
	229.	12
	232,1.	½
	235,2.	13
	238,1.	½
	241.	14
	243,8.	½
	246,6.	15
1. 1.	247.	
	249,5.	½
	252.	16
	257,1.	17
	262,1.	18
1. 2.	266.	
	266,9.	19

Das seind vnd (Schuch Zölle)	neben die Ziffer des gleichen Puncten	Setze das Zeichen (Viertl Emmer)
	271,4.	20
	275,9.	21
	280,2.	22
	284,4.	23
1. 3.	285.	
	288,4.	24
	292,4.	25
	296,2.	26
	300.	27
	303,7.	28
1. 4.	304.	
	307,3.	29
	310,6.	30
	314.	31
	317,5.	32
	320,8.	33
1. 5.	323.	
	324.	34
	327,1.	35
	330,2.	36
	333,2.	37
	336,2.	38
	339,1.	39
1. 6.	342.	40
	344,8.	41
	347,6.	42
1. 7.	361.	Achte-ring
	369.	
	372.	1. 1
	375.	
1. 8.	380.	
	392.	
	395.	1. 2
	398.	
1. 9.	399.	
	412.	
	416.	1. 3
1. 10.	418.	
	419.	
	431.	
	435.	2. 0
1. 11.	437.	
	438.	
	448.	
	452.	2. 1
	455.	
2. 0.	456.	
	465.	
	469.	2. 2
	472.	
2. 1.	475.	

Das seind vnd (Schuch Zölle)	neben die Ziffer des gleichen Puncten	Setze das Zeichen (Emmer)
	479.	
	483.	2. 3
	487.	
	493.	
2. 2.	494.	
	497.	3. 0
	501.	
	507.	
	511.	3. 1
2. 3.	513.	
	515.	
	519.	
	524.	3. 2
	528.	
	531.	
2. 4.	532.	
	536.	3. 3
	540.	
	543.	
	548.	4. 0
2. 5.	551.	Viertl.
	552.	
	565.	
2. 6.	570.	4½
	575.	
	585.	
2. 7.	589.	
	590.	5
	594.	
	604.	
2. 8.	608.	
	609.	5½
	614.	
	622.	
2. 9.	627.	6
	632.	
	638.	
	643.	6½
2. 10.	646.	
	648.	
	654.	
	660.	7
2. 11.	665.	
	669.	
	675.	7½
	680.	
3. 0.	684.	
	689.	8
	695.	
3. 1.	703.	

Das seind vnd (Schuch Zölle)	neben die Ziffer des gleichen Puncten	Setze das Zeichen (Emmer)
	711.	
	717.	9
3. 2.	722.	
	723.	
	737.	
3. 3.	741.	
	743.	10
	749	
3. 4.	760.	
	761.	
	767.	11
	773.	
3. 5.	779.	
	783.	
	790.	12
	796.	
3. 6.	798.	
	804.	
	811.	13
3. 7.	817.	
	824.	
	831.	14
3. 8.	836.	
	838.	
	843.	
	850.	15
3. 9.	855.	
	857.	
	862.	
	869.	16
3. 10.	874.	
	876.	
3. 11.	893.	
	896.	
	904.	18
	911.	
4. 0.	912	
	928.	
4. 1.	931.	
	936.	20
	944.	
4. 2.	950.	
	958.	
	966.	22
4. 3.	969.	
	974.	
	986.	
4. 4.	988.	
	995.	24
	1003.	

Das seind vnd (Schuch Zölle)	neben die Ziffer des gleichen Puncten	Setze das Zeichen (Emmer)
4. 5.	1007.	
4. 6.	26.	
	35.	27
	43.	
4. 7.	45.	
	62.	
	64.	
4. 8.	71.	30
	80.	
4. 9.	81.	
	1096.	
4. 10.	1102.	
	6.	33
	16.	
4. 11.	21.	
	30.	
5. 0.	40.	36
	50.	
5. 1.	59.	
	70.	
5. 2.	78.	
	79.	40.
	88.	
5. 3.	1197.	
	1208.	
5. 4.	16.	
	18.	44.
	28.	
5. 5.	35.	
	44	
5. 6.	54.	48
	64.	
5. 7.	73.	
	76.	
	87.	52
5. 8.	92.	
	1297.	
	1308.	
5. 9.	11.	
	20.	56
5. 10.	30.	
	31.	
	38.	
5. 11.	49.	
	50.	60
	61.	
6. 0.	1368.	

81. *Was für einen Bauch dasjenige Fass gehabt, auss welchem die Oesterreichische Visierruthen hergenommen, gemessen oder caementirt worden.*

Wie droben bey der 13. Lehr Meldung geschehen, so gehet der Oesterreichische Gebrauch der Visierruthen nicht anderst recht an, es seyen dann die Fässer einander ähnlich, oder ob sie einander nicht ähnlich, dass doch sonsten die Fassformen vndereinander gleichgültig seyen.

Nu hat es sich zwar bey No. 75. befunden, dass die Binder in Oesterreich eine Regel haben, nach deren allezeit der Boden gegen der Taufel einerley Schick behalten solte, vnd bey No. 76, dass dem Behalt nichts merckliches benommen werde, wann schon der Binder sein Regel nicht eben auffs genauest treffe. Item No. 77, wann schon die Fässer, so nach dem Schick der Taufeln vnd Böden einander ähnlich, nicht eben gleiche Bäuche haben, sondern etliche gar einem Cylinder oder Walger gleich seyen, andere aber tüeffe Bäuche haben, sofern dass doch die Bäuche vmb das Beihel rings herumb eine Scherffe haben, von dannen sie gegen den Böden gerad hinauss lauffen, als wären es zwo auff einander gestürtzte Botungen; so sey abermalen dem Oesterreichischen Fass mit dem Bauch nichts gegeben, auch nichts merckliches benommen, vnd halte ein so gebauchetes Fass gleich sovil als wann es allerdings gerad vnd ohne Bauch wäre vnd doch einerley Visier hette. Diss zwar, sprech ich, hat sich bisshero also befunden.

Wiewol nu gemeiniglich die Fässer, je grössere Bäuche sie haben, je mehr sie in der Mitten gächrund vnd also einem doppelten Kegelstock (wie am 62. [559] Blat) beynahe gleich sehen: jedoch vnd wann auch bissweilen Bäuche fürkommen (wie bey No. 79. gemeldet), die fein wolgeschickt in einen Circkel gebogen vnd also mit Wein wol angefüllet seind: da wil gleichwol ein wenig ein Vngleichheit auch vndern Oesterreichischen Fässern entstehen, die ist aber desto weniger zu anten oder zu achten, weil es der Augenschein gibt, dass das erste Fass, darauss man die Visier genommen, nicht ein purlauttere Geräde am Bauch, sondern gewisslich einen runden Bauch gehalten haben müsse, derowegen dann alle andere Fässer, die auch also gebauchet, abermalen jhre Visier gerecht halten, die aber, so etwas weniger am Bauch haben, nicht vmb viel weniger, vnd welche mehr gebauchet, nicht vmb vielmehr in sich haben, dann jhnen die Visier gibt.

Diss alles zuerweisen, bedürffte es nicht vil Vmbschwaiffens, wann man in Oesterreich auch ein caementirtes Gefäss hette, das einen gerechten Emmer hielte: dieweil aber der Emmer nur allein auff der Visierruthen caementirt ist, so müssen wir von der heutiges Tags gebreuchigen Achtering anfahen vnd auff den Emmer zuruck rechnen. Derhalben so lasset vns erstlich nemen die caementirte Visier auff ein Achtering, die ist gleicher obeingeführter Puncten 100. Wann nach dieser Zwerlini durch die 75. Lehr ein Oesterreichisches gerades Fässlin gerechnet wirdt, so gewint es am Leib 604600, halb 302300.

Wann nu das erste Fass keinen Bauch, oder aber einen zugescherfften Bauch (weil baides im Oesterreichischen Fass gleich gilt) gehabt hette, so müste eine halbe Achtering nicht mehr in sich halten dann sovil meiner Thail, jeden einer Vnitet lang, brait vnd hoch verstanden. Ich hab aber bey der Statt Obrigkeit zu Lintz ein caementirte Halbe abgefordert vnd mit grossem Fleiss zu etlich vnderschidlichen malen gemessen, dass sie mir angefüllet hat eine runde blechine Büchsen, die am Boden gehalten hat meiner Puncten in

die Leng 77 vnd in die Braitte 74 sampt 2 drittheilen. In dise Büchsen hab ich die erwehnte Halbe gegossen, die hat sie angefüllet meiner Thail 68 hoch. Auss diser Höch vnd diametris am Boden findet sich nach der 24. Lehr der Raum dess Wassers 307055, das ist vmb 4755 meiner gewürffelter Puncten mehr, dann droben das Oesterreichische halbe Fässlin mit einer Walger-geräde auff die Visierlini 100 gerechnet gehalten hat. Sihest also, dass ein Oesterreichische caementirte halb Kandel vmb das 65te Thail mehr helt, dann wann ein Fässl ohne Bauch auff die Visier einer Halben zugerichtet wurde. Darauss dann folget, dass dasjenige Fass, aus welchem die Oesterreichische Visier genommen worden, nach Anzeig dess Täfelins No. 79. vmb das 20. Theil tüeffer am Bauch gewesst sein müsse als brait am Boden; so anderst die Taufeln recht circkelrund gekrümmet gewest.

Wäre aber die Krümme der Taufeln auss der Parabola oder auss einer Hyperbola, das ist vmb das Beihel gächrund vnd gegen den baiden Böden ausswärtz geräder gewesst, so kan der Bauch wol vmb ein gutes tüeffer gewesst sein. Wie dann gmeiniglich die Fässer mit gar tüeffen Bäuchen dise Form gewinnen. Es ist aber fast glaublich, weil die alte, in andern Landen bräuchige Visierrechnung sich sonsten auff den Walger oder Cylinder fundirt, so werde auch derjenige, welcher die jetzo gebräuchige Visierruthen anfenglich bestelt vnd caementirt, in dem Wohn gesteckt sein, dass solche Rechnung notwendig vmb etwas verfählen müsse, wenn das Fass nicht recht cylindrisch oder wellenrund seye, vnd werde sich derowegen nach solchen Fässern vmbgesehen haben, welche gar vnsichtige Bäuche gehabt vnd einem Cylinder oder Walger am aller ehnlichsten gewesst seind. Sonderlich wirt er sich vmb mehrer Gewissheit willen an die grosse Oesterreichische Dreyling gehalten haben, die könden von jhrer Schwere vnd von der Gefahr wegen im Waltzen keine hohe Bäuche leiden. Doch bin ich nicht in Abred, dass diss ein gar subtil Werck vnd nicht so scharpff drauff zugehen sey, wie es die Zahlen geben. Dann bedenck wie klein meine Theilung sey, da 19 Puncten einen Zoll machen, wie leicht kan es sein, dass es mir in der Höch dess Wassers vmb einen solchen Theil gefählet habe, darmit hette ich schon vmb den 68. Theil dess Wassers gefehlet, das ist schon schier der 65. Theil, auss welchem 65. Thail wir bisshero den Bauch gerechnet. Nem ich dann nun die Höch dess Wassers inn meiner Büxen 67, so blibe dem Fass gar kein Bauch, als wann es ein gerader Walger gewesst wäre, nem ich sie aber 69, so fellt schon der 40. Theil auff den Bauch vnd muss er alsdann nach Ausweisung dess Täfelins No. 79. vmb das 12. oder 13. Theil dess Bodens tüeffer gewesst sein, auch nach der Citronenrundung. Ich halte aber nicht, dass es mir mehr dann vmb eine solche Vnitet fählen solle. Vnd ist zwar auch diss ein gar geringer Bauch, wann er gleich vmb das 12. theil tüeffer ist dann der Boden, da hingegen die meiste Anlagen vnd kleine Fässlin, so mir noch fürkommen, vom 10ten in 5ten Thail tüeffer am Bauch gewesst seind, dann am Boden.

82. *Wie das Fass gestaltet sein solle, damit die Visierruthen dich nicht verführe.*

Anfangs wil ich widerholet vnd erinnert haben, dass meine Meinung nicht seye, dass man durch die Oesterreichische Visierruthen etlicher Fürgeben nach bey einer Achtering wissen könde, wievil ein Fass halte; dann wie bey No. 63. mit Exempeln vnd No. 79. mit mehrerm Grund erwisen, ist solches bisshero nicht allein den Oesterreichischen, sondern auch allen andern

Weinvisierern vnmöglich gewesst. Dann dass etliche jhres aignen Bedunckens subtile Rechenmeister sich vnderwinden dörffen, bey einem Glässlin ausszurechnen, wie viel das Fass halte (wanns nicht brait gedruckt, nicht bodenhol, sondern jnnen glat seye, setzen sie darzu), das heisst Mücklen seügern vnd Hummeln verschlucken, was wöllen sie vil von Beulen vnd Böden sagen, so sie doch noch die Beuche nicht kennen? Lass dir derohalben die Oesterreichische Visierruthen wegen jhres leichten Gebrauchs vnd guten Vortheils lieb vnd vor allen bisshero verübten Visiereichungen wolbefohlen sein, ob sie dir schon nicht eben bey einem Glässlin, Achtering, Viertel oder Emmer (in den grossen doppel Dreylingen) zutrifft, angesehen der aller glehrteste Rechenmeister, der noch fürkommen, mit aller seiner Kunst dir noch wol vmb ein mehrers fallirn kan. Doch kan es nicht schaden, wann du dich nach denen bisshero erwehnten Vnderschaiden vnd was sonsten einer vnd der ander aussdinget, fleissig richtest, darmit du mit demjenigen, was du auff der Visierruthen findest, zuhengen vnd zu dispensirn wissest.

Erstlich, sol die Fass-Taufel mit sampt den Fröschen anderthalb Böden lang sein, nicht viel lenger, auch nicht viel kürtzer, dann baider Orten wirde es die Visier nicht so wol halten. Zum andern besihe es, ob es einen vbermässigen vnd plodereten Bauch habe, dann die Visierruthen gehört aigentlich nur auff solche Fässer, welche nicht vber das 12. thail auffs maiste tüeffer am Bauch seind, dann brait am Boden; oder auch auff solche, an welchen die Taufeln, wann sie noch tüeffer gebauchet, zwischen den mitteln Raiffen gächrund gebogen seind vnd gegen den Böden geräder hinauss lauffen, vnd so deren keins wäre, wurde dir die Visierruthen zu wenig sagen, dann die hohe vnd plodereten Bäuche seind reicher. Doch sol das Fass auch nicht gar glatt sein wie ein purlauterer Walger, sondern wie gesagt sol der Bauch vom 20. biss ins 12. thail mit einer wol formirten Rundung herauss gehen, oder so er gächrund vmb die Mitte, sol er noch weiter herauss gehen: sonsten wurde das Fass seine Visier nicht so wol halten.

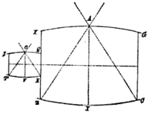
Fürs dritte, so dir aber ein langes Reinfass fürkäme, mit einem tüeffen wol in den Circkel gebognen Bauch, das mag mit Haltung der Visier einem recht gebaucheten Oesterreichischen gleichen vnd sonsten gar nicht, wie No. 79. erwisen. Viertens, ob der Boden oder ein Taufel etwa tüeff eingebogen wäre, da brauche dich dess Augenmasses, wieviel etwa ein solcher Bug ausstrage, das zeuchstu billich von der Visier ab. So man das Fass auff den einen Boden auffrichtete, liesse sich diser Fehl am obern Boden mit Wasser eichen. Sonderlich aber vnd zum fünfften hastu dich an den tüeffgebaucheten Fässern wol fürzusehen, dass sie rings hervmb gleich gebauchet vnd nicht etwa oben vmb das Beihel mit vilen braitten, vnden aber mit vielen schmalen Tafeln besetzt seyen vnd gleichsam am Rucken ligen vnd den Nabel (das Beihel) obersich kehren; dann wa diser Fehl sich befindet, da kannstu auff den plodereten Bauch nicht so viel schätzen, weil er nur oben vnd nicht zumahl auch vnden so weit herauss gehet. Ja es wirdt dir alsdann die Visierruthen vmb ein mercklichs zuvil sagen, weil es oben von einem so hohen Beihel viel weiter ist biss an die Böden, dann wann das Beihel vnten gemacht wurde. Hingegen vnd zum sechssten, wann etwa das Beihel eingebogen wäre, das kan gar bald ein namhafftes ausstragen, so die Visier zu wenig sagt. Fürs sibende sol das Fass an Böden vnd Bauch nach dem Raiffen recht circkelrund sein, dann die Oesterreichische Visier ist nicht auff die Wälsche Lägeln gemacht. Wiewol hie kein sonderliche Gefahr nicht ist, dann ob wol die Böden mit dem Wetter sich werf-

fen, nach der Seit eingehen vnd das Holtz sich zusamen treiben lassen möchte, da hingegen die Höch vnverenderlich vnd die Jahre jhnen nichts benemen lassen: so gibt sich aber hingegen der Bauch etwas in die Braitte vnd Nidere, wegen der Schwäre, kompt also eins dem andern zu Hilff vnd zubuss. Entlich vnd zum achten, so die Tafeln inwendig vngeschwunglich dick wären. sonderlich an den Böden, von der Stercke wegen, also dass das Fass jnnen nicht glat wäre, das lass ich den Binder verantworten, die Messkunst nimpt sich vmb das nicht an was vnordenlich ist, wann mans weder sehen noch greiffen kan.

83. *Wie die Visierruthen zu gebrauchen auff die Fässer vnd Botunge.*

Das wirdt mit hievorgehender Figur für Augen gestelt mit zweyen vngleichen, aber einander allerdings ähnlichen Fässlein, bey welchen A vnd O das Beihel bedeuten, AZ vnd AC die Visierruthen, welche mit dem Zeichen 27 Emmer oder Achtering ans Beihel raichet, im kleinen Fässlin raichet die Visierruthen OK oder OT ans Beyhel mit dem Zeichen 1 Emmer oder Achtering.

Fig. 21.



Hie ist aber zumercken, weil in einem Fass das Beihel nicht ein solcher Punct sein kan, wie hie in der Figur das A vnd O, sondern es muss ein zimliche Weite haben, sonderlich auch von der Visierruthen wegen, dass man dieselbige vngehindert nach der Zwer hinein sencken könde: so wil es eine Notdurfft sein, dass man zuvor einen gewissen Puncten (nicht aussen sondern) inwendig an der offenen Taufel zeichne oder in Sinn neme vnd die Ruthen AZ, AC an denselbigen jnnerlichen Puncten A zu baiden mahlen anschlage, auch wie weit diser Punct an der Visierruthen raiche anmercke; dann so man nicht von nur einem Puncten, sondern herüber von der einen Seyten dess Beihels, hinüber aber von der andern Seiten messen oder aussen anschlagen vnd das Holtz zum Wein oder jnnerlichen Raum rechnen wolte, könte leichtlich die Visierlini vmb einen Zoll zu lang oder zu kurtz genommen werden, das trüge in einem grossen Dreyling nahend zwen Emmer auss.

Wann nun diser gemerckte Punct vnd das Beihel mit jme nicht eben gerad in der Mitte stehet, sondern AC etwas lenger ist vnd also mehr Emmer oder Achteringe zeichnet als AZ; als zum Exempel AC zaigete 8 Emmer, AZ 10 Emmer, so nimpt man nur das Mittele zwischen baiden für die gerechte Eych, nämlich 9 Emmer, vnd schadet dise Halbirung der Gewissheit nichts. Hütte dich aber, dass du nicht etwa das Mittele nach der gleichen Thailung nemest: dann es würde dir in den kleinen Fässern vmb viel fählen. In den gar grossen zwar trüge ein solcher kleiner Vnterschaid vnd dessen Halbirung weniger auss.

Also hastu dich auch keiner Irrung dahero zubesorgen, wann etwa baide Böden nicht gleiche Felder hetten, darumben sich doch andere Visierrechnungen mit sonderm Fleiss vnd verdriesslicher Arbeit annemen müssen. Vrsach dieser baider Posten ist, weil es in der Oesterreichischen Fassform sehr wenig ausstrügt; bey andern Fasssorten liess es sich nicht also verrichten. Desthalben dann dise

Art zu Visieren sonsten in keinem Land also angehet, wie in Oesterreich, man brauche dann auch dise Form der Fässer.

Dise Weise zu visieren gehet auch auff die Bottungen, welche auss einem Fass (gerad vmbs Beihl entzwey geschnitten) gemacht werden oder sonsten nit viel niderer oder höher seind dann ein halbes Fass; da setzet man den Visierstab auch auff das ein End dess Bodens vnd messet vberzwer biss oben an den Ranfft gerad gegenvber; das kan man also vmb vnd vmb versuchen, obs überal gleich eintreffe oder ob man mitteln müsse; allein zu mercken, dass die Anzahl der Emmer vnd Achteringe, so auff der Visierruthen anzeiget wirdt, den Bottungen nur halben gelte.

84. *Wann kein zugerichte Visierruthen zur Hand oder dise vnsere von 6 Schuhen zu sehr grossen Fässern nicht lang gnug wäre, wie alsdann die Oesterreichische Fässer nichts minder behend zumessen.*

So nimb einen jeden Stab, brauch jhne wie man die Visierruthen brauchet, halt jhn darnach gegen dem Lintzer Schuch, zusehen, wievil Schuch oder Zölle die Visier oder Zwerlini im Fass halte. Dann im Täfele auff die Visierruthen gestelt No. 80. findestu schon, wievil Emmer ein jede Anzahl der Zölle bedeutet.

Zum Exempel, das Fass hette nach der Zwer 4 Schuch vnd 10 Zölle, die bedeuten in der Tafel mehr dann 33 kleiner Emmer zu 40 Achteringen vnd weniger dann 33 mitterer zu 41, dann jene haben 1096 meiner Puncten, diese aber haben 1106 derselben, aber 4 Schuh vnd 10 Zölle haben 1102, das ist vmb 6 mehr dan 1096 vnd etwa vmb 4 weniger dann 1106.

So aber ein solcher Stab lenger wurde dann 6 Schuch, also dass dise Lenge im Täfelin nicht zu finden wäre, so nimb das halbthail oder drittthail oder vierthail der gefundenen Lenge an Schuchen, Zöllen vnd kleinen Thailungen, such im Täfelin, was es für eine Eych anzeige, die multiplicir mit 8, wann du das halbthail genommen, oder mit 27, wann du das dritthail, oder mit 64, wann du das viertthail genommen, so hastu auch die gantze Eych dess grossen Fasses.

Zum Exempel, die Visierlenge mit dem Lintzer Schuh gemessen hielte 10 Schuh vnd 3 Zölle, weil es nun mehr dann 6 Schuch, so halbire es vnd such 5 Schuh vnd anderthalben Zölle, das ist 1168 kleiner Theilungen im Täfelin, da findestu, dass 1140 geben 36 mitterer Emmer, vnd 1179 geben 40 mitterer Emmer, der Vnderscheid ist 39 vnd macht hie 4 Emmer. Nun ist 1168 mehr dann 1140 umb 28, das ist beynahe drei viertheil von 39, vnd macht weniger dann die 3 Emmer, hielte also diese halbe Visier nicht gar 39 Emmer. Vnd weil du die Visier halbirt hast, so multiplicir 39 mit 8, komen dir 312 Emmer nicht gar, das ist bey 311 Emmern, so vil hielte das Fass.

Gesetzt, der Stab were 15 Lintzer Schuh vnd fünffthalben Zoll lang, hie kanstu nicht das Halbtheil nemen, dann es ist ins Täfelin auch zu lang, nimb derhalben das drittheil, 5 Schuh vnd anderthalben Zoll, das gibt wie zuvor etwas weniger dann 39 mitterer Emmer; weil du dann das dritte theil genommen, so multiplicir 39 mit 27, das macht 1053, hielte also das Fass bei 1050 Emmern: vnd also kann man alle Fesser visieren, biss auff den Halt 1728 kleiner Emmer, das ist für Oesterreich meines Wissens gnug.

Zu Heydelberg aber ligt ein Fass, dessen Tauben oder Taufeln seind 27 Schuh lang, der Boden 16, der Bauch 18 Schuch hoch, wie in einem desthalben aussgefertigten Kupfferstuck vermeldet wird. Rechne von den Taufeln einen Schuch auff die Velgen oder Frösche, bleiben 26 Schuh, vnd die halbe Leng 13 Schuch, der Boden nach dem Wein 16 Schuh, rechne nach der 74. Lehr seine Zwerlini, die wirt nicht gar 21 Schuh. Nun diss Fass ist nicht vil lenger dann die Oesterreichische Form. Gesetzt,

es sey gerad die Oest. Form vnd der Lintzer Schuch, wieviel wirdt es Oesterreichischer Emmer halten? Hie kanstu weder das halbe noch das drittheil nemen, dann du findest es nicht im Täfelin. Nimb derhalben das viertheil von 21 Schuhen, das ist 5 Schuch 3 Zölle, die zeigen im Täfelin oder auff der Oesterreichischen Visierruthen 42 Emmer. Weil du nun das 4. theil genommen, so multiplicir 42 mit 64, das macht 2688 Emmer. Wie dann im Kupfferstuck beygesetzt wirdt, das Fass halte 132 Fuder oder 795 Ohm vnd 3 viertel, das trifft vngefahrlich also zu, wann man bey vierthalb Oesterreichischer Emmer auff ein Pfältzische Ohm rechnet.

Nicht vil anderst sol man jhme auch dann zumal thun, wann eine Lenge zu visieren wäre, kürtzer dann die Leng eins Seidls, wie drunten No. 90. es die Noth erfordert, dann man duplirt oder triplirt die Lenge vnd nimmet hernach das 8. oder 27. thail von seiner Eych.

85. *Wann das Fass nicht müsste auffgebeihelt werden, wie jhme alsdann mit der Oesterreichischen Visierruthen oder an deren statt mit jrem Täfele bey No. 80. beyzukommen.*

Messe mit einer Ruthen von gleicher Thailung oder mit derselben Seitten an der Visierruthen, wie hoch vnd brait ein jeder Boden XZ vnd GC absonderlich seye: findestu den Boden nicht circkelrund, so nimb das Mittele zwischen der Höhe vnd der Braitte eines jedens Bodens. Zeuch hernach ein Band vmb dess Fasses Bauch herumb, dass doch das Band sich nicht aussstrecken vnd aussdehnen lasse wie ein Faden, vnd auss disem Vmbkraiss rechne nach der 6. Lehr, wie lang der diameter vom Bauch sey mit sampt dem Holtz, messe auch an Fröschen die Dicke der Taufeln, zeuch ab solcher Dicken zwo vom diameter des Bauchs, also beheltestu den diameter AY dess blossen Weins, da das Fass am dickesten ist. Entlich messe auch mit einem auffgesperten Circkel, wie weit es seye von dem mitteln Puncten dess Beyhels A biss hinauss an baide Böden, X vnd G, da mustu die Lenge der Frösche vnd dess Bodens Dicke wissen vernünfftiglich zu schätzen vnd darvon abzuziehen, damit dir die baide Lengen AX vnd AG nur allein nach dem Wein bleiben.

Hiermit hastu zu dem einen halben Fass dise Maasse GC, AG vnd AY, zu dem andern aber XZ, AX, AY. Suche derhalben hierauss nach der 74. Lehre baide Lengen AC vnd AZ, als wann du sie mit der Visierruth oder sonst einem Stab gemessen hettest. Wann dir dann nu die Visierlenge herauss bekant worden, so thue jhm ferners wie du bey No. 83. 84. gelehret bist.

Etliche gebrauchen sich eines Pergaments, darauff die Emmer also auffgeschriben seind, wie auff der Visierruth, allein vmb so viel lenger, als vil CG vnd GA zusamen lenger seind dann AC; setzen auch an vnden am Boden C, fahren vber die Frösche bey G, vnd strecken das Pergament biss ins A, da zeiget es die rechte Eych, allein dass die Frösche bey G der Gewissheit etwas weniges benemmen mögen.

Diese Weise wirdt von den Büchsenmeistern auch zu Abmessung der grossen Stücke gebrauchet: vnd kan ein solch Pergamen, auff die Fasseych gerichtet, ohn einige Verenderung auch dorthin gebrauchet werden, nämlich also: Wann alle Stucke vnder einander beynahe einerley Schick haben vnd einander ehnlich seind, auch auss einerley Zeug gegossen seind: so lass das kleineste wegen, visier es hernach mit einem solchen Pergamen, wie ein Fass, nämlich setze mit dem Pergamen zu vnderst am Muntloch an, fahr oben hinüber biss ans Zündloch oder gar erhinter an das End, vnd merck, welche Zahl der Cubischen Thailung oder Emmer auff das End falle: die halte gegen der Zahl seines Gewichts von Zentner

oder Pfunden; hernach visier ein jedes Stuck mit demselben Pergamen vnd mercke die Anzahl der Emmer, so hastu drey Zahlen, die geben dir durch detri das Gewicht eines solchen vngewognen Stucks.

86. *Summarische Widerholung vnd Instruction, ein jedes Fass auss seinem rechten Grund zurechnen.*

Dessen bedarff man in Oesterreich zu den Landfässern gar nicht: die Visierruthen ist so richtig, als kein Rechnung nimmermehr sein kan. Aber die ausländische Fässer seind von so vielen vnd mancherley Sorten, dass es dannoch auch für die Visierer in Oesterreich nicht ein vnebner Handel, dass sie solche vnbräuchige Fässer recht visieren lernen. Dann es wissentlich ist, dass täglich viel ausländische Fässer ins Land kommen, eintweder voll mit Reinweinen, oder anzufüllen mit Oesterreichischem Wein vnd ausser Landts zuführen.

Sonderlich aber ist diser letzte Theil dess Büchlins auch für die andere Länder gemeinet, die sich der Oesterreichischen Art zu visieren nicht gebrauchen könden.

Misse mit der oben beschribnen Visierruth vnd deroselben gleich aussgetheilter Seitten, was du an einem Fass messen kanst, nämlich 1) die Zwerlinien AC, AZ wie No. 83, doch hie mit der gleichen vnd nicht mit der cubischen Thailung: so auch 2) die baide Böden GC vnd XZ wie bey No. 85. Item 3) die Tüeffe AY für sich selbst vnd zumal durch den Vmbkraiss, wie bey No. 85. Dann so du auss dem Vmbkraiss nicht eben dasjenige findest, was dir dein Stab, nach AY hinunter gesencket, anzeiget, so ist der Bauch am Fass nicht circkelrund; dise vngleiche Rundung am Bauch magstu auch erlernen durch einen grossen eingekrümpten Circkel oder durch Parallellinien. Dann so messe auch die Lenge AG, AX mit einem Circkel, wie bey No. 85; vnd weil du mit Absehung der Frösche vnd dess Bodens, als in einem blinden Werck, verfählen möchtest, so lasse dich von Gewissheit wegen nicht verdriessen, diese Lengen auch zurechnen auss den 3 gemessenen Linien AY, AC vnd GC durch die 74. Lehr. Wann du nun also diese Linien alle gemessen vnd gerechnet hast, so such erstlich dess Fasses gerade Lenge von X gegen G, auss der 74. Lehr, nämlich also: zeuch ab den halben Diameter eins jeden Bodens vom halben Diameter dess Bauchs (oder wann sie nicht circkelrund, so nimb die mittere Leng auss dem lengsten vnd kürtzesten Diametro eines jetwedern), was bleibt das multiplicir in sich selbst vnd zeuchs ab von der Vierung AG, so bleiben die Vierungen zu der einen vnd der andern halben Fassleng, die ist die Wurtzel darauss.

Mit dieser halben Fassleng vnd mit dem Diameter GC vnd seiner Circkelfläch such nach der 24. Lehr den Walger oder Cylinder, der auff dem Boden GC stehet; also thue auch mit dem andern halben Thail, wann sie gar vngleiche Böden hetten, seind sie aber gleich, so bedarff es nicht doppelter Arbeit, sondern nur blossen duplirens dess einen gefundenen Walgers. Hiermit hettestu den einen vnd zwar grössesten Thail dess Raums oder Weins im Fass, nämlich sovil dessen nach der Geräde zwischen baiden Böden GC vnd XZ ist. Hernach ist es einig vnd allein zu thun vmb den vberigen Thail dess Weins, soviel dessen vndern Raiffen steckt vnd vmb den gefundenen Walger herumb gehet wie ein Gürtel. Wiewol aber schon allberait die fürnemiste Linien bekant gemacht seind, so kanstu doch noch nicht gerades Weges fortgehen, weil du die Art diser Gürtel oder Bauchs noch nicht waissest, auch nicht ein jede Art desselben rechnen kanst, wie droben No. 64.

angezeigt worden. Must dich derohalben auff zwen Wege thailen vnd auff einem ein solche Gürtel rechnen, welche gewiss weniger ist dann die am Fass, auff den andern eine solche, die gewiss mehr ist oder doch gerad das rechte Maass, damit du wissest, dass dasjenige, so man sucht, sich gewiss jnnerhalb diser zweyer Zielen halte.

Der erste Weg nimmet das Fass an wie einen gedoppelten Kegelstock vnd rechnet diese zugescherffte Gürtel nach der 52. Lehr aus baiden diametris dess Bauchs vnd dess Bodens, vnd auss dem allberait bekanten Walger, auff dem Fassboden stehend: dieser sagt gewisslich zuwenig. Der andere Weg nimmet diese Gürtel für citronenrund an, rechnet dieselbe auss der 63. Lehr. Dieser Weg sagt vnderweilen recht, offt aber sagt er zuviel.

Wiltu nun entlich wissen, wievil vngefahrlich ein jeder zu wenig oder zuviel sage, so mustu zum fünfften durch ein geschicktes Instrument erlernen, was das Fass an der Taufelleng für eine Rundung habe. So dich nun gelüstet, diss nach aller Scherffe zurechnen, so nimme einen viereckten glatten Stab, so lang ein Fass sein mag, der sich nicht leichtlich biege. An disem Stab sollen fünff oder siben Mütterlein, jedes mit einem zugespitzten Stefft, hin vnd her gerucket werden mögen, so dass sie doch fest stehen vnd nicht hin vnd her wancken, ein jeder Stefft sol auss dem Mütterlein von dem Stab herfür geschrauffet werden mögen, doch der mittere Stefft mag mitten am Stab angehefftet bleiben, der sol aber etwas lenger sein dann kein Raiff an keinem Fass mit sampt den Banden dick ist. Wann du nun wissen wilt, was das Fass am Bauch für eine Rundung habe, so nimb für dich die eine Fueg am Fass, auff dieselbe setz deinen Stab mit dem festen Stefft auff gleich mitten am Bauch dess Fasses, hernach rucke an dem Stab je zwen vnd zwen auss den vberigen Stefften in gleicher Weit von dem mittern Stefft gegen den baiden Böden hinauss an solche Ort, da die Steffte zwischen den Raiffen auff die fürgenommene Fueg hinunter raichen mögen, die zwen eusserste rucke gar auff die Frösche hinauss, vnd zwen andere nahend zu jhnen, da die erste Raiff auffhören, gleich weit voneinander. Schrauffe die Steffte alle vom Stab herfür, so weit, biss sie alle so wol als der mittere vnbewegliche sitsamlich auff die Fueg raichen. Wann du nun also fünff oder siben Puncten von der gebognen Fueg dess Fasses in dein Instrument gebracht, so leg den Stab sittsamlich nider auff einen flachen Tisch, vnd wa ein jeder Spitzen hinzeigt, da trag einen Puncten auff den Tisch. Wann also alle fünff oder siben Puncten auff den Tisch auffgetragen, so magstu ohne sonderliche Irrung gleich thun, als wann die Krümme zwischen zweyen vnd zweyen eussersten Puncten ein gerade Lini wäre, oder als wann ein gerade Lini, durch solche zwen eusserste Puncten gezogen, gleich zu eusserist am Bogen anstriche. Derohalben so handele mit solchen zwoen anstreichenden Linien (auff jedem End einer, deren hie (Fig. 15.) nur die eine BC) vnd mit dem vberigen Bogen (hie nur halb, nämlich BV oder BO etc.) mit disen sprech ich, handele nach der 65. Lehr, zeuch die Lini BA (doppelt) vnd AF, zeichne auch den Puncten C, vnd thail den Winckel CBA inn zwey gleiche Thail durch BN, merck auch den Puncten N, vnd kanst alsdann nach diser Beschaffenheit dem Bogen seinen rechten Namen geben, wie du daselbst gelehret bist worden. Wann alsdann der Bogen (durch die 5 oder 7 Puncten angebildet) bey dem Puncten N durchgehet, so behalt was du nach dem andern Weg gerechnet hast, dann sovil wirt das Fass gewisslich fassen. Wa nit, sondern er gehet oberhalb N durch, als in I, O oder V, so lasse die gantze Lini NC den gantzen Vnterschaid

baider Rechnungen gelten, vnd so ein grosses Stuck von diser Lini zwischen dem Puncten N vnd dem Bogen stehet, so ein grosses Stuck von dem Vnderschaid baider Rechnungen soltu von der letztern Rechnung dess Fasses hinweg werffen. Wann aber der Bogen vnder N durchgieng, nämlich BE (welches doch nicht offt geschehen wirdt, wann es recht zugehet), so hielte das Fass noch mehr, dann nach dem andern Weg gerechnet worden, vnd müsste man also auch soviel hinzu setzen von dem Vnterschaid baider Rechnungen, so ein grosses Stuck NE wäre von der Lini CN.

Gewiss ist es, dass diser Process nach der rechten Scheiben ziele, dann je kleiner CI, CO oder CV, je nehener es bey dem ersten facit bleiben muss: dass aber hierdurch eben das Schwartze getroffen werde, nach gründlicher geometrischer Kunst, das wil ich nit für gewiss aussgeben haben. Andere Geometrae mögen auch suchen, ich hab im Lateinischen Werck mit Erfindung viler newer demonstrationum meinen Ehren gnug gethan.

87. *Wie man durch die Oesterreichische Visierruthen allerhand ausländische Fässer, Lägeln vnd Ständner visieren vnd den grössesten Thail der hievor beschriebnen verdriesslichen Raittungen vbertragen könde.*

Wann das Fass lenger ist dann die Oesterreichische Form vermag, so begreiffe mit einem Circkel das Viertheil der Bodenbraitte, stich derselben drey vom Mittelpuncten dess Beihels gegen dem Boden hinauss, wa der letzte Punct felt, da zeuch einen Faden, Borten oder Band vmb das Fass herumb, der sich nicht döhnen lesset, darauss erlerne nach No. 6. den diameter am selbigen Ort, doch zeuch ab die Taufel- vnd Raiffsdicke von baiden Enden desselben diameters, damit du habest die Höch dess blossen Weins am selben Ort. Messe hernach die Bauchs Tüeffe mit einerley Maass, trag baide diametros dess Bauchs vnd dess erwehlten Circkels auff einen ebnen Tisch gegen einander vber, vnd ordne auff jede Seit die abgestochne Leng der Taufel oder die 3 viertheil dess Bodens, also dass eine spiesseckete Vierung auss diesen vier Linien werde, doch also geordnet, dass die baide Zwerchlinien vbereck (oder von eim Eck zum andern gegen jhme vberstehenden gezogen) einander gleich seyen. Dann so visier dise Zwerchlini mit der Oesterreichischen Visierruthen, so findestu, wie viel Weins in einem solchen langen Fass sey zwischen zweyen solchen erwehlten Circkeln: bleibt dir also noch vngemessen vbrig, was baiderseyt zwischen disen Circkeln vnd zwischen seinem benachbarten Boden eingehet. Wiltu nun dise zwey nach dem Sinn abgeschnittene Stuck oder Kegelstöcke nach No. 24. vnd 49. 52. rechnen, das stehet dir frey. Wiltu mir aber folgen, so sey hie nicht allzusubtil, sondern messe nur allein mit dem Circkel, wie weit es noch an der Taufel von dem eussern gemachten Puncten biss zum Boden (jnnerlich dem Wein nach) seye, vnd mache auss den dreyen viertl dess Boden diameters soviel Thail, als vil Emmer du auff der Zwerlini gefunden, setze hernach das vbrige von der Taufel drauff, wie du es mit dem Circkel begriffen, so sihestu, wieviel Emmer in dises nach dem Sinn abgeschnittene Stuck dess Fasses vnd seinen Gesellen am andern Boden eingehe, das setze zu dem, was die Visierruthen gezeigt: da wirdt dir offtermahlen eben dasjenige kommen, was du mit der Visier nach dem gemeinen Weg gefunden hast, namlich dan zumal, wie No. 79. gemeldet, wann das Reinfass vmbs sibende thail höher ist am Bauch dann am Boden.

Wäre aber das Fass kürtzer dann die Oesterreichische Form haben wil,

so trag abermals auff einen ebenen Tisch die Bauch- vnd Böden-Höhe zu sampt der Taufelleng auff baide Seyten, richts zu einer viereckten Feldung, die zwo gleiche Zwerchlinien habe, erlengere hernach die Taufellenge vbern Boden hinauss, dass das Fass die Oesterreichische Form bekomme, vnd zeuch ein newe Bodenlini, visier also die Zwerlini an disem erlengerten Feld, vnd sovil es Emmer zeigt, soviel gleicher Theil mach auss der erlengerten halben Taufelleng, da sihestu bald, wieviel Thail an dem Stuck seyen, das an die Taufellini gesetzt worden, soviel Emmer ziehe ab von der gefundenen Visier.

Item so eine Lägel fürkäme, die sonsten mit der Taufelleng gegen der Höhe dess Bodens den Oesterreichischen Schick oder Proportz hette, so visiere sie nach den gemeinen Weg; wievil du nun Emmer oder Achtering findest, in so vil gleicher Theil stiche die Bodenhöch ab, hernach begreiffe mit einem Circkel die Bodenbraitte, die setz auff die abgestochene Höhe dess Bodens, so findestu, wieviel von der Visieraussag warhafftig in der Lägel seye, vngefahrlich. Diss gehet auss der 25. vnd 24. Lehr.

Einen zinnen Ständtner zu visiern, reiss ein winckelrechtes viereckets Feld auff einen Tisch, an welchem die zwo Seitten jede dess Bodens Braitte haben, die zwo vberige aber jede drey viertel vons Bodens Braitte, an disem Feld visier die Zwerlini mit dem Visierstab, vnd sovil Achtering du findest, in sovil gleicher Thail zertheile die dreyviertl vom Boden, nimb hernach die halbe Höch dess Stantners vnd messe sie, wievil solcher gemachter Thail sie habe, dann sovil Achtering werden in den Stantner gehen, doch kleber, weil die Ständtner keine Beuche haben.

88. *Zurechnen, wie viel Weins auss einem Fass kommen oder noch drinnen seye, wann es gerad auffligt vnd nicht gehebt ist.*

Diss sol ein Kunst sein, dann dem rechten Grund nach prangen die Messkünstler so sehr damit, dass es meines Wissens noch nie an Tag kommen, vnd ist zwar wol ein rechtes Creutz für die Künstler, vnd gar nicht jedermans Ding.

Erster Weg, sonderlich auff Fässer, die keinen Bauch haben oder denselben gar seuch. Coignetus gibt dise Lehr, man solle von dem aussgelehrten Raum oder von der Höhe dess Weins (welches nu weniger) das Mittele nemen nach dem Boden vnd nach dem Bauch, so auch zwischen baiden diametris das Mittel, vnd den Circkelschnitz suchen nach No. 17. Dann das gantze Circkelfeld gilt die gantze Fass Eych, das Feld aber am Schnitz gilt den Thail des Fasses. Diser Weg thut es oben vnd vnden am Fass nicht, vmb die Mitte saget er gar nahe hinzu. Wie aber zuerkundigen, wie hoch der Boden oben vbern Wein aussgehe, sol jetzo angezeiget werden, bei Einführung meines Process.

Anderer Weg, im Lateinischen Tractat noch nicht richtig. Zwar hab ich im Lateinischen Werck auch einen Process gezeigt, der fundirt sich aber auff No. 18. und 55, welche noch nicht erleuttert, hat auch sonsten sein rechtmässige demonstration nicht, sonderlich der miteingeführte Circulus Metator: wil derhalben dissmals einen andern versuchen.

Dritter und gewissester Weg. Erster Fall. Zum forderisten muss man bei allen dreyen Wegen abziehen von dess Bauchs Tüeffen (mit den gleichen Püncten der Visierruthen abgemessen) den diametrum dess Bodens, was nun vberbleibt, das halbirt man vnd ist diss die Erhöhung dess Beihels vber die Böden. So nun der Thail vom Fass, welchen man messen solle, nicht tueffer

ist, so rechnet man auf dise Höhe drey Schnitze vnd durch solche den vierten nach No. 67, der ist der Raum im fürhabenden Theil dess Fasses.

Zum Exempel sey die Bauchstüefe 22, der Boden 19, die Leng zwischen beyden Böden 27, da wirt dess Beyhels Vberhöhung sein anderthalbs. So wöllen wir nun setzen, die Ausslärung oben oder die Weinshöhe vnden sey nicht grösser dann diese 1,5, lasse es gleich gerad dise 1,5 sein, dann es ist ein Ding. Da findet man nach No. 10. den diameter dess Taufel-Circkels, dass er sey 123 vnd nach No. 17. seinen flachen Schnitz, der wirt 716200000, wann man disem diameter gibt 200000, also nach No. 38. seinen Kugelschnitz 1850000000000, vnd entlich, wann die Vberhöhung 1,5 gegen dess Bauch-Circkels halben diametro gehalten wirt, findet sich auch dessen flacher Schnitz nach der sinustheilung 930000000, aber nach seiner Verjüngung gegen dem vorigen, nach der 13. Lehr, 29750000. Auss disen dreyen folgt nach No. 67. der Citronenschnitz oder Raum dess Theils Fasses 770000000000. Dise Höch 1,5 hab ich nicht vergeblich vor andern kleinern zu einem Exempel erwehlet.

Anderer Fall. Dann so der fürhabende Theil dess Fasses tüeffer ist dann die Veberhöhung, also dass schon die Böden angewendet (oder, wann man mit dem Neigl im Fass handlen muss, noch im Wein stehen), so muss dieser Schnitz nach seinem Raum in allewege zuvor bekant sein, sambt der gantzen Fasseich und dem Walger zwischen den Böden, auss No. 24. Darzu muss jetzo auch mit der Tüeffe dess fürhabenden Theils vom Fass gerechnet werden dess Bauch-Circkels Schnitz, nur nach der sinustheilung, nach No. 17. Entlich nimbt man die Vberhöhung dess Beyhels von der Tüeffe des fürhabenden Theils dess Fasses, so bleibt die Höhe dess Bodenschnitzes, den der Wein abzeichnet, die gibt durch No. 17. das Feld dises Schnitzes nach der gewonlichen Circkelstheilung. Also volgends gibt dise Höhe vnd der diameter dess Bodens auch den Bogen mit diesem Schnitz abgeschnitten, durch No. 10. Der Bogen aber gibt den Circkelzaan darauff, nach No. 17. nach der sinustheilung. Vnd wann ich den Schnitz vom Zaan abziehe, so bleibt das Feld dess Triangels, das muss gegen dess Bauch-Circkels diametro verjüngt werden.

Erster Theil im andern Fall. Wann diese Notdurfften fürhanden, dann so nimmet man mit dem Bogen dess Bodenschnitzes von der gantzen Fasseych den beschaidnen Theil, als ob ein Spältl auss dem Fass heraussgeschnitzt werden müsste wie auss einem Apffel. Darnach nimmet man auch mit dem Feld dess Triangels, wie es ist nach der sinusthailung, den beschaidnen Thail vom Walger, vnd zeucht jne ab von dem vorigen Spaltl: so bleibt das grösseste Stuck von dem aussgelährten (oder vnden noch vollen) Raum: dem gehen zu baiden Seiten noch zwey kleine zugespitzte Stücklin ab, die seind baide zusammen niemahlen grösser dann der Fassschnitz auf der Vberhöhung gerechnet, werden auch gähling so bald die Böden angewendet so klein, dass es der Mühe nicht werth, solche ausszurechnen, aber vmb der Künstler willen wil ich auch dise rechnen lehren vnd wil erwarten, ob jemand mir den Grund hierzu vmbstossen oder einen gewissern furbringen wölle.

Ander Theil im andern Fall. Derohalben so setze zu dem aussgerechneten Bauch-Circkelschnitz das verjüngte Feld dess Triangels, von der Summa zeuch ab den Circkelzaan, so bleiben dir die zwey kleine Spitzfeldlein vom Bauchcirckel. Nu hastu zuvor zu Aussrechnung dess Fassschnitzes auch haben müssen den flachen Schnitz vom Bauchcirckel, auff die Vberhöhung gehörig. Sihe da, von dieser geringen Stücklin wegen müssen wir soviel mehrere Notdurfften haben, die wir sonsten wol köndten vngerechnet lassen. So sprich

nun durch detri: der flache Schnitz der Vberhöhung, nur nach der sinusthailung genommen, wie er anfenglich kompt, gibt seinen Fass- oder Citronenschnitz, was gibt die Summa diser zweyen Spitzfeldlein? was dir kompt schlag zu dem vorigen, so hastu die gantze obere Ausslehrung oder den gantzen vndern Wein.

Zum Exempel nem ich abermal das vorige Fass, das hat bey No. 59. 60. gehalten 4025000000000, am Walger 3290000000000. Nun setze, es sey vmb 6 theil von 22 aussgerunnen. Weil dann 6 mehr ist dann die Vberhöhung dess Beyhels 1,5, so müssen auff dise Vberhöhung der flache vnd der völleibige Schnitz bekand sein, die seind nun eben darumb zuvor exempelsweise gerechnet worden, vnd ist der flache Schnitz gewest nach der Sinustheilung 930000000, auff die Höhe 1,5. Aber jetzo wirdt auff die grössere Höch 6 vom halben diametro 11 der Bauchcirckelschnitz gefunden 6941000000. In gleichem, wann die Vberhöhung 1,5 genommen wirt von 6, so bleibt 4,5 die Höhe zum Bodenschnitze, der vom Wein entblösset stehet, vnd gibt mit dem halben diameter dess Bodens 9,5 seines Schnitzes Feld nach der Sinustheilung 5690000000. Ferners mit 4,5 vnd mit dem diameter 19 wirt nach No. 10 gerechnet der Sinus 85029 oder nur der Sinus versus 31034, die zeigen in Canone sinuum den halben Theil dess abgeschnittenen Bogens, der ist gantz 116 Gr. 29 M. 12 Sec. Mit disem Bogen findet man den Circkelzaan 10165400000: darvon abgezogen den Circkelschnitz 569 etc., bleibt das Feld zum Triangul 4475400000, nach der Sinustheilung, aber nach der Verjüngung gegen dem Bauchcirckel, weil der Boden ist nur 19 breit, der Bauch 22, wirt es durch No. 13. 3338300000. Das weren die Notturfften.

Wann dann 360 Gradus gelten die gantze Fasseich 4025 etc., so wirt auff den Boden 116 Gradus etc. fallen 1302400000000, das were gleichsam der Spalt auss dem Fass vom innern Grad herauss. Vnd wann das gantze Circkelfeld 314 etc. gilt den gantzen Walger 3290 etc., so wirdt dess Triangels Feld nach der Sinus- oder Circkelstheilung, nämlich 4475 etc. darvon hinweg nemen 4686000000000, das zeuch ab vom Spalt 1302 etc., bleibt 8338000000000, vnd ist der Theil vom abgelauffenen Wein, der rechnens wirdig, nemlich etwas mehr dann der fünffte theil vom gantzen Fass. Das vberige kleine Naigl dess abgeronnenen Weins rechnet man also. Der verjüngte Triangel 33383 etc. vnd der Bauchcirckelschnitz 6941 etc. machen zusamen 10279300000. Nimb hinweg den Circkelzaan 101654 etc., so bleiben die zwey Spitzlein 113900000. Wann dann der Circkelschnitz auff die Vberhöhung gerechnet, nemlich 930 etc., auff jhme stehen hat den Citronenschnitz 77 etc. wie beim ersten Fall, so wirt auff 1139 etc. kommen 9430000000. Sihe da den mechtigen Abgang, in 10 Emmern ein Achtering. Doch setze es zu 83380 etc., so findet sich der gantze abgeflossene Wein 8432300000000.

Am letzten Blat dess Lateinischen Wercks für $3922\frac{1}{2}$ lese $39229\frac{1}{2}$, vnd dann bald hernach für $81429\frac{1}{2}$, lese 46121, diss ist alda der aussgelärte Theil dess Fasses. Also auch für 3640 lese 36400, vnd demnach für 72672 lese 39912, diss ist aldortten nach dem andern Weg der aussgelärte Theil dess Fasses (comp. Vol. IV. pag. 665). Jetzo mag der fleissige Leser alle hie und dorten geführte Processe gegeneinander halten: allein zumercken, dass im Lateinischen auss einem doppelten Kegelstock gerechnet worden, hie aber auss der Citronenrundung.

Verkürzung dess Processes. Dise Rechnung ist also beschaffen, dass sie mit dem grössesten Theil dess abrinnenden Weins den obern Fassschnitz oder was obern Böden stehet gähling verschlinget (so bald die Böden ein wenig herfür stechen) vnd nur ein wenig zu beiden Seitten vberlesset, vnd zwar je mehr gähling, je seycher der Bauch. Demnach mag der Process ohne sonderliche Vnrichtigkeit vmb ein gutes abgekürtzet vnd baide Schnitze auff die Vberhöhung, der flache und der volleibige, so auch der Bauchschnitz auff

die Ausslärung vnd entlich die Verjüngung dess Triangels sambt allem andern, was im andern Thail darauss gerechnet, vnderlassen werden.

Damit aber doch niemand zu weit hinderfürt werde, hab ich hiebey ein Täfelin, auss disem Exempel vnd auss andern dreyen, so droben No. 63. 67. zu finden, beyläuffig proportionirt, darbey zusehen, wievil Weins obern Böden stehe in jedem Fass, dessen Taufeln wol rund oder citronenrund gebogen seind. Wann aber die Fässer zugescherffte oder in der Mitten gächrunde Bäuche haben, so helt diser obere Schnitz weniger.

Wann der dia- meter am Bauch	Boden ist	So stehet oberhalb der Böden biss aus Beihel der Theil des gantzen Fasses
2	1	6
3	2	15
4	3	24
5	4	33
6	5	42
7	6	52
8	7	62
9	8	73
10	9	85
11	10	98
12	11	112
13	12	127
14	13	142
15	14	158
16	15	174
17	16	190
18	17	207
19	18	224
20	19	241
21	20	258
22	21	276
23	22	294
24	23	312
25	24	330

Gebrauch dieses Täfelins.

Dividir die gantze Fasseych mit dem gefundenen Theil dess Fasses, so kompt, wieviel obern Böden stehe.

Zum Exempel, das Fass hab die Tüeffe am Bauch vnd Boden wie 7 gegen 6, das gibt den 52ten theil. So nun das Fass hüelte 4025, so dividirte ichs mit 52, kompt 77, soviel hielte der Schnitz obern Böden.

Die drey Fässer No. 63. 67. haben gehalten 7454, 26762, 47113, die Proportz ist gewest 10, 15, 18 zu 9, 14, 17. Zeiget derowegen den 85, 158, 207. Theil, dividir, so findestu 88, 170, 228 oberhalb der Böden wie oben.

Das Heydelbergische Fass hat am Boden 16, am Bauch 18, das ist wie 8 gegen 9, darmit finde ich den 73. Theil, nu ist droben No. 84. sein Eich gewest 2688 Oest. Emmer, das dividir mit 73, kommen 37 Emmer ober den Böden stehend.

89. *Etliche Zusätze zu dem ersten Theil, vnd Vrsachen dess vorigen processes.*

Schliesslich vnd damit der kunstliebende vnd scharffsinnige Leser sich dess Grundes zu diser 88. Lehr desto besser zuerholen habe, kan ich jhme nicht vngemeldet lassen, dass eben dasjenige, was im Lateinischen Werck im dritten Theil vnd dessen No. 4. zu End Paragr: *Rursum* (IV. 641) zu finden, auch hie im Teutschen Werck an seinem Ort aussgelassen vnd vberhupffet worden. Setze derhalben droben zu No. 15. oder 17. diese Ergentzung:

Gerechte vnd ablenge Circkelschnitze gesellet. Wie es sich nun verhelt zwischen den Feldern eines gantzen gerechten vnd vnderschidlicher gantzer ablenger Circkel, wann sie alle in einander gesetzt vnd die ablenge mit jhren Güpffeln an dem gerechten anstreichen: nicht anderst ist es auch mit den Feldern in ihren Schnitzen, abgeschnitten durch eine gerade Lini, welche winckelrecht auff ihre gemeine Axlini eintrifft, dann dise Felder correspondirn vnd thailen sich mit den Trümmern von diser jhren vnderzognen Linien, oder auch mit dem lengern vnd den kürtzern diametris.

Setze ferners zu No. 18. dises, vor dem Paragr. *Am Circkel*, dises:

„Parabolae gesellet." Hierauss dann folget, wann allerhand Parabolae kleine vnd grosse mit jhren Güpffeln in der Axlini zusammen streichen vnd es wirdt ein gerade Grundlini winckelrecht durch die Axlini vnd durch

alle Parabolas gezogen, dass alsdann die Felder in disen Kegelschnitten sich mit denen Trümmern der durchschneidenden Lini thailen, auff welchen sie stehen.

Also zu No. 34. setze diss: Parabolica Conoidea, so alle ein Höch haben, halten sich zusammen wie die Felder an jhren Bodencirckeln, nicht anderst, dann wären es gleich hohe Kegel (No. 48).

Ferners zu No. 40. setze diss: **Gerechte vnd ablenge Kugelschnitze gesellet.** Wann ein ablenge Kugel oder Ay in einer gerechten Kugel drinnen stehet mit baiden Güpffeln anstreichend, vnd es geschicht ein Schnitt durch baide winckelrecht auff die Ax zu, so halten sich die gemachte Trümmer oder Schnitze zusammen wie die Circkelfelder durch den Schnitt gemacht, nicht anders, als wären es gerade viereckte oder runde Seülen No. 24. vnd 44.

Auss disem Grund hat der spitzfindige Leser zu sehen, warumb droben bei No. 63. vnd 67. (darauff wir vns hie bei No. 88. fundirt haben) es fast gleich gegolten, man habe gleich durch Linien gehandlet oder durch Felder deren Circkelschnitze, die auff den Linien gestanden, vnd warumb es doch nicht gar gleich gegolten. Dann wann es nicht weren Circkelschnitze gewesen, sondern eintweder Schnitze von Parabolischen Kegelschnitten oder von ablengen Cirkeln, wie jetzo beim ersten Zusatz gemeldet worden, so hette es allerdings gleich gegolten. Dieweil es aber lauter Circkelschnitze seind, die alle beim Beihel zusamen streichen, so fangen die Schnitze der kleinern Circkeln etwas mehrers vom Feld, dann von der gemeinen Bodenlini: vnd wurde die kleine Citronenrundung grösser, wann man sie nach dem Feld an jhrem Mittelschnitt rechnen wolte. Es geschähe aber auch der Sachen zuvil, dann sie laufft beiderseits auff einen Spitz hinaus, wie ein Kegel, dahingegen der Kugelschnitz, auss welchem sie gerechnet wirt, auf eine runde Schneide hinauss lauffet.

Ferners ist auss diesem Grund zusehen, wie es sich halte mit der Eintheilung vnd zwifachen Rechnung dess grössern Citronen- oder Fassschnitzes: dann diser Schnitz laufft auch auff ein runde Schneide hinauss wie der Kugelschnitze, derhalben vnd weil er am Schnitt in der Mitte einen Schnitz von einem kleinern Circkel alss der Kugelschnitz machet vnd abzwacket, wirt er billich nach desselben seines Schnitzes Feld gerechnet, als welches jhme wie billich mehr gibt, dann die Bodenlini; vnd wirt ferners billich durch dises Feldes Nebenspitzlein in die Höch dess ablauffenden Weins eingetheilt.

Anlangend sein zwifache Rechnung No 67. ist hie abermal zusehen, wann er auss der kleinen Citronenrundung gerechnet wirdt, dass es eben soviel wäre, als ob er eins Thails durch die gerade Bodenlini (wie diese kleine Citronenrundung selber) auss dem Kegel gerechnet wäre worden, darmit würde er vertheilet, dann er artet sich nicht also wie die Citronenrundung nach dem mageren Kegel, sondern nach dem braiten Kugelschnitz. Hingegen und so er strackswegs auss dem Kugelschnitz gerechnet wirdt nach dem Feld seines Schnits, mag es sein, dass er etwas zu viel bekomme. Dann ob er wol auch auff ein braitte Schneid hinauss lauffet, wie der Kugelschnitz, ist diese Schneide doch nicht so braitt wie jene, sonder verleurt sich allgemach vnd artet sich je mehr und mehr nach dem Spitz der kleinen Citronenrundung.

Entlich zu No. 28. setze diss: Zu wissen, wie gross ein jede Kugel, deren diameter bekant ist, gegen dem Würffel oder Cubo desselben diameters: multiplicir disen Cubum in das Circkelfeld durch Hülff dess Tafelins No. 12, was kompt dividir mit 6, oder zum Widerspil dividir den Cubum mit 6, was kompt das multiplicir in das Circkelfeld.

90. *Wie man ohne schwäre Rechnung, nur allein durch den Gebrauch der Visierruthen, Reisscirckels vnd eines Täfelins erfahren möge, wieviel Achteringe abgehen von jedem Emmer, der ins Fass gehet.*

Weil ein jedes Fass nach offt widerholter Erinnerung zwen scheinbarliche Theil hat, den Wein so zwischen den Böden vnd den Wein so drumb herumb vndern Taufeln vnd Reiffen stehet, so lesset sich dieses Werck auff ein mal nicht abentrichten: sondern du must notwendig Walger vnd Gürtl von einander scheiden vnd von einem jeden die Gebür nemen.

Die Scheidung geschicht also durch die Visierruthen: auff einen flachen breitten Tisch bringe und ordne zwen diametros vom Fassboden vnd zwo halbe Fasslengen (nach dem Wein) in ein viereketes winckelrechtes Feld zusamen, so dass dessen beide Zwerlinien oder Diagonij von einem Eck zum andern gleich lang seyen, visier solche Zwerlini mit dem Oest. Visierstab nach der 83. 84. 85. vnd 87. Lehr: so findestu wievil Emmer zwischen den Böden stehen. Hernach visiere das Fass selber vnd erlehrne, wievil Emmer ins gantze Fass gehen. Zeuch darvon ab, was zwischen den Böden stehet, so bleibt dir, wievil Emmer oder Achteringe vndern Taufeln oder in der Gürtel stecken.

Die Gepür aber von jedem Theil nimbt man also: theile des Bodens Höhe in 5, ein jedes fünfftheil wieder in 5, so werden der Theil 25, halbier sie, so werden jhr 50, halbir noch ein mal, so hastu 100, halbir zum drittenmal, so seind es 200, die zehle von oben undersich. Darnach zaichne an disem aussgetheilten diametro dess Bodens, wie weit der Wein gehe; das geschicht also, wann du messest die Höch dess Bauches vnd dess Weins vnd die halbe Bauchshöch von dess Weins Höch (oder diss von jenem) abziehest: was bleibt sol vom Centro dess Fassbodens gerad vbersich oder vndersich gestrecket werden. Dann wo dise Lini hinreichet, dahin reicht auch der Wein inwendig.

Man kan auch ein lang durchsichtig Ror von Glass vnden an einen Lasszapffen richten, so mercket man ohne messen oder rechnen, wie hoch der Wein drinnen auffsteiget, dann so hoch ist er auch im Fass, thut jhme selber nicht vnrecht. Also auch der Heber, laufft so lang biss er das Fass so tieff erschöpffet, als tieff er mit seinem Aussguss gehenckt ist, hernach setzet er auss.

Da mercke nun, wievil Theil vom diametro (in 200 zertheilt) zwischen den obersten Güpffel dess Bodens vnd zwischen dise Lini fallen, die such in beygefügtem Täfele, da findestu im ersten Fach, wievil Achteringe von jedem Emmer, der zwischen den Böden stehet, abgehen, im andern aber, wievil Achteringe von jedem Emmer, der in der Gürtel stecket, abgehen. Multiplicir dise gefundene Zahlen der Achteringen jede in jhr Anzahl der Emmern im Walger vnd in der Gürtel vnd bring beide Summen zusamen.

Nimb das vorige Exempel vnd setze, man hab durch die Visier gefunden im Walger 9 Emmer, in der Gürtel 2 Emmer, wann dann der diameter am Fassboden von oben vndersich in 200 gehet vnd man misset mit einem Stab die Weinshöhe, nimmet auch die halbe Bauchstüeffe darvon, so raicht das vberige Trum vom centro dess Fassbodens biss an den 54theil vnd 6 ailfftheil vom 55sten (das weiss ich jetzo vngemessen daher, dieweil ich droben gesetzt, von 22 seyen die 6 lähr), such zur lincken dess Täfelins 54 mit dem Bruch, da findestu 9 Achteringe vons Walgers Emmern, suchs auch zu der rechten, so findestu $14^1/_2$ Achteringe von der Gürtel Emmern. Neunmal 9 ist 81 Achterringe, vnd 14,5 mal 2 ist 29, summa 110 Ach-

Täfelin, wievil Achteringe von jedem Emmer auss dem Walger vnd auss der Gürtel kommen.

Wann die Höhe von oben am Boden biss auff den Wein ist	So gehen ab von jedem Emmer der zwischen die Böden mag	Wann die Höhe von oben am Boden biss auff den Wein ist	So gehen ab von jedem Emmer der vnder die Taufeln mag	
0	0	0	Der gantze Bauchschnitz	
12 −	1	0,3	1	Vnd etwas vom obern Bauchschnitze.
19 +	2	1,1	2	
25 +	3	2,6	3	
31 −	4	4,7	4	
36 −	5	7,2	5	
41 −	6	10,3	6	
45 +	7	14	7	
50 −	8	18,2	8	
54 +	9	22,9	9	
59 −	10	27,8	10	
63 −	11	33,3	11	
67 −	12	39,3	12	
71 −	13	45 6	13	
75 −	14	52	14	
79 −	15	58,5	15	
83 −	16	66,1	16	
87 −	17	73,4	17	
90 +	18	80,9	18	
94 +	19	88,3	19	
98 +	20	96	20	
102 −	21	104	21	Weniger etwas vom obern Bauchschnitz
106 −	22	111,7	22	
110 −	23	119,1	23	
113 +	24	126.6	24	
117 +	25	133,9	25	
121 +	26	141,5	26	
125 +	27	148	27	
129 +	28	154,4	28	
133 +	29	160,7	29	
137 +	30	166,7	30	
141 +	31	172,2	31	
146 −	32	177,1	32	
150 +	33	181,8	33	
155 −	34	186	34	
159 +	35	189,6	35	
164 +	36	192,8	36	
169 +	37	195,3	37	
175 −	38	197,4	38	
181 −	39	198,9	39	
188 +	40	199,7	40	
200	41	200	41	
	Achtering		Achtering	

teringe; sovil wer auss dem Fass, vnd gar ein wenig mehr, wegen dess obern Fassschnitzes, so dissmals nicht zuschätzen, wie bey No. 88. zu End erwisen ist.

Wann es aber ein gar grosses Fass wäre vnd die Böden wären noch nicht angewendet, zuwissen durch die Visierruthen vngefahrlich, wievil Weins auff die Füll gehe oder wievil auss dem Bauchschnitz kommen, ohne die Rechnung No. 88, in dess dritten Weges ersten Fall. Wann das Fass tüeffer ist am Bauch dann der Visierstab, so nimb einen Stab kürtzer dann die Fasstüeffe, senck jhne in den Wein gerad vndersich, biss sein eusseristes jnnen am Beihel anstehet, vnd misse die Höch dess lähren Theils, diese Lenge visier mit der Visierruten, so auch die gantze Vberhöhung dess Beyhels vber die Böden, die du allererst hast lernen nemen, was du nun beider Orten auff der Cubischen Thailung an der Visierruthen findest, das setze mit sambt der Eich dess Bauchschnitzes (auss dem Täfelin No. 88. genommen) in die Regel detri, so kommet dir wievil auss dem Fass kommen.

Lasse dich aber nicht jrren, dass dieser Process nicht allerdings richtig, wann man jhme nachraitten vnd das Facit gegen dem obern Process halten wolte, dann der Visierstab mit seinen Nutzen gehört vnder die Handgriffe, die bedürffen keiner solchen Subtilitet wie die Rechnungen.

Wann aber das Fass so tieff ist, dass die Visierruthen nicht auff den Boden reichen mag, so sencket man jhr hinders Theil hinunder, stellet die fordere Schneid inwendig an das Beihel vnd bedarff man also hie keins andern Stäblins.

Zum Exempel, das Heydelbergische Fass hat 18 Schuh an der Bauchstieffe, vnd 16 an dess Bodens Diametro, gehet also der Bauch vmb einen Schuh vber die Böden auss: der zeigt auff der Oesterreichischen Visierruthen 12 Achteringe, bedeuttet aber den gantzen Bauchschnitz, oder allen den Wein, der oberhalb der Böden stehet, wanns Fass voll ist, der ist nun droben auss dem Täfelin No. 88. gefunden worden 37 Emmer. Setze nun das Fass were vmb drey Zoll aussgelähret, das will ich von Gewissheit wegen triplirен, wie

droben No. 84. gelehret worden, thut 9 Zölle, die zeigen auff der Visierruthen 5 Achteringe, darvon gehört auff die 3 Zölle der 27. theil vnd also nicht gar ein fünfftheil einer Achteringe, nun sprich durch detri: 12 Achteringe auff der Visier gelten 37 Emmer im gantzen Bauchschnitze, wie vil gelten die fünff 27 theil einer Achteringe? folgt $^{185}/_{324}$ theil, das ist beynahe 25 Achteringe. Sovil Weins muss man haben, das Heydelbergische Fass ausszufüllen, wann es 3 Zöll wahn oder lehr stehet.

Nicht anderst thut man jhme auch dannzumal, wann der Wein die Böden nicht mehr berühret: allein bedarff es allda keines Stäbleins, sondern man nimpt die Visierruthen selbsten (wann sie lang genug ist, wo nicht, so erlengert man sie mit Anbindung einer Stangen) sencket sie gerad vndersich mit deren vorderem Theil oder zugespitzter Schneide.

Vnd were hiemit für dissmal genugsam gehandlet von dem Visierstab, wöllen jhne auff eine Seitt legen vnd dafür den Heber brauchen, dann ich mit Endung dises Theils durstig worden bin. Aber hinweg mit dem letztern vndern Bauchschnitze, der Heber möcht nicht gereichen; auss dem vorigen obern Bauchschnitz ist leichter zuheben.

Anhang dess Visierbüchlins.

Von dem Oesterreichischen Gewicht, Elen vnd Maass zu Wein vnd Traid, vnd Vergleichung aller Sorten vnder einander vnd einer jeden absonderlich gegen etlichen ausslendischen alten vnd newen, jtem von Metallen vnd allerhand wagmässigen Wahren.

91. *Vrsprung dess Gewichts.*

Obwol das lange Maass dem Menschen von ersten zur Hand gehet vnd mit den Gliedern dess Leibs gezeigt wirdt, dahero die Namen der Maassen auffkommen, Finger, Daum, Hand, Spanne, Schuch, Schritt, Elen, Claffter oder Lachter; dann Elen hat den Namen vom Elenbogen vnd wirdt gemessen nach dem aussgestreckten Arm, doch vnderschidlich, Claffter aber nach baiden aussgestreckten Armen oder nach eins Manns Höhe: so seind doch diese lange Maasse gar vnderschidlich vnd verendern sich nach der Zeit vnd Ort, weil die Menschen am Leib einander nicht gleich gross seind. Dann es ist hiermit nicht also versehen wie mit dem zehlen, da ein jeder recht formirter Mensch zehen Finger hat, derhalben alle Menschen auff zehne zehlen, vnd hernach von eins wider vorn anfahen. Dergleichen ist nichts, das vns die Natur zu einem gewissen langen Maass fürstellete, das in bestendiger Grösse blibe, aussgenommen Sonn, Mond vnd Sterne, die vns aber zu hoch, vnd den Erdboden, der vns zu gross vnd vntauglich ist, vnsere Maass-Notdurfften durch jhne zuverrichten.

Wann dann alle Messsorten nach dem langen Maass zu bestellen wären, möchte es leichtlich gar vmb viel fählen. Zum Exempel sey die Visierruthen: da helt die Visier einer Achtering 100 Puncten, wann man von diser Leng nicht mehr dann den fünfften Thail hinweg thut, verleurt man darmit schon das halb Thail an der Eych, dann 80 Puncten thun droben im Visiertäfele nur 2 Seidl. Seind derowegen die Menschen mit den langen Maass nicht

versehen gewesst, sondern haben nach dem volleibigen Maass selber trachten vnd jhnen da ein gewisses Maass ausserwöhlen müssen.

Demnach aber der leibhafften Creaturen zwo Sorten seind, selbstendige harte Stucke vnd flüssige Materien, als seind auch der volleibigen oder raumlichen Messsorten zweyerley, die Gefässe vnd Eych zum Wein vnd Wasser, das Gewicht aber zun gantzen Stucken. Vnd weil man nicht nur Wein, sondern auch andere kleine rörichte truckene Materien hat, als Mehl, Traid vnd dergleichen, vnd der Wein vom Staub, das Traid aber von der Nässe gesichert sein wil, haben auch baiderley Gefesse müssen von einander abgeschaiden sein.

Wann dann vnder Eich vnd Gewicht die Wahl zu nemen, welches bestendiger vnd gewisser, findet sich hierzu das Gewicht, dann je dasjenige daurhaffter vnd besser auffzuhalten, auch besser zu mercken ist, das da hart ist vnd beysamen bleibt, dann das da zerfleusst. Sonderlich weil ein Zeug schwärer dann der ander, da kan man viel füglicher ein klein vnd schweres Ding zum Gewicht brauchen vnd auffbehalten vnd nach demselben ein Theil Weins oder Wassers abwegen, das da ein Achtering oder Emmer haissen sol, vnd demselben ein gerechtes Gefässe zurichten, dann dass man zum Gegenspil das Gewicht auss der Maass hernemen wolte.

Also haben nun vor Zeiten etliche Glehrte, die gern jhre Maasssorten mit den Abwesenden vnd Nachkommen communicirt hetten, sich vmb natürliche bestendige Gewicht-Sorten vmbgesehen, etliche ein Hennenay, andere ein Nuss, ein Bonen, ein Waitzen- oder Gerstenkörnlein erwöhlet. Als aber auch hie grosser Vnterschaid fürgefallen, hat man endtlich die natürlich formirte Dinge fahren lassen, vnd auss Stain, endtlich auss den Metallen, die schwärer vnd harter seind, etwas formirt, welches den Namen eins Gewichts haben solte: darzu seind am aller tauglichsten gewesst die Müntzen. Zwar haben die Römer anfangs, als noch nicht viel Silbers vnd Goldes in Italia gewesst, nur küpfferne grobe pfündige Müntzen geschlagen, pondo genennet, dannen vnser teutsches Wort Pfund abfolget vnd die Weise zureden, ein Pfund Pfenning, ein Pfund Häller. (Nota: es ist bey vns noch weiter kommen, dass, weil vor Zeiten ein Pfund Gelts in dem Werth gewesst, wie heutigstags der Gulden, vom Gold also genennet, der Gulden aber 240 Pfenning hat, wir auch 240 Haupt Kraut oder Häuffien Nusse ein Pfund zu nennen pflegen.) Dise Müntz, pondo, haben sie gehaissen ein libram aeris, welches vom Wegen den Namen hat, als ob jhr Müntz pondo das kleineste vnd erste wagwürdige Stuck wäre. Haben also Müntz vnd Gewicht bey einander gehabt, als wann wir heut zu Tag kein anderes caementirtes Gewicht hetten, dann den Taler. Als aber das Kupffer bald gmein vnd vnachtsam worden, weil es zum Haussrath, Waffen vnd Wehren verbraucht worden, auch im Fewr verzehret wirdt, so wol als Zin vnd Bley, in der Erden oder im Wetter verwesen kan, ist es endtlich bey reinem Silber vnd Gold verbliben, die seind schön an Farben, das Silber gleichet den Sternen, das Gold der Sonnen, baide bleiben im Fewr beständig, baide seind seltzam vnd weniger zu sehen, dann andere Metallen, derowegen man sie werth helt vnd gar nicht zu Pflug- vnd Rosseisen verbrauchet: dass also ein gewisses Stuck Silber oder Gold gepräget gleichsam das gantze menschliche Geschlecht zu Hütern hatt, also dass es etlich tausent Jar bleiben vnd vndern Menschen vmbgehen mag. Vnd billichens die Obrigkeiten keins wegs, dass man gerechte guldene vnd silberne Müntzen brichet vnd Geschirre drauss machet (wiewol auch dise nur zu Ehren vnd Gepräng

auffbehalten werden), es hat auch der jüngstabgeleibte König in Franckreich auff lang zuvor beschehenes Anhalten (wie Bodinus dessen gedenckt) seiner Stende bey hoher Straff verbotten, dass kein Gold zu Borten, Guldenstucken, Eisen vnd Kupffer zu vbergulden, für einigen Menschen zu tragen verschmirt werde.

So bald nun ein bestendige silberne vnd guldine Müntz auffkommen, haben die Medici jhr Apoteckergewicht darauff gericht vnd jhre Ayer vnd Gerstenkörner fahren lassen. Darauss dann endtlich erfolgt, dass solches alte Müntzgewicht zum Apoteckergewicht worden, auch dem Namen nach: dann was sie drachmam haissen, das ist vom Gewicht vnd Namen vor Zeiten ein alte Griechische Müntz gewesst, vnd seind zur selben Zeit gleich 96 drachmae auff ein Römisches Pfund gegangen; ihren silbernen denarium aber haben sie zu Zeiten der drachmae gleich, zu Zeiten schwärer geschlagen, also dass deren nicht 96, sondern 84 auff ein Römisch Pfund gangen. Wiewol nun hernach die Müntz verendert worden, ist doch das Gewicht also bei den Apoteckern gar biss auff vns gebliben vnd gehet heutiges Tages wie die Apotecker einhellig bezeugen, durch die gantze Welt in gleicher Schwäre: wie dann Villalpandus vnder einer drachma, die jhme auss Hispania nach Rom geschicket worden vnd vnder deren, so er zu Rom gefunden, nicht den wenigsten Vnderschaid vermerkt. [6])

92. *Dass das heutige Apotecker-Gewicht einerley sey mit dem Alt-Römischen; jtem vom Gewicht etlicher alter guldiner Müntzen; vom Loth, Karath vnd Grän im Gehalt.*

Diss zu erweisen seind mehrerley Wege, behelffen sich aber alle der alt Römischen Thailung: da anfangs zubehalten, dass jhnen alles das, so da gantz ist vnd sich thailen lesset, *AS* geheissen, das Pfund, die Kandel, der Schuch, das Joch Ackers, der Tag, die Stund etc., deren sie ein jedes in 12 gleicher Thail getheilt, *Vnciae* genennet. Weil dann Anfangs 96 *drachmae* auff jhr Pfund oder *Assem* gegangen, als ist drauss erfolgt, dass sie ein *Vnciam* haben in 8 *drachmas* (Quintlein) getheilt, sonsten thailen sie die Apotecker in 2 Loth, die Römer auch in 3 *duellas*, in 4 *Siciliquos* oder *didrachmos* (seind halbe Lot), in 6 *sextulas*, in 18 *tremisses*. Der *siciliquus* hat widerumb ein kleiner *As*, oder *Assarium* gehaissen, vnd ist gleichsfals in 12 Obolos gethailet worden. Ein *drachma* hat 3 *scriptulos* oder *scrupeln*, ein *scrupel* 2 *Obolos*, jtem 6 *siliquas* oder *ceratia*, ein *ceratium* (Karath) vier *Grana* vnd also ein *scrupel* 24 *Grana* gehabt. Warumb aber die Apotecker heutiges Tages den scrupel nur in 20 Grana thailen, findet man in praxi Medica Heurnij. Weil dann dise alte Römische Thailung maistenthails noch heutigs Tags bey dem Apotecker Gewicht gehalten wirt, alss ist gleich anfangs vermütlich, es werde auch noch die alte Römische Schwäre haben.

Nicht weniger haben sie auch jhren *Sextarium* (Schöpplin, Köpfflin oder Kandl) auch in zwelff Vntzen oder *Cyathos vnciales*, Becherlin oder Trüncklein getheilet, verstehe Römische, dann wir Teutsche haben weitere Hälse, theilen vnsere Halbkandlen nicht gern kleiner dann in zwey Seydlen. Doch haben sie auch Becher oder Crystalline Gleser einander nach gehabt wie die Orgelpfeiffen, von einer Vntz oder Zoll Becherlein biss auff den Zwelffer, der einem gantzen *Assi* oder *Sextario* gleich gewest, deren Namen gewest, ***uncialis, sextans, quadrans, triens, quincunx, semissis, septunx, bessalis, dodrans,***

decunx, deunx. Dise vnciae bleiben auch noch theils bey den Apoteckern. Sonsten hat auch ein *sextarius* gehalten 8 *acetabula*, ein *acetabulum* 6 *ligulas*, vnd also ein *cyathus* 4 *ligulas*. *Sextarius* aber hat dahero den Namen gehabt, weil deren 6 haben geben einen *Congium*, wie vnsere Achtering den Namen dahero hat, weil vor 80 Jahren 8 derselben ein Viertl geben haben. Vier *Congij* haben gemacht eine *vrnam*, hat den Namen vom Tauchen, vnd so haissen wir heutzutag den Aimer am Schöpffbrunnen, helt auch fast soviel; zwo *vrnae* haben gemacht ein *amphoram*, vnd hat das Ansehen, als wann diser Nam also von der Römer Zeit hero, damal sie noch Herren vber dise Länder, nämlich vber Noricum Ripense vnd Pannonias gewesen, gebliben seye. Entlich haben 20 *amphorae* gemacht einen *cullcum* oder Fass.

Endtlich, obwol der Römische Schuch ist geschätzet worden zu 4 Handbraitten, oder zu 16 Fingerbraitten, haben sie jhne doch nebens auch wie ein Assem in 12 Vncias oder Zölle abgetheilet. Es seind aber jhr Schuch vnd jhr Amphora also künstlich auffeinander gerichtet gewesst (innmassen ich zu Eingang dess Büchlins bey No. 3. Meldung gethan), dass ein Gefess oder Geschirr, jhres Schuchs lang, braitt vnd hoch vnd also würffelrecht (dahero sie jhm den Namen geben *quadrantal*) gerad ein amphoram vnd gerad drey modios oder Traidmass gehalten. Damit aber dise jhr amphora nicht verfälschet werde, haben sie die mit Brunnwasser angefüllet vnd solches gewogen, das hat jhnen gewogen jhrer Stattpfund 80, darauff sie jhr amphoram vnd andere deren anhengige Gefesse bestättiget vnd also mit dem Gewicht geeichet haben. Dann alle Brunn-, Cistern-, Regen- oder süsse Trinckwasser seind am Gewicht gleich, also dass Villalpandus bey einer Oesterreichischen Halben oder 20 Vntzen nicht vber ein drachmam Vnterschaids auffs höchst vermercken könden.

Dieweil aber als obgemeldet so wol jhr Schuch vnd Pfund, als auch jhr Kandel in 12 Vntzen gethailt worden, vnd man offt irr worden, was für ein Vntz Weins oder Wassers man gemeint haben wölle, ein Vntz nach dem Gewicht oder ein Vntz nach der Maass: haben etliche nachgesunnen, wie sie dise dreyerley Vntzen in runden Zahlen, die wol zubehalten, zusamen richten möchten, also dass ein Vntz von einem sextario gerad zwo Vntzen am Gewicht mache vnd drei Würffelgerechte Gefesse, jedes einer Vntzen oder Zolls lang brait vnd hoch, anfülle. Darmit kämen nicht 80 sondern 96 Pfund auff ein Amphoram (soviel drachmae in eim Pfund seind) vnd würde der Schuch lenger vnd mehr dem Altgriechischen Schuch gleich, der vmb einen halben Zoll lenger gewesst sein sol, dann der Römische.

Wann man nu dise der Römer alte Thailung, Gewicht vnd Maass also in acht nimbt, gibt es vnderschidliche gewisse Nachrichtungen, dass es nicht nur vermuthlich vnd glaublich, sondern wahrhafftig war, dass jhr Gewichtsschwäre bei den Apoteckern gebliben. Zwar solte der erste vnd gewisseste Weg sein durch die alte Müntzen, weil das Apotecker-Gewicht erstlich auss dem Müntzgewicht hergenommen worden, wann noch heutiges Tags ein Griechische Müntz gefunden wurde, die vor Zeiten ein drachma geheissen oder soviel gewogen hette: wie dann Antonius Augustinus ein solche alte Griechische Müntz beschreibet, das darauff gestanden das Wort δραχμή, vnd Bodinus berichtet, dass der Kaiser Augustus habe *didrachmos aureos* oder halblöttige guldene Pfenning gemüntzet, die man noch heut zu Tag finde, dem vergleicht er den alten Staterem Atticum, auss den heutigen ein Spannische Philippische Doppelcronen, jtem einen Englischen Rosenobl. Es berichtet aber Villalpan-

dus darneben, dass er vnder diesen Guldenen Pfenningen Augusti ein grosse Vngleichheit am Gewicht gefunden. [7]) Weil dann vom König in Taprobane geschriben worden, er hab sich darumb vber Keyser Augusto so hoch verwundert, dass er (zum Widerspil dess Villalpandi fürgeben) gesehen, dass Augusti Müntzen alle gleiches Gewicht gehalten, geb ich erfahrnen Alchimisten zubedencken, ob nicht der Zusatz an Silber oder Kupffer in 1600 Jahren Gold vnd also die Pfenninge schwerer worden, einer mehr dann der ander, nach dem jeder in einem Erdreich vergraben gelegen lang oder kurtz. Dahin auch diss Andeutung gibt, dass Bodinus meldet, ein Müntzmeister vnd die Goldschmide zu Paris haben eine guldene Müntz Kaisers Vespasiani so hoch am Gold befunden, dass derselben nicht mehr dann der 788. Thail fein abgangen, auch sonsten fast alle alte guldene Müntzen reicher am Gold seyen, dann diser Zeit Müntzen, vnd nicht vber den 100sten Theil Zusatzes haben, da den vnsern selten weniger dann 24 Thail fein abgehe, vnd die Müntzer für vnmöglich fürgeben, so hoch Gold zu müntzen. So berichtet auch ferners Bodinus (De re nummaria. De augmento et decremento auri et argenti.), die alte guldene Müntz sey von Augusti Zeiten biss auff Constantinum Magnum innerhalb 400 Jahren am Gewicht nach vnd nach vnd entlich gar biss auffs dritte Theil verringert worden, also dass dess Keysers Constantini guldene Müntz nicht mehr 2 drachmas, sondern nur noch 4 scriptulos oder 24 ceratia gewogen. Dise meinen die alte Medici, wann sie sagen, dass 6 aurei auff ein Vntz gehen. Diese Schwäre, sagt Bodinus, sey vor Zeiten in Franckreich gar gmein gewesst vnd soll einem Engellotten gleich sein; dise Schwäre meint er auch, wann er sagt, dass der Niderlendischen Reichsducaten 6 auff ein Vntz gehen; kämen 72 auff ein Apoteckerpfund. Dahero es meins Erachtens kommen, dass man in der Teutschen auss Niderland her erfolgten Müntzrechnung die Fein am Gold absonderlich biss auff 24 Karath zehlet; wie sonsten die Fein an Silber vnd Gold insgemein biss auff 16 Lot gezehlet wirdt, dieweil nämlich, wie 16 Lot eine gantze Marck, also 24 Karath damahlen einen gantzen Ducaten gemacht. Wann vnd wie offt dise Schwäre dess Guldens in nachfolgenden Zeiten in Franckreich geändert worden, findet man bey Bodino. Dahero die Medici vor diser Zeit, thails auch noch heut zu Tag, den Ducaten dem alten Röm. denario gleich vnd 7 auff ein Vntz schätzen, kämen 84 auff ein Pfund. Noch geringer ist die heutige Französische Sonnencrone, wigt ein drachmam, wie Bodinus vnd Heurnius anzeigen, wie auch ein Spanischer silberner Real, gehen 8 auff ein Vntz vnd 96 auff ein Apoteckerpfund. Widerumb ist vnder Kays. Carl dem V., Inhalt der Reichsmüntzordnung, der Ducaten vor 50 vnd 60 Jaren geringer worden, also dass nahend 9 auff ein Vntz vnd 102 + auff ein Apoteckerpfund gehen: die gmeine Frantzösische Crone ist noch geringer am Gewicht. Ist also diser Weg vngewiss.

Den andern Weg seind gangen der löbliche Churfürst zu Cöllen, Herr, Herr Ernst, Hertzog in Bairn sel. G., in einem geschribnen Buch, so jhre Churf. Durchl. mir Anno 1605. zu Praag communicirt, [8]) vnd Ioh. Baptista Villalpandus, Comm. in Ezechielem: baide Processe seind zwar vnderschiden, treffen aber wunderbarlich zusamen. Villalpandi Process ist einfältiger, der hat fol. 501. dess erwehnten Buchs in einem Kupfferstuck fürgestellt die Form eins ehrenen Congij Romani, der vnder Kaiser Vespasiano in Capitolio mit zehen Pfund Brunnwassers geeicht worden, welches die drauff gestempffte vnd gegossene Schrifft aussweiset. Disen hat er mit dem heutigen Apoteckerge-

wicht examinirt, vnd das Brunnwasser, so drein gegangen, gleichsfals 10 Pfund schwär gefunden; vnd von Gewissheit wegen hat er deren Geschirr zwey zur Hand gebracht. Vnd wirdt sonsten auss Plinio vnd Galeno, so baide nach Vespasiano gelebt, erwisen, dass ein Congius 10 Pfund vnd ein Amphora 80 Pfund gewogen habe. Darneben vnd damit auch ein anderer diss probiren könde, hat Villalpandus darbey gezeichnet, wie lang, braitt vnd hoch ein würffelrechtes Gefesse seye, darein dise seins Congij 10 Pfund Wassers gehen, nämlich meiner Puncten 116, gibt für, er habe dise Lenge dreymal am Congio selber gefunden.

Weil dann der Cubus von 116, das ist 1560896, vor Zeiten gewogen hat 5760 Obolos, so kämen auff mein Halbkandel mit Wasser 1133 alt Röm. Oboli. Nun hab ichs im Abwegen befunden $1130^1/_2$ Obolos Apot.Gewicht, nur $2^1/_2$ scr. weniger: darauss augenscheinlich, dass Vespasianus, Plinius, Galenus, vnd heut zu Tag Villalpandus zu Rom vnd in Spania, ich aber zu Lintz bey den Apoteckern einerley Gewicht gefunden vnd gebraucht, dann das süsse Wasser ist vberal einerley.

Der ander Process diss zu practiciern, ist dess Churfürstens vnd verhelt sich also. Erstlich hat er als ein Liebhaber dess Teutschen Vatterlands (in dem Er gern eine durchgehende Gleichheit gestifftet hette im Gewicht, Elen vnd Maass) sich der Lateinischen Wörter libra vnd pondo abgethan, vnd dafür gebraucht das Teutsche Wort Marck, das lautet ein Gemerck oder ein gezeichneter vnd caementirter Gewichtstein. Vnd weil vnser Brauch in Teutschland ist, die Marck in 2, 4, 8, 16 zuthailen vnd das 16. Thail ein Lot zunennen, dahero wir ein jedes Gold vnd Silber so vnd soviel löttig, vnd das fein Gold oder Silber löttig nennen, verstehe 16 löttig, vnd aber die Apotecker 2 Lot für ein Vntz zehlen: hat ers von der Cubiczahl wegen also sein lassen, dass ein Marck 8 Vntzen habe, wie die Römische Vntzen hat 8 drachmas; derohalben er auch 8 Marck Wassers genommen, damit es (von seines besondern hochwichtigen Fürhabens wegen) vberal mit 8 zugehe; dise nach dem Apoteckergewicht abgewogene 8 Marck oder 512 drachmas Wassers hat er in ein hohes winckelrechtes gar glat ausspolirtes Gefässe gegossen vnd mit grossem Fleiss gezeichnet, wie hoch es in demselben gestigen. Demnach hat er die Lenge oder Braitte am Boden nach der Hand in soviel gleicher Thail aussgetheilt, als jhme müglich gewesst, welches am sicheristen geschicht, wann man erstlich in 2, darnach ein jedes wider in 2 vnd also fort und fort thailet. Mit diser so zugerichten Thailung hat er die Höch dess Wassers im Gefässe aussgemessen, Länge, Braitte vnd Höhe in einander multiplicirt, vnd die Cubicwurtzel gesucht: was nun die aussgesagt, dasselbe in ein Lenge abgezeichnet, welche mit grossem Fleiss vnd Subtilitet in sein Buch eingezeichnet gewesst, die hab ich befunden meiner Puncten 95 lang.

Er hat auch als ein Liebhaber der Geometri den Mesolabum Platonis gebraucht, dadurch zwey media proportionalia gesucht zwischen der inneren Leng oder Braitte am Boden vnd zwischen der Höch des Wassers, vnd befunden, dass das kleinere medium mit der vorigen Lenge eintreffe: damit er vergwist gewesst, dass er weder zuvor im Rechnen, noch jetzo im Handgriff, nirgend verstossen. Es ist noch nicht genug gewest, er hat mit diser Leng auch ein würffelrecht Gefesse oder Cubum zurichten lassen mit höchstem Fleiss, hat die 512 drachmas Wassers drein gegossen vnd befunden, dass es darmit gerad angefüllet worden: das hat nach meiner Thailung halten müssen den Cubum von 95, das ist 857375. Er aber hat das latus gethailt in 8

gleicher Theil, deren jeder einen Würffel gibt zu einer drachma Wassers, dann radix von 512 ist 8.

Demnach hat er auss Glareano vnd Budaeo den Alt Römischen Schuch auffgesucht, welcher soll ein quadrantal gegeben haben zu 96 Pfund Wassers oder 9216 drachmis, davon besser oben. Wann aber 9261 (vnd also vmb 45 mehr) die Cubiczahl ist zu 21, also solte der 21. Thail desselben Römischen Schuchs den Würffel zu einer Röm. drachma gegeben haben, so doch, dass deren nicht gar gerad 21, sondern vmb ein dreissigstes Thail weniger seyen; dann diss ist die Wurtzel von 9216. Er hat aber befunden, dass sein Würffel zu der Apotecker drachma vnd jener zu der Alt Römischen so gar genaw zusamen treffen, dass seiner 21 (deren er 8 gehabt in seim latere) gleich das dreissigste Thail von einem vber solchen Alt Römischen grössern Schuch aussgangen. Darmit abermals offenbar, dass der, so vor Zeiten in dem grössern quadrantal 96 Pfund gewegen, vnd jetzo der Apotecker, so dem Churfürsten das Gewicht zugestelt, durchauss einerley drachmas gehabt.

Nicht ohn ist es, dass der Churfürst hie nicht allerdings mit Villalpando vnd mit mir einstimme. Dann wann sein Wasser 857375 hat gewegen 512 drachmas, das ist 3072 Obolos, so solte dess Villalpandi Wasser 1560896, vnd das mein 307055 in gleicher proportion gewogen haben 5592 vnd 1102: wir haben aber baide mehr gefunden, nämlich 5760 vnd 1130. Es ist aber diser Vnterschaid der Red nicht werth, dann die communication dess Gefässes ist geschehen, wie der Process aussweiset, durch die Lenge, also dass der Churfürst auss seinem Gefess die Lenge gesucht, die ich vbernommen, vnd drauss widerumb sein Gefesse gerechnet. Wie leicht kan aber geschehen, dass an der Lenge jedesmals vmb einen halben Puncten verfählet worden. Vnd wann dann die Lenge, die der Churfürst angibt, nicht 95 sondern 94 meiner Puncten gewesst wäre, so käm das Gefess 830584 vnd träffe also mit vns baiden vberein. Was dem Villalpando widerfahren, sol hernach gemeldet werden; was auch mir widerfahren könden, anlangend dise so genaue Subtiliteten, ist droben No. 81. zufinden, wiewol ich nicht gern von dem abweiche, was ich gefunden, allweil ich zwischen jenen baiden ein Mitteles troffen.

93. *Lintzer Schuch vnd Eich mit einander vnd baide mit dem Alt-Römischen vnd etlichen aussländischen verglichen.*

Mit der Einthailung der Römischen Amphora in 8 Congios hat es ein besondere Gelegenheit, dann wann ein halber Römischer Schuch Vespasiani das Gefesse gibt zu einem Congio, so folgt, dass derselbe Schuch gantz das Gefesse gebe zu einer Amphora. Wann nu vnser Viertel noch acht Achteringe hielte, wie vor 80 Jahren, hetten wir auch disen Vortl. Weil aber heutigs Tags 41 Achteringe auss einem Emmer gemacht werden, so lasset vns besehen, was 41 halbe geben. Multiplicir 307055 mit 41, kommen 12589255, darvon die Cubische Wurtzel ist 232 vnd 5 achtl. so gross Villalpandus den Römischen Schuch gibt. Sihe da, wie nahe vnser Oesterreichischer halber Emmer nach Villalpandi Congio gerechnet einer Alt Römischen Amphora gleich seye. Das sol einem nicht vnbillich die Gedanken machen, als ob die Eich, nicht weniger dann droben das Wort Emmer, von der Römer Zeiten her in disen Landen gebliben, zusambt der Verknüpffung der Eich mit dem Schuch, obwol der Schuch auss Vnachtsamkeit vmb 4 oder 5 Puncten, das ist ein viertl oder ein fünfftel Zolls kürtzer worden.

Die blosse Oest. Achteringe für sich allein gibt kein Anmahnung (nach dem Würffel) zu dem Schuch, dann die Cubic-Wurtzel von 614110 ist beynahe 85, das wären nicht gar fünffthalbe Zölle. Aber nach der Visierruthen gibt es schöne Verknüpffungen. Anderthalben Lintzer Schuch geben die Visier zu eim kleinen Emmer von 40 Achteringen, drey Schuch zu deren 8 vnd 6 Schuch oder ein Klaffter die Visier zu 64 kleinen oder zu $62^1/_2$ mittern Land-Emmern. So man dann den Zoll thailt in 19 Puncten, so geben deren Puncten 50 ein halbs Seidl, 100 ein Achteringe, 200 acht Achteringe, 300, 27 Achteringe.

Es mag aber ein jede Nation sich besinnen, ob sie, wie dess vor obvermelten Churfürstens Meinung gewesst, jren Schuch (weil deren doch viel vnd mancherley, vnd der Lintzer Schuch nicht vber 4 Puncten zu kurtz) endern vnd nach jhrer Eich würffelrecht richten könde oder wölle, oder alle nach dem Alt Römischen Schuch vnd Eich; darvon jetzo mehrers.

Dann weil vnser halber Emmer oder 41 halbe Achteringe so nahend eine Römische *Amphoram* geben, als folgt, dass vnser Viertl einer Röm. *Vrna* gleich sey (Hin, Hebr. vnser 5 Achteringe. Gomor, Assaron, vnser 3 Achteringe), vnd 5 halbe einem *Congio* (Chus, Graece), ein halbe grösser sey dann ein Römischer Sextarius (Hebr. Log, griech. Xeste), endtlich zehen Emmer einen Römischen *Culleum* machen. (4 Cori machen 3 Culeos. Ein Medimnus gleich vnserm Emmer. Hebr. Ephi oder Bath minor, vnd Griech. Metreta, vnser 3 viertl Emmers.)

So nu dem Würtenbergischen würffelrechten Eichgefässe zu trawen, das mir newlich communiciret worden vnd ein Weinvisierer zu Stutgarten gemacht haben sol, hat dasselbig gehalten meiner Puncten 95 weniger ein drittheil, welches ich mit Verwunderung ersehen, dass solche Eychmass mit dess Churfürstens Gefässe so nahe zutreffen solle, der doch nicht nach der Maass, sondern nach dem Gewicht der 8 Marcken gegangen: vnd wäre also vnser heutige Lintzer Achtering gegen der Würtenb. Eychmaass wie 614110 gegen 850000, nämlich weniger dann drey Würtenb. Viertelen oder Schöpplin. Wann dann zu Esslingen 10 Maass ein Jme, 16 Jme einen Aimer machen, als kämen auff den Aimer 136000000, das dividir mit dem Lintzer halben Emmer 2589255, kommen nicht gar sechsthalb Emmer Oesterreichisch auff den Würtenb. Aimer. Vnd weil 6 Aimer ein Fuder machen, giengen 32 vnd ein halber Oesterreichischer Emmer auff ein Esslinger Fuder; soviel passirt man auff einen grossen Dreyling, wiewol die gemeine Schiffdreylinge zu 30 Emmern halten; aber in den Rechenbüchern Anno 1531. zu Strassburg getruckt, nicht weniger im Vergleich der 5 N. O. Länder Anno 1542, werden 24 Wiener Emmer für einen Dreyling geschätzet vnd darauff, wie dann auch auff den Wiener Emmer durch alle 5 Lande die Anlagen in den Gültbüchern gestellet. Es wirt mir nebens auch von dem vorgemelten Visierer zu Stutgarten angezeigt, dass er 14 Würtenbergische Eichmaasse auff ein Würffelrecht Gefässe, eines Würtenbergischen Werckschuchs lang, brait vnd hoch schätzen solle. Nimb 850000, 14 mal, das gibt 11900000, darauss die Cubicwurtzel ist 228 vnd ein viertl, gar genaw so gross als vnser Lintzer Schuch. Wie aber diss bewant, kan ich nicht wissen, dann der Würtenb. Werckschuch ist mir auff einem Schreibpapir communicirt worden, meiner Puncten 217, fast so lang Hulsius den Frankforter angibet, nämlich 218. Wär also der Würtenbergische Schuch vmb 11 kürtzer, dann vnser Lintzer, dessen Cubus 10218313 helt nur 12 Würtenb. Eichmasse, da doch der Visierer 14 angibet.

Die Würtenb. Schenck- oder Zapffenmass zwar ist vmb sechs ailfftheil weniger, nämlich 772727; diss 14 mal genommen macht 10818178, dannen die Wurtzel 221 ein achtl: das wär der Bairische Schuch, den Specklin setzt $220\frac{1}{2}$, vnd käm nähener zu dem Würtenb. Schuch 217.

Es ist gleichwol nichts seltzams, dass einer Statt vnderschidliche Schuch zugemessen werden, auss vnfleissiger Vbernemung, da einer den andern verführt. In Frantz Jochim Brechtlers Büxenmeisterey ist der Nürnberger Stattschuch nach dem Druckpapir 228 vnd also vnserm Lintzer allerdings gleich, welches auch die hiesige Werckleute bestättigen vnd den Saltzburger auch darzu ziehen. Aber Specklins Kupfferstuck fol. 13. gibt jne nur 226, zwen Puncten kürtzer. Hulsius hats gar versehen, gibt das Viertl Nürnberger Schuchs 64 meiner Puncten, da wäre der gantze 256, so lang ist der alt Römische nicht. Auch ist allda der Werckschuch 16 meiner Puncten kürtzer dann der Stattschuch vnd also nur 212, bey Brechtlern vnd anderswo fast gleich dem Strassburger, den Specklins Kupfferstuck gibt 213 lang. Den Wiener Schuch machen die Massstäbe vnserer Werckleute, die bey Steir gemacht worden, meiner Puncten 242 lang: andere Werckleute vnd jhrer Mst. Bawmeister geben jne 240, so lang der Prager Schuch mir von jhrer Mst. Geometrischer Instrumentmachern communicirt worden, nämlich $240\frac{1}{2}$, widerumb jhrer Mst. Güesser Hillinger nur 237, Specklin im Kupfferstuck nur 233. Mag sein, dass man auch alda vnderschidliche Schuch habe. So haben wir auch von dem Alt Römischen Schuch in diesem vnd vorigen No. gleiches vernommen, dass jhrer mehrerley gewesst. Mathaeus Hostius vnd andere sollen jhne nicht gar so lang setzen, nach Crugeri Dantzigischen Mathematici Bericht, als den Culmischen, den er angibt meiner Puncten 224 oder 223 lang. In Ioannis Myritij, Malteser Ritters Cosmographi cap. 16. fol. 34 stehet auss Leonhardo de Portis vbersetzt Pes antiquus nur 198 meiner Puncten lang; der sol auch nebens berichten, der gemeine Werckschuch sey mehr dann vmb einen Zoll lenger gewesst. Sol zu Rom gefunden worden sein in Angeli Colotij Lustgarten, daher Villalpandus jhne pedem Colotianum nennet. Hingegen hat jetzermelter Myritius den pedem Romanum auss Glareano vbersetzt, der helt nach dem Druckpapir meiner Puncten 247, Glareanus aber hat disen pedem auss Gulielmo Budaeo genommen, der in den römischen Messsorten trefflich wol erfahren gewesst, vnd soll mit dem Parisischen Königlichen Werckschuch allerdings eintreffen vnd von den Römern, wie viel anders mehr, in Franckreich gebracht worden sein. Wie dann Specklin disen Parisischen Schuch gibt 248 lang.[9]) Diss ist nun meines Wissens derjenige Schuch, den der Churfürst gebraucht, der die grosse Amphoram gibt, helt meiner Puncten nahend 249, oder nach obangedeuter Mässigung auffs wenigist 247. Vnd weiland Kays. Rudolffs Geometrischer Instrumentmacher zu Praag, Erasmus Habermeel sel., hat disen pedem Romanum gleicher Leng oder gar 250 meiner Puncten lang auff seine Instrumenta gestochen, mir auch gesagt, dass weilend H. Iacobus Curtius Reichs Vice-Cantzler sel. solchen mit sonderm Fleiss von Rom abholen lassen vnd jhme communicirt. Derowegen dann Pes Colotianus, als gar zu kurtz, in den vorigen Processen keinen Platz nicht hat, sondern Villalpandus wirt einen andern gmeinen Werckschuch am Congio Vespasiani gefunden haben, nach welchem vnzweifel Vespasianus den Tempel dess Fridens bawen lassen, wie dann Villalpandus den Colotianum mit ausstrücklichen Worten verwirfft.

Die Vrsachen, dass soviel vnderschidliche Römische Schuch angegeben

werden, ja auch der einige Pes Colotianus, wie Villalpandus f. 448 meldet, anderst bey Georgio Agricola, anderst bey Gulielmo Philandro, anderst bey Luca Peto, anderst bey Stanislao Grsepsio zufinden, seind mehrerley, sonderlich aber hie zumelden, dass ich befunden, dass das Druckpapir, wann es genetzet vnd drauff wider trucken wirt, eingehe, also dass droben fol. 570 mein Lintzer halber Schuch vmb 2 Puncten kürtzer auff dem Druckpapir dann auff dem Holtz. Dergleichen viel mehrers bey den Kupffertrucken fürgehet, dann alda muss das Papir mehr genetzt werden vnd mehr Gewalt leyden. Diss achte ich die Vrsach sein, dass Villalpandus in seinem Buch den Römischen Schuch, den er fürbringt, dreymal vnd zwar in einem einigen Kupfferstuck zweymal verendert. Dann fol. 501. an der Höch dess Congij ist er meiner Puncten 232 lang, solte doch nach dess Churfürstens Process 234 halten, da ich anstehe, ob er nicht vmb 2 Puncten eingangen. Stracks darneben Fol. 502 ist der halbe Schuh zweimal am Congio, helt meiner Puncten nur 114, ist also dem Lintzer gleich, dieser wirt vom vorigen (auss dem eingangnen Kupfferstuck) abgenommen vnd selber auch eingangen sein. Der dritte findet sich fol. 316. 317. im kunstlichen Kupfferstuck oder proportional Instrument, helt meiner Puncten nur 224 vnd einen halben, wirdt doch auch selbigen Orts für das latus cubicum Congij berühmbt: dannenhero offenbar, dass er auss dem eingangnen Papir fol. 502. vbernommen vnd selber auch eingangen sey.

Weil dann noch heutzutag hin vnd her grössere Werckschuche im Brauch seind, dann vor 1500 Jahren der Römische gewesst, vnd noch der kleinest vnder allen nicht vmb eins Zolls kürtzer: als ist hierauss vnschwer abzunemen, was von Bodini Fürgeben zuhalten, der in seim Buch de Republica auss alten Poëten zuerweisen vermeint, dass die Menschen an der Grösse abnemen vnd vor Zeiten alle ins gemein gegen den jetzigen Leuten risenmässig gewesst seyen. Besihe hievon auch Marquardi Freheri Schrifft von der Lenge Caroli Magni dess ersten Teutschen Kaysers, der vor 800 Jahren gelebt hat.

94. *Andere lange Maassen mit dem Lintzer Schuch verglichen*; *item Alt-Römisches vnd anderer Orten gebräuchiges Feldmessen.*

Die Lintzer Klaffter vnd Elen werden in Keysers Maximiliani General von Anno 1570. dem gantzen Land auffgesetzt, desthalben ich das Caement von der Obrigkeit abgeholet, vnd das zwölffte Theil einer Lintzer Klaffter, das ist einen halben Schuch, droben No. 80. neben die Visierruthen drucken lassen: dann sie wirdt getheilet in 6 Schuch, jtem in neun viertel einer Elen: dass also drey viertl einer Elen zwen Schuch vnd die gantze Elen zwen Lintzer Schuch vnd acht Zoll helt. Die Wiener Elen sol vmb meiner 6 Puncten, das ist vmb ein dritthail Zolls, die Prager aber vmb ein gantzes viertel vnd zwey drittheil eins Zolls kürtzer sein.

Dises Klafftermaass achte ich nicht nur zum Hey, Holtz, Steinen, Gebäuen, Grüben, Schachten vnd Stollen vnder der Erden, sondern auch zum Feldmessen bequemlich sein. Dann ich auff fleissiges Nachfragen sovil befunden, dass man im Land ob der Ens die Tagwercke vnd Gwandtn nicht nach einem gewissen bestendigen vnd kenlichen Maass (wie bey den Römern gewest die *Pertica* oder *decempeda* zehen Schuh, vnd zu Nürnberg vnd in Würtenberg die Ruthe 16 Schuh lang, zu Franckfurt $12^1/_2$ nach Hulsij Anzeigen), sondern nur schlecht dahin nach zweyer Ross Arbeit anschlage, oder

so man sich schon der Stangen gebraucht, nimbt man sie doch nur nach der Hand. Es werden auch die Acker oder Bifinge (Bettlin anderswo genennet) an der Braitte oder Anzahl der Furchen vnd an der Lenge sehr vngleich gemachet. Die Vrsach achte ich sein, weyl das Land meistentheils bürgig, die Güter, Baurnhöffe vnd Gründe hin vnd her in die Leitnen zerstrewet oder sonsten auch auff der Ebne mit Friden, Gräben, Gstettnen, hohen Gehägen eingefangen vnd gleichsam verschantzet; darneben fast alle Grundstucke Ein- vnd Zugehörungen seind zu den dienstbaren Güetern vnd Höfen vnd mögen nicht durch Verkauff oder Erbfall zu ledigen Grundtstucken gemacht werden, desthalben es dess Aussmessens nicht bedarff.

Wann aber doch vnderweilen Spän vnd Stritte fürfallen, die nicht wol ohne das ordenliche Feldmessen zu entscheiden, gebraucht man sich billich eines gewissen Masses. Die Römer haben ein *Jugerum* oder Joch Ackers geheissen, das 12 *Perticas* oder Stangen breitt vnd 24 lang gewest: das seind nun 120 Schuch breitt vnd 240 lang, vnd machen am Feld 28800 gevierter Schuch. In Würtenberg rechnet man 150 gevierter Ruthen in einen Morgen, deren jede 16 Schuch lang vnd breitt ist vnd also 256 gevierter Schuch begreifft, das wären 38400 gevierter Schuch: dann so rechnet man anderthalb Morgen für ein Jauchart, nemlich 57600 gevierter Schuch, das ist gerad zweimal sovil Landes als bey einem *Jugero Romano*. Zu Nürmberg thut ein Stuck Ackers, 200 Schuch lang vnd breitt (das ist 40000 gevierter Schuch gross) ein *Jugerum*. Zu Franckfurt sollen, nach Hulsij Anzeig, 160 gevierter Ruthen, die da machen 25600 gevierter Schuch, ein Joch Acker geben.

Demnach so könten auch wir deren Maassen eines brauchen vnd die 28800 gevierte Schuch Römischen Maasses in vnser Claffter (die an der Leng 6 Schuch vnd also am Feld 36 gevierter Schuch hat) eintheilen, kämen 800 gevierter Klaffter für ein Römisches Joch, 40 in die Leng vnd 20 in die Breitte, oder 1600 für ein Würtembergisches Jauchart, 40 in die Lenge vnd Breitte, wanns recht vierecket.

Dass aber der Einfältige sich hüten solle, dass er nicht bloss nach dem eussern Zaun, Frid oder Gehäg gehe, dessen ist er No. 69. notdürfftig erinnert: alda zu sehen, dass ein Römisches Joch von 800 Clafftern zwey mal so lang als breitt einen Zaun habe von 120 Clafftern, diser Zaun 120 Claffter lang kan gar 1145 gevierter Claffter einfangen, wann er anderst geordnet wirt, er kan auch nur 424, vnd entlich gar nichts einfangen, wann man jhne so weit verziehet. Wie aber auss dem eusserlichen Geeirck, Vmbzeunung oder Pianta zurechnen seye, wieviel Feldes darinnen begriffen, findet sich von No. 12. biss No. 23, sonderlich No. 16.

Land oder Raiss Maass ist wie aller Orten, vnd behelt man den Röm. Brauch, dass 5 Schuch auff einen Schritt, 1000 Schritt auff ein wellsche Meilen gezehlet werden, vnd vnsere Teutsche Meilen von 4 (Parasangae Persarum) in 5 Wellsche mache, bissweilen auch weniger dann 4 (Leucae Gallorum), oder mehr dann 5, nach dem es bürgecht oder eben, vnd die Plätze, Flüsse, Krümmen, Dörffer, Schlösser, Stätt oder Märkt Anlaittung zum Zehlen geben.

95. *Oest Gewicht mit der Eich vnd etlichen ausslendischen Gewichten verglichen.*

Obwol in gantz Teutschland meines Wissens die Marck in 16 Lot getheilet wirdt, auss Vrsachen die droben No. 92. aussgeführet, dahero vnd weil

sich etwa vor Zeiten befunden, dass zway Teutsche Marck auff ein Römisches *Pondo* gehen, wir Teutsche jetzo das Pfund in 32 Lot theilen vnd nicht in 12 Vntzen oder 24 Lot, wie die Apotecker vnd alte Römer: so trifft man doch gar selten an einem Ort ein solches Pfund an, das 12 oder 16 Apotecker Vntzen halte, sondern sovil Ort, sovil Gewichte, vnd geschicht vielmals, dass an einem Ort vnderschiedliche Gewichte seind, eines auff dise, das ander auff ein andere Wahr.

Vnser Lintzer Gewicht ist in Europa nahend das schwäreste, wirdt in mehr berührtem General von Anno 1570. dem Wiener gleich geachtet vnd dem gantzen Land auffgesetzet, das schätzen die Apotecker auff neunzehendhalb Vntzen, aber crassa Minerva, dann von 19 gantzen Vntzen gehen nicht mehr ab, dann dritthalben Scrupel, wigt also 907 Obolos. (Ein Apoteckerpfund hat 576 Obolos. Ein drachma 6 Obolos oder 60 Grana.) Ein Lintzer Lot aber wigt nicht gar 5 drachmas, dann ein Lintzer Quintlein wigt 71 Gran. Doch findet sich bissweilen auch zimlicher Vnfleiss bey den Gewichten auff den Kauff gerichtet, also dass mir ein Vntz fürkommen ein halben Scrupel schwärer dann sonsten alle.

Anlangend die ausslendische Gewichte, weil im Müntzwesen die Cölnische Marck in Teutschen Landen den meisten Ruff hat, desthalben sie in der Reichsmüntzordnung dem gantzen Reich zur Nachrichtung fürgestellet wirdt, als ist zu melden, dass Anno 1560 ein Keyserlich General aussgangen, darinnen Kays. Ferdinand als Ertzhertzog in Oesterreich die Cölnische Marck seinen Erblanden gegen jhrer Wienerischen (vnd also auch Lintzerischen) also verglichen, dass auff ein Cölnische Marck gehen sollen zehenthalbe, auff die Wienerische ailff vnd 2 fünfftel Stuck Reichsgulden, deren jeder 60 kr. gelten, vnd am Korn 14 Lot vnd 16 Gran fein halten soll, derentwegen 100 Wienische gerad 120 Cölnische Pfund machen. In gleichem sollen 67 Ducaten wegen ein Cölnische vnd 80 sampt 2 fünfftheil ein Wienische Marck. das gibt auch dise proportion. Vnd weil also 160 Ducaten sampt 4 fünfftheil auff ein Pfund kommen, so gefallen beinahe 5 Ducaten auff ein Lot, nämlich ein viertzigstthail drüber; vnd also werden heut zu Tag die eingesetzte Ducatengewichter zugerichtet.

Hierauss achte ich auch diss erfolgt sein, dass vnsere Goldschmide das 16. Thail vom Ducatengewicht ein Karath nennen, wann sie Diamanten wegen. Dann 3 Römische *ceratia* gehen auff einen *obolum*, 907 *oboli* Apotecker-Gewicht, als kurtz zuvor gesetzt, auff ein Lintzer Pfund: also finden sich in einem Lintzerpfund oder 160 Ducaten sampt vier 5 thailen 2721 Römische *ceratia*, vnd kommen also auff jeden Ducaten vber 16 vnd nahend 17 *ceratia*, das lassen die Goldschmide, von der gefüegen Thailung wegen, gerad 16 Karath sein. Vnd dass sie gewisslich das Römische meinen, erscheinet dahero, weil sie jhr Karath in 4 Grän thailen, wie die Römer jhr *ceratium* in 4 *grana*. Diss ist nach dem Goldschmidgewicht der Diamanten zuverstehen: dann bei der Müntzrechnung hat es eine andere Meinung mit dem Karath vnd Grän, die wil ich auss Anleittung Lasari Erckers Probationsbuch so deutlich vnd klar als es müglich im folgenden Täfelin für Augen stellen.

Hochteutscher Müntzbrauch	Gemischter Brauch auff Silber vnd Gold.	Gemischter Brauch auff Gold allein.	Niderländischer Müntzbrauch.	Alt Röm. Brauch.
1 Marck = 16 Lot = 256 Pfenning. Zum Gewicht oder Schrott.	1 Stuck = 16 Lot. 288 Grän. Zum Gehalt oder Korn.	1 Stuck = 24 Carat. 288 Grän.	1 Marck = 12 Pfenning. 288 Grän. Zum Gewicht vnd Gehalt.	1 Semuncia = 12 Scrupula. 288 Grana. Zum Gewicht.

Seind also die Pfenninge, deren in Kays. Carls des fünfften Müntzordnung Meldung geschicht, Niderländische vnd nicht Hochteutsche Gewichtpfenninge. Warumb aber das Stuck in 24 Karath getheilt worden, ist besser oben Fol. 593. gemeldet.

Demnach aber wir am Donawstrom viel mehr mit Augspurg dann mit Cölln zuthun haben, alss ist daselbsten Anno 1601 bey Hans Schultes ein Büchlein im Truck aussgangen, dessen Author Martin Kauffmann, Rechenmeister, verlegts Niclas Leiss, Goldschmid, Handelsmann vnd Mitburger daselbsten, darinnen 26 Augspurger Marck zu Wien thuen 21 Marck 14 Lot 1 pf. vnd 2999 von 4867 Theilen eines Pfennings. Vnd hinwiderumb 34 Wiener Marck thuen zu Augspurg 40 Marck 6 Lot 1 quint 2 pfen. vnd 3 Achtl eins pf., das ist 100 Lintzer Pfund machen zu Augspurg 118 vnd nahend 3 vierdung.

Diss ist zuverstehen vom Gewicht auff Silber vnd Gold zu Cöln vnd Augspurg; sonsten erscheint auss offt angezogner Frantz Jochim Brechtlers Büxenmeisterey, zu Nürnberg aussgangen, dass selbiger Orten auch andere Gewichte breuchig. Dann 90 Pfund Wiener, Lintzer, Saltzburger, so zu Nürnberg wegen 100, sollen zu Cölln wegen 102, zu Augspurg 104. (Nota. Zwey Lot Augspurger machen gar ein wenig mehr dann ein Apotecker Vntz.) Dise Vngleichheit ist in Oesterreich nit, sondern man hat einerley Gewicht auff Silber, Gold vnd allerhand wagmässige Waren.

Vnd hab ich auss erwehnter Büxenmeisterey vnd auss Bodino de Rep. auch anderer Müntzmeister, Giesser vnd Instrumentmacher Aussag folgendes Gewichttäfelin zusamen gezogen, vnd auff den Lintzer Centner gerichtet.

	Pfund		
Zu Genff (Bodin.)	99	f.	—
Lintz. Krembs, Wien, Saltzburg	100		
Praag	102	f.	—
Roan	107		+
Chur, Basel (Br.)	109	f.	+
Pariss, Bisantz, Bern, Basel (Bod.), Strassburg (Bod.), Franckfort, Nürnberg, Botzen	111	f.	+
Cöln (Brechtler)	113		+
Augspurg (Br.), Strassburg (Br.)	116		—
Venedig gross Gewicht (Br.)	118		—
ApoteckerGewicht nach der Vntz	118		+
Turon	$118^1/_2$		
Augspurg Müntzg.	119		—
Costnitz, Vlm, Antorff, Lubeck, Cölnisch Müntzgewicht	120		
Lunden (Bod.)	122		—
Leipzig, Thessalonica	122		+
Genff (Brecht.)	123		circ.

	Pfund		
Brüssel (Coign.)	123		—
Lunden (Brecht.)	124		+
Leon (Bodinus)	129	f.	—
„ (Brechtler)	133		+
Tolosa, Mompelier, Avenion	134		+
Danzig	136		—
Massilia	137		
Crackaw	140		+
Lüblin, Presslau	142		+
Neapoli	150		
Bolonia	155		
Florentz, Luca	158		—
Hie ist das Pfund dem Apoteckerpfund oder 12 Vntzen Apoteckergewicht gleich.			
Ferrara	160		
Ancona	164		+
Dietrichsbern oder Verona	167		—
Genua (Brech.)	170		circ.
Meyland	172		+
Catalonia	178		—
Parma	179	f.	
Venedig (Bod.)	185		

Mit der Eych findet sich ein solche Vergleichung dess Gewichts, dass weil die Wein theils leichter seind theils schwärer dann Wasser, doch nicht vmb vil, in massen auch die Alte vnd Villalpandus eins für das ander genommen ohn Vnderscheid: hab auch ich in die Lintzer Halbkandel von Brunnwasser gewegen 23 Vntz 13 scr. oder 565 sc., komen also auff die Achtering dritthalb Lintzer Pfund vnd gar ein wenig drunder, nicht gar 4 scrupula; vnd ein Emmer wigt ein Lintzer Centner vnd 2 pf., aber 40 Achteringe einen Centner weniger 11 Lot. An Schmaltz schätzet man die Achtering zu 2 Pfunden, were der Emmer 82 Pfund. Vor 70 Jahren in dem Vergleich der 5 N. O. Lande werden 4 alte Maass oder ein Achtl Emmers zu 10 Pfunden Schmaltz geschätzet, ist also die alte Maass zu $2^1/_2$ Pfunden vnd der Emmer zu 80 Pfund geschätzet.

96. *Eine Behendigkeit, mit wenig Steinen vil vnderschiedliche Gewichte zu wegen.*

Weil die Schnellwag nicht jedermans Ding, auch offt betrüglich ist vnd leichtlich verderbt werden mag, also haben etliche Rechenmeister einen Fund erdacht, mit 5 Steinen alle Pfund, oder mit 5 Gewichtlein alle Grän nach einander bis auff einhundert ein vnd zwainzige auff einer Schalwag zu wegen; die müessen aber also beschaffen sein, der erste solle ein gerechtes Pfund oder Grän wegen, der ander drey, der dritte neune, der vierte siben vnd zwaintzig, der fünffte ein vnd achzig. Zaichne sie von Gedechtnuss wegen mit den Buchstaben A. I. S. T. V.
1. 3. 9. 27. 81.

Weil aber nicht ein jeder sich gleich besinnen kan, welchen Stein er gegen dem andern legen solle, so hab ich ein Täfelin hierauff gemacht vnd beygefügt.

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
0		AS	ITAS	IT	AIST	VAIT	SVIT	AVIS	VA	SV	ATVS	ITVA	ISTV
1	A	ISA	ITS	AIT	VAIST	VIT	ASVIT	AVS	V	ASV	ITVAS	ITV	AISTV
2	IA	IS	AITS	STAI	VIST	AVIT	SVAT	VS	AV	ISVA	ITVS	AITV	
3	I	AIS	TAI	STI	AVIST	VTA	SVT	VSA	IVA	ISV	AITVS	ASTVI	
4	AI	TAIS	TI	ASTI	VAST	VT	ASVT	IVAS	IV	AISV	TVAI	STVI	
5	SAI	TIS	ATI	STA	VST	AVT	ISVAT	IVS	AIV	TVAIS	TVI	STVAI	
6	SI	ATIS	TA	ST	AVST	IVAT	ISVT	AIVS	SVAI	TVIS	ATVI	STVA	
7	ASI	TAS	T	AST	IVAST	IVT	AISVT	VAI	SVI	ATVIS	TVA	STV	
8	SA	TS	AT	ISTA	IVST	AIVT	VISA	VI	ASVI	TVAS	TV	ASTV	
9	S	ATS	ITA	IST	AIVST	SVAIT	VIS	AVI	SVA	TVS	ATV	ISTVA	

Merk den Gebrauch dises Täfelins, wo die Buchstaben nicht nach einander gesetzet werden nach ihrer Ordnung, da muss man die Gewichte gegen einander legen, nimb dessen etliche Exempla.

Ich soll haben 95 Pfund: such oben 90, zur lincken 5, so finde ich im Creutzwege das wort TVAIS. Das bedeut, dass ich die begerte 95 Pfund auff den zwayen Steinen T, V haben möge, wann ich die drey A, I, S dargegen lege, dann V ist hie der letzte nach dem Alphabet vnd bedeutet den grössesten Stein von 81 Pfunden: was aber hie nach V folget, nemblich A, I, S, gehet sonsten im a b c vorher, vnd bedeutten alle drey klainere Gewichte, nemlich 1, 3, 9.

Ich hette gern 40 Pfund. Such 40 oben vnd C zur lincken, so findestu AIST, bedeuttet, du sollest A, I, S, T zusamen in ein Schalen legen vnd nichts dargegen

in die andere, dann T ist der grösseste Stein, vnd folget keiner nacher: vnd stehen die Buchstaben nach ihrer Ordnung, die sie im Alphabet haben.

Ein Wagmeister kan mit dem sechssten Stain, der da 243 Pfund wigt, auf 364 pf. kommen, mit dem sibenten, der 729 pf. hette, käm er auff ailff Centner, also dass er nicht eins einigen Gewichts mangelte von einem an biss auff 1093 pfund.

97. *Oesterr. Traidmaass mit der Eich, Gewicht vnd ausländischen verglichen.*

In mehrerwehntem Keys. General von Anno 1570 wirt der Statt Steir alte gupffte Metzen zu einer durchgehenden Landmetzen geordnet, doch dass solche gupffte Metzen in ein new gestrichen caement verwandelt vnd fürauss nur gestrichen verkaufft werde: die hab ich von dem geschwornen Aussmesser zu Lintz entlehnet, mit Wasser angefüllet, das hat gewegen 120 Lintzer Pfund, vnd ist gewest 52 Achtering weniger vmb ein Seidl oder halbs Seidl, dann es kan mir an der Halbkandel innen soviel behangen sein, indem ichs 100mal aussgossen. Also sihestu dass, als vil Pfund Wassers in einem Emmer seind, gleich sovil halbe Achteringe gehen in ein Metzen. Ferners ist zusehen, dass die Metzen gerad fünff viertel eines Emmers, oder 4 Metzen 5 Emmer halten nach dem Raum, vnd mag also das Traid in eim Fass auch mit dem Visierstab erkundigt werden, wann man die Visier dess Fasses multiplicirt mit 4 vnd was kompt mit 5 dividirt, so findet sich die Anzahl deren Metzen so ins Fass gehen. So aber du einen runden Traidhauffen, der wol auffgupfft, auss No. 25, oder so nider gesessen vnd stumpff, nach No. 35, oder einen Sack mit Traid, so einem Kasten gleich hoch angeschüttet, nach No. 24, oder wie es die Gelegenheit mit dess Hauffens Figur erfordert, messen woltest, so brauche die gleiche Puncten am Visierstab vnd rechne den Leib, den dividir hernach durch 31440000, dann sovil gehet in ein Lintzer Metzen. Weil dann nun ein Oesterreichischer Emmer zwoen Römischen *Amphoris* oder sechs *Modijs* gleichet, als wirdt ein Oest. Metzen oder Strichmass achthalben *Modios* machen, vnd hingegen ein *Modius Romanus* ist ein wenig mehr dann vnser halbes viertl.

Der Praager Strich aber, so vor einem Jahr im gantzen Königreich Böheim bestettigt worden (deren mir einer zukommen), thun drey vnser Obder-Enserische vier Metzen, vnd ist diese Traidmaass in Oesterreich vnd Vngern noch vil mehr vnderschidlich, wie auss folgendem Täfelin zusehen, das ich auss einer mir von dem Kays. Proviant-Ampt beschehenen Communication gezogen vnd auff die Lintzer Metzen (deren alda, wie auch im Land vnder der Ens, 30 für eine Muth gerechnet werden), nicht weniger auff die Wiener Muth (zu 31 Metzen gerechnet) gerichtet habe. (Ein Metzen fast ein Artaba. 6 Metzen geben ein Corum, Hebr. Ein Sacum ein Viertel Emmers vnd 5 saca ein Metzen. Ein Ephi nicht gar ein Emmer. Ein Gomor oder Assaron drey Achtering. Ein Cab oder Choenix weniger dan 2 Achtering, 5 Cori ein Muth.)

	Auff Enser	Auff Wiener	Auff Vnder-Enser Landmass
Wiener	$54\frac{3}{4}$	31 Metzen oder ein Mut	$93\frac{1}{2}$
Vnter Enser Landmass	$37\frac{1}{2}$	$21\frac{3}{8}$	30 Metzen oder ein Mut
Pressburg	$37\frac{1}{4}$	$21\frac{1}{4}$	$29\frac{5}{8}$
Comarn	$34\frac{1}{4}$	$19\frac{1}{2}$	$27\frac{3}{8}$
Hungarisch Altenburg	$33\frac{1}{3}$	19	$26\frac{2}{3}$
Stain am Anger	$31\frac{5}{8}$	18	$25\frac{1}{4}$
Raab, Günss, Genssdorff	$30\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{2}$	$24\frac{5}{8}$
Ob der Enser Landmaass	Ein Mut oder 30 Metzen	$17\frac{1}{8}$	24
Oedenburg	$29\frac{3}{8}$	$16\frac{5}{8}$	$23\frac{1}{3}$
Rackerspurger, Görtz, Grätzer Viertel	$25\frac{5}{8}$	$14\frac{5}{8}$	$20\frac{9}{16}$
Prager Strich	$22\frac{1}{2}$	$12\frac{7}{8}$	$18\frac{1}{16}$

Die Römische oder Griechische Medici haben vor Zeiten ihr Traid viel gewegen, das ist aber von mehrerley Vrsachen ein betrüglich Gewicht, wie meniglich bewusst. Jedoch vnd damit ich auch diss nicht vmbgehe, sonderlich wegen der Fuhr zu Land vnd Wasser, hab ich ein Traid, fünff Monat alt, im trucknen 1615ten Jar jenseit der Donaw nicht weit von Lintz gewachsen, nach dem Metzen gewegen 92 Pfund, Waitzen 97 Pfund, das Wasser aber in der Metzen 129 Pfund, darauss volgt, dass ein Schiffdreyling oder 30 Emmer Weins so schwär sey, als 42 Metzen Traid oder 40 Metzen Waitz.

Hierauff beruhet nun die Schiffrechnung, dann ein Schiffherr den Vberschlag leichtlich machen kann, was es mit Wein vnd Traid, Zillen vnd Rosse für einen Absatz gebe. Was ich diss Orts für Bericht eingenommen, findet sich in nachfolgendem Täfelin.

Schiffzillen	Dreyling	Lintzer Muth Waitzen	Ross
Ein fünfferin	8. 9. 10.	11. 12. 13.	4. 5.
Sechserin	11. 13. 15.	14. 17. 20.	6. 7.
Gmainstetnerin	16. 17.	21. 22. 23.	8.
Sibnerin	18. 21. 24.	24. 28. 32.	9. 10.
Irrerin	25. 28. 31.	33. 38. 42.	11. 12.
Achterin	32. 36. 40.	43. 48. 53.	13. 15.
Hohe Naue*)	80. 90. 100.	107. 120 133.	30. 33. 36.

Wann man dann scheittert, fragt es sich, was die Fässer halte, dass sie nicht sincken. Antwort, nur das Holtz machet sie ein wenig herfür gucken, oder so eins wahn liegt, stehet es vmb sovil empor. Das nemen die Schiffleute wol in acht, vnd bauen der Gefahr zeitlich für: besser ausstruncken dann versuncken. Sonsten hat der Wein fast gleiche Schwäre mit dem Wasser, blibe für sich allein so bald vnden als oben im Fluss, nach dem jhn der Schwal truege. Sol also, diser Rechnung nach, ein trenckt Schiff mit lauter Wein geladen, nicht gar versincken.

Mit der Traidfuhr hat es grössere Gefahr, dann obwol das Traid droben leichter befunden worden dann der Wein, ist es doch allein von solchem Traid zuverstehen, das mit sampt dem Lufft, der zwischen den Kernlin Platz hat, in einem Schiff oder Gefess eingefangen ist, also dass kein Wasser darzu kan, wann aber das Wasser darzu kan, so sincket ein jedes Kernlin für sich darinnen, vnd also auch die gantze Last, dann das Wasser treibt die Lufft auss.

98. *Gewicht vnd Bewerung der Metallen vnd anderer wagmässiger Sorten.*

Wie nun droben No. 13. gemeldet worden, dass Gewicht vnd Leib oder Raum mit einander gehen, als ist hie anfenglich vnd ferners zu mercken, dass solches nur dannzumahl gelte, wann man vberal in der Regel detri von nur einerley Zeug handelt. Es seind aber die Metalla vnd andere flüssige oder truckene, harte Zeuge sehr vngleich, einer schwärer vnd gedigener als der

*) Schiffrechnung: Schiff vnd Clozillen werden von einer gewissen Form vnd Zubereittung verstanden, nicht aber von einer bestimpten Grösse.

ander. Vnd wann man dann von zweyerley Zeugen auff einmal handelt, so merck fürs ander, dass Raum vnd Gewicht einander auswechsslen vnd die Proportion gerad vmkehren.

Zum Exempel, wann ich hette dess Wassers vnd dess Quecksilbers jedes ein Seidl, so ist das Quecksilber 15mal schwerer, vnd hingegen wann ich beiderley Zeug in gleicher Schwäre nimb, so ist dess Wassers 15mal mehr nach dem Leib oder Raum.

Disem nach haben auch die Authores, welche alles abgewegen, vnderschidliche Berichte gethan, wie ein Zeug oder Metall sich gegen dem andern verhalte, etliche nach dem Gewicht, etliche nach dem Raum, etliche auch nach den diametris ehnlicher Kugeln, welche, wie bey No. 13. gelehrt worden, nur das drittheil so weit von einander seind als die Leiber.

Weyland Lasarus Ercker, Probation-Meister in Böheim, in seinem andern Buch vom Gold probiren am 60. Blat lehret fein Gold vnd Silber durch ein Loch zu Dräten zu ziehen, vnd dann gleichlange Trümmer abzuzwicken vnd auff der Probirwag (die er mit jhrer gebürlichen Subtiligkeit vnd Zurüstung nach aller Notdurfft beschreibt) abzuwegen. Hie werden nun alle Dräte gleicher Dick vnd Lenge, seind derhalben am Leib oder Raum gleich, vnd gewinnen vngleiche Gewichter: dann das fein Silber hat jhme gewogen 227 Marck 4 Lot, das Gold 405 Marck 8 Lot, auff dem verjüngten Probation-Gewicht. Solte jhme, als einem Probation-Meister, billich zu trauen sein, wann gewiss wäre, dass die Dräte einander allerdings gleich, nicht krumb getriben, auch das Zihen sie so gedigen gemacht, als das Gepräg.

Bodinus de Rep. am VI. Buch vnd Theatro Naturae lib. II. fol. 261 berufft sich auff Franciscum Fuxaeum Candalam, nennet ihn Gallicum Archimedem, dieser hat auch Dräte gemacht auss allen 6 Metallen, hernach einen Draat in ein Fischbain gedruckt vnd die Form mit Quecksilber angefüllet, der sol auch berichtet haben, dass es sich nicht thun lasse, dass man die Metalla schmeltzen, vnd ein sonderliche darzu gemachte Flasche von einem jeden voll angiessen wolte, dann wann sie erkalten, sollen sie sich setzen, eins mehr dann das andere. Das wil Bodinus mit dem Eiss bestettigen, irret sich aber, dann wann ein Wasser zu Eiss wirt, ist es nicht kleiner, sonder grösser worden, sonsten würde es nicht obschwimmen, nicht die Krüge vnd Gläser zutreiben, nicht in den beschlossnen Tragbutten vbersich quellen. Er selber Bodinus hat Erden, Saltz, Aschen, Oel, Wein, Meer- vnd süess Wasser mit einem Gefesse gemessen vnd gewegen. Es ist aber vil ein anders, Erden, Saltz vnd Aschen trucken zu wegen, wie ein Traid in einem gehüben Gefässe, vnd dasselbe seiner gedignen Substantz nach vnd mit Aussschliessung dess zwischeneingemischten Luffts abwegen, welches nicht ohne Wasser geschehen kan.

Johannes Baptista Villalpandus, ein guter fleissiger Mann, der doch auch Christophorum Grüenbergern Matheseos Professorem zu Rom auss seiner Societet zu sich gezogen, hat auss 6 Metallen gleiche Würffel oder Cubos gemacht, eines Lintzer Zolls, oder doch 20 Puncten lang, breit vnd hoch, die flüssige Sorten aber mit Gefessen, so inwendig disem cubo gleich geformirt gewest, angefüllet: das Wasser, so drein gangen (doch auss einem grössern Gefess herab getheilt), hat jhme gewogen 148 hochteutscher Pfenning, das ist nahend 14 sc. Apoteckergewicht. Oel, Hönig vnd dergleichen hat er von den alten Medicis vbernommen. Beklagt sich doch der Vermischung der Metallen, so auch dess Traidgewichts, Ungleichheit halben.

Thomas Hariotus ein fürtrefflicher Philosophus in Engelland hat vor 7 Jahren mit mir Briefe gewechsslet vnd mir die Gewichte nur der durchsich-

tigen Materien communicirt, von einer sehr tieffen speculation wegen, setzet auch das Gewicht. Wie er aber gewegen, hat er nicht beygefügt, wie auch die folgende nicht. (Comp. Vol. II. p. 76.)

Brechtler Büxenmeister vnd Hüllinger Güesser haben zwar die diametros der Kugeln gleicher Schwäre (auff die 3 oder 4 schiesslötige Zeuge) gesetzt, sie haben aber auch zu den gleichen Lengen der diametrorum gegen einander vber beygesetzt, wievil jeder Zeug (einer solchen Kugel gross) wege. Vnd achte ich, dess Brechtlers Angab werde auss Georgio Hartman Mathematico genommen sein, der vmb das Jar 1540 den Massstab auff die Büxen erstlich (wie Hulsius fürgibt) erfunden, Brechtlern wigt ein Kugel, die 138 meiner Puncten am diametro hat, am Stein 14, Eysen 50, Bley 75 Nürnberger Pfundt, darzu mir jhrer Mst. Müntzmeister Lasantz den diametrum zu 4 Nürnb. Pfund Zin, meiner Puncten $61^1/_4$ lang, communicirt, wäge also die vorige Gröss an Zin 45 und ein 5thail Pfunds. Hillinger aber gibt der Kugel, so meiner Puncten 84 hat (nahend das latus cubicum zu einer Oesterreichischen Achteringe, das ist 85) an Stein 3, Eisen 10, Mess 12, Bley 16 Wiener Pfund; waiss nicht was für Mess er meinet.

Anderst helt es sich mit Michaëlis Coigneti Ertzh. Mathematici zu Brüssel Proportional Circkeln (dessen Frantzösische Instruction drüber mir nur schrifftlich zusehen worden), so auch mit den Paduanischen vnd andern: dann da setzet man nur die diametros der Kugeln, so gleich wegen, derowegen ich sie gar genaw in 2, 4, 8, 16, 32, vnd so fortan getheilt, vnd auss Clavij Tabula Cubica die Cubos auff jede Zahl, so ich gefunden, aussgeschriben, auss diesen hernach das Gewicht auff jede von gleicher Gröss gerechnet. Doch gibt Coignetus auch den diameter einer eisenen Kugel, so zu Brüssel 10 Pfund wigt, meiner Puncten $83^1/_2$ lang. Träffe nahend mit Hillingern zu, wann sie einerley Pfund gehabt hetten.

Weil dann ein ziemlicher Vnderschaid zwischen den authoribus, wie auss folgendem Täfelin zu ersehen, hab auch ich mich dahinter gemacht, in sonderlichem Bedencken, dass ein Philosophus auss fleissiger Betrachtung dess Gewichts an einem jeden Zeug trefflich viel vnd offtermals mehr erlernen könde, dann ein Alchimist auss dem Fewr, vnd lass ich mich beduncken, die Tinctur auff 100 M, wie es die filij sapientiae fürgeben, könde nur durch das blosse Gewicht jhres lapidis philosophici widerlegt werden. Gleichwol hab ich nur angefangen, wil derhalben meine Processe sampt den Materien, dem Leser zur Nachfolg vnd Verbesserung, beschreiben.

Erstlich Wasser, Wein vnd Oel hab ich in meiner Oest. Halbkandel gewegen. Schmalz nur nach der gemeinen Schatzung geschätzt, weil vil am leutern glegen vnd desthalben nicht alles so genaw gleicher Schwäre ist. Wachs schwimmet im Oel, fellt im Wasser zu Boden. Eis schwimmet im Wasser. Augstein schwimmet in einer gar starcken Laugen von Waidaschen, fellt in einer linderen zu Boden. Diese Sorten habe ich nur nach Gutachten gegen einander verglichen. Ein grosse Steinkugel von hartem grawgespreckelten Obder-Ensischen Werckstain, am diametro meiner Puncten 312, hat sich nicht schicken wöllen in ein Wasser zu sencken, die hab ich nach dem Leib gerechnet durch den Zusatz Fol. 586, ist gewesst 15902390 und hat gewegen 162 Pfund 12 Lot Lintzer Gewicht; so auch zwo marmelsteinene Kugeln, meiner Puncten 55, 42 vnd 2 drittheil, vnd damit das Werck desto besser bezeuget sey, hab ich auss jhren Gewichten 415 sc. vnd 197 sc. (oder erlengert 415000000 vnd 197000000) die Wurtzeln auss Clavij tabula gesucht und gefunden 746, $582^1/_2$. Summa 1320 gibt Summam baider gemessner

diametrorum 96 vnd 2dritthail, folgen die diametri corrigirt 54 vnd 1drittheil, 42 vnd 1drittheil, ist genaw genug. Also hab ich auch Zin vnd Bley in ein gedrät messen Gewichtschüsselin gegossen, vnd oben abgeriben, hernach das Schüsselin mit Wasser, vnd wider mit Quecksilber angefüllet, vnd mit einer Fläche oben drauff gedruckt, damit was sich zuviel vber die Schüssel aussgeschwiblet, darvon gesprungen, vnd hab jedes gewegen. Ich hab auch baide Zinn und Bley, wie Kegelstöcke nach meinen Puncten gerechnet, vnd mit dem Leib vnd Gewicht meiner Halbkandel verglichen, dieweil dess Wassers im Schüsselin wenig gewesst. Das Zinn ist von Schlakewald gewesst, vom vom Gatter, da er gezeichnet, das Bley auss Poln durch Krembs allhero gebracht, das Quecksilber auss Idria, dem Hauss Oesterreich zustendig.

Also kan man jhme thun mit allen regularischen Figuren nach Ausswelsung dess ersten Thails. Ich hab aber der Figur allein nicht getrawet, ob sie etwa nicht wohl gemacht vnd nicht gar regular wäre, sondern hab baide Marmel Kugeln, zwen Magnetstein, ein schwachen vnd ein kleinen sterckern, das Zinn, das Bley (vnd dessen mehrerley Stucke), ein hundert zu Steir newgeshmitte eisene Nägel, dess Zeugs auss dem Eisenärtzt, messene Gewichtstein von Nürnberg, Kupfer Zänd auch auss dem Eisenärtzt, vierzig alte Schlicksche Jochims-Taler, fünffzehen löttig (zuvor wol mit Laugen abgewaschen), Gold Zänd 60 Ducaten schwär, sodann auch Quecksilber etliche Pfund, eins nach dem andern in ein hohes enges Glas (dass doch die Taler hinein gemöcht) gestrichen voll Wassers, eingesenckt, das Wasser so jedesmals heraussgelauffen gegen seiner Grösse Metallen vnd Zeug mit dem Apoteckergewicht gewegen.

Das Wasser hab ich bey diser Subtilitet kennen lehrnen, wie es sich in seiner Zächheit ob dem Glass geschwüblet, dahero die Vexation erfolgt, als ob das Gold Wein zu sich ziehe, also dass eine guldene Ketten in ein Glass gestrichen voll Weins eingehen solle, so dass doch der Wein nicht vbergehe. Ja wol, wann das Glass weit vnd die Ketten klein ist, auch niemand das Glas rüttelt, so thut es nicht allein Gold, sondern Stain vnd Bain, im Wasser vnd Wein. Ob ich nun wol grossen Fleiss angewendet, dass das Glass jedes mahls gleich gestrichen voll seye, achte ich doch, der Sachen besser gerathen sein, so man ein Gefesse nimmet, das oben glatt abgerichtet vnd ein gerades Blatt drein getruckt wirdt, also dass das vberige Wasser etwa zu einem Löchlin aussspritzen möge.

Vnd weil das Saltz, trucken gelegen, vil Luffts in sich hat, habe ich ein gewisses Gewicht von Wasser in ein Glass gegossen, widerumb ein gewisses Gewicht klein gerieben Saltz gemählich drein geröhret, endlich auss einem gewegnen Wasser das Glass vollend angefüllet, das vberige Wasser wieder gewegen, das Glass aussgelähret, mit frischem Wasser voll angefüllet vnd auch gewegen.

Mit dem Gold aber hab ich auch diesen Process gebraucht, dass ich 25 Stuck ausserlesner alter, thails haidnischer, 2000jähriger Schaupfenninge an Gewicht 29 Vntzen, in ein Glass halb voller Wasser (so auch zuvor gewegen) gesencket: das Wasser vor vnd nach gezeichnet, wie hoch es zu baiden malen gegangen, hernach das Gold herauss genommen, das Glass wider biss zum obern Zeichen angefüllet vnd gewegen; vnd hette den Vnterschaid dess Wassers in einem regular Gefesse nur nach den vnterschidlichen Höhen auch ohne Wag rechnen könden, wieviel es wegen müsse.

Mess hab ich gegen Eisen vnd Kupfer gewegen, nach deren Kunst, die

Lasarus Ercker lehret in seim Probationbuch am 60. Blat, nämlich hab ich die Schalen weg gethon, baide Gewichte an blosse Fäden geknüpfet, vnd die Wag gleich instehen machen, hernach gemählich in ein Schaff mit Wasser gesencket, da dann das Mess für dem Eisen fürzogen; ob aber Kupffer dem Mess etwas fürziehe, hab ich nicht für gewiss ausszugeben. Vnd hat der besagte Author nicht vergebliche Hoffnung gehabt, dass dise Kunst zu erhöhen sey, darzu soll der Leser von mir dissmals disen Zusatz behalten. Wann also im Wasser dem fürziehenden Metall soviel genommen wirdt, biss es wider gleich instehet: so schwär Gewichts man jhme abnimbt, so vil wigt der Vberschuss Wassers, welchen das leichtere mehr austreibet, dann das schwärere geminderte. In gleichem auch so man dem leichteren zulegt.

Auss disem einigen Griff kan man die Metalla auch ohne ein Glass gegen einander vergleichen, welches aber einander mal von mir geshehen soll. An jetzo wil ich aller Authorum Meinung in einem Täfelin gegen einander in einerley Zahlordnung vergleichen: dabey mercke, wa ich dess Authoris Namen gantz gesetzet, da hab ich desselben Meinung angefangen vnd jhme dieselbige Zahl mit Fleiss geben.

99. *Wasserprob auff Silber, Gold, Zin vnd Bley, auch Bergärtz, wieviel eins jeden vnder dem andern.*

Dise Kunst hat Archimedes erfunden. Dann als ein Goldschmid mit einer guldenen Cron grossen Betrug begangen, vnd König Hiero in Sicilia gern gewusst hette, wie gross der Abtrag wäre, darüber sich Archimedes besinnen sollen, ist er mit disen Gedancken ins Bad gegangen; vnderdess er nun den Leib in ein Wannen gesencket vnd war genommen, wie hoch das Wasser gestigen, ist jhme mit dieser Gelegenheit der Griff eingefallen, darüber Er nackend heraussgesprungen vnd für Frewden auffgeschrien, *Gefunden.*

Bodinus zwar würfft dem Archimedi recht für, dass dise Kunst vnvollkommen, dieweil auch dreier vnd mehrerley Sorten (als Gold, Silber vnd Kupffer) vndereinander gemengt werden könden: vnd diss ist war, die Kunst hat hie nicht allerdings statt, sondern thut mehrerley Ausssprüche, wie man in Regula Alligationis lehrnet, doch seind auch hie etliche nutzliche Regeln zubehalten: 1. Wann das Metall durch No. 98. wirdt gefunden so schwär als Zin oder Gold, so ist es lautter Zin oder Gold. 2. Wann es hat Silberoder sonst eins Metalls Schwäre, das da zwischen Zin vnd Gold wigt, so ist es eintweder desselben Metalls gantz, oder es ist nicht allein von einem leichtern, sondern auch von einem oder mehr schwärern etwas drunter. 3. Wann es zwischen zweien benachbarten Metallen das Mittel helt, so hat es auch von baiden etwas, oder von andern, die einstheils noch schwärer, andern thails noch leichter seind. So aber gewiss, dass nur zweierlei vndereinander, so erkundige durch No. 98, was baide, so gross als das fürhabende Stuck, fein wegen vnd. merck den Vnterschaid zwischen allen dreyen Gewichten vnd handel nach detri.

Nimb ein Exempel: es wär ein Ketten furhanden, die so viel oder so schwär Wassers auffsteigen machete (oder so gross wäre) als 1875 Gran fein Goldes, oder als 910 Gran rein Kupffers (nach Villalpandi proportion), sie aber wäge 1500 Gran. Zeuch ab 910 von 1875 vnd von 1500, bleibt 965 vnd 590. Wann dann 965 gibt alle 1875 Gran fein Gold, so wirdt 590 geben $1151\frac{1}{2}$ Gran fein Gold, vnd also die vberige $723\frac{1}{2}$ Gran Kupffer. (Error calculi. Prodeunt 1146,4 grana pro 1151,5).

Lasarus Ercker lehret diss erkundigen ohne Rechnung, nur mit Zulegung feinen Golds vnd mit Abnemung feinen Silbers, wann es in Wasser empor stehet, oder das Gegenspiel, wann es im Wasser fürziehet, und diss so lang, biss die Wag baids in- vnd ausserhalb dess Wassers jnnen stehet, damit also gleich soviel gesöndertes fein Silber vnd Gold in die eine Schalen komme, als viel in der andern eines jeden vermischt lige. Es gehet aber langsam zu, sonderlich mit dem offtmahligen abtrücknen.

Täfelin von Vergleichung allerhand wagmässiger Sorten.

Gold	196160.	C.
	193875.	F.
	187500.	V.
	185308.	K.
	183964.	K.
	180000.	Ercker.
	177778.	P.
Quecksilber	150000.	V.
	144750.	F.
	136114.	K.
	133900.	K.
Bley.	128000.	Hi.
	124750.	F.
	120000.	Br.
	118272.	C.
	116500.	V.
	114598.	P.
	111692.	K.
	107431.	K.
Silber.	116125.	F.
	112084.	E.
	105174.	P.
	104464.	C.
	104000.	V.
	102692.	K.
Kupffer.	95479.	C.
	91125.	F.
	91000.	V.
	89213.	P.
	86267.	K.
Mess.	96000.	Hi.
	85333.	K.
Eisen.	80943.	C.
	80875.	V.
	80362.	K.
	80000.	Brechtler, Hillinger
	79535.	P.
	79250.	F.

Zinn.	75000.	V.	Fuxeus, Cognetus, Paduanisch Instrument.
	74727.	K.	
	72309.	Br.	
Marcasiten.		Bo.	
Magnet.	45851.	K.	
	45714.	K.	
Marcasiten.		Bo.	
Marmelstein.	29384.	C.	
	27955.	P.	
	26266.	K.	
	26100.	K.	
Crystall.	26505.	Ha.	
Sal. Gemm.	26208.	Ha.	
Glaass.	25760.	Ha.	
Stein.	26481.	C.	
	26190.	P.	
	25168.	K.	
	24000.	Hi.	
	22400.	Br.	
Saltz.	23453.	K.	
	14375.	Bo.	
Erden.	16875.	F.	
	12432.	Bo.	
Hönig.	15000.	V.	Galenus.
Syrup.			Heurnius.
Meer- oder Saltzwasser.	12162.	Bo.	
	12017.	Ha.	
Eben-Holtz, Buxbaum, Brasilienh. Guaiacum.		Bo.	

Scharffe Laugen		K.	
Agstein. Gummi.	10744.	Ha.	
Linde Laugen.		K.	
Brunnwasser.	10000.		Villalpan. Hariotus. Kepplerus.
Rotwein.	10000.	Bo.	
Regenwasser.	9997.	Ha.	
Destilirter Essig.	9973.	Ha.	
Essig, Bier, Purgirtränckel.			Heurnius.
Spanischer Wein.	9946.	Ha.	
Oest. Wein.	9946.	K.	
	9876.	K.	
Weisswein.	9757.	Bo.	
Aschen.	9757.	Bo.	
Eis.		K.	
Wax.	9583.	K.	
Oliven-Oel.	9462.	Bo,	
	9166.	K.	
	9154.	Ha.	
	9000.	V.	Gal.
Oel, Blut.			Heurnius.
Terpentin.	8704.	Ha.	
Brandtwein, Aqua vitae.	8394.	Ha.	
Spiritus Vini. Blut.			Heur.
Schmaltz.	8026.	K.	
	8000.	K.	
Petroleum rectificatum.	7971.	Ha.	

100. *Wie der Visierstab auch auff das Geschütze vnd Kugeln von Bley, Eisen, Stein vnd Marmeln zu gebrauchen.*

Wie der Gast, also der Becher vnd der Trunck, ein schlechter Kellner, der sich nicht waisst nach eines jeden Gasts Humor zu accommodirn. Derhalben auch dem Visierstab nicht für vbel zu haben, ob er sich schon biss-

weilen ausserhalb dess Kellers vnd Weinfasses auch zum Ernst brauchen lesset, vnd auss einem grossen Canon einen Obder-Enserischen Märtinsberger, Spitaler, Eisenärtzter zu Steir abgezogen, oder auch einen edlen Polnischen Trunck einschenckt.

Weil dann die gemeine Regel ist, dass so schwär ein jede Kugel ist, halb so schwär Pulvers auff die Ladung gehörig, so messe mit dem Visierstab den diameter am Mundloch dess Geschützes. Dann was anlangt die gemeine gleiche Puncten am Staab, ist zu wissen, wann ich neme den Cubum von der obermelten Steinkugel diametro 312, nämlich 30371328, vnd jne thaile mit dem Gewicht der 162 pf. vnd 12 Loth, so kommt 187044, darauss die cubische Wurtzel ist 57 vnd ein fünfftl, das seind 3 Lintzer Zölle, die geben den diameter zu eim Lintzer Pfund harten Lintzerstains, allerdings wie Brechteler den diameter eines Pfundstains Nürnberger Gewicht 3 Nürnberger oder Lintzer Zölle lang gibt. Wirdt also sein Stein waich vnd soviel leichter gewesst sein, dann der vnserige, als viel das Nürnberger Gewicht leichter ist, dann das Lintzer.

Stain-Kugel	1.	8.	27.	64.	125.	216. Pfund.
Diameter von	3.	6.	9.	12.	15.	18. Zöllen.

Was da anlanget die Wein-Eichthailung auff dem Visierstab, findet sich eine schöne Vergleichung, dass die Visier auff anderthalb Achteringe, nämlich $114^1/_2$ oder 6 Seidlen, geben den diameter auff 8 Pfund Stein. Also magstu sicherlich allwegen 3 Seidlen für 4 Pfund Stein nehmen, vnd vom Marmelstein nach meinem Gewicht das 26. Pfund mehr. Vom Eisen aber nimpt man allwegen 16 Pfund für 5, vnd machen also allwegen 15 Seidlen 64 Pfund Eisen, ein jedes Seidl mehr dann 4 Pfund. Entlich vom Bley nimbt man 4 vnd einhalbs oder ein dritthail Pfund für jedes Pfund Stain, darmit gäbe die Visier eins jeden Seidls den diameter zu einer Kugel von 6 Pfund Bley nach meinem Gewicht. Anderer Authorum droben No. 98. angegebene proportiones, weil sie doch sehr different, lass ich einen jeden der Lust hat die Weil zu kürtzen, selber aussforschen vnd auff das Oesterreich. Gewicht reducirn.[10])

E N D E.

Erklärung der gebrauchten geometrischen Wörter vnd Terminorum.

Saag, Crena.
Taufeln, Tafeln, Taugen, Tabulae.
Frösche, Velgen, Margines tabularum, Apsides.
Bauch, Venter dolii.
Beyhel, Spontloch, Orificium infusorium.
Emmer, Amphora.
Dreyling, Dolium magnum.
Eych, Mensuratio, Capacitas mensurata, Character capacitatis index. Locus exactae mensurae.
Hemstab. Visierruthen, Virga mensoria cubica, bacillus, Specillum exploratorium.
Strich, Riss, Zug, Linea.
Strecke, Geräde, Recta.
Grundstrich, Bodenlini, Basis figurae planae.
Schrancke, Zaun, Vmbzeununge, Perimetros.
Seitte, Latus plani.
Langes Eck, Scherffe, Reiffen, Latus solidi.
Lenge, longitudo.
Breitte, latitudo.
Höhe, altitudo.
Tieffe, profunditas.
Lähn, acclivitas, planum acclive.
Dicke, diameter solidi.
Zwerlini, Querlini, Durchzug, Diagonios, vel quasi. Transversalis ab orificio ad fundum dolii.
Platz, Feld, Feldung, Superficies, area.
Wand, Solidi planum vel hedra.
Boden, Basis plana solidi.
Tisch, Planum superius parallelum Horizonti.
Fläche, plana superficies.
Kraiss, Circkel, circularis linea.
Vmbkraiss, Circumferentia.
Circkelfeld, Circuli planum.
Circkels Durchzug, Breitte, Höhe, diameter circuli pro ratione situs.
Weitte, diameter circuli; etiam longitudo circumferentiae circuli.
Ablenger Circkel, Ellipsis.
Eylini, circumferentia ellipticа, ovalis.
Bogen, Arcus.
Senne, Vnderzug, Chorda, Subtensa.
Halbe Senne, Sinus.
Boltz, sinus versus, Sagitta.
Circkelzaan, Sector Circuli.
Circkelschnitz, Segmentum Circuli.
Anstreicher, Tangens.
Durchschneider, Secans.
Anstehen, inscriptum esse.
Rundung, curva superficies.
Geviert, quadratus.
Vierung, Quadratum.
Ablenge Vierung, Parallelogrammum rectangulum longum.
Fürgehend, continuatus.
Gesellet, conjugati.
Gleichlauffend, lineae parallelae.
Winckel, Spitz, Angulus.
Scharff, acutus.
Stumpff, obtusus.
Seiger, Höch, Perpendiculum.
Rautten, Rhombus.
Spiesseckich, Trapezium.
Geordnet, regularis.
Gleich, aequalis.
Enlich, similis.
Schick, Ratio, Proportio.
Schnit, Sectio.
Schnitz, Segmentum.
Leib, Fülle, Griff, Corpulentia, Soliditas.
Volle, Vollei bige, Leibhaffte, beschlossene Figur, Corpus, Solidum.
Raum, Spatium, Capacitas.
Gewicht, Schwäre, Pondus.
Würffel, Cubus.
Gewürffelt, würffelrecht, würffelgantz, cubicus.
Wurtzel, Radix, quadrati per numerum expressi latus numero expressum.
Cubicwurtzel. Cubi numeralis latus numerale.
Quaderstuck, viereckte, gevierte Seulen, Parallelepipedum.
Gerade Seulen, Parallelepipedum rectangulum.
Zwerstuck, Speidel, Kegel-Wecken, Prisma.
Zugespitzte Seule, Pyramis.
Runde Seule, Welle, Walger, Waltzen, Cylinder.
Täller, Rad, Cylinder humilis latus.
Kugel, Globus, Sphaera.
Ablenge Kugel, Ay, Sphaeroides longum.
Gedruckte Kugel, Linse, Sphaeroides latum.
Kugelzaan, Sector globi.
Kegel, Conus.
Kegelschnitt, Sectio conica, Parabola vel Hyperbole.
Schnitz, Segmentum solidum.
Kegelschnitz, segmentum coni interminatum deorsum.
Stumpff, Residuum.
Güpffel, Wüpffel, Wirbel, Vertex.
Graat, Axlini, Axis.
Gürtel, Zona tornatae figurae.
Hütlein, Segmentum superficiei globi.
Trum, Apotome.
Stock, Truncus.
Rinden, Limbus cylindri, Coni.
Rock, Tunica.
Rucken, Margo rotundatus longus.
Lehr, Norma in torno.
Ring, Annulus.
Bschlossner Ring, Annulus strictus.
Apfelrund, Malum.
Citronenrund, Citrium.
Heyschober, Conoides Parabolicum.
Berg, Arbishauff, Conoides Hyperbolicum.
Kegel darauss diser geschelet, Conus Asymptoton.
Olivenrund, Oliva.
Zwespenrund, Prunum.
Spuelrund, Fusum.

Register aller Numerorum vnd fürnemisten Lehren in disem Buch begriffen.

Erster Theil. No. 1. Von Notwendigkeit dess Visierens. 2. Vnderschaid dess gmeinen vnd dess Oest. Weinvisierens. 3. Inhalt dess gantzen Büchlins. 4. Von eusserlicher Gestalt eins Weinfasses. 5. Von kunstlichem Messen allerhand runder Sachen. 6. Dess Circkels Vmbkraiss vnd diametern, eins auss dem andern zurechnen. 7. Vom Vmbkraiss der Aylini. 8. Wie das Maass zu verstehen. 9. Was Sennen, Boltz, Anstreicher, Durchschneider haisse, wa zu finden, item vom Canone sinuum. 10. Zurechnen die Sennen, den Boltz oder den diameter. 11. Erklärung der dreyerley Massorten oder quantiteten. 12. Wieferne die vnderschidliche Sorten sich zusamen schicken in die Regel detri. Item fol. 509. ein nutzlichs Täfele zu den Bögen, Feld, Zänen vnd Schnitzen im Circkel, so auch zum Feld vnd Zänen der Kugel. 13. Dass die Sorten vndereinander vermenget, sich nicht allwegen zusamen in de tri schicken, sondern in decinq vnd de sept. Schneiderrechnung fol. 511. Geschütz- Fass- vnd Goldschmidrechnung fol. 511. 512. 14. Von der Feldung in einem Circkel. 15. Feldung dess ablengen Circkels vnd mit dem gerechten verglichen. 16. Allerhand Felder von geraden Strichen eingeschlossen. Feldmessen. Item geordnete Figuren im Circkel vnd vmb den Circkel. 17. Vom Feld im Circkelzaan vnd im Circkelschnitz, auch darzu fol. 515. ein nutzliches Täfele. Hieher gehört auss No. 89: gerechte vnd ablenge Circkelschnitze gesellet. 18. Feldung im Kegelschnit. Hieher gehört auss No. 89: Parabolae gesellet. 19. Vom runden Feld oder Tach am Kegel. 20. Vom gantz runden Feld an der Kugel. 21. 22. Vom runden Feld am Kugelschnitz. 23. Feld am Cylindro oder Wellen. 24. Vom Raum der Seulen vnd Wellen. 25—28. Vom Raum der zugespitzten Seulen vnd Kegeln. Hieher gehört auss No. 89. der Zusatz am 586. Blat: Zuwissen etc. 29. Was Kegelschnitte oder Walgerschnitte seyen, vnd wievil derselben. 30. Ordnung vnd Aigenschafft deroselben. 31. Die Aylini vnd andere Kegelschnitte behend auffzureissen. 32. Was für volleibige Figuren auss den Kegelschnitten kommen, biss auff die Figur eines Fasses. Item fol. 527. wie die vngestalte Stucke nach jrem Raum zumessen. 33. Vom Ay oder ablengen Kugel. 34. Vom Hewschober. Hieher gehört ein Zusatz auss No. 89: Parabolica Conoidea. 35. Vom Berg oder Arbishauffen. 36. Vom Kugelzaan. 37. Vom Kugelschnitz. 38. Mehr hiervon vnd fol. 533. ein nutzliches Täfelin zu den Kugelschnitzen. Das Exempel verstehe auss der Bruchrechnung fol. 547. 39. Was die gerechte vnd ablenge Kugeln für Schnitte gewinnen. 40. Von ablengen Kugelschnitzen, darzu gehört auss No. 89. ein Zusatz: Gerechte vnd ablenge Kugelschnitze gesellet. 41. 42. Von Spältlen. 43. Der Kugel Gürtel oder Riemen. 44. Von Spälten oder Scheittern auss der Wellen, item von Röhren: Wasserrechnung fol. 535. 45. Von Trümmern der Seulen vnd Wellen. 46. Von Zwerstucken oder halben Seulen, vnd Wasserabgraben; Schütt-, Schantz- vnd Maurrechnung. 47. Von kleinern Walgerspältlin. 48. Vom Kegelspalt. 49. 50. 51. 52. Vom Kegeltrumm vnd Stock. 53. 54. Walgers vnd Kegels Rinden vnd Rock. 55. Kegelschnitze, davon besihe auch fol. 554. etwas. 56. Von Ringen. 57. Vom bschlossnen Ring vnd Kugel drinnen. 58. Von Apffel-, Quitten- vnd Kürbisrundungen. 59. Von der Citronenrundung vnd rechten aigentlichen Fundament der Fassrechnung. 60. Dise abgestutzt wie ein Fass, fol. 547, eine behende Bruchrechnung vnd völliges Exempel zur Fassrechnung. 61. Kegel gesellet. 62. Ablänge, gedruckte vnd gerechte Kugeln gesellet. 63. Kugelschnitze mit Citronenrundungen gesellet, vnd darbey ein kürtzere Rechnung der Fassform. 64. Von Oliven- Zwespen- Kriechen- vnd Spulrundungen, auch zun Fässern gehörig. 65. Wess Geschlechts ein jede Rundung oder Fassform sey. 66. Welche grösser vnd fähiger dann die andere. 67. Einen Schnitz von disen Rundungen zu rechnen.

Ander Thail. 68. Inhalt vnd wess Geschlechts ein jedes Fass sey nach dem Bauch. 69. Wann die Zäune gleiche Weite haben, welches Feld alsdann am grössesten. 70. Wann dess Feldes an den eussern Wänden gleichviel ist, welche Figur alsdann am meisten Raum

beschliesse. 71. Welche vnder allen Figuren vnderschidlicher Arten, so in einer holen Kugel anstehen, am fähigsten. 72. Welche auss allen viereckten Seulen vnd Platten, so in einer Kugel, am fähigsten; sammt einem Täfelin auff den Halt einer jeden. 73. Welche Wellen, so miteinander ein Zwerlini von einem Boden zum andern haben, am fähigsten sey. 74. Zu rechnen, wie lang ein jedes Fass zwischen baiden Böden jnnerlich, oder vom Beyhel biss oben oder vnden an Boden, nach der geräde. 75. Was ein Oest. Fass haisse, wie es zugerichtet werde, vnd wie es nach dem Boden, Taufeln oder Zwerlini zu rechnen. 76. Erste wunderbarliche Aigenschafft eines Oest. Wein-Fasses, nach der Lenge; vnd warumb dise Weise zu visiern nur allein in Oest. so gemein sey, vnd sonsten in keinem andern Land. 77. Die andere noch mehr wunderbarliche Aigenschafft eines Oest. Weinfasses vor andern ausslendischen, nach dem Bauch. 78. Wieviel die Oest. Visierruten an einem jeden vngewohnlichen Fass, das doch sonsten mit dem Oest. nach dem Bauch einerley Geschlechts ist, zuviel oder zuwenig sage, sampt einem Täfelin. 79. Vergleichung allerhand Fässer, die auch an den Bäuchen vngleich geartete Rundungen haben, welches vnder jhnen die Oest. Visierruthen am besten halte, sampt eim Täfele.

Dritter Thail. 80. Von Zubereittung vnd Probirung einer gerechten Oest. Visierruthen auff Emmer vnd Achteringe, sampt einem Täfelin hierzu. 81. Was für einen Bauch das erste Fass gehabt haben müsse, auss welchem die Oest. Visierruthen caementirt worden. 82. Wie das Fass gestaltet sein müsse, damit die Visierruthen dich nicht verführe. 83. Gebrauch der Visierruthen an Fässern vnd Böttungen. 84. Wann kein zugerichte Visierruthen zur Hand, wie die Oest. Fässer nichts minder behend zu messen, item das grosse Fass zu Heydelberg. 85. Wann das Fass nicht müsste auffgebeihelt werden, wie jhme alsdann mit der Oest. Visierruthen vnd Täfelin beyzukommen. Item Visier auff Pergamen. Item grosse Stucke Geschützes nach der Schwäre zu visieren. 86. General-Instruction vnd Widerholung, ein jedes Fass auss seinem rechten Grund zu rechnen. Item ein notwendig Instrument zu dess Bauchs Krümme. 87. Wie durch die Oest. Visierruthen auch andere ausländische Fässer, item Lägeln vnd Stäntner zu visieren, vnd hiermit der grösseste Thail der verdriesslichen Raittungen vbertragen werden möge. 88. Rechnung wieviel Weins auss einem Fass kommen, oder noch drinnen sey, wann es nicht gehebt ist, sondern gerad auffligt, sampt Verkürtzung dess Process vnd einem Täfelin, wievil Weins oberhalb der Böden stehe. 89. Etliche Zusätze zum ersten Thail, seind droben im Register eingetragen. Vnd darauss der Grund der vorgehenden Rechnung. 90. Durch die Visierruthen vnd Reiss-Circkel sampt einem Täfelin zu erfahren, wieviel Achteringe abgehen von jedem Emmer der ins Fass gehet, sampt einem Täfelin.

Anhang. 91. Vrsprung aller Messsorten, dess Apoteckergewichts vnd Pfundts auss der Müntz; was ein drachma vnd denarius. 92. Alt-Römisches Gewicht vnd Eich. Wie Gewicht, Eich vnd Schuch aneinander gehengt. Gewicht der Guldenen Müntz alt vnd new, auch nach der Medicorum Schatzung. Vnd warumb die Fein an Gold zu 24 Karath gezehlet werde. Dass das alte Röm. Gewicht bey den Apoteckern gebliben, beweiss durch Brunnwasser. Was ein Marck, was löttig Silber vnd Gold. 93. Lintzer Schuch vnd Eich miteinander, vnd baide mit dem Alt-Römischen, Hebräischen vnd etlichen ausslendischen verglichen. 94. Andere lange Massen mit dem Lintzer Schuch verglichen. Item alt Röm. vnd anderer Orten gebreuchiges Feldmessen. 95. Oest. Gewicht mit dem Apotecker-Gewicht verglichen, warumb das Pfund 32 Lot habe. Cölnisches, Niderlendisches vnd hochteutsches Müntzgewicht, Ducaten zu 17 Carat am Gewicht, zu 24 Carat am Gehalt. Gewichttäfelin durch gantz Europa. Oest. Gewicht mit der Eych verknüpfft. 96. Ein behendes Wegeń viler Gewichte mit wenig Steinen, vnd Täfelin darzu. 97. Oest. Traidmaass mit der Wein-Eich verknüpfft, sambt der Traidvisierung: mit alt Römischer, Vngarischer vnd ausslendischer Traidmaass verglichen durch ein Täfelin, Schifffuhr zu Traid vnd Wein, durch ein Täfelin. 98. Gewicht vnd Bewährung der Metallen vnd andrer wagmässiger Sorten, Täfelin darzu, nach vnderschiedlicher Authorum Meinung. 99. Wasserprob auff Silber, Gold, Zin vnd Bley, auch Bergertz, wievil eines jeden vnder dem andern. 100. Visierung der steinenen, eysenen vnd bleyenen Schiesskugeln.

IN STEREOMETRIAM DOLIORUM

NOTAE EDITORIS. STUDIA KEPLERI DE MENSURIS etc.

1) pag. 499. In praefatione ad opus Latinum (Stereometria Doliorum etc.) vol. IV. pag. 548. diximus, qua re motus Keplerus librum illum in linguam germanicam verterit, nec non pag. 550, cur ratum nobis visum fuerit, hanc versionem volumini quinto adjungere. Quare lectores ad illam praefationem revocantes omisimus praefationem ad libellum hunc germanicum, satis habentes, annotationibus pauculis historica quaedam afferre et similia Kepleri studia praemissis addere.

Ad literas dedicatorias Kepleri haec rescripserunt Ordines Ducatus Austriae: Die löblichen vier Stendt dißes Erzherzogthombs Oesterreich ob der Ens verwilligen, das dem bestelten Mathematico Johanni Kepplero wegen dedicirung seiner vber vorstehendes 1617. Jar publicirten Astrologischen Practik, sowohl auch wegen der disem von Ihme offerirten Stereometriae 150 Gulden zur Verrechnung aus dem Einnember Ampt erfolgt werden sollen.

Landtag den 16ten Dezember 1616.

Anthoni Abbt zu Gärsten.	H. W. Herr v. Zelting.	Adam v. Schallenberg.
Georg Abbt zu Wilhering.	G. E. Herr v. Tschernembl.	G. W. Auer.
Valentinus Abbt zu Glaink.	E. Herr v. Stahrmberg.	G. v. Geientall.
	Achaz Herr zu Polhaimb.	Wolf Wätlfeder.
	Bened. Schifer, Freyherr.	Tobias Jungmayer.
		Chr. Kniepauer.

2) pag. 516. Tabellam hanc sic confecit Keplerus. Assumto radio circuli $= 100$ eoque diviso in 100 partes aequales, eriguntur in singulis sectionum punctis perpendiculares lineae, prolongatae usque ad sectionem peripheriae, quarum dimidia sunt sinus dimidiorum angulorum ad centrum, quos formant radii ad extrema perpendicularium ducti. Sit v. c. perpendicularis in puncto ad peripheriam proximo, erit cosinus anguli ad centrum $= 100 - 1 = 99$, quare angulus $= 8^{0}\ 6'$, cujus sinus 14,09. Trianguli, cujus angulus ad verticem est $16^{0}\ 12'$, area est $99 \,.\, 14{,}09 = 1394{,}9$, sectoris area $= 1413{,}7$, quare area primi segmenti $= 1413{,}7 - 1394{,}9 = 19$; sic area secundi segmenti invenitur hac ratiocinatione: cos. $11^{0}\ 28'\ 30'' = 98$, sin. $11^{0}\ 28'\ 30'' = 19{,}9$, trianguli area $= 98 \,.\, 19{,}9 = 1950$, area sectoris (anguli $22^{0}\ 57'$) $= 2003$, segmentum secundum $= 2003 - 1950 = 53$; sit denique punctum radii medium, erit $50 =$ cos. 60^{0}, sin $60^{0} = 86{,}6$, area trianguli $= 4330$, area sectoris $120^{0} = 10472$, segmenti area $= 10472 - 4330 = 6142$. Numerus subscriptus numero 100 in tabella (15708) est area semicirculi ad radium $= 100$.

Tabella, quam exhibet Keplerus in opere latino (vol. IV. p. 645), iisdem nititur principiis et eo tantum differt a praesenti tabula, quod area circuli totius est 15708, quare omnia segmenta fiunt dimidia eorum, quae nostra exhibet tabella.

3) pag. 518. Jo. Hartmannus Beyerus (cfr. vol. IV. p. 665.) hoc inspecto capite haec dedit Keplero: Cl. D. Keplere. Stereometriam tuam doliorum et supplementum Archi-

medeae stereometriae inspexi, quantum per medica negotia, mercatu praesertim nostro, licuit. Si posthac otium dabitur, erit quo me oblectem. Afficior enim studiis mathematicis et doleo, aliis me obrutum negotiis, imo alienis miseriis quasi confectum, nobilissimis istis disciplinis parum vacare posse.

In Germanico exemplo pag. 19. non satis intelligo, qua ratione in cono rectangulo hemisphaerio inscripto radix duplicatae baseos superficiem aperiat. Esto enim baseos coni diameter 20, area baseos erit 314, 1′ 5′ 9‴ 2⁗ 6′′′′′ 5′′′′′′ +; altitudo coni 10, radius baseos 10, latus acclive 14, 1′ 4″ 2‴ +. Area cum latere multiplicata, prodeunt 4442, 8′ 4″ 0‴ 3⁗ 2′′′′′ 5′′′′′′ +; quae semidiametro baseos, nimirum 10, divisa exhibent superficiem convexam dati coni 444, 2′ 8″.... At duplicata basis 628, 3′ 1″ 8‴.... radicem quadratam habet 25, 0′ 6″ 6‴..., quae quomodo superficiem coni monstret, non video.

Sed haec in mediis circa aegrotantes occupationibus; per otium accuratius libellum evolvam et si quid dubii occurrerit, suo tempore perscribam. Vale Vir Clarissime et Ephemeridas tuas, Braheis canonibus accommodatas, deinceps studiosis exhibe. Frankofurti ad Moenum $^{19}/_{29}$. Sept. 1616.

Die $^{18}/_{28}$. Aprilis 1617 hae Beyeri literae illas priores subsecutae sunt: Literas abs te $^{5}/_{15}$. Jan. ad me scriptas Vir Clarissime $^{12}/_{22}$. Apr. recte accepi et ad monita earum, quae pag. 19. corrigenda erant, in exemplo meo mutavi. Si medicae occupationes admitterent, legerem totum opus tuum eruditissimum, quo omnes mathematum studiosos et me praesertim tibi devinxisti. Antidori loco tibi heic transmitto Canonem arearum segmentorum circularium, diligenter a me nec sine labore anno 1610 confectum.... Facilis admodum calculus est, si δεκαριθμησεως ratio nota sit. Supputavi etiam Canonem arearum circularium ad partes diametri 1000, cujus rudimentum vides.

Ut de usu rectius judicare queas, addidi informationem et exempla, mensoribus plebejis apud nos a me vernacula lingua praescripta. Editum quidem opusculum geodaeticum est a Joanne Sems et Jo. Petri Dou cum tabulis necessariis ad id negotium (cfr. Kaestneri hist. math. vol. III. p. 291.), sed calculi mei ratio infinitis modis facilior est et magis expedita, quod in praxi videre est.

His addit Beyerus examinationem Cyclometriae Lansbergii, cujus circuli rectificationem falsam esse demonstrat; paucis dicit Gephyrandri (cfr. vol. II. p. 571) et Jacobi Falconis Valentini quadraturam circuli et sic concludit: Sed Lansbergii libellus lectu dignus est, de quo tuum judicium exspecto; tibi enim exercitatissimo haec omnia dijudicare facillimum est etc. Vale etc.

Literae Kepleri, quas supra dicit Beyerus, desunt; quae vero corrigenda censuerit, ex his ab ipso Keplero Beyeri literis prioribus verbis adscriptis patet: Quodsi igitur area totius circuli, cujus semidiameter est latus, per illud innotuerit, multiplica illam per baseos semidiametrum, quod prodit, divide in latus. Jam, cum latus sit 10, erit totus circulus 314159 □, quod multiplicatum in dimidium 7, erit 1100, post divisionem vero per 10, 110.

Calculus Kepleri in textu sic est corigendus: $\pi r^2 = 3{,}1416 . \frac{49}{4}$, $\pi r l = 3{,}1416 . 3{,}5 . 10 = 109{,}9$ (110); vel diviso numero 385 per $\frac{7}{2}$, prodit itidem 110, neque vero, quem habet textus, numerus 27.

4) pag. 522. Jo. Bapt. Villalpandus, nat. Cordovae anno 1552, mortuus Romae anno 1608, cum in theologicis tum in mathematicis excellebat, utriusque doctrinae specimina tradens in *Commentario in Ezechielem*, quem per 40 annos continuos ipsum fovisse narrant scriptores de re literaria. De „soliditate sphaerae“ agit volumine III. p. 295 ss.

5) pag. 570. Beyerus in Stereometria sua dolia omnimoda composita censet ex duobus conorum truncis idque praesupponens calculos suos absolvit. „Medium conicum“, quo verissimam putat deprehendi dolii capacitatem, proponit lib. I. cap. 12, lib. II. cap. 26, 30; in editione germanica (Ein new vnd schöne Art der vollkommenen Meßkunst) lib. I. cap. 12, lib. II. cap. 18, 21, 31 ss.

6) pag. 591. Villalpandus l. c. vol. III. p. 300. comparationem instituturus ponderum variorum corporum haec praemittit: haberi curavimus *unciam* exactissimam eamque primum a solerti aurifice in Hispania juxta ejus regionis pondera exigi mandavimus, Romamque deinde advectam hic ab aurificibus aliisque artificibus cum suis ponderibus conferri fecimus, et ab omnibus aequa esse probata est haec uncia communi unciae Romanaeque nostrae aetatis.

7) pag. 593. Villalpandus l. c. p. 353: Ex millibus duo non datur aensa nu-

mismata advenire, quae sibi mutuo pondere respondeant. Pag. 356: Cum ex quam plurimis aeneis argenteisque monetis, quas solerter appenderam, nullos reperissem justo ponderi respondere, binis tamen drachmis respondebant ex aequo plures seorsim aurei. Pag. 364: . . . . Fit igitur planum, staterem duobus didrachmis, h. e. tetradrachmo aequalem fuisse. Pag. 396: Statuamus hoc primum, Hebraeorum *siclum* stateri seu tetradrachmo Attico aequalem fuisse, nec non Romanae semiunciae.

8) pag. 593. Keplerus Archiepiscopo Ernesto commendatus est ab Herwarto, qui illum his certiorem facit hujus commendationis:

Ehrenvester, Hoch vnd Wohlgelerter, sonders lieber vnd guter Freund.

Dieweil ich nit gern eine Gelegenheit vergebens abgehen lassen wollte, dabei ich dem Herrn etwas gratificiren könnte, vnd der Herr Churfürst von Cöln, als ein Liebhaber rerum mathematicarum nach Prag kommen wird, hab ich seinem Geheimenrath Herrn Lorenz Wenzin zue Rollesdorf ein Schreiben an den Herrn, so er Ime präsentiren wird, mitgetheilt. Durch denselben wird sich der Herr bey dem Herrn Churfürsten am besten insinuiren vnd was sich thun lässt, erlangen mögen.

Dessen hab ich den Herrn avisiren wellen vnd bleib etc.

Datum München den 21. Nov. 1605.

Hanc Herwarti commendationem non irritam fuisse, haec testantur Kepleri verba, desumta ex literis, d. 13. Jan. 1606. ad Herwartum datis, quarum majorem partem exhibuimus vol. IV: p. 90 s.: Cum jam defunctus esse omni labore viderer, ecce Coloniensem Electorem, qui me per octiduum amplius exercuit in quaestione mathematica donataque aurea sui imagine cum poculo trium marcarum necessitatem mihi imposuit, identidem officii causa comparendi. . . . . Respondi ad literas 6. Aug. et 1. Dec., quas praecesserunt 21. Nov. prodromi, quibus indicabatur, me has literas, 1. Dec. scriptas, a D. Wencelino acceptdrum. Is vero, ut didici, Noribergae a D. Electore discesserat, nec interea huc rediit. Sed reor, negotium ab illo in Magn. Tuae gratiam optime administratum nihilo minus. Primum enim atque de Electoris praesentia didici (id fuit octiduo postquam is advenisset), librum Opticorum, tuis excitatus literis, obtuli invenique Electorem paratum ad me ultro accersendum. Erat enim ei liber in promtu de quaestione mathematica cum responsis Schoneri, Zelstii, Stevini, quibus meum petiit adjungi. Feci, multum excusans libertatem meam. Et ille, tanto magis delectatus illa, uberiori me munificentia complexus est. Bis sum auditus.

De reliquo calamitas, quae 40 ex ipsius comitatu grabatis stravit etiamque nunc hic tenet affixos, intervenit, quo minus valedicturum admittere potuerit. Existimo, Magn. et Nob. Vir, te de me meritum cum alias, tum in hoc negotio, ut maturiori responso dignus haberi debueris, sed tamen abs Tua Magnificentia spero, me excusatum iri, ubi molem negotiorum, quae paulo antea descripsi (vol. IV. p. 92 s.), uno animi intuitu simul fueris amplexus.

Episcopus Ernestus, Bavariae dux (nat. 1554. mort. 1612) obtinuit episcopatum Freisingensem annum agens decimum tertium, Hildeshemensem anno 1573, Leodiuensem anno 1581, et anno 1583, successit famoso illi archiepiscopo Coloniensi Gerhardo. Cum anno 1606, cum electoribus Moguntiae et Trevirorum convenisset, ut fundamenta jaceret societatis principum catholicae fidei addictorum contra Lutheri fidei addictos, haud scio an suspicari liceat, iter anno 1605. Pragam susceptum, quod Herwartus, Jesuitarum socius, Monachio Keplero nunciaverat, spectasse illud foedus Lutheranis ominosum.

Quaestio autem, quam dicit Keplerus, mathematica, restaurationem spectavit mensurarum et ponderum. Inter Mss. Pulkoviensia deprehendimus fasciculum, continentem Kepleri sententiam de hac quaestione, eamque integram hic inserendam censuimus.

Ad Capita proposita Ernesti Coloniensis Electoris de mensurarum aequatione Jo. Kepleri Responsio.

Ad Caput I.

Divide quaestionem in partes quartuor. 1) Cogitationem instituere de ponderum mensurarumque aequatione, praecipuum magistratus officium. Scientia haec est necessaria mercatoribus et emtoribus. Expedit igitur hanc scientiam magistratuum providentia

doceri publice, propositis documentis, ut adjuvetur subditorum imbecillitas. 2) Pars est justitiae, quam et sacrae literae inculcant populorum moderatoribus. Quia imperandum est, conservanda etiam imperii arcana et instrumenta necessaria cavendaque incommoda et turbae etiam per indirectum, itaque etiam per inaequalitatem mensurarum.

Primum instrumentum esse gubernationis hanc inaequalitatem persuadeor argumentis his, quantum eorum jam occurrit. Saepe mutatur pondus aut mensura aut ad sublevandos inopes aut in bellorum necessitatibus. (Belgarum Romani menses.) Hic igitur consideratur aut existimatio magistratus aut compendium fisci, utrumque per fallaciam. Mensura enim mutata admittit praetextum impediendae publicae iniquitatis, nec statim patefit, mutari re vera rerum pretia. Cavetur igitur invidia vulgi. Sic qui mensuras minuit, pretiaque una minuit, putatur proportionem custodire pristinam, etsi hanc fortasse re vera mutat. Quae exportantur copiosius quam expedit, nec aliter inhiberi possunt, introducta mensurae diversitate inhibentur. Mercatores lucello minoris mensurae per dissimulationem propositae invitantur ad importanda necessaria. Assuefiunt etiam subditi ad capessenda imperia et agnoscendum dominium. Saepe levicula mutatio mensurae viam praestat occultae et fructuosae exactionis. Ajunt hujus rei egregios artifices fuisse Venetos. Vicini, qui talia faciunt, cogunt nos ad idem.

Priusquam tamen confieri possit, ingentes videntur turbae metuendae. Magna orietur apud plebem confusio, nam suis gens quaevis mensuris assuevit, iis vitae necessitates metitur, existent fraudes plurimae, dum callidiores, intelligentia mutationis abusi, illudent simplicibus; multi de hac inaequalitate victitant, cariturí necessariisr si ab ea destituantur. Omnis mercatorum experientia annihilabitur et turbabuntur commercia. Cumque omnis generis compendia et fraudes per hanc diversitatem exerceantur, videtur aequalitas nonnisi per vim stabiliri posse. Tantum operae, tantum vigilantiae imponitur magistratibus omnibus a summo ad postremos, ut merito dubites, an operae pretium sit futurum haec lex perlata. Haec *Stevinus* tetigit, cum innuit, rem esse in imperio pene impossibilem, quo multae communitates merum imperium Caesaris de facto respuunt. Considerandum etiam, semper fuisse inaequalitatem. Fortasse nec ita necessaria est universalis aequalitas, modo intra unum coetum maneat unum genus mensurae. In metallis pretiosis necessaria fuit universalis aequalitas, quia quaquaversum pervadunt. Non ita merces, quas vectus impedit aut natura aut copia. Neque enim Austriaca vina inferuntur in Gallias. Est autem quarundam mercium natura talis, ut ad diversitatem mensurarum invitet, v. c. frumentum recens et vetus, mustum et vinum. Quae inaequalitas etsi tolli et in valorem transire potest, non facile id potest ob hominum consuetudinem.

Opinor itaque inconsultum esse, hanc legem rogari ad populum aut promulgari statim initio. Quin potius pedetentim procedatur. Magistratus pro se quisque exigant sua telonia et contributiones etiamque publicos mensores constituant. Fiet ut vulgus pertaesi harum divexationum paulatim in unam illam magistratuum legem transeant.

Equidem fortitudinis est proprium, in difficilibus occupari ad usum publicum; modo non desit fortitudini consilium et circumspectio. Faxit Deus, ut a re viliori exorsi universi ad consensum in rebus maximis magis magisque assuefiant.

3) Progressionis aequalitas an introducenda et 4) an principium omnium mensurarum idem constituendum, quaeritur in sequentibus capitibus pressius.

Ad Caput II.

Progressionem numerorum denariam existimo nullo pacto, nulla unquam in materia labefactandam. Est enim commune vinculum intellectus et quaedam quasi communis lingua omnium gentium, a natura instituta in digitorum multitudine, re hominibus longe familiariori, quam sunt coelestia, ut 12 menses, 30 dies, 7 planetae etc. Nam quod obtenditur Scytharum exemplum ex Aristotele, traditio intra auctoris librum subsistit. Aut natio erat plane barbarica et ab usu sermonis destituta, aut certe fallacia est talis, ac si quis diceret, Latinos non ultra M numerare, quia post hanc notam

nulla alia sequitur; aut non ultra V, quia post hanc iterum incipiunt ab I, denique ac si quis diceret, Teutonas ad duodecim usque progredi, deceptus voculis eilff, zwölff.

Quodsi ulla vitae studiorumve necessitas potuit aliam imponere progressionis formam humano captui, potuit id astronomia, ob motuum perpetuitatem et manifestum naturae ductum ad progressionem duodenariam, tricenariam, aut etiam commoditatis causa in sexagenaria. Atqui videmus, etsi sexagenariam necessario amplexi sint astronomi, hanc tamen explicari illis per usitatam denariam, Arabicis characteribus jam eximie stabilitam. Idem igitur faciundum in octonaria, si maxime necessitas aliquis suaderet hanc introducere. Plane aliena est perpetua bisectio a circulo, quam Stevinus vult (in 512). Denariae progressionis nobilitas in hoc consistit, quod mirabilis illa geometricorum entium Deo coaeternorum politia methodos separatas dividendi circuli in divisione denaria terminat. Prima enim est bisectionis, quae per quadrisectionem et octosectionem in infinitum pervadit, altera senariae et ex hac ternariae sectionis, tertia denariae, quae per compositionem et quinariam progignit; se ipsis singulae subnixae, singulae novum assumentes principium; prima utitur commensuratione potentiae laterum in rectangulo, secunda commensuratione ipsorum laterum in trigono aequilatero, tertia commensuratione potentialis diminutionis et mirabili proportione, divina appellata. (Nam trianguli perpendiculum est effabile, hexagoni vero latus et dodecagoni area.)

Equidem et alias magna cum jucunditate versor in hac cabala geometrica, ubi res geometricae aeternae creatorum et caducorum fiunt archetypi; et in hoc praesenti negotio (ne solum Schonerum in politica hac quaestione philosophari patiar) videor ex hac ipsa geometria quid fieri debeat demonstrare posse.

1) Sexanguli inscriptio in circulum repraesentat nobis proportionem aequalitatis, quia latus sexanguli aequalis est radio, et quia, ut aequalitatis proportio intra sese subsistit, nec enim sextam circuli rursum in 6 geometrice diviseris, neque post rem factam, latus 36tae partis circuli commensurabile est ad latus sextae ullo pacto. 2) Bisectio, quadrisectio, octavisectio circuli gignit proportionem rationalem continuam duplam re ipsa et in imagine, nam quae recta circulum primo bisecat, dupla est radii, et quae quadrisecat, ejus potentia subdupla est potentiae bisecantis. Cumque dividatur circulus per hanc in infinitum eadem geometrica demonstratione, hac re nos moneri puto, ut vulgares nostras unitates (circulum enim ob alias causas excipio) continua bisectione dividamus et ipsi, qua in re consentio Stevino. 3) Denaria sectio inchoat quidem proportionem denariam et quinariam, constitutis circuli partibus 10 et 5, etiamque in imagine, quando potentiae laterum horum junctae varie per quinarium numerum explicantur. At non pergit dividere circulum eadem proportione, nec enim geometrice diviseris decimam in alias 10 partes. Itaque in divisione assis seu unitatis repudiandam Stevino concedo proportionem denariam.

Interim aliam miram possidet proprietatem in lineis haec divina sectio. Nam si continue addas partem majorem toti, ut latus decagoni radio circuli, et alium radium compositae ex utroque et sic perpetuo, semper manet eadem proportio. Hic itaque oritur nobis rursum continua proportio et irrationalis ideoque infinita, non divisionis, sed collectionis; nam circuli partes notabant et prius fragmenta divisionum, linea vero tota aliqua sive asses. Jubemur igitur in denaria proportione colligere asses seu tota et post 10 assium cumulum ad unitatem redire, ei sc. cumulo assis nomen dare; ut nostra in imagine, quae tota erat, perpetuo partis majoris nomen in subeunte propagationis actu nanciscitur.

Etiamne dicere audebimus, ipsam humani corporis conformationem ad exemplum hoc geometricum, quia immateriatum, sola ratione subnixum adeoque aeternum, esse institutam? Digitos n. 10 datos ad numerandum et colligendum per 10, utpote homini geometriae capacem futuro; manus vero binas, et in has dispertitum aequaliter digitorum numerum ad dividendum per 2. Nam ut in manu digiti sunt collecti et colligati, sic in corpore manus sunt divisae. Manuum et brachiorum rami discedunt in contrarias plagas, digitorum quinorum ortus ex eadem est plaga.

Dictum de numerorum progressione in quacunque materia: dicendum et de pro-

gressione in mensuris. Et jam quidem dixi, pulchram videri proportionem duplam, quare et octonariam in divisione. Id eo magis, quia in nostratibus ponderibus, ulnis et mensuris recepta est. Solus pes cum asse Romano discedit in ternariam, senariam, duodenariam divisionem.

In colligenda vero multitudine assium omnino praefero inaequalitatem quibuscunque progressionibus continuis et aequalibus: non quod me delectet inaequalitas, sed quod suadeat et requirat hoc 1) varia mercium natura, 2) antiquissima, jam per omnia loca inolita consuetudo, difficillime mutanda, 3) numerandi commoditas. Dicam de omnibus tribus.

De natura rerum mensurandarum do exemplum vini. Hic magna est commoditas a cantharo, qui quantitatem habet non alienam a diurno victu, ad dolium progredi, quale duorum triumve hominum ope tractari potest; ab hoc ad 5 vel 6 dolia, quot sc. uno plaustro communiter vehi commode possunt. Hic etsi non semper rem acu tangimus, tamen non longe abimus a significatione vocabuli Fass, Fueder etc., quod facit ad memoriam, et exemplum habemus in astronomia. Cum enim in anno essent dies 365, artifices, invitati commoditate vicini numeri, partes 360, et ob lunationes partes majores per se 12 constituerunt.

De consuetudine ostendo has difficultates exemplo ponderum. Centenarii vox in omnibus linguis est recepta. Vi vocabuli 100 pondo insunt in centenario. Aut igitur abolenda erit vox centenarii, introducenda alia, aut centenario numerus librarum dandus alius, contra manifestum vocis sonum. Utrumque vero plane gravissimum factu; usu non ita expetibile, si quid valeo judicio. Nam si qua progressio recipitur, id fit causa compendii in majoribus numeris, itaque recepta est primum in numeros ipsos, qui sunt omni re numerata numerosiores, deinde in astronomiam, quia numerando ad subtilissima nos progredi necesse est, ob motuum perpetuitatem, ne quid in longinquo peccetur notabile. Jam quae nos metimur et quae ponderamus communiter, illa breves omnino summas faciunt, majores vero apud paucissimos. Nam sic existimo, si quis 10000 fuderorum vini Rhenani numeret, unius anni proventum non adeo multis vicibus fore majorem. Qui vero majores summas tractant, ut in re monetaria, iis exemplum Archimedis in tradendo arenae numero ad imitandum est propositum.

Est vero insuper metuenda clades,, si recipiatur progressionis aequalitas. Nam ut praesentes et posteros in potestate nostra habeamus, majores certe nostros non habemus. Itaque cum iidem inaequalitate in colligendo sint usi, an non olim ipsorum rationis numerandi penitus obliviscemur, repudiata inaequalitate: uti quidem sola temporum diuturnitate factum jam videmus de mensuris Romanorum, quas viri doctissimi vix omni studio in lucem revocant.

Dixi vero et numerandi commoditatem adjuvari inaequalitate. Nam ad expedite numerandum, praesertim in contractibus, requiritur memoria et reminiscentia. Jam valde lubrica redditur facultas ista, ubi nulla contra se distincta invenit adminicula. Quis enim statim se colliget, in secundis an tertiis versetur, si secundorum ad tertia sit eadem proportio, quae primorum ad secunda, nisi ad omnes nictus oculorum manum habeat in tabula notetque numeros apicibus? Omnino, quod in clivis platearum sunt scrupi et laevia, hoc videtur in numerationibus esse inaequalitas et continua progressio.

Ut vero per omnes regiones una et eadem ratio collectionis, eadem aestimatio fuderi in amphoris, centenarii in libris stabiliatur, eaque talis, quae pulchros et rotundos numeros eligat, quae non longe abeat ab extremis variarum regionum, non ita multum improbo; cum omnes hodie regiones pene ad unam rationem adspirent. Itaque hanc partem quaestionis cum introducenda mensurarum ipsarum aequalitate, cap. I. ventilata, plane connecto.

Ad Caput III.

Rursum divido quaestionem. Primum quod scientiam ipsam attinet communicationis inter se ponderum mensurarumque omnium, sive aliqua inaequalitas introducatur sive omittatur, omnino judico, rem esse et pulcherrimam et utilissimam et maxime facientem ad perpetuitatem, si corpus vel pondere vel loci spatio mensurandum redigatur in cubum, planities mensuranda in quadratum, hujusque cubi et quadrati latus ad quantitatem mensurae tantum longae comparetur, exstetque publice apud omnes haec scientia. Secundo, si vero consultum videatur, attentare aliquam aequationem tam mensurarum quam progressionum, sive continuarum, sive quae permaneant incontinuae, illamque aequationem vel publice imperare universis, vel privatim inter universorum magistratuum arcana recipere, omni modo annitendum existimo, ut tam praeclarum opus incipiatur ab hoc solidissimo fundamento connexionis quatuor generum mensurarum, et si qua deprehenditur irrationalitas, manus ei admoveantur, ut ad effabilem et talem proportionem redigantur, ubi de ratione nihil uspiam fiat reliquum. Tertio; ut vero idem cubus sit as ponderum et locorum, idem quadratum as planitierum, cujus cubi latus est as mecometricus: pulchrum quidem et exoptabile puto, impossibile vero impetratu a vulgo hodierno, nec sane admodum utile. Nam etsi quidem in libris hodie magna est diversitas, nuspiam tamen duorum locorum librae in proportione dupla inveniuntur, omnes omnium locorum in minori quam dupla. Jam vero libra vulgo est as vel ponderum unitas.

Accipe nunc assem mecometricum, puta vel ulnam vel pedem, ulnarum diversitas est magna, pedis vero, qui minor est omnibus ulnis, diversitas minor; utriusque tamen, si in cubum redigantur, immanis proportio ad latus cubi aquei, libram pendentis. Sive igitur libram immaniter augeas, sive pedem aut ulnam adeo minuas, sive etiam vocem pedis (quod in posteriori casu necessarium) repudies penitus, aut assis dignitatem in minus aliquod genus longitudinis transferas, utique inextricabilis confusio. Itaque satius duco, paucos, qui sunt a calculo, plusculum insumere laboris in eruenda proportione laterum, dummodo illa, uti dictum, sit effabilis, quam universos, qui sunt potiori parte hebetes et stupidi, in tam perplexos labyrinthos desuescendae nomenclaturae, usu confirmatissimae, conjici. Parum etiam utile dico, unum esse latus omnium assium, ob hanc causam, quod statim atque ab asse discedimus seu ad partes seu ad numeros assium, deserimur ab aequali incremento vel decremento laterum, cum cubi sint in tripla, quadrata in dupla proportione laterum.

Quarto de aqua fontana dicam aliquid tantum monendi causa, quantum ex aliis audivi. Aiunt enim, qui artem distillatoriam tractant, valde inaequales esse in pondere et crassitudine fontanas. Et videtur aliquid etiam baesurum parietibus, quod rationem in minimo turbet. Est et exigui ponderis. Etsi igitur facile parabilis est et cuivis obvia, et huic usui accommoda, ubi liquor requiritur: considerandum tamen relinquo, praestetne uti auro optimo et purissimo? Hoc enim etsi subinde amplius depurari potest, id tamen, quod denique detrahitur, ob exilitatem et pene aequale auri argentique pondus, rationem nihil turbat. Nec mihi quis objiciat caritatem, magistratus enim est, qui ista deliberat; cui facile, 100 auri pondo colligere ad hunc usum. Aurum enim nec hoc usu nec depuratione deperditur. Sin autem superent difficultates, quaerendum a metallariis, an aliqua in plumbo aut argento vivo ponderis constantia perpetua per omnia loca et tempora? At non ita eligo metalla dura, ut plane rejiciam humorem: censeo enim, sine humore per metalla dura operari, esse rem difficillimam. Humorem admitto in vas rectangulum, ut metallum frustulatim injici possit, donec humor ad tantam surgat altitudinem, quantae amplitudinis metallum cupimus ponderare. Nam de auro aquas sorbente dicunt esse captiosam fabulam.

Ad Caput IV.

Stevinus generaliorem facit hanc quaestionem, cui equidem invideo de tradito principio mensurarum, ut mihi videtur pulcherrimo et securissimo et omnium temporum. Nam idem ego jam tum meditabar tradere, cum primum verba fieri audirem de hac materia.

Primum si uncia variat per aliqua loca, variabit et ejus drachma; se ipsum igitur redarguit; deinde mensura parva est, cujus multiplicatione multa fieri tandem possit, ut notabili aliquo differremus a ponderibus veterum, itaque gloriatio nostra interiret. Itaque placet mihi cum ceteris super hoc consultis dubitare, a simplici longitudinis an a cubica mensurae capiendum sit initium? Placet etiam respondere cum Stevino, quod sit ab illa incipiendum, non ab hac. Atque hoc quidem ob simpliciorem naturam longi, quam solidi; rectis quippe ortus tribuitur, curvis perpetuitas: primum vero rudimentum geneseos in fluxu puncti, unde linea; alter gradus in fluxu lineae, unde quadrata superficies; tertius denique in fluxu superficiei quadratae, unde solidum, n. cubus.

Agnoscit hoc et Schonerus quaestione quinta: sed facessit ei negotium accidens hoc in processu inculcatum, quod sola pondera manserint constantia. Ego vero et hoc in dubium vocari video a Mariana Hispano, qui de ponderibus recentissime scripsit, et jamjam hoc acturus sum, ut perpetuam constantiam in mensuras longitudinis introducam. Potissimum enim argumentum pro longo eligendo est a Stevino dictum mihique praereptum, milliarium ad maximum circulum globi Telluris accommodatio, et pedum in milliari certus numerus, pedisque non plane inconstantissima quantitas. Itaque hoc mensurae genus possit esse perpetuum.

Sed explicabo cogitationum mearum seriem integram. Nam Stevinus mensuros Terrarum orbem ad astronomiam ablegat, quod necesse non est. Ego mensus sum ante annos quatuor, coelo non inspecto, et instrumento certissimo quidem, sed contemti pretii. In regione bene plana nec multis fluminum anfractibus impedita duos eligo turres, 15 circ. Germ. milliaribus distantes. Hoc intervallo sane utramque altitudinem 120 passus superare necesse est: ex quo si impossibile videtur, proportione spectata, id quod fieri potest, aestimetur. Utraque ex altitudine conspectum alterius (nocturnis ignibus adjutum, si necesse est) ad libellam accuratissimam examino. Innotescit enim ex comparatione non tantum angulus ad centrum Telluris, seu arcus interceptae superficiei, sed etiam discessus utriusque signi a centro Telluris in proportione ea, qua spatium complanatum inter utramque altitudinem metiri possum vel virga, vel funiculo, vel quacunque ratione. Itaque comparatione facta arcus circuli maximi ad intervalli longitudinem virga descriptam: quidquid 1′ seu $^1/_{60}{}^0$ competit, id in 1000 dividatur partes, quarum quaelibet passus geometricus correctus esto. Hic in 5 divisus constituet pedem correctum. Hic in 12 abibit correctos digitos. Porro digitorum 32 seu pedes $2^1/_2$ dabunt correctam ulnam. Unde derivabuntur et quadrata usitata et virgae agrorum mensores in numeris pulchris, de quibus nondum omnibus deliberavi; caveatur autem omnis nimia insolentia.

Hinc jam progressus ad cubum pedis jam constituti, qui si capturus est cantharos 8 fere, quacunque in regione tantae quantitatis cantharus in usu sit, is correctus esto cantharus, qui aequat praecise octavam cubi. Denique spatium cubo aequecapax impleatur auro puro aut plumbo aut argento vivo aut fontana. Constituatur autem seorsim libra, cujus drachma sit ponderis antiqui, receptissimi, quia in methodo seu progressu aequationis drachma honorifice habetur: et explorata proportione, si pondus hujusmodi librarum pene 96 in cubo fontana inesse videbitur, libra ipsaque adeo drachma tantulo mutatur, ut proportio sit praecise nonagecupla sextupla, praesertim si mutatio futura est in una drachma insensibilis. Similiter si ad aliam aliquam proportionem pulchram alluserit pondus cubi fontanae, ut ad centenarium. Quodsi melius omnia processerint distributo 1′ spatio in 1250 passus, neque hoc praetermittatur. Non dubito, quin rem serio tractantibus omnia ad votum sint casura.

In inventione Romanae mensurae idem procul dubio processus fuit observatus. Alioqui si liberrimum fuit inventoris arbitrium, causa nulla fuit, cur librae potius 18 solidos pollices fontanae tribueret, quam 16 vel 12. Notabile interim et hoc, eandem fuisse proportionem ponderis amphorae ad libram, quae librae ad drachmam. Sed puto hanc aequalitatem ultro ortam, non quaesitam. Cum enim deprehendisset illius aequationis auctor, pedis usitatissimi cubum aqueum pendere fere libras usitatissimas 96, et perpenderet, eundem esse numerum drachmarum in libra antiquitus: contemperatione pedis et librae rem a propinquitate ad ipsum punctum adduxit, non electurus hunc numerum 96 librarum, si a receptarum librarum numero immaniter abfuisset. Hoc igitur si et nos imitemur, satisfiet proxime tribus illis rationibus in methodo allegatis, drachmae sua relinquetur auctoritas, quantum necesse est et quantum meretur; drachmae, unciae, marcae retinebitur nomenclatura, unaque et octonaria solidis familiarissima progressio.

Ad Caput V.

Processus reducendi solidum parallelepipedum rectangulum in figuram cubicam, equidem magnam ostendit diligentiam. Tribus enim modis in unum conspirantibus constat: numero, capacitate, pondere; ego quartum modum infra dicam. Cumque Schonerus et Stevinus quotientem lima subtiliori expoliverint, nihil mihi reliquerunt addendum. Numeris autem semper tutius est uti, quam lineis, per mesolabi aberrationes. Non putat hoc Schonerus decere geometram: at in hoc praesenti casu omni subtilitate operandum, nec ignosci potest mesolabo peccanti. Egregium alias instrumentum mesolabus, egregia exercitatio, quae pro calculo rem ipsam sub manus sumit; at profecto non γεωμετρητον hoc, sed μηχανικον, et vere tale non sola ignoratione hominum, quod putat Stevinus. Ipsa rerum geometricarum natura non fert duas medias aliter, nisi per ipsos cubos suos determinari. At non dantur cubi alter alterius duplus re ipsa. Nam si darentur, aut a natura darentur aut ab homine; utrinque per ortum, nempe per latus suum, sc. per medias proportionales, quas jam diximus in planis nullo pacto constitui geometrice, neque sciri unquam, quare nec in mente actu insunt. Itaque cubis proportionis duplae denegato ortu (cum recta non ante consistant, quam oriantur, ne in mente quidem), negatur etiam subsistentia seu intra seu extra mentem. Hoc imitata rerum natura, rationes harmonicas, intercluso mediarum proportionalium transitu, intra numerum octonarium terminare coacta est.

Itaque hujus instinctu jam vilis etiam agricola vocum proportionem δι'ἴπτα damnat et aversatur, quia ad illam non potest geometrice perveniri, nisi per 2 medias, quae actu nuspiam sunt, nec in mente adumbratae nec in mundo expressae.

Objiciat aliquis contra hanc philosophiam, an non cubus 2 duplus sit ad cubum 1? Respondeo, perinde hoc sonare, ac si quis hoc dicendi genere uteretur, an non cubus duplus ad simplum duplus est? Numeri enim sunt sermo geometrarum, nihil praetera. Suntque, ut conceptus mentis, applicabiles tam veris quam conditionatis, denique fictis et plane impossibilibus entibus, h. e. non entibus aut chimaeris.

Aliter objicias, an non possit cogitari cubus alter alterius duplus, ubi videtur res haec in mente subsistere? Respondeo similiter; cogitare enim potes, contradictoria simul esse vera, quod tamen est impossibile. Haec igitur insunt verius in phantasia, nequaquam in mente. Nam qui sic cogitat, nil nisi verba cogitat et sonos, ex aurium resonantia per speciem phantasiae olim repraesentatos varieque inter se compositos, dianoeae quidem opera, sed non justo nec nisi imitativo processu. Quae vero in mente, ea per causas suas insunt, non per nuda nomina. Intelligatur igitur cubus alter alterius duplus, h. e. per causam suam comprehendatur et concedam in mente inesse. Nam mens ad causas remissa revolvetur ad medias proportionales, quae ortum cubi, ut tertio actu generati, ipsae primo actu, n. puncti fluxu, generandae, praecedant necesse est. Has vero non invenit mens intra se, h. e. in scibilibus quantitatibus. Ut rectius hic defectus duarum mediarum intelligatur, perpendatur subsistentia mentalis unius mediae. Datis duabus quibuscunque lineis, datur circulus, cujus diameter

aequat utramque, et in puncto, ubi utraque coit, datur erectio rectae perpendicularis ad concursum usque circumferentiae. Hic circulus et ejus duae partes, diametri et rectus angulus, substernunt se subjecti loco, uni medio, ut possit et in mente subsistere et in opus perduci praeceptis exquisitis finiti et terminati sensus. Non sic duae mediae.

Tertio objiciat aliquis, posse tamen esse cubum cubi praecise duplum. Respondeo, nihil impedit et esse et manere hunc, si modo constitui posset et describi. Quantisper autem non describitur, non est quidem. Quantitas quidem dimidii cubi inest in toto, sed illa cubus non est. Cubus enim est nomen figurae, et figura opus habet descriptione. Proinde dici posset, subsistere materialiter at non formaliter. Materialiter est quidem aliquod punctum in latere cubi, terminans dimidii cubi latus, sed id punctum nulla unquam ratione describi aut signari potest. Unde et hoc addendum: duas medias esse quidem ens in potentia, sed non in potentia geometrica. Nam geometrice quae possunt dici, antea sunt actu in mente, physice vero linea, quae non est secta, secari potest, et in punctum, in quo non sumus, continuitate physica transitionis tandem devenire possumus.

Sed recepi supra, me hanc in »Processu« expressam lineam, quae traditur pro latere cubi 8 marcarum aquae fontanae, confirmaturum quarto insuper argumento. Erit autem id maximi momenti, si modo sincerum neque forte per fallaciam mihi obrepsit, ortum me ignaro ex iisdem principiis, ex quibus antiqua. Dico experimentationem per fontanam in cubum redactam optime habere; hoc testificor non meo, sed ipso veterum Romanorum experimento. Ut hoc probem, assumendum est, quod Processus ubique recipit (etsi Mariana labefactet) drachmam nostram eandem esse cum veteri Romanorum, item uncias 12 seu drachmas 96 inesse in libra Romanorum. Romani ergo, referente et »Processu« (Mariana vero rursum variante) invenerunt in cubo sui pedis aquae fontanae libras 96, h. e. drachmas 9216. Igitur si uterque exquisite fuit operatus, et Romanus ille et hujus »Processus« scriptor, oportet ut 8 marcae, seu 64 unciae, seu 512 drachmae aquae fontanae de partibus pedis Romani 21 assumant in cubi sui latus 8. Nam cubus de 21 est 9261, qui numerus superat drachmas aquae 9216 in pedali cubo Romano non plus 45 particulis. Itaque si in nostro cubo tanta est drachma, quanta in Romano, quod semper pono, qualium igitur latus nostri cubi est 8, talium non plane 21, fere tamen 21, est latus cubi Romani. Hoc est unum demonstrationis meae membrum.

Alterum membrum sic habet. Apud Caesaris automatopoeum inveni mensuram pedis Romani paulo majorem Viennensi, quam mensuram ipse a Jacobo Curtio Vicecancellario Imperii accepit aitque summo viri studio Roma accersitam. Eam mensuram ego 2 puncturis transversim locatis transtuli in hujus libri operculum anterius ejusque superficiem interiorem papyraceam. Comprehensa igitur circino pars octava lateris cubici, 8 marcarum aquae adeo praecise emensa fuit pedem illum Curtianum Roma accersitum, ut in vicesimo primo actu vix agnoscibili, aliqua tamen particula, excesserit.

Haec admirabilis congruentia suspicari me facit, communicatum fuisse cum Curtio »Processus« hujus artificium. Sed concludam distincte. Primo si Curtius hujus »Processus« fuit ignarus, etsi accepit Roma eundem forte pedem, quem Budaeus et Glareanus nostris Romanis nuper indicarunt ex illo suo mirabili Parisino, tamen mirifice confirmatur diligentia Processus hujus per consensum veteris illius, qui Parisini pedis fuit auctor. Deinde si Curtius Romanum pedem antiquum accepit, et qui non ex relatione Budaei hoc demum seculo constitutus fuit: tunc certissime demonstratum est, drachmam hodiernam veteri aequalem, concesso tamen, quod cubus Romanus pedalis libras aquae 96 non Parisiis tantum, sed ubique ceperit. (Cfr. fol. 597.)

Ad Caput VI.

In reductione cubi ad cylindrum et sphaeram numeri 11 ad 14 sub conditione sunt veri. Nam quaecunque inter se communicant curvitate, quatenus ea communi-

cant, commensurabilia esse nil prohibet: quae vero de curvo nihil habent, ut cubi corpus, plane sunt incommensurabilia ad quomodocunque curva.

Explicabo latius. Diameter circuli est simpliciter recta, circumferentia est simpliciter curva in plano tamen. Hic ergo plane nulla commensuratio nec longitudinum nec potentiarum, primarum, secundarum centesimarumve usque in infinitum, neque simplicium, neque κατα προσθαφαιρεσιν ῥητου transformatarum. Ita quadratum diametri est totum rectum et planitie et terminis; planum inscripti circuli rectum quidem est planitie, sed curve terminatum: haec igitur incommensurabilia hoc nomine. Et tamen haec conditio est vera, si aliqua recta brevissima metiretur circumferentiam, ejus rectae quadratum emensurum planum circuli, cum utrumque sit sub genere planorum. Propterea verissime demonstravit Archimedes, si trianguli rectanguli crus alterum sit radius, alterum circumferentia in rectum extensa, planum ejus aequale fore plano circuli. Si pro radio sit diameter, planum fore duplum ad planum circuli: quodsi triangulum in parallelogrammum rectangulum transformetur, bisecta circumferentia, idem. Esto enim diameter 7, hemiperipheria praecise 11: hoc concesso planum a lateribus 7, 11 comprehensum certo erit duplum ad circuli planum. Et jam etiam planum sub lateribus 7, 14 est duplum ad quadratum de 7. Et ut aequilatorum longitudines 11 et 14, sic ipsorum plana ad invicem. Conficeretur ergo, circuli planitiem esse 11, qualium quadrati 14, si circumferentia vera esset. Sed jam circumferentia nulla recta, ne quidem brevissima mensuratur, nedum ut septima diametri 22ies sumta mensuretur. Nam si aliqua recta mensuraretur curvitas in partibus rectae aequalibus, curva non esset, communicaret enim in illis cum rectis et sic pro circumferentia curva esset polygonum. Hoc adeo verum est, ut si diameter in particulas infinities infinitas secaretur, nulla harum emetiretur orbem. Hoc respiciens Archimedes vi demonstrationis per impossibile rectam, curvi mensorem, fingit esse punctum, ejus quadratum punctum. Cum enim fiat mensura applicando, solo in puncto recta applicatur curvae. His de causis Adr. Romanus secat circuli diametrum in partes 20000000000000000. Harum sunt in circumferentia 62831853071795862 fere. Nam unitas addita dicit nimium, ablata parum. Qualium itaque diametri quadratum est 40000000000000000, planum circuli erit 31415926535897931 fere: bisecando solummodo numerum circumferentiae, quia diameter habet duo integra. At si circularis plani ad quadratum esset proportio quae 11 : 14 praecise, tunc qualium in quadrato 40000, essent in circuli plano 31428, ubi statim in millesimis nimium habemus.

Porro eadem est solidorum proportio quae planorum, si ad aequalem altitudinem corporentur. Haec igitur cylindri in cubo quantitas. Et quia corpus nostri cylindri est 82250000, multiplico hoc in quadratum diametri circuli, prodit 329 etc., et divido in circuli planum, prodit numerus 104723922,554467115. Cujus radix cubica $471^{3556}/_{10000}$ paulo admodum plus, sc. altitudo et diameter cylindri.

Jam ut insistamus axiomati nostro, superficiei cylindricae ad quadratum diametri ratio eadem est, quae circumferentiae circuli ad diametrum, quia ducta est utraque ad eandem altitudinem ad planorum generationem. Conus vero in cylindro, basi et altitudine eadem, est tertia praecise pars corporis cylindrici: nam et utrumque corpus est et utrumque curve terminatum. Denique hemisphaerium duplum est coni, cui basis maximus circulus, altitudo radius, et sic sphaera duplum est coni, cui basis pristina, altitudo diameter; utraque ergo in cylindrum inclusa, sphaera bes est de corpore cylindrico, conus triens. Rursum enim corpulentiae curvis superficiebus circumscribuntur, quae causa est, cur possint fieri commensurabilia.

Demonstrat ex eadem securitate Archimedes, et sphaericam superficiem solam perfecte curvam commensurari plano maximi circuli, quia etsi in rectas quantitates cadit, curve tamen terminatur. Quadruplum igitur est illud hujus. Ita solus ortus primus rectitudinis impedit, quominus recta curvis commensurentur: quod cabalistice significat hominis cum Deo cognationem, et discrimen in eo, quod ortum ille habet et interitum.

Ad rem. Quia de corporis cubi partibus 14 putabantur 11 cedere cylindro, recte bes undenarii, sc. $7^1/_3$ dabatur sphaerae, ut de 42 partibus cubi cedant sphaerae 22,

h. e. de 21 undecim. Correcto vero cylindro sphaerae corpus una corrigitur estque 2094395102393195; itaque divisor iste sit prioris bes: prodiens erit dimidio prioris auctior, sc. numerus iste: 157085928,831706, cujus radix cubica $539^{5673}/_{10000}$ prodit diametrum quaesitae sphaerae.

Ad Caput VII.

Jam responsum est apud Cap. V. Nunquam adeo tuta est operatio per lineas, nec est geometrica, nec sunt inventae lineae in ea ad se mutuo proportione, in qua est cubus ad cylindrum aut sphaeram, ne proximae quidem lineae, quibus exprimeretur haec proportio. Sed nec possunt inveniri praecisae. Quodlibet enim latus polygoni circulo inscripti habet remotiorem demonstrandae proportionis suae gradum, separatum ab antecedentibus. Solus circulus post omnes figuras polygonas adhuc superest non demonstratus nec demonstrandus, nisi prius demonstrata sint omnia polygona, quorum infinita. Impossibile igitur demonstrari circulum. Nunquam igitur ulla linearum praecisione evitabitur errorculus numerorum, quin potius aggravabitur. Laudo tamen industriam Schoneri in mechanicae investigationis exercitio: etsi fatendum est, lineas ab illo ductas in proportione cubi ad cylindrum mere mechanicas esse nec numerandi taedium sublevare, sed praesupponere. Nam corpulentias prius explicavit in numeris, postea ex numeris in lineas transtulit quanta potuit subtilitate, ubi quidem statim in tertio digito a sinistra numerorum subtilitatem deserere coactus est.

Ad Caput VIII.

Hic non sat certus sum, an sensum verborum vel ipse, vel etiam qui ante me scripserunt, perceperimus. Quae igitur ad scopum responderi posse existimo, diserte proponam in hunc modum. Sit vas cylindraceum ordinatum, cujus diameter et altitudo occupet partes lineales 400, quaeritur inane. Cum ergo partes 471 lineales metiantur vas 8 marcarum, ducam hunc numerum bis in se, ut fiat cubus, qui erit major quam 82250000, quia a majori radice: ducam etiam 400 bis in se, eruntque 64000000, cubus numeri 400. Ut ergo prior inanitatis numerus ad 8 marcas, sic posterior hic ad marcas posterioris cylindracei. Quia etsi per cubos operamur, vasa vero sunt cylindracea, cuborum tamen comprehendentium ad cylindros suos semper est eadem proportio. Eadem de sphaeris dicenda, quando lineale prodit particulas diametri bombardariae et sic ejaculandi globi.

Sed et latius extendi potest in cylindris. Sunto cylindracea quotcunque non aequantia diametrum altitudine, sed quorum diametri et altitudines dentur sigillatim per lineale. Ducam diametros in se, producta in altitudines: prodibunt vasorum non ipsa quidem inania, sed tamen numeri, custodientes eandem proportionem, quam et capacitates cum inter se tum ad capacitatem vasis ordinati ex particulis 471, si etiam hae lineae cubice multiplicentur.

Sphaera omnis comprehendentem cubum praesupponit, non vero parallelepipedon; itaque in sphaeris ita late negotium extendi non potest. Est tamen alia quaedam figura solida hujus generis, latiori definitione comprehensa, quae in hoc analogiam cum cylindraceis pariat, nempe solidum conoides ellipticum seu oviforme, quod in ultimo exortus sui termino admittit etiam sphaeram.

Ad Caput IX.

Logisticam octonariae progressionis video a Schonero plane absolutam, et inest in consideratione inventi hujus plurimum delectationis. Quid enim non potest humani ingenii acies?

Illud bene provisum a Schonero, ut scripturam emendaret per puncta; nec enim sufficere poterant apices. Cogitabam ipse characteres alios 8 eligendos; nam confusio metuenda fuit perpetua, euntibus a 7 statim in 10. Postquam vero et Schonerum

legi, omnino mihi punctum satisfecit. At non valde puto receptam iri hanc logisticam ab ullo hominum genere, ne quidem si octonaria progressio per omnia obtineat. Necessitas enim nulla et plus est in confusione difficultatis, quam in reductione ad denariam laboris. Quare ergo sexagenaria recepta sit ab astronomis, octonaria recipi non possit? Quia sexagenaria magnam summam, puta 60, accumulat, octonaria minus quam 10; et quia sexagenaria quamdiu et quatenus infra 10 manet, novi nihil a denaria facit in mensa Pythagorica, octonaria plane vertit abacum.

Ad Caput X.

Jam respondi fere quantum quaeritur. Etsi enim nomina ponderum in octonaria ratione institui possint, non suaserim tamen vulgus onerandum nova numerandi arte. Quin potius, quia schema comparationis progressuum octonariae et denariae hoc X. cap. introducitur, loco schematis hujus aliud schema et typus aequationis omnium mensurarum et nominum, etiam in proportione discontinua sese mutuo subsequentium in vulgus detur. Sic enim rectissime vulgus juvabitur relictis nomenclaturis et consuetudinibus et adjuta nihilominus memoria.

In omni mutatione plurimum habet invidiae subtilitas: hanc exsecrantur subditi potiori ex parte; populus enim in commune cum ipsis adeo minoribus magistratibus hebes est. Itaque hujusmodi optima etiam consilia curiositatis nomine calumniantur et in scholas ablegare solent. Qui vero nostrae non subsunt jurisdictioni, tantum abest ut nostro exemplo invitati brevi sequi velint haec subtilia, ut potius longius etiam a nobis sint discessuri. Existimo itaque, rem adeo popularem, ut sunt mensurae, et in usum populi futurum felicius et utilius expediri non posse, quam si quam fieri potest tradatur popularissime.

Quia liberalissime quaesitum fuit, his 10 capitibus candide etiam duxi respondendum. Veniam itaque precor confidentiae meae pronunciandi de rebus politicis a mea professione alienis, ut quae nulla ex arrogantia, mero vero ex candore fuit usurpata.

Parerga inserui delectandi causa: si minus hic felix esse potui, sat certe volui.

Pragae 24. Dec. anno 1605.

Perscripsi J. Keplerus.

Postscripta.

In hoc scripto haec sunt: 1) Dico valde utilem esse scientiam aequationis ponderum mensurarumque. 2) Difficulter vero aliquid in iis mutari confusionesque tolli a vulgo posse. 3) Itaque non consentio, ut aboleantur vocabula propria singulis regionibus, neque ut nova plane imperentur universis. 4) Quae vero sunt omnium regionum vocabula, ut librae, centenarii, pedes, ulnae, canthari, nego in tantum mutanda, ut multis in locis triplo, quadruplo, decuplo evadant majora vel minora. 5) Concedo autem, ut medium aliquid inter extrema regionum eligatur, ad quod conformentur illorum mensurae, qui habent majores minoresve mensuras eo, quod sumus electuri. 6) Hanc ipsam tamen mutationem suadeo pedetentim introducendam, scilicet in iis contractibus, qui sunt magistratibus inter se aut cum subditis. Nempe jus dicatur secundum id, quod sumus electuri, non secundum discrepantes variarum regionum pedes. 7) Continuam bisectionem assis admittimus. 8) Collectionem vero assium in continua proportione vulgo imperandam plane dissuadeo. 9) Permitto tamen, emendari paulatim formas collectionum receptarum ad unam aliquam, sic ut omnibus locis 6 Aimer sint Fuder unum, omnibus locis 100 pondo sit centenarius. 10) His consequens est, ut dissuadeam, vulgus adstringendum ad unitatem lateris omnium assium. 11) Et tamen largior commensurabilitatem lateris omnium assium, non in unitate instituendam, sed in numeris pulchris et receptissimis. 12) Numerandi modum per octonariam progressionem a vulgo plane aufero.

His lectis D. Ameyden respondit, vulgo non dicendum, quod affectemus laterum assis unitatem, sed simpliciter imperandam ulnam, cantharum, libram etc., retinendum in arcanis, quod ex unitate lateris assium negotium procedat. Eodem modo et numerandi methodum vulgo remisit, ad magistratus revocavit. His auditis vicissim ego largior et laterum assis unitatem, dummodo as sit magnus, puta amphora Romana, et divisionem collectionemque in proportione continua. Hanc optarim esse sexagenariam, ob articulatum numerum et quia jam ante est introducta. Concedo tamen, ut sit octonaria, si finis hic spectetur, ut maneat in arcanis.

Quodsi hae stent conditiones, non erit opus, huic methodo, quae in magistratuum et scribarum arcanis est futura, conciliare vocabula vulgo usurpata; imo caveri haec omnia necessum erit. Quomodo ergo loquemur? Technice cum astronomis. Nam ut in vulgo assis nomen ne audiri quidem debet (valentibus his conditionibus jam concessis), ita in nostra arcana arte nil nisi assis nomen debet audiri. Post 7 vero aut post 59 asses numerabimus unum octonarium primum, aut unam sexagenariam primam assium; et ante integrum assem numerabimus vel sexagesimas vel octavas primas, secundas, tertias etc. assis. Et quia discrepatur, sumimus nomenclaturam cum a veteribus, tum a nostris; nihil etiam prohibebit nos metiri ipsam etiam drachmam veterum, nostrum vero assem ex circulo magno Telluris ducere.

9) pag. 597. Inter eos, quos in praemissis sequitur Keplerus auctores, praecipue Daniel Specle († 1589) inclaruit edito libro, quem inscripsit: Architectura von Vestungen (Argent. 1589. 1608.). Levinus Hulsius, mathematicus (nat. Gandavi, mort. Francof. a. M. 1606.), pedis Norib. et Francof. longitudinem exhibet in libro inscripto: Tractat der mechanischen Instrumenten (Francof. 1604.). Quo loco Crügerus (comp. Vol. I. p. 659.) hanc dimensionem prodiderit, nescimus. In literis certe illo tempore ad Keplerum datis nil hujusmodi deprehendimus. Keplerus transmisit, quod obiter hic notamus, Crugero Stereometriam suam, illum adhortans, ut distractioni operis prospiciat, quod ex hac Crügeri responsione apparet: De distractione exemplarium, ut literis ad affinem tuum (fratrem uxoris Kepleri, opificem arcularum, civem Dantiscanum) datis a me voluisti, verba feci ad bibliopolas nostros, praesertim primarium. Sed is, ut maxime vellet tecum mercari, non tamen audet, propterea quod pauci sint, quibus vendere talia posset. Et verum est, quaecunque in mathematicis scripta solidiora eduntur, si unum exemplar habet mathematicus Dantiscanus, alterum Regiomontanus, tertium bibliotheca Regiomontana, quartum Nobilis quidam Borussus, Niewieschinsky, praeterea nullum exemplar in hac tota Borussia divenditur. Risu quidem et indignatione res digna est, sed vera tamen. Bibliopola noster praeterito autumno unicum exemplar tuae Stereometriae Francofurto accepit, quod, quia ego (abs te jam ante donatus) non emerim, adhuc vendere nequit.

His e literis Crügeri d. „prid. Cal. Apr. 1616." desumtis, Keplerus respondit: Quod significas, nullam spem esse distractionis exemplarium, id nihil habet incommodi, jam totius negotii eram oblitus. Scripsi pro Austria jamque solverunt et solvent aliquid amplius. (E lit. K. d. 17. Jun. 1616.)

10) pag. 610. Quae in modo praemissis Keplerus proposuit, theoreticum agens, agendo confirmavit Ulmae anno 1627, imitatus ea, quae in hoc libro de Romanorum mensura proponit.

Quo tempore hac in urbe versabatur typum dirigens Tabularum Rudolphinarum (inde a mense Nov. 1626 ad Nov. 1627), magistratus Ulmensis in eo erat, ut mensuras et pondera de novo construenda curaret, cum ea, quae antiquitus in usu erant, plus minusve a vero aberrarent. Keplerus, cujus consilium magistratus hac in re expetiit, judicium suum fert in literis ad magistratum datis, quod secuti patres urbis confici jusserunt vas aeneum secundum Kepleri praecepta, quod hucusque conservatur Ulmae. Literas has Kepleri e Bibliotheca Ulmensi desumtas primum publici juris fecit editor Ephemeridum, quae inscriptae sunt: „Nürnberger Blätter" (Norib. 1803), easque exhibent sequentes paginae. Hoc tantum praemittendum censemus, virum, quem dicit Keplerus a magistratu sibi ad hanc rem adjutorem datum, *Joannem Faulhaberum*, non tantum architectum fuisse suo tempore celebrem, sed etiam inclaruisse multis conscriptis libris cum mathematicis, tum architectonicis et militaribus, tum denique cabalisticis lusisque arithmeticis. (Cfr. vol. IV. p. 173.)

His igitur Keplerus ad quaestionem senatus Ulmensis respondit:

Dass Gewicht, Ellen vnd Maas wegen vielen Gebrauchs an Handell vnd Wandell vnd stettiger Vbernemung eines von dem andern sich gar bald vnd leichtlich verändern, das gibt diser hochansehnlichen Republic löblicher Gebrauch, zu gewissen Jahrszeiten zu eychen. Dass aber auch die Obrigkaiten selbsten, bey welchen man

sich der Originalien zu erholen pflegt, durch eine Zeit von vilen Jahren ohnvermerkter Weis von der eigentlichen Gewishait hindan kommen vnd bisweilen irr werden, das ist zwar dem gemeinen Mann seltzsam zu vernehmen, aber nichts newes noch seltzsames, sondern es finden sich dergleichen Irrungen fast bei allen Regimentern. Zu Vorkommung dieses Schimpfs haben fürnehme Gemeinden vnd Stätte diss Mittel erdacht, dass sie ihre vbliche vnd althergebrachte Gewicht, Elen vnd Maas an einander verknüpffen, damit keines ohne die andere verändert werden möge vnd ein einzehles Original, welches alle mensuras gebe, desto leichter zu verwahren vnd auf die posterität zu bringen seye, dann solches, wann der Originalien mehr sein, auch ein mehrers Aufsehen erfordert.

Wann ich dann verstanden, dass eim hochweisen Magistrat allhier mein ringfügiger Vorschlag, aus meiner Profession vnd Kunst Mathematica verfasset, wie diss Werkh anzugreiffen, zu sondern günstigen Gefallen gedeyhen werde, mir auch zu disem End dessen BawMaister vnd Ingenier Hern Faulhaber zugeordnet, der mir die gebräuchliche Stattmäss communiciren vnd zu Erkhundigung deren Gelegenheiten verhelffen solle, alss hab ich der Sachen nun etlich Wochen hero nach vnd nach (zur Verhütung allerhand Förschelns des gemeinen Manns) nachgesetzet, vnd nach eingenommenem ziemlichem Bericht sonderlich folgende zween Punkten zum Fundament gesetzet.

Erstlich, dass zwar etliche Grossmächtige Potentaten, Könige vnd allein herrschende Fürsten in ihren Fürstenthümern eine freye Hand haben, die alte Māss vnd Sorten, wenn sie sich nicht zusammenschicken wollen zu einem recht geometrischen kubischen Gefäss, alsdann solche zu zwingen, vnder eines zu verändern, vnd hindangesetzt des gemeinen Manns Einreden, newe Maas-Sorten auffzusetzen, dergleichen Fürschlag aber einem hochlöblichen Magistrat dieser des hailigen Reichs Statt Vlm vielleicht nicht annehmlich seyn möchte, vnd diss aus allerhand Bedenken, sonderlich aber weilen der gemeine Burgers-Mann mit seiner Nahrung an die ziemlich grosse Verhandlungen Weins, Trayds, Leinwath vnd anders gebunden, welche grösstentheils von Fremden vnd anderer Obrigkeit Vnderthanen hereingeführt werden, deshalben dann vnd wann sich die diser Statt übliche Mess-Sorten nit ohngefähr zu einem Cubo selber schicken, mann den gar schönen exempeln der Römer, der Statt Paris, Turon und anderer nicht allerdings werde nachhengen können.

Zum andern vnd weil jedoch von theils üblichen Mess-Sorten etwas wenigs vnd sovil dieselbe sonsten in vieler Handen vnder einander differirt, in die Schanz zu schlagen, damit man dannoch zu der engsten Vergleichung als möglich gelangen möge, als hab ich ferners bedacht, welche Sorten dann am allerbesten vnd mit weniger Anmerkung des gemeinen Manns einigen Zusatz oder Abbruch erleiden werden mögen.

Weilen dann der Messsorten fürnämlich 5 sein: 1) Schuch, 2) Elen, 3) Gewicht, 4) Wein-Eich, 5) Fruchtmäss oder Traydmäs, als hab ich für das Hailigste gehalten das *Gewicht*, vnd diss umb dreyer Ursach willen: 1) weil die Müntz das Gewicht gibt, das Müntzgewicht aber gehet durch das ganze Römische- und die maist benachbarte König-Reich und Landschaften einerlay. So ist die Statt Vlm in vilen, vor vielen als 50, 60, 70 Jahren ausgangnen Büchlein angegeben, dass ihr Stattgewicht das Cöln. Müntzgewicht seye. Mann berühmt sich auch meines Wissens allhie inngemein dessen, vnd es gibts der Augenschein, dass dern Goldschmide geeychtes Müntzgewicht in der Greth dem Stattgewicht gleich befunden wird, da ich nit hoffen will, dass die Statt Cölln der Vlmer Goldschmid geeychten Müntzgewicht eine Vngleichheit von dem ihrigen zulegen werde. Die andere Vrsach, so das Gewicht commendirt, ist dise, weil die Apotecker Untz gerad 2 Statt-Loth geben soll. Nun ist das Apoteckergewicht von vil 100 Jahren vnd so lang die Medicin florirt, zu allen Zeiten vnd in allen Landen einerley geblieben, ich lasse es doch seyn, dass ein Apotecker Vntz umb etwas geringes schwehrer seye, dann 2 Cölln. Müntzloth, wie in etlichen Büchlen zu finden. Es seye aber die Proportion wie sie wolle, so wirt doch durch solche das Cölnisch vnd Vlmische Gewicht an das immer wehrende Apotheckergewicht verbunden,

vnd ist dannoch nicht zu rathen, dass dise Proportion oder das Vlmer Gewicht im wenigsten geendert werde. Hiezu kompt die 3te Vrsach, dass allbereit vor vilen Jahren in der Statt Vlm meines Erachtens wohl in die 100 Ct. aus Stain, Mess vnd andern harten Metallen gegossen vnd geschmidet worden, welchen, sofern es gantze Stuckh sein, nicht leichtlich etwas zugeben oder zunehmen ist, die haben nun ihr verjährte praescription und lassen sich so leichtlich nicht vertringen.

Nach dem Gewicht, vermeyn ich, wird die *Wein-Eüch* gehen, dann weiln die Statt Vlm selber keinen Weinwachs nit hat, sondern die Zufuhr zu dem grossen hiesigen Weinhandel auss der Pfaltz, Würtenberg, Prisgöw, Boodensee vnd Frankhen geschicht, also wurde eine merckliche Veränderung an dem Aymer zimlich grosse Zerrüttung bei den ausländischen Fuhrleuten vnd Weinhändlern abgeben. wird also die Vergleichung des Vlmischen Weinaymers gegen dem Esslinger so genau als immer müglich zu erhalten sein.

Folget die *Ellen*. Die hat nun auch ihr Ansehen wegen des grossen Leinwathhandels vnd Hereinbringung frembder Leinwath. Sie befindet sich auch gerad 2 Nürnberger Schuch lang, vnd gibt Vermuthung, ob nit vor Zeiten der Schuch allhie grösser gewesst vnd sie wie in vilen anderen Landen von dem Schuch hergenommen sey.

Also blieben über die *Traydmaas* vnd *Schuch*, die lassen meines Erachtens am leichtesten mit ihnen handeln; die Traydmaas zwar wegen des Schüttelns vnd weiln das Trayd maist uss der Vlmer vnd den nechst benachbarten Herrschaften hereinkompt, nit aber von fernen Orthen; der Schuch aber, weiln der sich allein innerhalb der Statt verhält vnd zu den Gebäuen vnd Holz gebraucht wirt, vnd weiln diser sich dem bayerischen Schuch fast gleich befindet, so ist zu bedenken, ob er nit mit Herabführung des Holzes auf der Iler eingeführt worden vnd villeicht hievor in der Statt als obgemelt ein grösserer Schuch im Brauch gewesen.

Wie dem allen aber, so bildet sich doch gleichwohlen alss von wohlgeschickhten Dingen eine zimliche feine Vergleichung zwar nit eben zu einem kubischen, wie es kunsthalben zu wünschen wehre, aber doch zusampt einem handsamen Gefäss, welches ich vermittelst eines zünernen innen wol polirten Standtners, der am Boden 1 Schuch recht in der Vierung ist, vnd hernach in fleissiger Aussrechnung der Höhe, welche 30 Maas Wasser aus der messinen Eychmaas, als Vlmer titulirt, in dem Standner eraicht, angemerkt vnd erlernt. In diser Vergleichung seyn begriffen der Schuch, die Elen vnd der Aymer, in gar wohlvernähmlichen Zahlen, die Traydmaas aber vergleichet sich ohnedas mit der Weineych, also dass ein Schenkmaas zimlich nahe ein Viertelen, oder 4 Schenkmaas 1 Metzen geben, vnd da etwas abgienge, so ist das Traydmaas gar leicht vnd unvermerkt dahin zu vergrössern; endlich so wirt gar wenig fehlen, dass nit ein geeychter Aymer Tonawwasser gerad vierthalb Centner Stattgewicht wägen solle. Das geschöpfte Bronnenwasser, weilen es mineralisch, mag etwas über die $3\frac{1}{2}$ Ct. wägen, darumb dann das Thonaw- als gemein Wasser hiezu besser zu gebrauchen ist. Dann alle Scribenten, so vom Gewicht geschriben, haben gemein Tränkh- oder Bronnenwasser (so nit mineralisch wie die hiesige) zu disem Werckh gebraucht, alls das beständigste vnd an allen Orten gleich vnd leichter zu handeln; dann Bley und Zünn sein nicht einem jeden jederzeit zur Hand, lassen sich auch nicht so leicht giessen, ligt viel an allen Metallen, ob sie haisser oder kälter gegossen werden, auch werden sie offt vermischet, sein doch sehr vngleich am Gewicht, zu geschweigen der grossen Gefäss, die man eychen muss. Derowegen auch das Wasser handsamer dann Hönig, Oehl oder Wein. Auss disem bisshero geführten Discurs fliesset jezo diser Vorschlag. Anzufahen vom Gewicht, da bringe man an ein gemein Orth zusammen 1900 alter, nach a. 1560 geschlagener Guldenthaler, dann es ist ein Kays. Ferdinandisches General fürzuweisen, in welchem die Cöllnische Markh gerad zu $9\frac{1}{2}$ solcher Guldenthaler geschätzt und deputiert wird; was nun etwan ein Thaler zu schwer, das ist der ander zu leicht, dass es also auf 1 Ct. od. 100 Pf. (wie die Müntzmeister ihre Stückh mit grossem Gewicht wägen) nichts aussträgt (in margine: oder will man dem Stattgewicht trawen, alsdann 56 Ct. Stain zusammen

getragen, das Gewicht gegen einander auff einer scharffen Waag halbirt, kompt man auff 28, auff 14, auff 7, wie entlich auff $3\frac{1}{2}$ Ct., das ist Aymers Schwehr). Dieser Centner $3\frac{1}{2}$ genommen vnd so schwehr Tonawwasser zu gemeinen Tagen, wann die Tonaw ziemlich lauter, abgewegen, soll die Eych sein zu einem Eimer; dann einen runden Kessel von Mess gegossen, welcher auch $3\frac{1}{2}$ Ct. schwer seye, der am Boden vnd auff gerad einer rechten Vlmer Ellen weit seye, das gewägene Wasser $3\frac{1}{2}$ Ct. drein gegossen, vnd so hoch es alsdann steigen wirt, den Kessel abgefeilet, dass alsdann die Höhe für 2 Schuch gehalten werde, so wirt der Schuch umb gar ein geringes, so nicht wohl zu merkhen, kürzer oder länger. Dieser Schuch soll in 45 gleicher Puncte gethailt werden, darvon 19 zu einem ganzen Schuch gesetzt, werden 64 Puncten, das soll die Höhe des Trayds sein, wann manns inn den truckhenen Kessel schittet, dass es ein Imi geben; oder einen grossen hülzern wohl runden Zuber ins Kornhaus gemacht, welcher zweymahl so weit am Boden vnd oben alss der messene Kessel, vnd 2mal so hoch, der wirt fassen 45 Mittlen oder $11\frac{1}{4}$ Imi, soviel als 8 Aimer, item ein Maas $\frac{1}{3}$ Elen weit zu $\frac{4}{15}$ Schuch, oder der obbestimmbten Puncten 24 tieff, fasset gerad eine Metzen. Eben diser 24 Puncten tieff, vnd das sechste thail einer Elen weit, eine blechene Bixen hält die gerechte Schenkhmaas. (in margine: Item Elen weit vnd 30 Puncten hoch, gibt 40 Eichmaas, so vil alss ein Oesterreich. Aymer, weiln die allhiesige Maas der Oesterreich. Achtering fast gleich ist. Item ein blechene Bixen $\frac{1}{8}$ Elen weitt vnd 48 Puncten hoch gibt ein Eychmaass. Item $\frac{1}{6}$ Elen weit, vnd $37\frac{1}{35}$ Puncten hoch, ein rundt Bix, fasset 4 Pf. Tonawwasser, das $\frac{1}{35}$thail eines Puncten ist nit zu erkennen, darfür 37 Puncten völlig nehmen.) Also kommen alle Gefäs, die man haben will, nämlich nehmen allzeit die Weite von einem gewisen Thail der Elen, die Tiefe aber von einem gewissen Thail des Schuchs, vnd möchten diese oder dergleichen Reimen auff den Raiff des Kessels gegossen werden:

Zween Schuch mein Tiefe, ein Eln mein Quer,
Ein gerechter Aymer macht mich leer,
Dann sein mir Vierthalb Centner blieben.
Voll Thonawwasser wäg ich Siben.
Doch lieber mich mit Kernen eich
Und 64 mahl abstreich,
So bistu Neunzig Imi reich.

Der Giesser hat zwar zu einem solchen Gefäs, Elenweit vnd 2 Schuch hoch, das Bestand haben soll, nur $1\frac{1}{2}$ Ctr. Mess (dann Glokhenspeis lasset sich nit abfeiln) geschätzt, es wirt aber der Centner auch mehr kosten, inner 14 Tagen trawt Er Ihmb zu verfertigen.

Will also disen meinen wohlgemeinten Fürschlag Einem wohlweysen Magistrat diser Hochlöbl. Reichs-Statt Vlm zu geringen Anzeig meiner Dankhbarkeit für den bishero mir ertheilten Schutz, Gunst vnd Gutthaten, weil ich dissmahl ein mehrers nit vermag, gehorsamlich praesentiert vnd denselben mich und die meinige noch ferner zu hohen Gunsten befohlen haben.

Vlm den 30. July 1627.

Johann Keppler,
Röm. Kay. May. des Lands ob der Ens Mathematicus.

De conficienda mensura, quam in praemissis describit, haec postea superaddidit Keplerus:

An Herrn **Sigmund Schleicher**, des Geheimen Raths zu Ulm. Den 14. Nov. 1627.

Edler Vösster Junkher, Grossgunstiger Herr.

Ewer Vöst sein meine beflissne Dienst anvor. Dieweil Ein Hochlöbl. Magistrat Allhie mir zu meinem Abraisen nacher Frankfurt ein ansehnlich praesent zustellen lassen, mit Begehren, mich wiederumb allhero zu begeben vnd den angegebenen Maas- vnd Eich-Kessel zur vollständigen perfection zu bringen, also hab ich disem Grossg. Begehren vnd meiner gethanen Zusag ein Benügen thun sollen. Ob ich nun wohl bin vertröstet worden, zu meiner Wiederkunft werd ich den Kessel gegossen

vnd meist ausgedrehet finden, ich auch etlich Wochen länger aussen gewest, alss ich selber vermeint hette, so hab ich doch vor 14 Tagen zu meiner Zuruggkunft denselben gar newlicher Tagen gossen vnd inwendig noch ganz raw befunden, zumahl hat sich auch diser Fehler gefunden, dass er an der inwendigen Runde nit gleich der Geräde nach vom Boden biss oben an geformiert, sondern der obere Rand ausswerths geschweifft worden, welches der fürgeschriebenen und gemachten Formb vnd fürgesetzen Eicharth zuwiderlauffet; die Vrsach hat der Rothschmid dise angegeben, weil es sonsten nit so gantz im Guss hette fallen können, hat auch ihme fürgenommen, disen Fehler mit Giessung eines newen Rands leichtlich zu verbessern, dessen mann nun erwarten muss. Vnderdessen habe ich dise 14 Tag vber täglich angehalten, dass die innere Runde gesäubert, der Brandletten herausgeschrottet, das rundt Eck am Boden scharff ausgehawen werde, nach welchem ich die innere Weitte nach der hiesigen Elen durch taugliche Stäb gemessen und befunden, dass der Kessel an etlichen Orthen unden am Boden, wie auch oben under dem aussgeschwaifften Raiff gleich jezo ohne Ausdrehung gerad die rechte Weite habe, dahero Ihme an andern Orthen des Umkraises leichtlich durch taugliche Feilen ohne den Drehstok noch ein Messerrukhen genommen werden mag.

Wann aber hierzu ein Zeit erfordert wirt, dem Giesser auch andere Arbeit under Handen kompt, vnd ich betrachtet, dass ichs bey so schwehrer Zöhrung vnd wegen meines langen Aussenseins von Weib und Kindern nit werde zu erwarthen haben, also hab ich dissmahlen zum Beschluss noch einmahl geeychet, hab den obern Rand mit Letten aussfüllen lassen, wie er letztlich werden solle, nochmahls ein Tonawwasser, wie es diser Tagen zimlich clar ist, zur Greth führen lassen, den halben Centnerstein, welchen man nicht zu den Wahren, sondern allein zu Eychung anderer Gewicht brauchet, in einer gar gerechten Waag wägen lassen, auff welcher, wann auff beiden Schaalen auff jeder ein Centner ligt, mehr nicht alss ein Vierling eines Pfunds einen Ausschlag gibet, allsdan haben wir ein Gölten gar genau tariert, den halben Centnerstein gegen der Gölten vber zu der Tara gelegt, Wasser in die Gölten gegossen, biss die Waag ganz scharff inne gestanden, da dann mehr nit dann eine Ventaussen voller Wasser einen augenscheinlichen Ausschlag gegeben: dergestalt haben wihr 7 halbe Centner Wasser in ein leeres Fass geschüttet, ohne sonderliche Vertröpflung das Fass wohl verwahrt ins Giessers Werkhstatt geführt, auff den Kessel gehebt vnd das Wasser alles rein hineinlauffen lassen. Weil dann der Kessel, wie obgemeldt, noch maistenthails am innern Vmbkraiss umb ein Messerrukhen zu eng ist, also hat diss Wasser, wenn es anderst ein gerechter Vlmer Eimer gewesst, billich sollen umb etwas höher auffsteigen dann 2 Schuch hoch, vnd diss hatt sich also in Beysein Herrn Faulhabers augenscheinlich befunden, dahero dann gewiss ist, wann der Kessel von innen nach dem Maas, welche ich auf einem rund abgesetzten Brett exprimirt vnd dem Rothschmid zugestellt habe, nemlich nach der gerechten Vlmer Elen, wirt aussgefeylt vnd aussgenommen seyn, auch der vndere Boden innen rings hervmb eine gleiche Höhe oder Ebene bekompt, dass alsdann das hinein gegossen Wasser tieffer nidersitzen vnd gerad zwayer Schuch hoch gewinnen werde. Wie vil aber dises Wasser gewest, das hat sich im Aussmessen befunden. Wir haben es mit der Statt-Eychkanten zu 10 Massen in Kübell aussgeschöpft; nachdem wir 12 Kübellen, das sein 120 Maas, ausgeschittet, haben wir mit dem Lumpen nicht gar ein Glässlen voll vom Boden auffgesupffet. Wir haben aber im Ausschöpfen nit gewartet, bis die Kanten allerdings vertropfft gehabt, sondern geschwind aussgeschittet, in Bedenkhen, obschon von aussen etwas ohngemessen abtropfft, dass doch gleich so vil inwendig an der Kanten, so oft sie aussgeleert, hangen geblieben seye, vnd also eins das andere ersetzet.

Dann noch (haben wir) die Ausschweiffung also gestaltet,  dem Rothschmid aber genugsam angezeigt worden, dass es also sein solle, nähmlich gerad auffwärts vnd die Schärffe innen am höchsten, also ist gar der wenigste Zweifel nicht fürhanden, dann dass diser Kessell auff alle Messsorten ganz just vnd perfect werden werde, so bald er seinen hieoben gerissnen Rand vnd durch mehrere Auss-

feilung die innere rechte Elen-Weite bekommen wirt. Man mag oben mit Abfeilung der rechten Höche von 2 Schuchen innen halten vnd ihme an der Höche etwas zum besten lassen, so lang, biss Er nach empfangener inwendigen rechten Elen-Weite vmb vnd vmb dem Mass-Brett nach, so ich dem Giesser zugestellt, noch einmahl mit 7 halben Centnern Wassers gefüllt vnd gesehen wirt, wie hoch das Wasser alsdann steigen werde, allda man sich mehrer Schärffe, als dissmahl vonnöthen gewesst oder sein können, befleissigen kann.

Wann ich dann hiemit mein Bestes gethan vnd mehr dissmal nit vermag, alss bitt Ew. Vösst ghorsamlich, Sie wollen mir zu hohen Gunsten bei Einem Erss. Hochlöbl. Magistrat Erlaubniss nacher Regensburg abzureisen, sampt einer Kundschafft, dass ich mich vom December des 1626. Jahrs biss dato stettich (ausser der Rais in die Frankforther Herbstmess) allhie auffgehalten vnd den Drukh meines Buchs abgewartet habe, aussbringen, dargegen, so ich bei ihrer May. (inmassen ich Vorhabens bin) allhie gnädigste Erlaubnus noch ein Paar Jahr im Reich hüroben zu bleiben, sampt nottürfftigem Vnderhalt vnd Raichung meiner Hoffbesoldung, erhalten werde, bin ich erpietig zu meiner Widerherauffkunfft disen Kessel, so Ers vonnöthen hette, noch einmahl zu besehen vnd zu eychen, recht abfeilen vnd perfectionieren zu lassen, auch sonsten, was ich mit meinen ringfügigen armen Diensten Einem löbl. Magistrat vnd Ew. Vösst insonderheit liebs und angenehmes vermag, es seye allhie oder an andern Orthen, darzu mich jederzeit äusserst begierig vnd geflissen zu erweisen. Ew. Vösst mich vnderdienstlich empfehlend

Ew. Vöst etc.

vnderdienstbeflissener

Johann Kepler, Mathematicus.

Praemissis adjungimus ea, quae Keplerus Pragae 26 annis ante mechanica aggressus est, quibus finem facimus hujus voluminis.

In praefatione ad Opticam (vol. II. p. 81.) paucis diximus machinam hydraulicam a Keplero inventam. Quae de hac inventione supersunt documenta inter manuscripta Pulkoviensia, haec de illa habent.

Herwartus d. 21. Nov. 1602. haec dedit Keplero: Es hatt mir D. Pistorius vermeldet, dass Ire Majestät sich in Pneumaticis delectiren vnd dass der Herr was der Porta derowegen jüngst aussgehen lassen, zu korrigiren im Werck sey. Wolte deswegen gern etwas davon vernemen.

Ad hanc quaestionem Keplerus respondit d. 12. Jan. 1603. hunc in modum:

Quaeris et de Pneumaticis. Ea in narratione agnosco R. D. Pistorii, quo me complectitur, favorem. Narrabo rem explicatius.

Prodiit anno 97. Francofurti Magia Portae, in qua librum peculiarem obtinet haec materia pneumatica. Ego itaque Graetii etiamnum delectatus argumento, converti me ad ea, quae maxime videbantur digna speculatione, periclitanda; ubi Portae errorem et simul artificium ipsum deprehendi. Est autem hoc: datis duabus aequis partibus aquae in aliqua altitudine, per alterius aquae partis descensum alteram in aequale perpendiculum sursum impellere. Postquam hic igitur in D. Pistorii notitiam veni, ut est philomathes, libellum Spiritalium Heronis mihi exhibuit, ubi statim illi monstravi eosdem errores, qui sunt in illa Portae editione. Paulo post nactus est peculiarem libellum ejusdem Portae, anno 1600. editum, ubi et suos et Heronis errores corrigit, at quo ego gloriabar invento, id pulchre locupletatum proponit. Quodsi mihi licet indulgere ei affectui, quo Tycho magister meus exercebatur, equidem non sine probabilitate asseverarim, Portam ex me edoctum. Nam exemplar artificii Graetii exhibui D. a Dietrichstein, praesidi camerae, cui cum Istriacarum fodinarum praefecto, Adlero nomine, ratione officii multa necessitudo. Saepe una aderamus uterque in mensa praesidis, et ipse Adlerus tunc tractabat eandem materiam, studens metalli fodinis exhauriendis, versabaturque in eo errore (cum aliquo sane sumtu) quem mea refutabat inventio. Porro ei cum Porta literarum consuetudo intercedit; itaque mihi

pollicitus est Adlerus, se meum Cosmographiae Mysterium prima occasione ad Portam transmissurum, de aquatilibus tacuit. Res tamen ipsi curae fuit et omnino mihi persuadeo, instigasse Portam, ut hanc rem ad usum transferat. Ita me namque adhortatus est in alia inventione, de qua postea. Sed ad D. Pistorium redeo. Is cum non posset se expedire ex male formatis iconibus et vitioso textu, me jussit manum adhibere. Factum id obiter, nec in ullo censu habeo hunc laborem, nam per se brevis fuit. Unum hoc accedit: praecipuum Portae artificium, de fonticulo, qui aquam duplo altius ejaculatur, quam est casus in fonticulo, id artificium icone et literis quidem aptis, textu vero plane mentito exprimitur simul et occultatur. Eas ego strophas evolvi textumque addidi, veritati et diagrammati convenientem, quod alius sane vix deprehenderit. Sed quid hoc? Praeterea neque correxi in hac ultima Portae editione quicquam, nec adjeci.

Percommode vero admoneor rei necessariae. Inventionem habeo exprimendae aquae comparatam, perquam utilem, si quis artifex mihi illam exemplari exprimat. Nullae adhibentur valvulae, quia circulariter hoc agit, quod vulgo dictae pompae in linea recta, subinde intermittente. Cum diu jam, sc. ab. anno 97. hoc saxum volvam, tandem incidi in Augustanum artificem, qui, pecunia 27 fl. a me accepta, pollicitus est scripto et sigillo, se perfecturum Augustae exemplar; quo ad praescriptas leges perfecto, debeo illi summam integram 58 circiter tallerorum, pro libra aeris sc. Augustana $52^1/_2$ cruciatos. Cautum est, ut perfectum opus duo examinent artifices, alter a me exoratus, alter ab illo; qui si exemplar praescriptis legibus dixerint congrue (non considerato effectu), pecunia artifici residua est numeranda, sin minus, restitutio mihi 27 florenorum est facienda.

Haec ita pepigimus, quia sperabam, aliquem ex meis familiaribus Augustam ad praescriptum tempus venturum. Cum hac spe exciderim, nescio quo me vertam, nisi ad M. Tuam, cui plurima est Augustae notitia. Rogo itaque majorem in modum, si commode fieri potest, ut ad collegium opificium der Radschmid perscribat, ut, qui sunt inter eos jurati, opus inspiciant. Tempus elapsum est, nec teneor, quia D. a Dietrichstein, qui jam hic legatum agit et cujus fiducia nitebar, brevi Praga discedet. Si manum forte non admovisset hactenus, adigendus est mihi ad solutionem, quod opto; nam sinistra fama eum sequitur, quasi majora viribus susceperit, imo quasi non liceat illi vel fratri suo in hac materia versari, cum ipse sit lignarius et aquaeductorius simplex, frater vero ejus Balthasar fusor quidem, sed nondum magister. Hoc addendum: patrem ipsis esse aquaeductorium, ipsos vero ambos coelibes.

Primum atque rescivero, exemplar ad leges expressum, reliquum pecuniae mittam. Spero, si non futurum sit M. Tuae commodum, hic me adjuvare, me documenta illaesa recepturum.

Postscripta. Dum literas detineo, Augusta resçisco, hoc opus nondum inchoatum esse, nec Augustae haerere opificem, sed hic Pragae. Poteram itaque totum hunc locum praeterire, nisi pagina esset mutanda, quae etiam alia continet. Sed tamen M. Tuae liberum est, hic me consilio juvare, aut percontari de hominibus istis, aut dexteriorem nominare opificem, aut tale aliquid.

Pactionis, quam dicit Keplerus, summa haec est:

Zu wissen: Als M. Johan Kepler E. K. Mt. Mathematicus an einem, vnd Hans vnd Balthasar N. (Miller) Gebrüeder am andern, wegen einer messenen Wasserkunst zu verfertigen ein Geding mit einander gemacht, dessen Inhalts: dass nach gnuegsamer Verfertigung des Werckhs M. J. Kepler dem Hans vnd Balthasar N. für jedes Pfund Mess, so das Werckh wegen werde, drei Ort eines Thalers oder $52^1/_2$ Kr. bezahlen solle; Sie aber wegen Mangel Irer Instrumenten das Werckh an etlichen Puncten zu des Erfinders Begnuegen vnd Angeben für dissmal nit verfertigen khönden: haben baide Thail sich auf ein newes vnd folgender Gestalt mit einander beredt: 1) Beide Gebrüeder verreversieren sich, diese Invention, sie gerathe nun wol oder vbel, nit allein für sich selbsten, ohn M. J. Keplers Vorwissen nit nachzumachen oder zu gebrauchen, sondern auch dieselbige Niemand anderem zu offenbaren, weder durch sich, noch Ire Gehülffen. 2) M. J. Kepler bezahlt inen am Werckh, so jetzo 77 Pfund helt, benantlich 27 fl. vorhero. 3) Sie nemen das vnvolkhommene Werckh nach Augspurg, vnd diss auf Iren Vnkosten, wöllens alda mit Hülff Ires Vattern, hiebey

verleitem Abriss vnd dessen Erclärung in 25 Puncten verfasst gemäss, vngefahrlich inner zwen Monaten von dato an zu rechnen, verfertigen. 4) Alsden vnd wen Er Kepler mit dem Werckh, wie es gerathet, nit zufriden sein oder abwesender nit trawen wolte, soll das Werckh durch zwen vnpartheyische Maister, deren einer auf Irer, der ander auf des Angebers Seitten, dem beyverleyten Abriss vnd seinen Erclärungen nach examinirt vnd besichtiget werden. Da nun dieselbige Maister sagen werden, es halte den Abriss vnd alle seine Erclärungen, soll M. J. Kepler Inen das Gewicht von vngefährlich 77 Pfund vollend vnd ohne Verzug bezahlen vnd das Werckh seins Gefallens vnd Vncostens volführen. 5) Da aber die Maister befinden wurden, dass sollich Werckh dem Abriss vnd seinen Erclärungen nit gemäss, vnd sie Gebrüeder solliche befundene Mängel in einer geraumen Zeit nit verpessern wolten oder khöndten, wie auch, da hierzwischen durch andre Fäll das Werckh vnderlassen plibe, geloben baide Hans vnd Balthasar N. Gebrüeder für sich vnd Ire Erben bey Bidermanns Trew vnd Glauben, mir die vorhergegebene 27 fl. nach Verstreichung der bestimten Zeitt ohn mein Vncosten vnd Schaden wider zu erlegen vnd Iren Zeug selbsten zu behalten.

In Vrkund diss alles seind hiermit zwen gleichlauttende aussgeschnittene Zettel, Jeder mit seim gleichhaltenden Abriss vnd Erclärung gefertigt, deren einer, von M. J. Kepler mit Handt vnd Petschafft verfertigt, Inen Hans vnd Balthasar N. Brüederen, der ander, von Inen mit Hand vnd Petschafft verfertigt, M. Johann Keplern als Angebern zugestellt.

Geschehen zu Praag in des Wohlgeb. Herrn Ludwig von Dietrichstein, Freiherrn etc. Losament vnd Gegenwart den 24. Oct. 1602.

Quae supra dicuntur 25 puncta, explicandi causa addita, parum quidem lucis afferunt ad penitus cognoscendam machinam, deficiente delineatione, neque tamen illa omittenda censuimus, ut, si quis curiosus satisque rei peritus experimentum facere velit, nihil ei desit ad perspiciendum Kepleri propositum.

Erklärung der Abriss.

1. Sollen baide Stirnplatten aufeinander geriben werden, dass sie gar scharpff vnd gerechte Flächen bekhommen.

2. Soll das ein Stirnplatt in ein gewisse Vierung gericht werden, dass es seine gerechte Winckhel bekhomme, vnd das ander nach demselbigen auff allen Seitten gleich abgeschliffen werden. Hie fehlt dem alten Stirnplatt einwenig. Sollen derowegen EAB, ABH, HDC, DCG vier gerechte Winkhel seyn vnd AE, GC in einer rechten Lini mit einander stehen, wie auch BD vnd KD.

3. Reiss zwischen A,C oder B,D eine gerade Lini mitten durch, die sey FLMI: Darinnen müssen die centra von den zway Löchern stehen. Da ist im alten Stirnplatt ein grosser Fehl gewest, wie für Augen stehet.

4. Wann man das alte Stirnplatt wieder brauchen wil, so mag sein Vierung nit anders werden, als hie die Linien AB, CD, AC, BD aussweisen.

5. AE, BH, DK, CG sollen einander gleich vnd so lang seyn, als hie verzeichnet.

6. Dann so mag die Rundung nit grösser werden, als EFG auss dem Punckten L, vnd HIK auss dem Punckten M. Da sol im vbertragen Fleiss angewendet vnd scharpffe Zirckel, die sich schraufen lassen, gebraucht werden.

7. Wann die Punckten L,M zu gross würden, muss man auff die Kreutzpuncktlein achtung geben vnd also die Punckten hiedurch wieder suchen. Soll also nit nur die gantze FI fleissig vbersetzt werden, sondern auch hernach jedes Stuckh, insonderheit nemlich FL, LM, MI, damit die Stückhe nit lenger werden, als die gantze FI.

8. Die Rinnen vber AEFGC hinauss, item vber BHIKD, sollen mit allem Fleiss eingehawen werden, dass es sowol im Grund als oben einen gerechten Bogen gebe, dem EFG, HIK gemäss. So wils auch die Noth erfordern, dass baide Rinnen allerdings gleiche Tüefe bekhomen.

9. Baide Löcher sollen gleicher Grösse vnd so gross seyn, als hie verzeichnet, wie sie denn im alten Stirnplatt nit kleiner werden konnden. Wann man aber newe Stirnplätter machte, möchte ich sie wol kleiner haben, allein dass sie alle vier gleiche Weitte haben.

10. Die zway halbhole Rundungen sollen ab vnd ab glat aussgeschliffen werden, dass sie die Bögen HIK oder EFG genaw halten. Vnd wäre das beste, man näme

eins (gleichwie zuvor mit den Stirnplättern beschehen) am allerersten in die Vierung vnd schliffe darnach die andere nach dieser zu allen Seitten rein ab, dass sie baide an Höche vnd Braitte einander gleich werden. Wie auch nit zu vnterlassen, baide Ruckhen, darauff sie liegen, wann sie gestürtzt sind, auff einer Fläche fleissig abzureiben, damit dieselbige baide (so hie etlichermassen durch BH vnd KD verstanden werden muss) in einer gewissen Fläche liegen vnd die Gestirn, von BHIK angedeuttet, von derselben Fläche in einem gerechten Winckhel auffsteigen; damit also die Rundungen nit ein- oder ausserwärtz oder auf ein Seiten halten; welches sonderlich auch am Bodenplatt wohl in Acht zunehmen, weil alle 4 vberige Seitten darauff geschrauffet werden, dass es nit mit seinen Schrauffen das Kästlein auss seiner gerechten Vierung treibe. Dises kan am füeglichsten geschehen, wan man ein Vierung auff eine Ebene auffreisset, darein das ganze Modell gerecht sey, vnd die 2 Stirnplatt an 2 Seitten, die 2 Rundungen aber an die andere 2 Seitten richte, vnd das sowol auff der offenen als der beschlossenen Seitten probieret, allerdings wie die Tischler ihre Arbeit in gerechten Winckel richten. Wann also die Gestirn zu baiden Seitten an der halben Rundung recht gestellt, mag man ein Holtz oder sonst etwas daran zwingen vnd darauff den Punckten M suchen. Sol demnach die gantze Braitt von einer Rundung seyn BD oder AC, die Braitt der Ruckhen BHKD oder AEGC, der hole Bogen HIK oder EFG auss den Punckten M oder L gezogen. Nach disem Bogen zu baiden Seitten auff dem Gestirn auffgerissen sol die Hülle aussgeschliffen werden.

11. Die Höch von den 2 Halbrundungen, die der Wellen Höch bey eim Haar gleich seyn müssen (allein darvonzurechnen, was in die Krummen der Stirnplätter eingelassen wird), die stehet zu der Maister Gefallen, doch sollen sie nit viel niedriger werden, als die vorige alte.

12. Der hole Bogen in der halben Rundung sol vberal an den Bogen auff dem Stirnplatt genaw vnd glatt angehen.

13. Dass die Wellen, es sey hülzen oder messen, gewiss zutreffen, sol anfangs ein Stückh, das da gross genueg, an einen Drähstockh geschlagen vnd dran die Zapfen zu baiden Seitten fleissig abgedrähet werden, dass sie gerad so grossen Diameter halten, als hie die Löcher L, M; denn sie müssen sich hineinreiben vnd gar nicht luckh geben, sonst hat man im gantzen Werckh khein Gewissheit.

14. Also auch die Stirn in ein gerade Fläche richten, kheine solche Luckhen, wie in den alten zusehen, drinnen lassen vnd den Winckhel, da der Zapff vom Gestirn heraussergeht, wohl ausdrähen.

15. Ich mag leiden, dass die lange viereckhete Zapffen etwas länger fürher gehen, allein dass die Vierung recht mitten in den Zapffen stehet.

16. Wann dann der Zapffen gerecht vnd die Wellen ihre rechte Höch hat, nach der halben Rundung abgemessen, alsdann sol ein aussgeschnittener Sechseckh, so gross als QRSTVX, vnd wohl gerissen von einer harten Materi, an den Zapffen gestreift vnd alle Seitten darvon auffgerizet werden.

17. Soll die ein Seitte des auffgerissenen Sechseckhs durch die gantze Wellen hinabgeschliffen werden, so tüeff, biss der Sechseckh an den anderen Zapffen angestreift mit einer Seitten auff die Ebene hinabreicht. Alsdann mag man ohngefähr auch auff derselben Seitten ein Sechseckh abreissen vnd also alle 6 Seitten an der Welle glatt abschleiffen.

18. Dann so schneidet man das sechseckete Blatt aus, dass es die gestirnte Form gewinnet, streifft es wieder an baide Zapffen vnd zeichnet die krumme Riss auff; die hab ich hie also gerissen, dass PQ der LO oder MN gleich seye, vnd also ein engeres Sechseckh werde, dessen jede Seiten in 4 Thail gethailt, vnd deren einer die kleinern Circkelen gebe.

19. Diese Wellen, wann sie mit jren krumpen Rissen gantz gepliben, so wären sie zu gross in den Bogen EFG. Ich hab sie aber desswegen etwas grösser gerissen, damit man sie letzlich am Drähstock so lang vnd viel abstutzen sol, biss sie gerecht werden, vnd also desto braitter an die Bogen EFG anliegen vnd dran gerieben werden.

20. Nichtsdestoweniger sol man mit allem Fleiss dieser aufgerissenen Grösse folgen, sonst würden die Wellen nit in einander einbeissen.

21. Die tüeffeste Falssen kan man holrund aussschleiffen, maistenthails auch die erhebete. Vnd solen sie alle, sonderlich die erhebete, glatt werden. Diss mag leicht geschehen, wann eine Welle auff die andere gerieben wird. Denn sie legen sich aufeinander (wann sie noch nit im Stirnplatt stehen) ab vnd ab, wie ein lateinisches S. So aber diss an einer Falssen oder an eim Ort fehlen solte, so ist diss ein Anzeigen, dass die Wellen nicht just seyen.

22. Das hültzen Model betreffend köndt man alle erhebete Falssen absonderlich drähen, die Wellen aber an 12 Orten tüeff ausshoblen, hernach ein jede runde Falssen in ihr Luckhen einlegen oder nageln.

23. Baide Wellen sollen bey eim Haar gleiche Höch haben vnd stärckher an die Stirnplatten angehen, als die halbhole Rundungen.

24. Weil dise Riss alle justificirt vnd gewiss seind, so khans nit fehlen, so man jnen vberall nachkhomt, so muss es allerseitz gleich vmbgehen; so es aber an eim Ort allein steckhen wolte, so ist gewiss am Riss, Winckelmaass, Ebene oder Rundung gefehlt, derowegen solche Vngleichheit im Vmtreiben fleissig abzustellen.

25. Mit dem Boden, Aussguss vnd Schrauffen pleibts beym alten, allein dass sie nit enger werden vnd vberall so gericht seyen, dass man mit Kitt vberall wol zukommen könde.

Quae sequuntur Kepleri scripturae respiciunt priorem instrumenti typum, quem artificibus Augustanis secum ferendum commisit. Inscriptae sunt:

Verzeichnis, was sich an dem messernen Model für Mängel befinden, wölche noch zu verpessern seind.

Baide Maister wissen sich zu erinnern, was mein Fürhaben gewest vnd wir darauff mit einander abgeredt haben. Nemblich hette ich gern ein solch Model gehabt, das meinem Riss nach gar scharff vnd genaw gemacht wäre, verhoffend, es würde im Vmtreiben nit allein Wasser, sondern auch Lufft halten. Da ich nun mit Ihnen mich destwegen vnterredet vnd gefragt, ob es müglich wäre, da ichs sonst lieber von Holz wolte machen, wann es nit genaw zugericht solte werden, haben sie versprochen, sie wollens also machen, dass es im Hineinblassen den Lufft auffhalte.

Da hat Baltasar darneben vermeldet, er wölle es an baiden Stirnplatten in den Rundungen füettern, aber die Falssen künd er nit füettern; hab ich ime hingegen gesagt, er sol nur die Falssen gerad vnd glatt auffeinander richten, wie mein Angeben vnd Abriss vermag, so wöll ich alssdann selbst derfür sorgen, dass es alda Wasser halten würde, oder dahin zu bringen sein würde, verstehe durch die Füetterung.

Vnd alss inen fürgeworffen worden, das Leder in den Rundungen werde sich geben vnd abreissen, haben sie nein gesagt. Denn das preissische Leder presse sich hinein vnd lege sich so starck an, dass es nit mer herabgehe, bis es verfickhet werde.

Haben mir auff alle mein vnd des Herrn von Dietrichstein Einreden einen Muth gemacht vnd letztlich mich angetrieben, da ich etwas schläfriger werden wollen. Weil sie dann ihres Handtwerckhs Maister seind, vnd ein grossen Werth vom Pfundt gefordert, hab ich billich ein Vertrawen zu ihnen gehabt vnd mit ihnen abgerettermassen geschlossen. Dann sie mich nie abgemahnet, diss oder jenes werdt schwerlich können gemacht werden, sondern die Invention allwegen gelobt. Als sie hernacher ein Model gemacht, hab ich ihnen fleissig angezeigt, was ich daran für Mängel habe: erstlich schneideten sie die Falssen zu weitt auss, dass eine Höhe in die andere Tüeffe zu klein wehre, da sagte der Maister, er müss es auch machen, dass es sich treiben liesse; antwortet ich, wann ers meinem Riss nach machen würde, liesse es sich freilich treiben. Sagt der ander: dem Holtz müsse man nur etwas zugeben, die Form werde schon etwas weitter; da solt ich nit sorgen, das Mess werde diesen Mangel nit haben. Hierauff ich dises Punckts halben zufrieden worden. Fürs ander hab ich ihnen gesagt, die hültzene Wellen sey krumm oder vbereckh vnd bin starck darauff gangen, er soll zwo newe Wellen machen. Der Dicke aber sagt mit spöttli-

chen Worten, ob ich vermein, dass er noch 8 Tag mit dem Model zubringen solte? Vnd ist nach vilen Worten darauff verpliben, er wöll die Form desto weitter machen, damit er ime nemen kinde, wo es zu hoch wäre. — Hab ich also sie genugsam verwarnet, da ich das hültzene Model gesehen.

Als sie das Werkh ihrer Meinung nach aussgefertigt vnd gebracht, hab ich gleich eben diesen Fehl, der im hültzenen Model gewest, für Augen gestelt vnd protestirt, dass diss Werckh meinen Angaben nit gemäss sey, sondern die Wellen vbereckh gehen, wie sie dann auff der Ebene sehr hin vnd her gewanckht, wie ein Stuel, dem der eine Fuss zu kurtz ist. Darauff nach langem Disputat sagten sie, sie wolten jm helfen mit der Füetterung zwischen den Falssen. Da ihnen die gewisse Statt, da die Füetterung durchgehen solle, angezeigt worden vnd sie zuegesagt, dasselb also zu machen, haben sie hernach ihres Gefallens das Leder zu hoch gesetzt vnd anderst nit verwahrt, dann allein dass sie Hoffnung gemacht, das Leder werd sich hineinverschwellen.

Weil sie dann vil Wort gemacht vnd nicht nachgegeben, hat man sich müessen auff ein schlecht Prob beruffen, die sie zwar vngern gestatteten. Dann ich nit vnbillich besorgt, bey einer Prob möchten sich mehr Mengel befinden, wie ich ihnen denn allbereits noch einen grossen Mangel, der vormals vbersehen worden, angezeigt, wie nemlich die Wellen nit gleicher Höch, sondern je eine vmb die ander bey einem Messerruckhen das Stirnplatt nit erreichen, also dass man zu der Wellen hinaussehen mögen. Vnangesehen sie gesagt, es sey gnug, ich darf die Wellen von hinden aufstreichen, hab ich ihnen doch hierinnen nit kinden glauben geben, weil ich nit hinein sehen konde, sondern hab nottwendig mich auff ein Prob auch in diesem Punckten beruffen müssen.

Erstlich hab ich Wasser oben hineingeschittet vnd zwar gar von keiner Höhe, sondern nur so hoch, als das Werckh selbsten. Das ist hauffenweiss vnd in einem Augenblick durchgerunnen. Wann es meinem Abriss gemäss wäre oder die angerathne Hülff gnugsam wäre worden, so wäre es so wenig hinaussgelauffen, als zu einem eingeriebenen Zapffen. Warumb haben sie mich von so grossen Vnkosten nicht abgemahnt? Ja warumb haben sie mich vermahnt, sie wollen es also zurichten, dass es auch den Blass auffhalte? Und ist zu mercken, dass das Wasser allerseitz durchgerunnen, am meisten aber zwischen den Wellen. Ist ein Anzeigen, dass die Nebenfütterung in vil Weg nit gnugsam vnd für nichts ist. Gleichsfalls, doch etwas gemächer, ists zwischen dem Ring hinaussgelauffen; ist ein Anzeig, dass die Wellen an dem Stirnplatt von hinden kheinswegs anstreichen, wie sie fürgegeben, welches auch dahero abzunemen, weil es quellenweis zum Loch hinausgerunnen, darinnen die Wellen vmbgehen. Hernach hab ichs von baiden Seitten vmbgetriben vnd darbey Sperrungen befunden, dass man mit aller Macht kaum dahindurch gemöcht. Diss hat die Rundungen, mercklich vnd zu greiffen gewest, von einander getriben, so offt man hinkommen. Ist gut zu erachten, dass es für ein solch Werckh ein vberauss schädlicher Handel; dann auch das Wasser vberall zun Schrauben heraussgerunnen.

Die Vrsach diss Wesens fast alles mit einander ist, dass die Wellen schel sind vnd eine Höch in der andern Wellen Tüeff queer einfället, rhüert also vom hültzenen Model hero. Muess also sich ein Wellen vbersich heben vnd das gantze Instrument zerreckhen. Hierauss leicht zu ersehen, dass disen Wellen mit der Nebenfüetterung kheinswegs mag geholffen werden, sondern von Nöthen seyn wirdt, newe Wellen zu machen. Hetten sie anfangs auff mein Vermahnen newe hültzene Wellen gemacht, worumb ein Tag zu thun gewest, so würd es jetz so viel Wesens nit bedürffen. Vberdas ist der Nebenfüetterung nit gnuegsame versprochene Fürsehung geschehen, denn ein Lederlin nach dem andern heraussgefallen. Letzlich vnd vnangesehen alles vnser Vmbtreiben, wann es bey einander wäre, nit ½ Stunden gewähret hat, so hat sich doch das Leder in der holen Rundung erstlich gefalten vnd endtlich gar abgerissen vnd eins Fingers lang herfürgangen.

Solche Hölinen solten glatt aussgeschliffen vnd gedräng an die Wellen gericht werden, deren für jetzo kheins geschehen; dann sie gar rhaw seind. Wie auch die

Stirnplatt gleichsfalls auff ein andern Weg zu ersehen vnd zu dem End die Wellen gleich hoch zu machen; die Luckhen, da der Guss versagt, auszufüllen, damit das Leder nit aussgefressen werde, auch die Löcher also abzumessen, dass sie in gleicher Höch stehen.

Wann disen angezeigten Mengeln allen meim angedingten Abriss gemäss geholffen, sollen sie für die Würckung nit sorgfältig seyn. Dann vnangesehen, es thue sein Thuen oder thue es nit, so werde ich schuldig seyn, ihnen ihr angedingt Gelt dem Gewicht nach (da sie mich doch vorhero auch gewisser hetten berichten können, wie schwer es seyn würde) richtig zu bezahlen. Im widerigen vnd so lang ich meinem Abriss khein Gnüge geschehen weiss, werden sie anderst mit ihnen reden lassen müessen, da ich mich zu einer Erkanntnuss erbiettig erkläre.

M. Johan Kepler.

Keplerus, ut pecunias Milleris ad perficiendam machinam in antecessum datas recuperaret, adiit medicum Augustanum Carolum Widemann, qui cum illis lege agendum censuit. Quare Keplerus hac petitione adiit Imperatorem.

Allerdurchlauchtigster Röm. Kay. auch zu Vngern etc.

Allergnädigster Herr.

Als mir vor 7 Jahren eine newe Invention eingefallen, wie nemblich die Pumpe ohne Ventile vnd so anzurichten, dass sie nicht aussetzte, sondern in continuum vnd circulum gehe, selbe auch mir noch von allen Verständigen bis auff ein Experimentation gerühmt worden, vnd nur allein der Zweifel gewest, ob sich das Messing so sacht aufeinander richten lasse, dass es unter dem Vmtreiben Luft oder wenigstens Wasser halte, hab ich im Sommer des 1602ten Jahrs vnd sobald ich wegen meiner Bestallung ein Gewissheit erfahren, mit eim Brunnenmaister von Augsburg, Namens Hans Miller, um Verfertigung eines gerechten Models gehandelt, ihm 27 fl. auf die Hand geben, der es dann bis Weihnächten des 1602. zu verfertigen oder mir mein geliehen Geld wiederzugeben versprochen.

Es hat sich aber bald Anfangs gezeigt, dass ich den rechten Maister nit antroffen, denn er ein solchs Model gemacht, dass es von Holz besser werden mögen. Vnd obwohl ich vermeint, er werde andere verständige Leute zu Rath nehmen vnd sich befleissen, das Lob eines Maisters zu erhalten, hab ich doch bis lang nach Weihnacht 1602, nemlich so lang er sich hier aufgehalten, weder Kunst noch Geld oder nur gute Worte von ihm bringen können vnd hat er sich so erzeigt, als hätt er nit viel Lust dazu. Weil aber doch er sich mit dem entschuldigt, dass er hier von Hr. v. Lichtenstein sey aufgehalten worden vnd derohalben seinem Versprechen nit hab nachstehen können, hab ich ihm noch 1 ganzes Jahr zugesehen vnd hierzwischen ihn durch Karl Widmann, bestellten Stadtmedicum zu Augsburg anmahnen lassen; ich aber erhalt keinen Buchstaben. Bin daher verursachet worden, mein Geld seinem klaren Verschreiben gemäss, dessen Copias ich hier beigelegt, wieder abzufordern vnd hiermit E. M. um allergn. Fürschrift an einen Ers. Magistrat zu Augsburg gehorsamst zu bitten.

Darneben soviel erinnernd, dass ein anderer von ermeltem Ort gebürtig, seins Handwerks ein Windenmacher vnd ein geschickter Maister mir soviel zu verstehen geben, dass das Werk meinem Angeben nach wohl zu machen wäre.

Weil aber unter den Maistern der Brauch, dass nicht leicht einer dem andern in sein aufgenommene Arbeit redet, ihm werde es dann von der Obrigkeit anbefohlen, wäre von des gemeinen Nutzens vnd der Invention wegen an E. K. M. mein mehreres demüthigstes Ansuchen, dass E. K. M. durch den Magistrat zu Augsburg dise invention von der verständigsten geschwornen Maistern einem oder zwehn, mit Vorbehalt meiner, als des Erfinders, Gerechtigkeit vnd verhofften Privilegio, zu besichtigen, vnd da ein Hoffnung vorhanden, auf E. K. M. Vnkosten (damit sie desto williger) zu verfertigen allergn. Befehl thun liesen.

E. K. M. mich allergehorsamist befehlend

E. K. M.

Allervnterth. Mathematicus

M. *Johan Keppler.*

Complures Ludovici de Dietrichstein ad Keplerum per annos 1603—5 datae literae testantur, negotium illud hydraulicum non statim abjecisse Keplerum. Scripsit v. c. Dietrichstein d. 10. Jul. 1604: ... Sonst will ich nit zweifeln, weil sich Jobst Pirgius undterstanden, Ewer angegeben Wasserwerkmodell ins Werkh zu richten, dass es ohne guten Effecten nit werde abgehen, bin aber des Verfolgs mit Verlangen gewartent. — Deinde d. 17. Feb. 1605: Ewern Bericht vber Pirgii Werkh hab ich gelesen, vnd weil das Werklein durch ein Seiten wie ein Pratspiss getriben würdet, so eracht ich, man werde die Feder aufziehen, wie an einer Vhr. Da möcht ich nun wissen, wie lang es gehet vnd ob es sich in eim grossen Werk, wie mir nicht zweifelt, durch ein starkh Gewicht richten liess?

Dass sich andere im Reich understanden, diese Ewer Invention nachzumachen, will ich glauben, sie sein aber von Billichkeit wegen schuldig, mit euch sich derentwegen zu vergleichen. Ich eracht, es muss nur durch das schlimme Mendlin in Augsburg, dem Irs Werk vertraut habt, auskhommen seyn. —

Haec Dietrichstenius; Kepleri literae desunt. De effectu machinae ipse refert Keplerus.

Bericht von dem messenen Wasserkünstlein.

1. Auff die beschehene Fragen, wie viel Wassers zu Treibung des gantzen Werckhs vonnöthen, wie weit vnd dick die Röhren sein mögen, wie hoch sie in jeder Weitte das Wasser heben können, will es sich mit runden Zil- und Massgebungen nicht wohl antworten lassen, in Ansehung ich selber noch nit in der Erfahrung stehe, vnd nit alles, so da mit vernünftigen Vrsachen bestätigt wird, drum gleich ins Werckh zurichten, sondern die Materialia den Künstlern, wan sie mit der Speculation am besten daran seind, erst die meiste Einwürfe machen.

2. Mit meinem ersten Werklin, so ich im verschinen October gezeigt, hab ich so viel probirt, dass es das Wasser etwa 2 Schuch hoch von unten hinaufgesupffet vnd vngefahrlich 1 Mans hoch vber das Instrument hinaus in ein messenen Kanal gedruckt vnd zu eim kleinen Löchlin, eines Nadelknopfs weit, ziemlich starckh hinausgespritzt, vnd das je stärcker, je geschwinder man ist gewest im Vmbtreiben.

Mit disem jezigen Werklein will ich alles dasjenige, so ich probirt, ordentlich beschreiben.

3. Dan als ich auss dem empfangenen Sendschreiben die vorgelegte Fragen vernummen, hab ich erstlich das Instrument an ihme selbst, soviel dran von Mess ist, genommen, vnd von den Kanälen, deren jeder 2 oder 3 Zoll lang, den einen unter sich ins Wasser gestossen. Wann ich dann vmbgetriben, so geschwind als es die Gelegenheit mit dem Trieb vnd gerhüewiger Hand gegeben, dergestalt, dass einer mit solcher Geschwindigkeit den ganzen Tag als zu reden nit solt müd werden, hab ich vermerckt, dass das Wasser gleichwohl noch zum obern Kanal hinausgedrungen, spritzensweise, vnd ist dises Vbersichspritzen so viel stärker vnd höcher gewest, soviel ich geschwinder vmbgedreht.

4. Hierauss ich schliesse, dass dieses die rechte Weite von einem darzue gehörigen Kanal, wie die bayde obbesagte messene Zapfen am Instrument selbst ausweissen: posita ea celeritate circumactionis, quam descripsi.

5. Hie ist zu mercken, dass soviel ich noch mit Wassserkünstlern zu reden kommen, ich sie entweder nit recht vernehmen können, oder so viel befunden, dass sie sich selbst betrügen, indem sie sagen, dise oder jene Kunst treibe ein Wasser 1, 2, 3 Zoll dick. Ich sag jne, dass ich zu disem kleinen Instrument einen Kanal machen wölle, 1 Zoll dick, vnd derselbig mir gleichsfalls vollwerden vnd oben vberlaufen solle, aber es wird drum nit der rechte Kanal, sondern zu weit seyn. Drum ist es nit gnueg, ein Wasser treiben 1 Zoll dick, man muss auch sagen, wie starckh es solches treibe vnd wie geschwind es sey im Aussguss, ob es eng hebe vnd vber sich oder (so der Zapff auf einer Seiten) entan spritze oder ob es nur schlecht vberlaufe. Dan es je einmal war, wann ein Wasser zu eim engen Loch geschwind ausslauft, so kann wohl soviel hinaus kommen, als wann es gemach zu eim weiteren in einerley Zeit ausslauft.

6. Zwar mit gemessenen Gefässen, als mit einem eimerigen Fass, hat es sein Weg: wann das Fass voll ist vnd wann unten am Boden, auf welchem es aufgerichtet steht, ein Loch wäre, so wird es völlig treiben vnd spritzender hinausgehen, so lang 1 Schuchs hoch Wasser drinnen wäre, doch je länger je schwächer.

7. Aber wann ein Wasser von vnten vber sich getrieben wird vnd oben aussgiesst oder nach der Seitten, da muss mir der Meister neben dem Diameter des Lochs auch anzeigen, wie hoch es von dem Mundloch des Zapffens vbersich in die freie Luft springt, oder nach der Seiten, wie weit es mit seinem beständigen Gang entan spritze; sonst weiss ich noch nit, wie starck es ist.

8. Oder eine andere Gewissheit, dieweil die Pompwerckh aussetzen vnd nit stetig an einander, wie mein Instrument, ausgiessen, so richt er mir den Aussguss in ein Gefäss von bekannter Höhe vom Zapffen an, vnd moderir den Zapffen hernach mit auf- oder fürreiben also, dass das Gefäss jeder Zeit bis oben an voll bleibe vnd doch auch nit vberlaufe. Dann abermal gewiss, wann das Gefäss jeder Zeit nur halb voll vnd also das Wasser niedrig auf dem Zapffen ligt, so wird weniger hinauslaufen, als wann es jeder Zeit ganze Völle behält bis oben an.

9. Ich bin also der Meinung, wann man einen Kanal hat, wie hoch man ihn bedarf vnd die Kunst vnten daran gerichtet wird, mit allem seinem Wasser, so starck mans zum Trieb haben mag, also dass es nu gehet, so soll man oben zum Aussguss schauen; geht er still vnd erhebt sich nit $^1/_2$ Zoll hoch in die Lufft, so kann der Kanal zur Verhüthung vberflüssiger Schwere gar wohl enger seyn. Springt dann das Wasser oben höher, so ist es oben zu eng vnd verhindert den antreibt mit zu viel anstreiffen an den Wänden des Kanals. Vnd soll ihm im Aussguss ein wohlgeschicktes Mundloch gegeben werden vnd hernacher ab vnd ab nindert kein engerer Durchgang seyn.

10. Damit man aber nit mit eim so schweren Versuch in Verlust komme, so riethe ich disen Handgriff. Man nehme einen Kanal einer gewissen Höch vnd Dicke, als z. E. 1 Klafter hoch vnd Viertel eines Zoll weit vnd nindert enger. Denselben richte man an die Kunst und lass von dem Wasser, das man zum Trieb hat, je länger, je mehr arbeiten, so lang, bis der Aussguss oben seinen rechten Sprung hat, wie N. 9. gesagt. Wann diess geschicht, so besehe man, wie viel Wasser dieses zu thun vermüge (hindangerechnet dasjenige Wasser, welches zum Vmbtreiben des leeren Werks vnd dessen rechter Geschwindigkeit vonnöthen) vnd wieviel man dessen zum Trieb noch übrig habe, auch wie viel höher man das Wasser heben wölle. Z. E. ich hette des Wassers noch 3mal soviel, wollte aber gern nit nur ein, sondern 30 Lachter im Saiger vbersich fahren. Wann ich dann das gantze Wasser gehen lasse, so bring ichs in diser Geschwinde 3 Lachter hoch; ist erst der 10te Thail der begehrten Höch; soll es dann zu öberst auch so starck gehen, muss ich den Kanal 10mal enger machen in diminutione quadrata. Nimm den dritten Thail von $^1/_4$ Zoll, so ist das Loch 9mal enger, derhalben das Loch gar ein wenig kleiner dann $^1/_3$ von $^1/_4$ Zoll, d. i. ein wenig kleiner als $^1/_{12}$ Zoll seyn muss. Hiermit bleibt das Wasser im Kanal in einerley Geschwindigkeit in der Niedere vnd in der Höch. Die Kunst selbst aber wegen der gemessenen Menge des Triebwassers gehet 10mal langsamer als zuvor.

Also: Wasser 1 treibt in die Höch 1 durch $^1/_4$ Zoll so starck, als Wasser 3 in die Höch 27 durch $^1/_{12}$ Zoll. Aber nit so viel, sondern nur der 9te Theil wird in dise Höch kommen; dann auch die Kunst 9mal langsamer.

11. Doch ist auch zu bedenken, ob es dem Instrument nutze, dasselbe so geschwind zu treiben, als man es haben will. Item wann es zu gemach gehet, ob nit endlich wegen der grosen Höch ebensoviel zu den kleinen Spältlen, welche kein Meister verhüthen kann, hintersich getrieben werde, als viel man mit eim so gemachten Vmbtreiben hineinbringt.

12. Dann gewiss, wann schon nur der 20te Theil von 1 Lachter Höch hintersich lauft, so wird doch von 10 Lachtern hoch viel mehr als der 20te Theil verlohren seyn, weil, je höher ein Wasser auff einem Loch ligt, je stärcker es unten ausschiesst.

13. So ist auch diess zu wissen, dass das Wasser, so man zum Trieb hat, gleichsfalls seinen Vmbstand haben muss, will man seine Stärcke wissen. Z. E. ein Wasser, 1 Zolls dick vnd 1 Schuchs hoch im Fall, arbeitet so viel vnd nit mehr als Wasser $\frac{1}{3}$ eines Zolls dick, welches im Fall 9 Schuch hat, wann man anderst diese seine gantze Höch brauchen kann.

14. Hie hab ich abermal einen Streit mit den Werckleuten vnd Mühlmeistern. Weiss nit, ob ich recht habe. Sie halten viel auf den Schuss eines Wassers vnd meinen, wann sie ein Wasser haben 10 Schuch hoch, so soll man ein Rad machen, das 7 oder 8 Schuch hoch sey, damit das Wasser von 2 Schuch herab darauff schiesse vnd also desto mehr thue.

15. Ich aber, ob ich wohl auch viel von einem solchen Schiessen halte, wa man die Menige hat, so bin ich doch der Meinung, wa das Wasser klein vnd thewer, soll es mehr thun auff ein Rad von 10 Schuch hoch, also dass es ohne einen Schuss strack oben drauf gerichtet werde. Dann mir ligt hiermit alle Zeit ein Wasser 10 Schuch lang auff dem Rad, ihnen aber nur 7 oder 8 Schuch lang; das Vbrige ist in der Luft; so ist je 10 Mass Wasser mehr vnd schwerer dann 7 oder 8. Item wann das Wasser strack oben drauff gerichtet wird, so geht der Schuss fein überzwerch, ad motum rotae.

16. Vnd gilt hie nit das Exempel mit anderen harten Dingen, als mit einer Axt, welche ein Holz spaltet, welche, wenn gleich 100 Aext auf ihr lägen, mit dem Gewicht solches nit thun würde.

17. Ist wahr, aber zu bedenken, dass der Mensch der Axt einen Schwung gibt, vber die Natur ihres Gewichts, vnd die Axt, als ein widerstrebend, gewichtig, hart Ding, solch einen Schwung annehmen kann. Nit also mit dem Wasser, denn das bekommt seinen Schwung nur von seinem eigenen natürlichen Gewicht vnd mag auch diesen nit gar ausstehen, sondern zerstrewet sich ehe. Item was die Axt oder Hammer thun soll, das hat diese Natur, dass es muss in eim Augenblick geschehen, als spalten vnd brechen; aber das Vbersichtreiben des Wassers ist ein continuum vnd will sich nit pochen lassen, es hat sein Gang wie der Schneck. Doch lass ich hierin die Erfahrene vrtheilen vnd wollte gern hören, wie sie mich hierauf beantworten würden.

Aus erzählten mancherley Bedencken, so bei den Wasserwerckhen fürfallen, ist klar, dass sich nit lasse eine gründliche Aussag thun, wie dieses Model oder Künstlein zu gebrauchen seyn werde.

18. Mein einfältig Bedenckhen wär dieses, man liess es an ein Mühlrad richten vnd übersetzen, also dass es einmal oder 10mal vmbgehe, bis das Kampfrad 1mal herumbkommt, da wird man aus dem Spritzen wohl sehen, ob es noch mehreres leiden möge.

19. Erstlich lass man so viel Wassers auff dem Rad, bis das Rad mit dem Instrument anfangs leer vmbgehet vnd seine mässige Geschwindigkeit bekomt.

20. Vnd dises Wasser soll gemerkt werden, wie dick es sey, auch

21. Wie hoch es am Rad arbeite, quanta sit altitudo a summitate rotae, eo usque, ubi aqua rotam deserit.

22. Darnach lasse man die Kunst ins Wasser gehen vnd so hoch treiben, so hoch draussen am Rad das Wasser arbeitet, vnd richte alsdann den Kanal, wie N. 9. gezeigt worden. Leztlich soll auch die Höch, wohin man den Kanal führen will, nach dem Saiger genommen vnd gegen den Kanal halten, wie viel sie höcher sey dann diser. Dann sovielmal sie höcher ist, so viel dicker als der Kanal muss der Arm seyn (in quadratura), welcher zu demjenigen Strom vonnöthen, von welchem anfangs das Instrument getrieben worden, damit also gewiss sey, dass das Wasser in der Höch durch einen ebenso weiten Kanal nit langsamer gehe, als unten in der Prob. Ein Exempel. Ich lass geschehen, dass diser messene Kanal am Instrument der rechte Kanal sey, dessen diametro will ich den Namen 1 geben. Vnd das Rad treib ihn so starckh, dass es (wie N. 9) eins halben Zolls hoch oben vberaus schiesst in einen Kanal von 5 Schuch hoch, vnd das äussere Wasser arbeite auch so hoch am Rad (wie N. 21.); dasselbe Wasser aber sey 4mal so dick als vnser Kanal, vel quod idem,

sein Diameter halte 2 vnsers Kanals diametrorum. Meine Höch sey 125 Schuch, d. i. 25mal so hoch als der Probierkanal, so nimm ich einen Kanal 5 Schuch hoch, dessen diameter 5mal so gross als des Probierkanals, i. e. cujus corpus perfecte cylindricum tantundem capit, quantum longus canalis cum suo spatio perfecte cylindrico, vnd lass ihn auch aufs Rad gehen; dise 2 Kanäle, einer 2, der ander 5 diametrorum nostri alti canalis, werden das Wasser 125 Schuch hoch zu vnsers Instruments Kanal austreiben, so starck, dass es oben gleichsfalls $^1/_2$ Zoll hoch über sich schiessen soll. Dann der Kanal mit 2 diametris, welcher (ut posuimus) 4mal soviel Wassers gibt, als der hohe Kanal, diser wird das Instrument vmbtreiben. Der ander aber mit 5 diametris, welcher 25mal so viel Wassers gibt, (oder gerad so viel Wassers in sich hält) als der Kanal, derselbige wird das Wasser oder seine Schwere forttreiben.

Ita semper fit, quoties tantum aquae suo pondere incumbit rotae, quantum sufficit ad versandam rotam instrumento vacuo (et versandam quidem eam in debita celeritate N. 9. descripta), tunc postea ponderi aquae extraneae tantundem aquae est adjiciendum, quantum est in toto longo canali: et quod non potest fieri in altitudine propter rotae parvitatem seu humilitatem, compensandum est in crassitie ratione quadrata.

Doch muss man sehen, dass die Schaufeln am Rad also zugerichtet seyen, damit dises herzugemessene Wasser alles drein möge, vnd nichts vergeblich vberauslaufe. Item so hab ich bei disem genawen Ausszirckeln die imperfection des Instruments, die nit müglich ganz abzustellen, vnd das Hintersichlassen bei Seit gegestellt, denn wer wollte diess wehren können? Ein verständiger wird ihm wissen draussen auff dem Rad etwas zuzugeben.

Belangend meinen hiesigen Versuch, hab ich einen Kanal von Blech hie beigelegter Weite vnd so lang, als der darum gewundene Bindfaden aussweiset, zugerichtet; diesen Kanal hab ich erstlich in der freien Luft hinabgehängt; weil er sich aber geschwungen, auch nit gehäb genug gewest, hab ich ein Gestäng dazu machen lassen, dasselb eins kleinen Fingers dünn an der einen Seite ausgenommen oder ausstossen lassen. den Kanal drein gelegt, mit Pech vbergossen vnd also aufgerichtet. Durch disen Kanal hab ich das Wasser von vnten hinaufgetriben, dass es zur Schnauzen starckh hinauff auff eine Seite gesprizt. Wann ich ein wenig stärckher vmbgetrieben, hat es noch weiter entan gesprizt.

Ich hab zwar das Gewicht zu ringeren ein solch kleinen Kanal gemacht, aber nit recht daran gethan; dann weil er so eng gewest, hat das Wasser vberall angestreifft vnd also den Trieb mehr beschwert, als das Gewicht gethan hätte; welches denn auch aus dem Spritzen, wie N. 9. gemeldet, zu sehen gewest.

Vnd so viel vom Drucken, dahin alles dasjenig zu verstehen, was bishero gesagt worden.

Sequitur de Suctu, a quo instrumento nomen **Aquaefugae** posui. Jezt will ich auch vom Supfen etwas melden, welches gar ein anders ist. Dann bekannt, dass alle Wasserwerckh vom Grund auffwärts druckhen, vnd nit bald ein Pompwerckh ist, welches über 2 Lachter hoch über das Bodenwasser ansetzt. Die Gestenge gehen gemeiniglich in alle Tüefe.

Die Vrsach, warumb man nit ein Wasser oben am Tag hinaufsupfen kann, so mans doch unten im Grund hinauftreibt, bedünkt mich diese: Aqua comprimi in angustum non potest (nisi parum admodum per frigus et congelationes), extenuari vero omnino potest, et in immensum quidem, quod patet in ollis ferventibus. Jam expressio aquae est via ad compressionem, suctio est via ad extenuationem. Illic aut comprimi aut trudi debet. At comprimi non potest, ergo truditur. Hic aut trahi aut extenuari debet. At extenuatur, ergo minus trahitur.

Ein andere Vrsach: Aqua densior est aëre. Aër transit spiramenta metallorum invisibilia, quae aquam non transmittunt. Jam dum truditur aqua, facile crassitie sua cohibetur, ne exeat per corpus canalis. At cum trahitur vel sugitur, non facile aër extraneus, canalem circumstans, cohibetur, ut non in canalem intro trahatur, subtilitate sua adjutus. Ac etsi pice fuerit oblitus canalis, tamen et pix poras habet invisibiles.

Jedoch hab ichs versucht. Oben am Kanal ein Becken gestellt, das Instrument darein gelegt, vberall verwahrt, dass es fest gelegen vnd im Vmbtreiben sich nit bewegen lassen, den Kanal mit einem Bogen vber das Becken hereingeführt, oben Wasser zugegossen, damit das Instrument gar im Wasser liege vnd vmbgetrieben werde: damit, wa das Instrument nit gehäb genug, nit etwa der Luft zum Instrument hineinschnappe, sondern vielmehr ein Wasser für der Thür seye, welches wegen seiner Dickhe vnd Zäche nit so geschwind vnd in solcher Meng hineinkan, vnd ob es mir wohl einmal versagt, also dass ich vermeint, das Supfen nit möglich sey, so ist doch nur die Schuld gewest, dass es nit recht verwahrt gewest am Kanal vnd derselbe keinen Luft gehalten, sonderlich oben, da ich den Kanal mit dem Bogen oder Hackhen ins Becken gerichtet vnd nur mit Wachs verkleibet gewest. Dann wie ich allen Sachen recht gethan, hab ich das Wasser gleich sowohl in disem Kanal von vngefahrlich 30 Schuch oben von vnten hinaufgesupft, als ichs zuvor vnten hinaufgetrieben.

Doch hab ich auch disen Vortel gebraucht: wie es vberall wohl verkleibt gewest, hab ich zuvor ein Zug etlich hintersich getrieben, vnd das Wasser aus dem Becken in den Kanal hineingesupfft, damit also der Kanal aus dem Becken von oben her voll worden. Hernach hab ich wieder für sich getrieben, da ist es nacheinander herauf gefolgt, gleich als wann ich gleichsam eine Schnur hinabgelassen, vnd drunten einen Stein angeknüpft vnd also daran heraufgehaspelt hätte. Mit 24 Vmbtrieben hab ich den Kanal supfender angefüllt. Aber treibend von vnten auf ists mit 17 oder 18 voll worden. Wird der Kanal 2mal so dickh gemacht werden, als der mein gewest, so wird man 4mal so oft vmbtreiben müssen, bis er voll wird, wann er gleich auch nur 30 Schuch hoch werden sollte. Je höher er gemacht wird, je öfter muss man vmbtreiben, bis er voll wird.

His similibusque experimentis hydraulicis Keplerum multam operam tribuisse testantur insuper haec documenta, quibus hanc concludimus particulam.

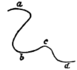
Ad Ducem Württembergiae **Fridericum** haec scripsit.

Gnädigister Fürst vnd Herr. Wiewohl es nunmehr in dem 9. Jahre, dass ich von E. F. G. Hofhaltung von Stuttgart hinweg, vnd leichtlich erachten kann, dass E. F. G. wegen dero hochwichtigen Geschäften nit Vrsache haben auf mich zu denncken, auch mir vor 4 Jahren auff mein damals schwerlich krankliegenden vbergebene vnterthänige Supplication, (wegen derjenigen, so ich zu meiner Werbung erbeten gehabt, gepflogenen Vnfleises) keine Antwort erfolgt, jedoch weil ich gleichwohl E. F. G. Stipendiarius bleibe, hab ichs für ein Gebühr gehalten, E. F. G. zu diesem eingehenden Newen Jahr mit eim schlechten Kupfergeld, nemlich einem Exemplar meines newlich verfertigten vnd Ihrer Kais. Maj. dedicirten astronomischen Werckhs vnterthänig zu verehren vnd hiedurch E. F. G. meine vnterthänige Affection dero wie vor diesem jeder Zeit, also auch fürohin, in massen einem getrewen Vnterthanen vnd Stipendiario gebürt, gehorsame, höchstbeflissene Dienste zu erzeigen vnterthänig anmelden wöllen. Vnd hätt ich diss billig längst verrichten vnd an E. F. G. vnterthänig schreiben sollen, wo nit die Gelegenheit mit E. F. G. bestallten Büchsenmacher fürgefallen vnd sich seine Heimfahrt bis dato verweilet hette.

Wie nun ich mit ermeltem Büchsenmacher allerley conversirt, vnd vnter anderem auch verstanden habe, dass E. F. G. vnterschiedlicher Orte sich mit Anrichtung stattlicher Wasserwerckhe belustigen, also bericht E. F. G. ich, dass ich vor 7 Jahren zu einer invention gekommen, die I. F. G. des H. Landgr. v. Cassel Vhrmacher Jost Bürg mir dermaleins ins Werckh gesetzt, vnd drauss I. M. ein lustiges Kunstbrünnlein zugerichtet. Nämlich habe ich dadurch die Pomp in circul gerichtet, dass sie nit nur auf vnd ab, sondern stracks vmbgehet, auch keiner Ventiln nit bedarf, sondern das Wasser vom Grund aus biss zum Aussguss durch das Instrument hindurch, wie ein Seil durch einen Haspel oder ein Draht durch einen Zug geklemmt wird.

Vnd weil es der Bürg in der kleinen Form dahin gerichtet, dass es das Wasser hebt vnd suppfet (da dann das Mess überaus scharpf auf Mess gerichtet seyn vnd gehen müss), vnd nichts desto weniger diser Trieb so leis geht, dass er auch nur durch eine kleine Feder, nit so starckh als die einen Bratspies treibt, regiret vnd das Wasser dreyer Manns hoch spritzen gemacht wird: demnach so vermueth ich, so E. F. G. es an ihne begehren würden, sollte er E. F. G. wohl ein nützlich Model zurichten können.

Ferner hat ermelter Büchsenmacher mir gemeldet, dass einer E. F. G. zu Heidenheim ein Wasser zu führen versprochen, welches nit fortwölle. Nu ist mir nichts geholffen mit Fürwitz, auch weiss ich die Vmbstände nicht: aber doch E. F. G. auch hierinn meine vnterthänigste Affection zu erweisen, wollt ich dise gehorsamliche Meldung thun, ob nit vielleicht der Kanal einen Bogen vber sich nehme, inmassen allhie zu



sehen; da gewiss, wann schon die Wasserstuben a 100 Klaffter höher wäre dann c, der höchste Gipfel des Bogens, so mag doch das Wasser in die Länge nit fort. Dann es sammelt sich mit der Zeit durch die allerkleinste Blätterlein ein Lufft, der dringt vbersich, so wohl von d als von b, vnd sammelt sich in c, da wird er endlich gleich als ein Zapffen, der fürs Loch geschlagen wird, dass das Wasser weder hintersich noch für sich kann vnd muess ehe der Teichel zerspringen. Wann sich nun diser Fehl befindet, da ist kein ander Mittel, dann man stelle eintweder den Bogen vber sich ganz vnd gar ab (da ein grosser Fleiss dazu gehört, dass man nit für eine Schnur-Ebene ansehe, was wahrhafftig gebogen, dann es gleich so viel ist, wann der Kanal in die Läng von etlich 100 Schuch nur so hoch über sich gebogen wird, als er dick ist, so ists schon geschehen.

Oder aber, wenn es nit anderst seyn kann, sondern man muss vber einen Hügel springen, so öffne man am höchsten Ort des Bogens ein klein Röhrlein, lass es immer für offen stehen, vnd geb ein solches klein Wässerlin für verlohren. Oder so es der Mühe werth, führ man einen Kanal von c vber sich, dass er die Wasserstuben a vberhöhe, vnd lass ihn oben offen, so wird nichts ausslaufen vnd der Lufft gleichwohl hinaus können vnd also das Wasser vngehindert von a durch b c in d kommen.

E. F. G. bitt ich gehorsamlich, eine solche vergebliche Fürsorge, weil sie doch gut gemeint, vnd nur eine Anzeigung meines Gemüths ist, von mir in Gnaden an vnd auffzunehmen, Dero ich mich vnterthänigst befehle.

E. F. D.

Vnderthänig gehorsamer

Johan Kepler

d. Z. Ir Kay. M. Mathematicus.

Sicut Keplerus principem Württembergicum consilio non expetito adjuvit in arte »aquaeductoria«, sic Augusto, Principi Anhaltino, petenti non defuit consilio super eadem arte. Adiit Anhaltinus Keplerum his literis:

Von Gottes Gnaden Augustus, Fürst zu Anhalt, Graff zu Ascanien, Herr zu Zerbst vndt Berenburg.

Vnsser gnade vndt alles gutes zuuor. Ehrenuester lieber besunder. Wier geben euch gantz gnediger meinung zuuernehmen, dass Ihr noch wol eindenck sein werdet, wass Wier zu Görlitz mit euch geredet. Vbersenden euch demnach hiermit dass Model der gefertigten Wasserkunst zu Bresslau im abriss, wie auch ain kleines gegossenes wercklein, Mit gnedigem begehren vndt ersuchen, Ihr solches rectificiren, vndt wie damit in würcklicher effectuirung, in einem vndt dem andern zu progrediren sei, vnd euer rechtsambes gutachten schrifftlich ertellen wollet. Dass wollen Wier gegen Euch in aller gnaden erkennen, dem Wier ohn diss wolgewogen sein vndt verbleiben.

Datum Crossen den 9. July Anno 1607.

Augustus F. z. Anhalt.

(Inscriptio: Dem Ehrenuesten Hochgelartten Vnsern lieben besundern M. Keplero Rem. Kay. Mays. bestalten Mathematico zu Prag. Zu eigen Handen.)

Quas literas hae paulo post secutae sunt:

Ehrenvester, Hochgelarter, besonders Lieber. Im Vmbsehen vnd ein wenig gefolgter Muss hab ich befunden vom Belga Drublero vnd seiner profession ein wunderlich Sach. So Im nun nicht zuwieder, seiner action halben mich darüber zu berichten, wehr es mir gar angenehm (lieb die praxin veram) zu vernehmen. Mit Verlangen sein Gutachten über die Wasserkunst erwarttet würdt, so Drublerus ein guttes könt einratten, wehr mir woll geholffen, damit Got in sein schutz befohlen. Crossen $\frac{20}{10}$ July a. C.

Aug. F. z. Anhalt.

Kepleri responsio haec est: Durchleuchtiger hochgeporner Gnädiger Fürst vnd Herr. E. F. G. seindt meine vnderthönig arme Dinst beuor.

E. F. Gnaden Schreiben sambt den drinnen beruerten zur Wasserkunst gehörigen Sachen seindt mir verschinen $^{18}/_{28}$. July wohl eingeandtworttet, vnd haben E. F. G. hiermit solliche alle, sambt dem drüber gnädig begehrten guetachten in Gnaden zu empfahen vnd zuuernemen vnd bin vnderthänigen Bittens, E. F. Gnaden wöllen mir mein runde Erclärung gnädig vnd nit anderst deutten, alss hab es also der sachen notdurfft erfordert.

Belangendt Drublerum Belgam, bericht E. F. Gnaden Ich, dass gleich jetzo einer von Irer Kay. Maytt. abgefertigt vnd in Engellandt geschickht würt, wöllicher, neben andern, auch ermelten Drublerum vermögen soll, sich zu Ihrer Kays. Maytt. nach Praag zu begeben. Was aber seine Inventiones betrifft, bin Ich nit der Mainung, dass solliche sich auff sondern Nutzen in Bergsachen erstreckhen werden, angesehen er sich behülfft motus Elementorum et Elementatorum. Wass nun den motum Elementorum betrifft, glauben E. F. Gn. für gewüss vnd wahr, dass dardurch mehrers nit ausszurichten, alss in meinem guetachten gemeldet. Nam moveri est pati, patitur quod vincitur, vincitur quod debilius, pondus ergo minus a maiori. Muess derhalben allwegen des Tagwassers gewalt sterckher sein dann des Bergwassers vnd seindt die inventiones der Wasserkünsten nit dahin gemeint, dass sie ein gewicht nachmachen, da khein gewicht ist, oder solliches vermehren; dann auss nichts etwass machen stehet Gott allein zu. Sondern alle Künsten seindt nur allein zue disem Zweckh gerichttet, dass sie baide gewicht, das ziehende vnd das gezogene, an einander knüpffen, vnd die sach allso anordnen, dass ein stättiger Lauf drauss werde. Derowegen haben alle künsten ir höchstes Zühl darinnen, dass sie den gantzen gewalt dess Tagwassers ohne Abgang an das Bergwasser richtten, khein Zeit mit feyren verlieren, vnd das wenigste so müglich auff vmbtreibung dess Instruments für sich selbst anwenden. Wer dissen Zweckh erreichet, der hatt die kunst auffs höchst gebracht.

Würt nun Drublerus einen Geist oder zehen dingen khönden, die Ime ohne essen vnd trinckhen seinen Berg erschöpffen, oder würt er ein newe Sehl schaffen khönden, wölliche seine Instrumenta ohn gewicht vnd andere motus elementares bewege vnd in der arbaitt erhalte, so will Ich Ine preissen. Ich wollt aber nit gern zwehen gulden drauff verwetten. (Reliqua, quae musicam attinent, vide vol. I. p. 203.)

Erclärung, Was das Crosnische Messene Modell meiner Wasserkunst, sampt dem abriss vom grössern Werckh für Mängel haben.

1. Wie Ichs im ersten ansehen vmbgetriben, hab Ich befunden, dass es sehr lautt anschlegt vnd schwär stosset: das thuen sie nit, wan sie recht gemacht seind, darauss leichtlich zu erachten gewest, das jme vil fählen werde.

2. Hab ichs in continenti probirn wöllen, vnd den gebürenden Canal in ein Wasser gestossen vnd vmbgetriben, aber da wolt es khein Wasser nit fangen oder vber sich ausswegn.

Ich hab es mit Wasser angefüllet, ob es nach der netzung Wasser fangen wolte, aber hab nichts aussgerichtet. Hab derowegen hinder sich getriben, ob ich auch den lufft von oben hinunter treiben khönde: da wolt nit ein einigs Blätterlin im Wasser auffahren. Letzlich hab ich von oben hinunter geplassen, da hab ich befunden, das die Lufft vberal aussgehe, ohn alles vmbtreiben. Wie ich sterckher geplasen, ist der Lufft auch hinden vnd zwischen den Redern ins Wasser hinab gegan-

gen vnd hat auffquollen. Darauss zuersehen gewest, wie gehüb es seye. 3) Habs derohalben auffgemacht, vnd drinnen nichts dan lautter Fähl, vergebne Arbaitt vnd vnwissenhaitt der Invention befunden, derohalben nit vonnöthen, dass ich wegen meines privilegii sorgfältig seye, angesehen dass der Maister mir gewisslich khein schaden thuen werde. Dan anfangs kheine runde holkehlen fürhanden, an denen die Reder anstreichen solln. 4) Nachmals stehen die Reder zu weitt von einander, vnd mag die Kannen (wie er sie nennet) die tüeffen nit erraichen, vilweniger aussdrückhen.

5. So ist khein ainiger rechter riss gethan, darauss die Kannen vnd Hölinen jren rechten aigentlichen Form bekhommen hetten mögen. Die Kannen seind zu schmal, die Hölinen hingegen zu weitt, vnzweiffel darumb, weil anderwegs der Trib nit ervolgen wöllen, versteh weil es niemahlen recht angefangen.

6. Lasst es sich nit mit kheilen vnd Zapffen in einander füegen, sondern muss geschraufet sein.

7. Auch ist hie khain khütt oder Wachs, vnd hingegen lautter grobe Feilarbaitt, gar nichts subtiles fürhanden, wie solt es dann Wasser halten, vnd geschweigen Lufft?

8. Weil dan im kleinen Model so vil vnd grosse Fähl, vnd der Effect im Wenigsten nit dran zuspüren, demnach so muess der Maister, wofer er nit von Jrer fürstl. Gnaden gemessenen Befell gehabt, ein verwegner vnbesunnener Man sein, dass er sich vnderstehen dürffen, was Jme in sollichem klainen gar wohl müglichen Werckhlin allerdings gröblich gefählet; darbey er nit vnbillich zuverdenkhen, als hab Er Jre Fürstl. Gnaden fürsätzlicher gesuechter Weise vmb das gelt vnd die Verlag gepracht.

Es hat zwar diser abriss ein besser ansehen, als das klaine Werckhlin, weil drinnen die grosse runde Holkehlen, drinnen die Räder vmb vnd vmb anstreiffen, exprimirt vnd zusehen seind. Item so scheinet, dass derjenige, so auff besichtigung meiner Invention sich hinder das Werckh gemacht, an meiner Invention künsteln wöllen, unzweivel mit dem Intent, damit er hernach sagen khönde, sollich sein Werckh sey dem meinen nit gemäss, sondern davon vnderschaiden. Aber Vntrew schlegt jrn Herren, dan mit seinem künsteln hatt er auch diss grosse Werkh gröblich verderbt; hatt vermaint, wan er die Kannen lang mache vnd die Holkehlen dürr, werd es mehr Wasser fangen, als wan der maiste Thail von der Wellen von lautter metal seye. 9. Dan erstlich würt jme sein Trib vberauss schwär. Dan wan die Kannen vnten am Grund den Trib hat, gehet es zwar schleinig zue, wann aber dieselbige Kannen nunmehr gar hinein gedrungen, vnd also den Trib mit dem eussern Kolben verrichtet, ist sie vermüg der schnellwag schwach, vnd hingegen das andere Rad, so da muess getriben werden, ist sehr schwär zu treiben, wan sie an der holkehlen Grund muess getrieben werden, aus ebenmässigem grund. Dieser Vrsachen ist im Vmbtreiben ein Vngleichhaitt wie ains gegen sechs oder siben; das ist nun ein gewaltig starckher Schuckh, der das Werkh. wan es auch am besten gemachet, zerrüttet.

10. So ist Wenig Vortl an den grossen Hölinen. Dan Wasers würt mehr nit aussgedruckht, als die Kannen vermag. Nu ist die Kannen vil klainer an irem Rand, als die Hölin. Item so vil lenger hie die Kannen, so vil dickher ist sie bey meiner Invention. Also ein vergeblicher Vmbschwaiff.

11. Ja es bringt auch dise grosse Höle Hinderung. Der guette Man maint zwar, Ja, es solle die schmale Kanne die gantze weitte Höle ausslähren. Er hat aber nit bedacht, dass zwo Kannen in Form eines rechten Winckhels zusammen streichen vnd die Thür verschliessen, damit dasjenige Wasser, so noch drunter versperret, khainswegs mehr vbersich khan, sondern mit gewalt wider vndersich gedruckhet würt. Vnd ist sollich Wasser zum wenigsten gleich sovil, als ein Jede Kanne vermag ausszudruckhen.

12. Hingegen hatt er gleichsfalls nit bedacht, dass vnten, wann die Kannen auss den Hölinen soll gerissen werden, solliche Kannen nach jnnen zue an die gegenstehende anstreicht, biss baide ainen rechten Winckhel machen, dardurch dan dem Wasser, so von vnten in die Höle anstatt der heraussgehenden Kannen eindringen soll, die

Thür versperret ist, vnd wan das Werckh sonst gehüb gemacht wäre, vnmüglich wäre, solliches vmbzutreiben, dann ehe dann ein Vacuum würde, ehe zersprüng ein Werckh, das noch einmahl so gross.

13. Letzlich, bey diser Form der langen Kannen hatt man khain rechten riss auss geometrischer Kunst, wöllichem man in der Mechanica vnd Handarbaitt nachhengen khöndte, sondern muess allgemach aussgefeilt werden, wie man sieht, das es der Trieb leiden mag. Damit khompt man in Ewigkhaitt auff khaine gewisshaitt.

Wäre derohalben gleich so guett, ein Jeder behülff sich dessen, so er gelehrnet, vnd gieng anderer leütt Inventionum zu jrem vnd seinem, so wol auch seiner Patronen bestem, allerdings müessig, biss er von dem rechten Inventor gebetten vnd vnderrichtet würde.

Ferneres guettachten, die Anstellung diss Wasserwerckhs belangend.

Fürs aller erste wöllen Ire fürstl. Gnaden in Erfahrung bringen, wie tüeff der Schacht im Saiger, vnd so der Zugang einen Fall hette, wöllen die sollichen ein genaw gemessene Stund lang aufffangen, vnd was dessen Innhalt, mich in bekhanten Prager Emmern berichten lassen. Dann Ich mit der Bergkhleutt mass nit content bin, indem sie sagen, ein sollicher Canal von sollicher dickh sey der zugang, vnd nit darzuesetzen, wie starckh der lauff auss dissem Canal zu verstehen sey.

Nachmahlen soll der Zugang, auch der Saiger des Tagewassers, gleichermassen in Erfahrung gepracht werden. Dan so man jeden Zugang in seinen Saiger multiplicirt, nämlich den Zugang des Bergwassers in den Saiger des Schachts, vnd den Zugang des Tagwassers in den Saiger des Falls, den es haben mag: so muess das multiplicirte Tagwasser allweg vmb vil mehr sein als das multiplicirte Bergwasser, sonsten würt man mit allen Instrumenten zuschanden. Vnangesehen dass meine Invention neher ad ąequalitatem khompt moventis et mobilis, als sonsten khain anders.

Fürs dritte, vnd wan sich befindet, dass man Tagewassers genueg, oder den Abgang mit Menschen- oder Vihe-Arbeitt ersetzen mag, alsdan werden die Bergleütte zu fragen sein, ob vnd wie es müglich, dass unus continuus Canalis vom Mundtloch des schachts biss in die vnderste Grueben raiche vnd Wasser halte, dergestalt, wan er von vnten biss oben angefüllet, hernach zu oberst verküttet, zu vnterst aber ein wenig auffgemacht würt, dass er alsdan vberal so gehüb, dass khain lufft oben oder nebens hinein gezogen werde, vnd also khain Wasser vnten zu der geringen öffnung aussrinnen khönde. Wan diss müglich, vnd Tagwassers genueg fürhanden, in massen bey No. 2. erclärt, alsdan versprich Ich ein sollich Werckh zuezurichten, wölliches oben an des Schachts Mundloch gesetzt das Wasser von allem grund herauss saugen solle. Im Fall aber vnmüglich ein sollich Canal zu machen, so ists mitt ainem ainigen Werckh verlohren, sondern müessen aintweder Absätze vnd viel Werckhe sein, oder das ainige Werckh muess anstatt ains Druckwerckhs gebraucht vnd zu vnderst in Schacht gesetzt werden, da Ich andre sorgen lasse, wie die Bewegnus vom Tagwasser durch Gestäng hinunterzubringen, vnd würt gleichwol auch dan zumahl zu fragen sein, ob ain ainiger Canal, vom Tag biss in grund raichend, also zuezurichten, dass wan er vnten zugemacht vnd mit Wasser allerdings angefüllet stehe, vnten vnd zun Seitten nichts aussdringe. Leichter ist es Wasser vnten nit auss-, dan Lufft oben nit einlassen, vnd halt Ichs wol müglich.

Entlich vnd zum vierten, wan die vbrige Müglichkheit für Augen, vnd man gewiss ist, dass diser Wasserhaspel nit vergeblich gemacht werde, oder auch sonsten, ohne ansehung gewisser verrichtung in Bergsachen, eines sollichen Instruments begehrt würde, waiss Ich khain bessern rath, dan man befehle dem vnerfahrnen Maister, weiln es jme schlechteswegs vnmüglich, nur ein klein Modell, zu geschweigen des grossen, zu machen, er gebe die angewendete fünffzehenhundert Taler zurückh allhero nach Prag, darvon will Ich mitt gnuegsamer bürgschafft schuldig sein, dreyssig klainer Werckh füeglich an einander gerichtet, durch einen tauglichen Maister zurichten zu lassen, wölliche ja sovil samptlich thuen sollen, als diss vngeschickhte vntaug-

liche vnd zu verfertigen schlechteswegs vnmögliche grosse Werckh, wan es auch schon sonsten nach allen seinen requisitis aussgemacht würde.

Dem kleinern Werckh khan oder waiss Ich weder zurathen noch zu helffen, nur in Offen oder Tigel darmitt. Vom grössern Werckh hab ich etwas im Abriss verzeichnet, wie es möchte zu Früchten gebracht werden, im Fall es anderst nit der Fähl noch mehr hatt, dan etwa der Abriss aussweiset. Ich halt es schlechteswegs vnmüglich, dass man darmit in Bergwerckhen Früchte schaffen khönden solle.

Aber in andern Weg, als ein Wasser oder Bach durch ein Statt zu laitten, eine Matten zu wässern, vnd was dergleichen, da man nit höher als zwo, drey oder vier Lachter hoch zu schöpffen, möchte es wol nützlich sein, vnd des Wassers ein grosse Menige treiben. Doch möcht ich wissen, ob mans versuecht vnd befunden, dass es vnderm Wasser leichtlich vmbzutreiben vnd ob es alsdan Wasser vber sich werffe. Aut enim subtiliter coaptatum est, et sic impossibile ad impellendum, aut laxe coit, et sic nihil haurit, nisi modo a me dicto emendetur.

Anno denique 1625. ad inventum suum redit Keplerus, ad Berneggerum Argentoratum scribens: Bitte bei den Uhrmachern zu Strassburg nach Matthäus Löschen, gewesenen Burgern vnd Uhrmacher zu Tübingen zu fragen, wo er hinkommen, dann er sich vor ungefährlich 5 oder 6 Jahren nacher Strassburg gemacht. Vnd wann er zu erfragen, sich bey Ihme oder seinen Bekandten zu erkundigen, ob er die Wasserschrauffen (hinter die er allhie zu Tübingen kommen ist vnd sie nachgemacht) irgend an einem Orth in ein grosses Werckh gebracht vnd zu einem Nutzen oder Arbeit gerichtet worden sey, oder er noch damit vmbgehe? Dann die Kunst ist anno 1600. in Steyrmarck von Mir erfunden worden, wird derhalben bey mir nachgefragt vmb Erweiterung derselben zu gewissem Nutzen, desshalben Ich eines Werckhmeisters, der darinnen erfahren vnd practicirt sey, bedürfftig wäre. Wird ihme nicht schaden, sondern sehr befürderlich seyn.

Num Keplerus machinam Tubingae (ubi tum temporis versabatur) vel quo alio loco constituerit, an rem iterum abjecerit, nescimus, cum ad Berneggeri nuncium: „venire paratus est M. Lösch, modo sumtus itineri suppeditentur" nulla exstet Kepleri responsio, neque ulterius posthac Keplerus ad illam rem redeat.
